

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ *

А.Ю. Изюмова, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

А.А. Костина, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

И.А. Пантелеев, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

А.И. Ведерникова, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

А.Е. Прохоров, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

А.Н. Вшивков, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

Разработаны определяющие соотношения, учитывающие особенности нелокального характера разрушения конструкционных материалов в области концентраторов напряжений при динамических нагрузках. Предложено обобщение теории критических дистанций (ТКД) на случай динамического нагружения, позволяющее оценить предельное состояние образцов с концентраторами напряжений при скоростях деформации в диапазоне 10^{-3} - 10^4 с⁻¹ на основе решения задачи в линейно-упругой постановке. Проведен анализ процессов неупругого деформирования в области концентраторов напряжений с целью дальнейшего развития ТКД и повышения прогностической точности.

На основе моделирования локализации процессов накопления микроповреждений предложен механизм формирования критической дистанции в области концентраторов напряжений как результат развития диссипативной структуры в ансамбле дефектов. Исследована поверхность разрушения металлических образцов, показано, что характерный размер переходной зоны областей с отличным макрорельефом коррелирует со значением критической дистанции.

Ключевые слова: *разрушение, критерии прочности, эволюция дефектов, теория критических дистанций.*

Необходимость разработки и внедрения простых и в то же время эффективных критериев разрушения, позволяющих достоверно оценить область безопасной эксплуатации металлических конструкций, особенно имеющих концентраторы

напряжений, является очевидной в связи с созданием и увеличением числа инженерных сооружений сложной формы. Известно, что процесс разрушения материалов требует превышения предела прочности на некотором характерном расстоя-

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-48-590148 p_a.

нии [3, 4, 8] в течение некоторого характерного времени [1, 6]. Развитие теоретических моделей, учитывающих нелокальный характер процесса разрушения и алгоритмизированных для использования в стандартных вычислительных пакетах (ABAQUS, LS-DYNA, ANSYS, Comsol), позволяет повысить точность прогноза момента разрушения конструкции и сократить затраты на экспериментальное сопровождение практического внедрения разработки.

Целью данной работы являлась разработка на базе теории критических дистанций физически обоснованного метода оценки прочности инженерных конструкций, учитывающего эффекты нелокальности разрушения в области концентраторов напряжений и применимого для широкого диапазона скоростей нагружения.

Экспериментальное исследование процесса разрушения титанового сплава VT1-0 при квазистатическом и динамическом нагружениях

Экспериментальная программа для верификации предложенных методик включала независимые калибровочную и проверочную серии экспериментов, заключающихся в тестировании гладких цилиндрических образцов и цилиндрических образцов с U-образными и V-образными кольцевыми надрезами (рис. 1)

Образцы были изготовлены из титанового сплава VT1-0 и тестировались в диапазоне скоростей деформации 10^{-3} - 10^4 с⁻¹. Испытания на растяжение при малых скоростях деформирования проводились с использованием электромеханической испытательной машины Shimadzu AG-X Plus. Для определения скорости деформации использовались данные видеоэкстензометра TRViewX240S f12.5. Исследование поведения титанового сплава VT1-0 при динамическом растяжении проводилось с использованием разрезного стержня Гопкинсона–Кольского (РСГ) в модификации Николаса [5].

В основе калибровочной серии экспериментов лежат испытания гладких об-

разцов во всем диапазоне скоростей деформации, дополненные испытаниями образцов с двумя существенно разными значениями радиусов концентраторов напряжений при крайних скоростях деформации. Данные калибровочной серии экспериментов применялись в дальнейшем для определения функции или величины критической дистанции для исследуемых материалов, с использованием которой проведена оценка предельного состояния для образцов с произвольными значениями коэффициента концентрации напряжений и скорости деформации. Точность прогноза момента разрушения металлических образцов проверялась с использованием проверочной серии экспериментов.

Обобщение теории критических дистанций на случай динамического нагружения металлических образцов с концентраторами напряжений

Согласно методам теории критических дистанций (ТКД) наступлению предельного состояния (разрушению) соответствует ситуация, когда эффективное напряжение σ_{eff} на некотором расстоянии от вершины концентратора напряжений (по методу точки), осредненное на некотором расстоянии (по методу линии) или на некоторой площади (по методу площади), равно предельному напряжению σ_0 [8].

Параметр размерности длины (критическая дистанция L) связан с константами материала: предельным напряжением σ_0 и критическим коэффициентом интенсивности напряжений K_{Id} . При оценке прочности компонентов из хрупких материалов σ_0 принимается равным временно-му сопротивлению разрушению σ_B . Для пластичных материалов в качестве σ_0 используется напряжение, определяемое численно-экспериментальным методом на основе анализа распределения напряжений для образцов с двумя существенно разными типами концентраторов напряжений [7]. ТКД базируется на численном расчете в линейно-упругой постановке и не требует учета нелинейных свойств даже для пластичных материалов.

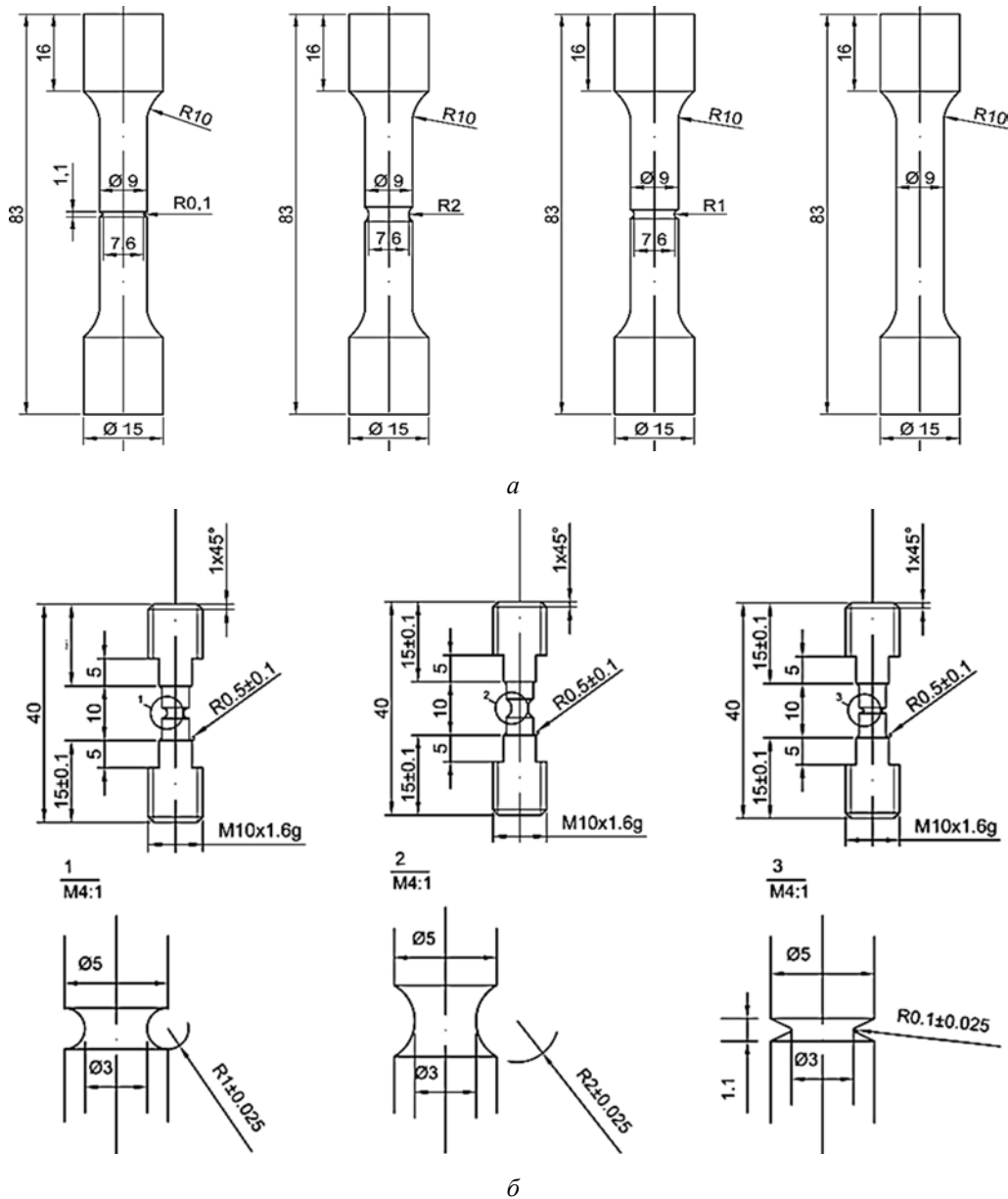


Рис. 1. Геометрия образцов из титанового сплава ВТ1-0:

а – для квазистатических испытаний, б – для динамических испытаний

В основу обобщения соотношений ТКД на случай динамического нагружения заложена гипотеза: принимая во внимание, что временное сопротивление разрушению σ_B и вязкость разрушения K_{Id} являются функциями скорости деформации, предположим, что аналогичным образом должна зависеть от скорости деформации величина предельного напряжения σ_0 , а значит и величина критической дистанции L является функцией от скорости деформации.

Анализ экспериментальных данных показал, что зависимости σ_B и K_{Id} от скорости воздействия хорошо аппроксимируются степенными законами.

Математически данную гипотезу можно сформулировать следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_B(\dot{Z}) = f_{\sigma_B}(\dot{Z}) = \alpha_f \cdot \dot{Z}^{b_f} \\ K_{Id}(\dot{Z}) = f_{K_{Id}}(\dot{Z}) = \alpha \cdot \dot{Z}^\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_0(\dot{Z}) = f_{\sigma_0}(\dot{Z}) = \\ \Rightarrow \left[L(\dot{Z}) = f_L(\dot{Z}) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{K_{Id}(\dot{Z})}{\sigma_0(\dot{Z})} \right] = \right. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} = \alpha_0 \cdot \dot{Z}^{b_0}, \\ = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\alpha \cdot \dot{Z}^\beta}{\alpha_0 \cdot \dot{Z}^{b_0}} \right] = M \cdot \dot{Z}^N, \end{cases}$$

где $\dot{Z} = \{\dot{F}, \dot{\varepsilon}, \dot{\Delta}, \dot{K}_I\}$, \dot{F} – скорость нагружения (Н/с), $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации (1/с), $\dot{\Delta}$ – скорость движения захватов (м/с), \dot{K}_I – скорость изменения коэффициента интенсивности напряжений (Па·м^{0.5}/с), $a_f, b_f, \alpha, \beta, a_0, b_0, M$ и N – материальные константы.

Тогда, согласно методам ТКД, соотношения для σ_{eff} могут быть записаны:

для метода точки:

$$\sigma_{eff}(\dot{Z}) = \sigma_y \left(\theta = 0, r = \frac{L(\dot{Z})}{2} \right), \quad (2)$$

для метода линии:

$$\sigma_{eff}(\dot{Z}) = \frac{1}{2L(\dot{Z})} \int_0^{2L(\dot{Z})} \sigma_y(\theta = 0, r) dr, \quad (3)$$

для метода площади:

$$\sigma_{eff}(\dot{Z}) = \frac{2}{\pi L(\dot{Z})^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{L(\dot{Z})} \sigma_1(\theta, r) r dr d\theta, \quad (4)$$

где σ_y – нормальное напряжение, σ_1 – максимальное главное напряжение, (θ, r) – полярные координаты.

Используя введенную гипотезу, можно предложить следующую методику оценки предельного состояния образцов с концентраторами напряжений на основе обобщения ТКД (рис. 2)

Для серии образцов из титанового сплава ВТ1-0 был проведен анализ согласно методике, представленной на рис. 2. Априори принималась гипотеза равенства предельного напряжения σ_0 временному сопротивлению разрушению σ_B . С использованием экспериментальных данных о растяжении образцов без концентраторов напряжений определена степенная зависимость предела прочности от номинальной скорости деформации $\sigma_B(\dot{\varepsilon}_{nom})$:

$$\begin{aligned} \sigma_0(\dot{\varepsilon}_{nom}) &= \sigma_B(\dot{\varepsilon}_{nom}) = \\ &= 538,968 \cdot \dot{\varepsilon}_{nom}^{0,0214} \text{ [МПа]}. \end{aligned} \quad (5)$$

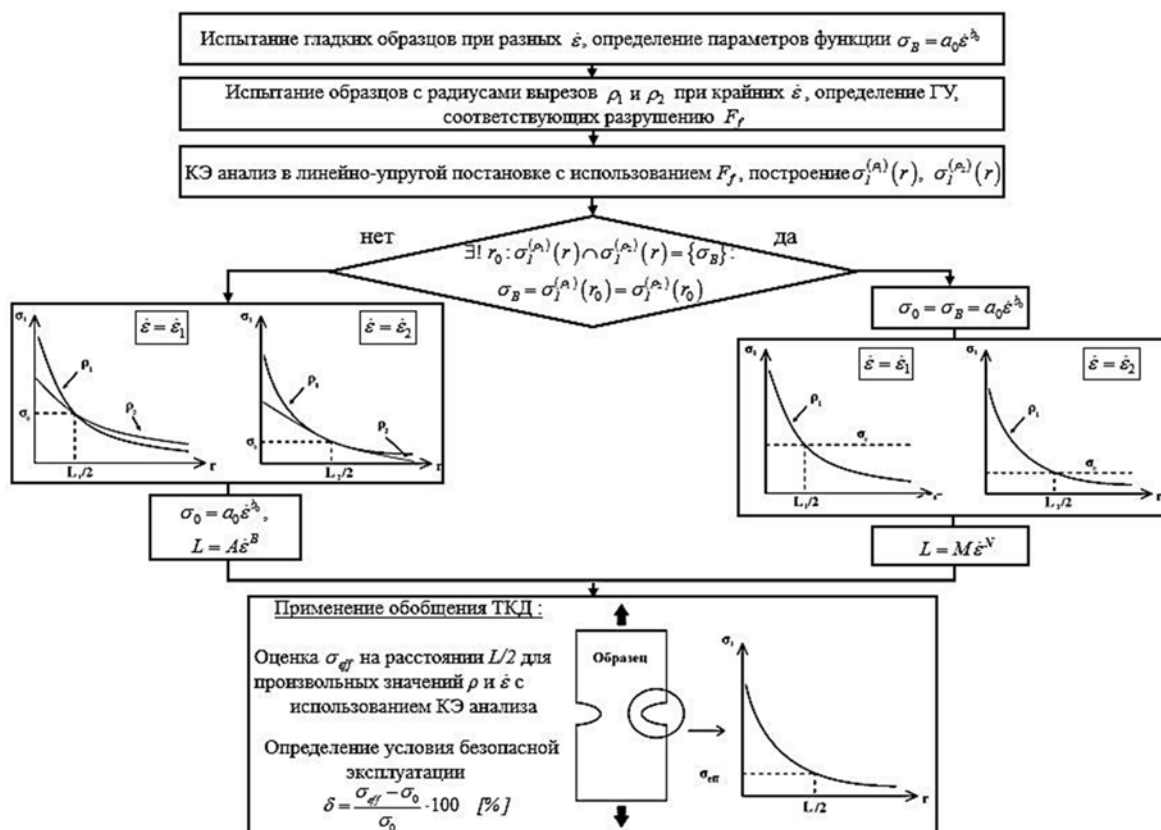


Рис. 2. Методика оценки предельного состояния конструкций с использованием обобщения ТКД (на примере метода точки)

Анализ распределения полей напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений для усилий, соответствующих квазистатическому и динамическому нагружениям, позволил определить степенную зависимость $L(\dot{\epsilon}_{nom})$:

$$L(\dot{\epsilon}_{nom}) = 2,592 \cdot \dot{\epsilon}_{nom}^{0,08692} [\text{мм}]. \quad (6)$$

Для анализа прогностической точности обобщения теории критических дистанций использовался следующий алгоритм. К образцам с концентраторами напряжений, не участвовавшим в определении величины критической дистанции, при численном расчете прикладывались экспериментально определенные значения силы разрушения F_f . С использованием полученного распределения полей напряжений и величины $L(\dot{\epsilon}_{nom})$, согласно трем методам ТКД, оценивалось эффективное напряжение σ_{eff} и сравнивалось с предельным напряжением σ_0 для соответствующей скорости деформирования, исходя из чего можно сделать вывод о возможности дальнейшей эксплуатации. Результаты анализа обобщены на рис. 3. Красным отмечены точки, соответствующие экспериментальным данным, используемым для оценки величины критической дистанции (калибровочная серия экспериментов).

Можно сделать вывод, что предложен-

ное обобщение теории критических дистанций позволяет прогнозировать прочность образцов с концентраторами напряжений из металлических материалов в широком диапазоне скоростей нагружения с погрешностью $\pm 20\%$. Обобщение ТКД может рассматриваться как эффективный инженерный метод оценки предельного состояния конструкций, не требующий значительных экспериментальных усилий и затрат машинного времени.

Анализ влияния упругопластических деформаций на величину критической дистанции

Основным недостатком предложенного выше подхода является сравнительно низкая точность прогноза ($\pm 20\%$) и зависимость L от скорости деформации, что затрудняет анализ ее физического смысла. В связи с этим было предложено развитие методики с помощью учета упругопластического поведения материалов. Для оценки распределения напряжений по Мизесу использовалась модель Джонсона-Кука, учитывающая величину пластической деформации и ее чувствительность к скорости нагружения. Для того чтобы оценить предельное состояние согласно обобщению ТКД с учетом упругопластической деформации, алгоритм оценки остается аналогичным предыдущему случаю.

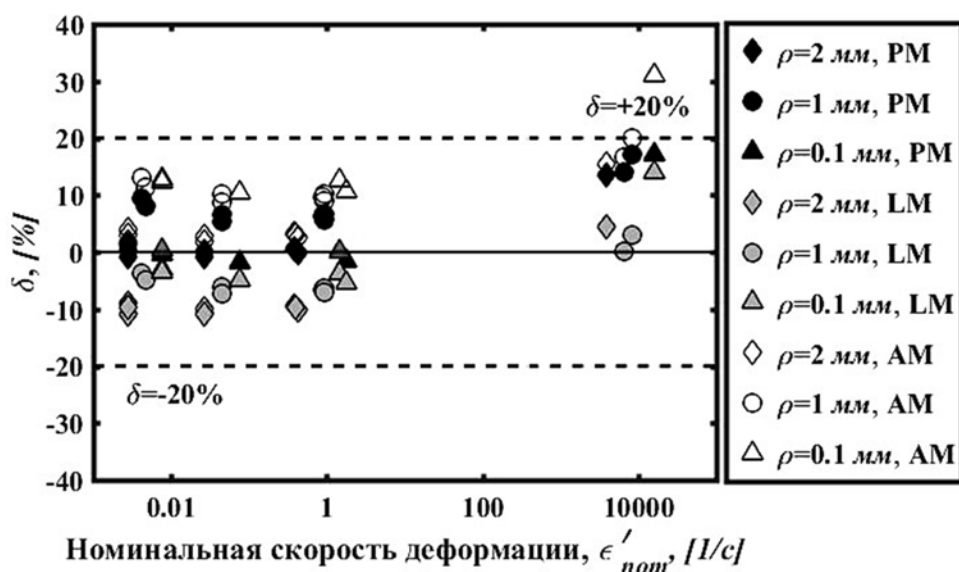


Рис. 3. Точность методов ТКД при оценке прочности образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0 (на примере метода точки)

Было показано, что при корректном учете пластической деформации функция, описывающая зависимость критической дистанции от скорости деформации, может быть заменена универсальной для данного материала константой (рис. 4). Для титанового сплава ВТ1-0 критическая дистанция $L=0,24$ мм.

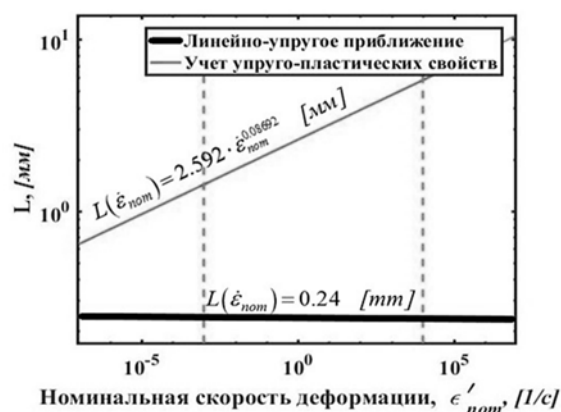


Рис. 4. Зависимость величины критической дистанции от скорости деформации

Проведенная согласно двум методам ТКД оценка эффективного напряжения для образцов с различными радиусами концентратора напряжений во всем диапазоне скоростей деформации показала, что учет пластической деформации позволяет повысить точность оценки прочности образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0. Погрешность оценки составляет $\pm 10\%$, что является более высоким уровнем точности относительно использования ТКД

на основе решения задачи в линейно-упругой постановке. Результаты сравнения σ_{eff} с σ_0 представлены на рис. 5.

С практической точки зрения важным моментом, касающимся учета пластической деформации при использовании ТКД, являются существенные вычислительные затраты, в связи с чем данная методика перестает быть простым инженерным инструментом, поскольку значительно увеличивает время и стоимость моделирования реальных конструкций.

Анализ взаимосвязи величины критической дистанции и фундаментальной длины автомодельных структур в ансамбле дефектов

Учет пластической деформации, позволяющий перейти от функции, описывающей зависимость критической дистанции от скорости деформации, к универсальной для данного материала константе, позволяет ввести гипотезу о связи критической дистанции и фундаментальной длины ансамбля дефектов. В основу описания положена статистическая модель поведения ансамбля мезодефектов, ранее разработанная в ИМСС УрО РАН [2].

Уравнение для определения скорости структурной деформации имеет вид

$$\dot{\rho} = \Gamma_p \left(\tilde{\sigma} - \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{\rho}} \right) + \Gamma_{ps} \tilde{\sigma}, \quad (7)$$

Где Γ_{ps} , Γ_p – кинетические коэффициенты, F – свободная энергия системы

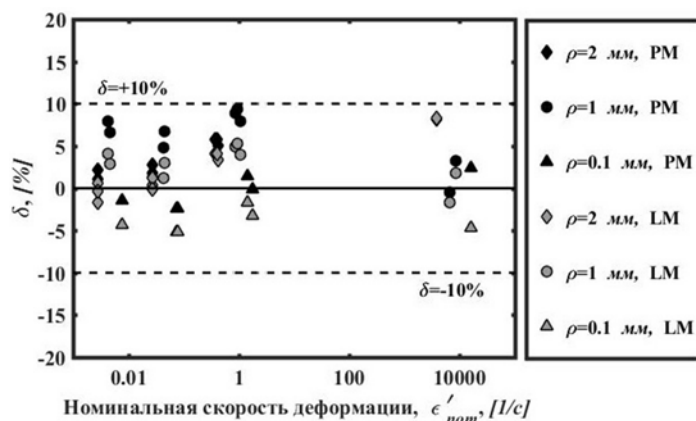


Рис. 5. Точность методов ТКД при оценке прочности образцов с концентраторами напряжений с учетом упругопластических свойств материала

«твердое тело с дефектами», $\tilde{\rho}$ – тензор плотности дефектов, $\tilde{\sigma}$ – тензор напряжений, ρ – плотность.

Рассматривается простейший случай независимости пластических и структурных деформаций.

Чтобы получить замкнутую систему уравнений, необходимо определить аппроксимацию функции $\tilde{\sigma} - \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{\rho}}$, определяющей

равновесную концентрацию дефектов. В безразмерном виде для одномерного случая можно записать выражение $Z - \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} = \frac{\sigma}{\sigma_{max}} - a\rho + q\rho^\beta + \nabla(k\rho^s(\nabla\rho))$, (8)

где σ_{max} – максимальное значение компоненты тензора напряжений в области концентратора напряжений, β, s – степени полиномов, определяющие характер генерации и скорость диффузии дефектов q, k, a – материальные константы, Z, Ψ – безразмерные величины напряжений и свободной энергии.

Автомодельное решение уравнения (7) с аппроксимацией (8) для соотношения показателей $\beta = s+1$

$$\rho(x,t) = (q(t-t_c))^{-\frac{1}{s}} \left(\frac{2(s+1)}{s(s+2)} \sin^2 \left[\frac{\pi x}{L_c} \right] \right) \quad (9)$$

зависит от двух параметров самоподобия – времени обострения

$$t_c = \frac{2(s+1)}{s(s+2)} \frac{1}{\rho^\sigma q} \quad (10)$$

и фундаментальной длины

$$L_c = 2 \frac{\pi}{s} \sqrt{s+1} \sqrt{\frac{k}{q}}. \quad (11)$$

Проведено моделирование поведения дефектов в одномерном случае при одноосном растяжении бесконечной пластины с полукруглыми выточками для модельного материала. Анализ численного решения (рис. 6) позволяет сделать вывод, что процесс разрушения (инициирования диссипативной структуры) требует одновременного выполнения двух условий: напряжение должно превышать временное сопротивление разрушению σ_B в некоторой области в окрестности концентратора напряжений, и длина этой области должна быть больше некоторого критического масштаба $l_{c\sigma} ((\forall x \in l: x \geq l_{c\sigma}), \sigma(x) > \sigma_B)$.

Значение $l_{c\sigma}$ было оценено численно. Уравнение (11) дает грубую оценку фундаментальной длины диссипативной структуры L_c для уравнения (9). Точное значение фундаментальной длины L_{TN} для уравнения (9) было оценено путем экстраполяции численных результатов.

На рис. 7 представлены зависимости L_c и $l_{c\sigma}$ (линия 1), L_{TN} и $l_{c\sigma}$ (линия 2). Точками представлены результаты для различных значений параметров $s(\beta)$. Квадратным маркером – численно полученное значение фундаментальной длины, круглым – аналитическая оценка. Аналитическая оценка дает завышенное значение масштаба локализации. Оценка фундаментальной длины по результатам численного моделирования дает точное соот-

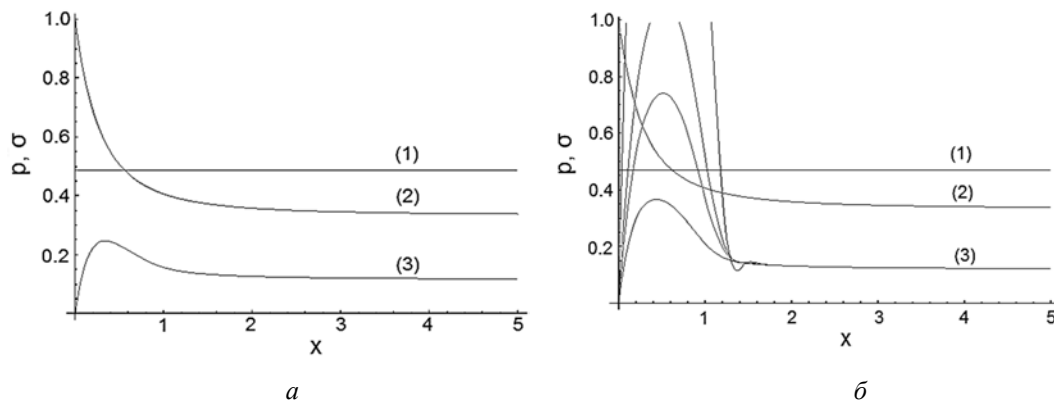


Рис. 6. Линия (1) – предел прочности σ_B ; линия (2) – распределение напряжений; линия (3) – пространственное распределение дефектов для (а) $\forall x \in l, x < l_{c\sigma}, \sigma(x) > \sigma_B$, (б) $\forall x \in l, x \geq l_{c\sigma}, \sigma(x) > \sigma_B$

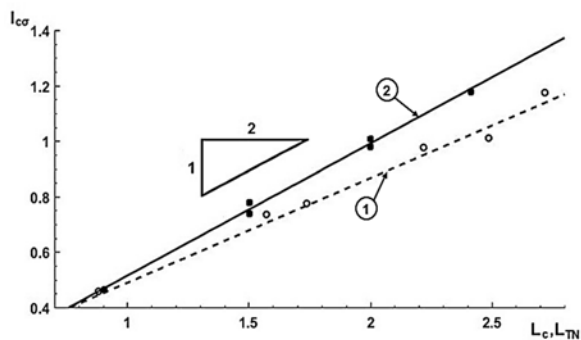


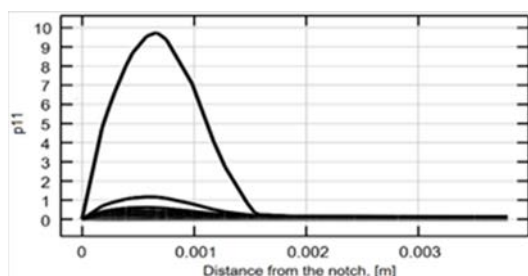
Рис. 7. Отношение между L_c и $l_{c\sigma}$ (линия 1), L_{TN} и $l_{c\sigma}$ (линия 2)

ношение, соответствующее результату теории критических дистанций: чтобы зазечь диссипативную структуру внешним условием, не связанным с дефектностью, необходимо превысить предел прочности σ_B на половине фундаментальной длины диссипативной структуры.

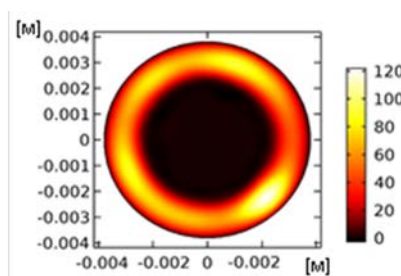
Определяющие соотношения были обобщены на трехмерный случай и внедрены в конечно-элементный пакет Comsol Multiphysics. Решена задача о растяжении цилиндрического образца с кольцевым надрезом из титанового сплава VT1-0. Результаты численного модели-

рования подтверждают, что кинетика поврежденности может быть получена, когда напряжение превышает временное сопротивление разрушению на некотором пространственном масштабе от вершины концентратора напряжений и длина этого масштаба должна быть больше фундаментальной длины, совпадающей с половиной критической дистанции. На рис. 8 представлено распределение плотности дефектов при выполнении обоих условий, когда напряжение достигает критического значения на расстоянии $l_{c\sigma}$ система выходит из равновесного состояния.

При невыполнении одного из условий будет наблюдаться стабильная ситуация с равновесной концентрацией дефектов в области выреза (рис. 9, 10). Таким образом, феноменологическое правило ТКД описывает необходимые условия для зарождения диссипативной структуры в ансамбле дефектов и переход от дисперсного к макроскопическому разрушению. Величина критической дистанции является константой материала и определяется законами взаимодействия и роста дефектов.

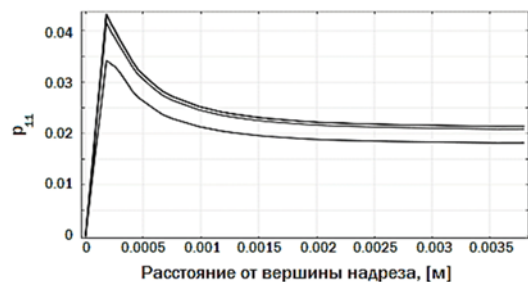


а

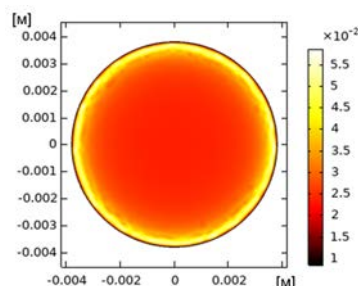


б

Рис. 8. Значение p_{11} в области концентратора напряжений в разные моменты времени (а), пространственное распределение в конечный момент времени в поперечном сечении образца перпендикулярно направлению нагрузки для случая $\sigma_{11} > \sigma_B$, $l_{c\sigma} = L_{TN}/2$ (б)



а



б

Рис. 9. Значение плотности дефектов P_{11} в области вершины концентратора напряжений (а), пространственное распределение P_{11} в конечный момент времени для случая $\sigma_{11} < \sigma_B$ (б)

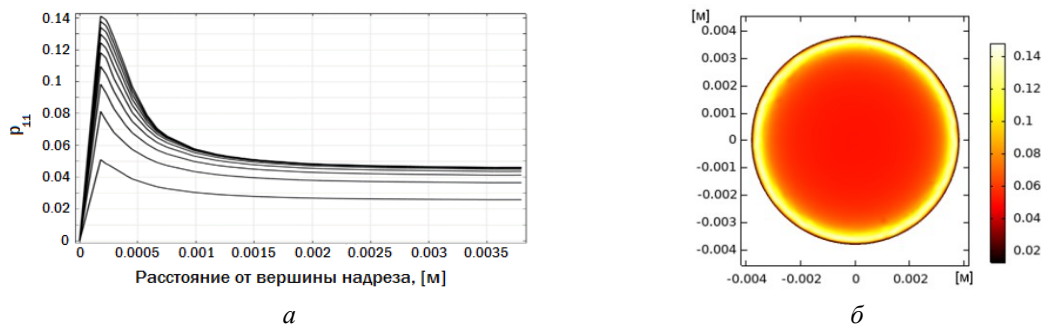


Рис. 10. Значение плотности дефектов P_{11} в области вершины концентратора напряжений (а), пространственное распределение P_{11} в конечный момент времени для случая $\sigma_{11} < \sigma_B, l_{c\sigma} < L_{TN} / 2$ (б)

Анализ поверхности разрушения образца с концентратором напряжений с использованием оптического микроскопа

В результате исследования поверхности разрушения деформированных образцов с разными концентраторами напряжений с использованием оптического микроскопа New View 5010 обнаружено существование на поверхности разрушения двух областей с отличным макрорельефом (рис. 11).

В кольцевой области макрорельеф более сглаженный, в то время как в центральной области рельеф сильно выражен, наблюдается грубая структура с гребнями и макротрещинами. Характерный размер переходной зоны коррелирует со значением критической дистанции.

Выводы

Предложено обобщение теории критических дистанций, позволяющее адекватно оценить момент разрушения образцов и конструкций с концентраторами напряжений в условиях широкого диапазона скоростей деформации. Проанализированы

два варианта применения теории критических дистанций: на основе упругого и упругопластического анализа распределения напряжений в области концентратора напряжений. Проведено моделирование механизма формирования критической дистанции с помощью введения в постановку задачи деформирования и разрушения твёрдого тела структурно-чувствительных параметров, описывающих коллективные эффекты в ансамбле структурных дефектов материала. Предложены соотношения, не требующие эмпирического введения параметров с размерностью длины и позволяющие моделировать процессы деформирования и разрушения в конструкциях с концентраторами напряжений при квазистатических и динамических нагрузках с учётом реальной геометрии. Проведена адаптация определяющих соотношений для использования в стандартных конечно-элементных пакетах.

Результаты моделирования показали, что критическая дистанция может рассматриваться как характерный пространственный размер автоточечной структуры в ансамбле дефектов, развивающейся в

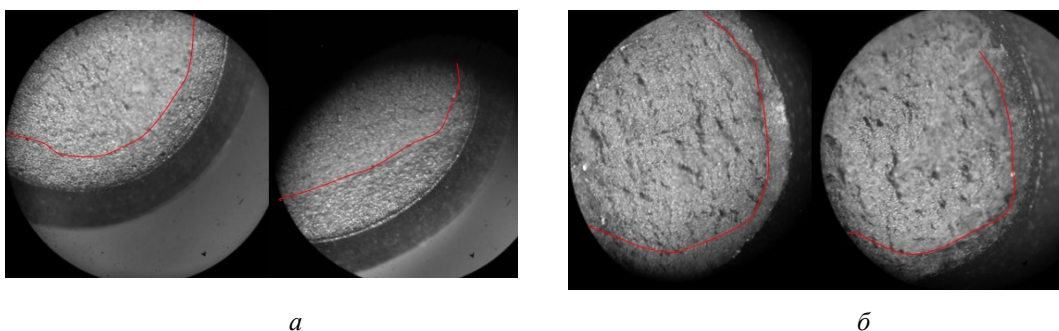


Рис. 11. Поверхность разрушения образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава BTI-0: а – $\rho = 0,1$ мм, б – $\rho = 2$ мм

режиме с обострением. Проведены структурные исследования поверхности разрушения металлических образцов, показано существование двух областей с отличным макрорельефом. Характерный размер переходной зоны коррелирует со значением критической дистанции. Полученные ре-

зультаты могут применяться в качестве эффективных методик оценки прочности конструкций как из хрупких, так и пластичных материалов с различными типами концентраторов напряжений с возможностью внедрения в различных областях промышленности Пермского края.

Библиографический список

1. Морозов Н.Ф., Петров Ю.В., Уткин А.А. Об анализе откола с позиций структурной механики разрушения // ДАН СССР. – 1990. – Т.313. – № 2. – С. 276–279.
2. Наймарк О.Б. Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения // Физическая Мезомеханика. – 2003. – Т. 6. – № 4. – С. 45–72.
3. Новожилов В.В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикладная математика и механика. – 1969. – Т. 33. – В. 2. – С. 212–222.
4. Neuber H. Theory of notch stresses: principles for exact stress calculation. – Berlin: Julius Verlag, 1937. – 181 p.
5. Nicholas T. Tensile testing of materials at high rates of strain // Experimental Mechanics. – 1981. – Vol. 21. – P. 177–185.
6. Petrov Y.V., Morozov N.F. On the modeling of fracture of brittle solids // ASME Journal of Applied Mechanics. – 1994. – Vol. 61. – P. 710–712.
7. Susmel L., Taylor D. On the use of the Theory of Critical Distances to predict static failures in ductile metallic materials containing different geometrical features // Engineering Fracture Mechanics. – 2008. – Vol. 75. – № 15. – P. 4410–4421.
8. Taylor D. The Theory of Critical Distances: A New Perspective in Fracture Mechanics. – Oxford: Elsevier Science, 2007. – 306 p.

**DEVELOPMENT OF A NUMERICAL SIMULATION TECHNIQUE
FOR MODELING OF FAILURE OF STRUCTURES WITH STRESS
CONCENTRATOR UNDER DYNAMIC LOADING**

A.Yu. Iziumova, A.A. Kostina, I.A. Panteleev, A.I. Vedernikova, A.E. Prokhorov, A.N. Vshivkov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS

The constitutive equations taking into account non-local character of fracture near stress concentrators under dynamic loading have been developed. The generalization of a critical distance theory for dynamic loading which can be used for the fracture prediction in the wide range of strain rates (10^{-3} to 10^4c^{-1}) has been suggested. The analysis of inelastic deformation near the stress concentrators has been carried out in order to increase the accuracy of fracture prediction. Based on modeling damage accumulation processes, the mechanism of formation of critical distance in the stress concentrators area as a result of development of dissipative structure in ensemble of defects has been offered. Investigation on fracture surface of metallic specimens has been carried out. It has been shown that there are two areas with different macrorelief; characteristic size of the transition zone correlates with the critical distance value.

Keywords: fracture, fracture criterion, the evolution of defects, critical distance theory.

Сведения об авторах

Изюмова Анастасия Юрьевна, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН – филиал Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1; e-mail: fedorova@icmm.ru

Костина Анастасия Андреевна, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: kostina@icmm.ru

Пантелеев Иван Алексеевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: pia@icmm.ru

Ведерникова Алена Ильинична, младший научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: terekhina.a@icmm.ru

Прохоров Александр Евгеньевич, младший научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: prokhorov.a@icmm.ru

Вшивков Алексей Николаевич, младший научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: vshivkov.a@icmm.ru

Материал поступил в редакцию 16.10.2019 г.