DOI: 10.7242/1998-2097/2018.3.1 УДК 532.546.2

# ИССЛІЕДОВАНИИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДВИЖЕНИИЯ НІЕФТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ В ПІРОЩЕССЕ ПАРОГРАВИТАЩИОНІНОГО ДРЕНАЖА\*

А.А. Костина, Институт механики сплошных сред УрО РАН М.С. Желнин, Институт механики сплошных сред УрО РАН О.А. Плехов, Институт механики сплошных сред УрО РАН

Настоящая работа посвящена разработке и компьютерной реализации трехмерной математической модели, позволяющей описывать процессы течения, фильтрации и фазового перехода при паротепловом воздействии на породный массив. Основной особенностью разработанной модели является возможность учета зависимости теплофизических свойств каждой из составляющих мультикомпонентного потока от времени или пространственных координат. В работе предполагается, что рассматриваемая среда представляет собой мультикомпонентную систему, состоящую из пара, нефти и воды, заполняющих поровое пространство. Разработанная модель включает в себя уравнения баланса для компонент, характеризующих насыщенность пор паром и водой; условие полного насыщения для определения компоненты, характеризующей нефтяную фильтрационного составляющую потока; закон Дарси для течения многокомпонентного потока, а также закон сохранения энергии с учетом конвективного теплообмена и источника, описывающего фазовый переход «вода-пар». Компьютерная реализация предложенной модели основана на преобразовании системы уравнений таким образом, чтобы в качестве неизвестных величин выступали значения насыщенностей пара и воды, а также давления; представлении полученной системы уравнений в слабой дополнительных стабилизационных форме введении слагаемых. И Адекватность предложенной модели и эффективность разработанного подхода к ее реализации проиллюстрирована на примере трехмерного численного моделирования процесса нефтедобычи методом парогравитационного дренажа в битуминозном песке.

**Ключевые слова:** метод парогравитационного дренажа, метод конечных элементов, численное моделирование, многокомпонентный поток, мультифизическое моделирование.

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-4174.2018.1 и Программы фундаментальных исследований УрО РАН (проект 18-9-1-31).

# Введение

Метод парогравитационного дренажа в настоящее время является одним из наиболее эффективных методов добычи сверхвязкой нефти [1]. Классический вариант реализации данной технологии предполагает бурение двух горизонтальных скважин, расположенных друг над другом. Верхняя скважина применяется для подачи горячего пара в нефтяной пласт. По мере снижения вязкости нефти увеличивается ее подвижность и нефть скапливается во второй (параллельной) скважине вследствие воздействия гравитационных сил, откуда и происходит ее откачка на поверхность. Эффективное применение подобных методик, использующих широкий класс взаимодействующих физических процессов, требует разработки адекватных математических моделей, имитирующих движение нефти при паротепловом воздействии на продуктивный пласт.

Процесс паротеплового воздействия на флюидонасыщенную пористую среду сопровождается сложным взаимодействием тепловых, механических и гидродинамических процессов. В работе [2] отмечается, что высокие температурные напряжения (более 180°С) могут оказывать существенное влияние на поведение системы «жидкость-пористая среда», заключающееся в появлении объемных деформаций и температурных напряжений, влияющих на изменение проницаемости и пористости среды различным образом. Высокие значения давлений приводят к сжатию порового пространства и, как следствие, к уменьшению проницаемости. Появление дилатансии в массиве горных пород приводит к росту пористости с сопутствующим ростом проницаемости в продуктивном пласте. Изменение давления жидкости, содержащейся в порах, оказывает влияние на эффективные напряжение сухого скелета, а следовательно, и на его деформации. При пространственнонеравномерном нагреве происходит падение горизонтальных напряжений в вышележащих породах покрышках. При превышении давления закачиваемого пара величины горизонтальных напряжений может возникнуть разрушение в вертикальном направлении, нарушающее целостность паровой камеры и приводящее к потерям тепла. Кроме того, необходимость учета температурных и гидравлических процессов при определении напряженно-деформированного состояния продуктивного пласта отмечается в работе [3], посвященной разработке связанной термогидромеханической модели многофазного потока в пористой среде, учитывающей влияние температуры на динамическую вязкость жидкости и пористость среды, взаимодействие течения жидкости И теплового потока, а также влияние градиента температуры на поток жидкости (термоосматический эффект).

Таким образом, для адекватного описания изменения напряженно-деформированного состояния грунта в процессе паротеплового воздействия необходимо разрабатывать модели взаимодействия процессов тепло- и массопереноса в многокомпонентных пористых средах под действием силы тяжести с учетом фазового перехода, обусловленного переходом нагреваемой жидкости в пар и зависимости теплофизических характеристик от температуры.

Одной из первых работ, относящихся к моделированию нефтедобычи при помощи метода парогравитационного дренажа, является работа [4], в которой была предложена простая формула для оценки величины нефтеотдачи продуктивного пласта. Вывод формулы основывался на совместном рассмотрении закона Дарси, уравнения теплопроводности и уравнения баланса массы. Впоследствии было предложено несколько ее модификаций, основанных на введении дополнительного безразмерного эмпирического коэффициента [5] или на модификации формы паровой камеры [6]. Например, в [7] предполагается, что форма паровой камеры представляет собой комбинацию двух симметричных парабол, а не перевернутый треугольник, как было предложено в [4].

В работе [8] предложена аналитическая модель парогравитационного воздействия на продуктивный пласт, основанная на рассмотрении локального уравнения баланса энергии и закона Дарси для каждого поперечного сечения, перпендикулярного границе паровой камеры, которые затем связываются уравнением глобального баланса для паровой камеры, имеющей форму перевернутого треугольника. Авторами был сделан вывод о том, что предположение о равенстве температуры на границе паровой камеры и температуры нагнетаемого пара, используемое в большинстве аналитических моделей, приводит к завышению показателя нефтеотдачи.

В работе [9] предложены аналитические выражения для определения положения границы паровой камеры и величины нефтеотдачи с учетом анизотропной проницаемости. Результаты расчетов показали, что на ранних стадиях распространения паровой камеры определяющее влияние оказывает вертикальная проницаемость, в то время как на последующих стадиях эволюцию паровой камеры контролирует горизонтальная проницаемость.

Несмотря на значительные успехи, достигнутые в области развития аналитических подходов к описанию процесса парогравитационного дренажа и относительную простоту их применения, для получения решения принимается большое число гипотез, к числу которых относятся: постоянство давления в продуктивном пласте в процессе добычи нефти, пренебрежение конвективным механизмом теплопередачи, а также несжимаемость жидкостей (пара и нефти). Численное моделирование позволяет более полно отразить реальные процессы, происходящие при закачивании горячего пара в продуктивный пласт-коллектор.

В общем случае описание течения многокомпонентных жидкостей в пористых средах основано на рассмотрении уравнения баланса массы для каждой из компонент и использовании закона Дарси для расчета фильтрационного течения. В работах [10-13] рассматривается течение трехкомпонентной жидкости (нефть, вода и пар) в пористой среде с учетом капиллярного давления. В случае если пористость рассматриваемой среды достаточно высокая, то капиллярным давлением можно пренебречь [14, 15]. Породы-коллекторы, как правило, имеют высокую пористость, поэтому в данной работе влияние капиллярного давления на процесс движения нефти не рассматривается.

Нами предложена трехмерная математическая модель, позволяющая описывать процессы течения, фильтрации и фазового перехода при паротепловом воздействии на породный массив. Рассматриваемая среда представляет собой многокомпонентную систему, состоящую из пара, нефти и воды, заполняющих поровое пространство. Предложенная модель включает в себя уравнения баланса массы, закон Дарси для каждой из компонент, закон сохранения энергии, а также условия полного насыщения. Для реализации системы уравнений был выбран конечно-элементный пакет Comsol Multiphysics, как инструмент, наиболее подходящий для решения связанных задач. В качестве неизвестных величин, которые требовалось определить в рамках решения задачи, выступали значения насыщенностей пара и воды, а также давление многокомпонентного потока. Для определения величины нефтенасыщенности пласта использовалось замыкающее соотношение. Реализация уравнений в конечно-элементный пакет Comsol Multiphysics основывалась на представлении уравнений в слабой форме и введении дополнительных стабилизационных слагаемых.

# Математическая модель движения нефти в процессе парогравитационного дренажа

Описание всего многообразия процессов, протекающих при вытес-

нении нефти горячим паром, представляет собой довольно сложную задачу. В связи с этим в работе были приняты следующие допущения:

1. Предполагается, что жидкость, заполняющая поровое пространство, состоит из трех различных несмешиваемых компонент (воды, нефти и пара). Вода может находиться в двух возможных состояниях (жидком и газообразном), фазовый переход в системе возникает вследствие изменения температуры.

2. Влиянием капиллярного давления пренебрегается [16].

3. Предполагается, что жидкая и газообразная фазы находятся в локальном термодинамическом равновесии [17].

4. Скорость течения жидкости определяется законом Дарси [18].

Математическое описание процессов тепло- и массопереноса в многокомпонентных системах основано на совместном рассмотрении уравнений баланса массы для каждой из компонент, закона сохранения энергии, а также уравнений состояния, характеризующих течение каждой компоненты.

Закон сохранения массы для водной составляющей имеет вид

$$\frac{\partial(n\rho_w S_w)}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \left(\rho_w \overline{\nu}_w\right) = q_w, \quad (1)$$

где *n* – пористость,  $\rho_w$  – плотность воды, S<sub>w</sub> – водонасыщенность (отношение объема жидкости к объёму пор),  $\overline{v}_{w}$  – скорость течения воды в поровом пространстве,  $q_w$  – внешний источник, появление которого обусловлено фазовым переходом «пар-вода», t – время.

Закон сохранения массы для пара и нефти записывается в аналогичной форме

$$\frac{\partial(n\rho_s S_s)}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \left(\rho_s \overline{\nu}_s\right) = q_s, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial(n\rho_o S_o)}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \left(\rho_o \overline{\nu}_o\right) = q_o, \qquad (3)$$

где нижние индексы s и o обозначают переменные, характеризующие газообразную и нефтяную компоненту соответственно.

Фильтрационное течение каждой из компонент в поле силы тяжести описывается законом Дарси

$$\overline{v}_{w} = -\frac{Kk_{rw}}{\mu_{w}} \left( \overline{\nabla} p - \rho_{w} \overline{g} \right), \qquad (4)$$

$$\overline{\nu}_{s} = -\frac{Kk_{rs}}{\mu_{s}} \left( \overline{\nabla} p - \rho_{s} \overline{g} \right), \qquad (5)$$

$$\overline{v}_{o} = -\frac{Kk_{ro}}{\mu_{o}} \left( \overline{\nabla} p - \rho_{o} \overline{g} \right), \tag{6}$$

где К – абсолютная проницаемость грунта,  $k_{ri}$  – проницаемость грунта по отношению к каждой из компонент, µ<sub>i</sub> – вязкость, p – давление,  $\overline{g}$  – ускорение свободного падения, i = w, s, o. Для связи относительной проницаемости с насыщенностью используются выражения, предложенные в работе [19]

$$k_{rw} = \begin{cases} \left(\frac{S_{w} - S_{rw}}{1 - S_{rw}}\right)^{m}, S_{rw} < S_{w} \le 1, \\ 0, S_{w} \le S_{rw}, \end{cases}$$

$$k_{ro} = \begin{cases} \left(\frac{S_{o} - S_{ro}}{1 - S_{ro}}\right)^{l}, S_{ro} < S_{o} \le 1, \\ 0, S_{o} \le S_{ro}, \end{cases}$$

$$k_{v} = 1 - k_{v}, \qquad (9)$$

$$r_{rs} = 1 - k_{rw}, \qquad (9)$$

где S<sub>rw</sub> – величина остаточной водонасыщенности, S<sub>10</sub> – величина остаточной нефтенасыщенности, *m*, *l* – эмпирические параметры.

Закон сохранения энергии с учетом конвективного теплообмена может быть записан в виде

$$Q = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ T \left[ (1-n)\rho_r c_r + n \sum_{i=w,o,s} \rho_i S_i c_i \right] \right\} +$$

$$+ \overline{\nabla} \cdot \left( -\lambda_{eff} \overline{\nabla} T \right) + \sum_{i=w,o,s} \overline{v}_i \cdot \overline{\nabla} (\rho_i S_i c_i n T),$$
(10)

где T – абсолютная температура, c<sub>i</sub> – теплоемкость,  $i = \{w, o, s, r\}$ удельная  $\lambda_{eff} = \sum_{i=w,o,s} nS_i \lambda_i + (1-n)\lambda_r$  – эффективная

теплопроводность, определяемая по правилу смеси, нижний индекс r обозначает величины, характеризующие сухой скелет пористой среды, Q – источник, обусловленный фазовым переходом «вода-пар».

Для определения внешних источников энергии и описания фазового перехода используется подход, изложенный в работе [20]:

$$q_{s} = -q_{w} = \begin{cases} rnS_{s}\rho_{s} \frac{T-T_{sat}}{T_{sat}}, \ T \leq T_{sat}, \\ rnS_{w}\rho_{w} \frac{T-T_{sat}}{T_{sat}}, \ T > T_{sat}, \end{cases}$$
(11)
$$Q = Lq_{w},$$
(12)

где r – эмпирический параметр, характеризующий интенсивность массопереноса,  $T_{sat}$  – температура фазового перехода, L – скрытая теплота парообразования.

Для замыкания системы уравнений (1)–(12) используется условие

 $S_w + S_o + S_s = 1.$  (13)

# Компьютерная реализация модели

Для численного решения системы уравнений (1)–(13) закон сохранения массы (1)–(3) был сформулирован в альтернативной форме с использованием общей скорости многофазного потока:

$$\overline{v} = \sum_{i=\{w,o,s\}} \overline{v}_i . \tag{14}$$

Известно [21], что данный подход к описанию течения является более эффективным с вычислительной точки зрения.

В соответствии с указанным подходом уравнения (1)–(3) преобразуются таким образом, чтобы в качестве неизвестных величин выступали значения водонасыщенности  $S_w$ , паронасыщенности  $S_s$ , а также давления p.

Введем функции, характеризующие мобильность каждой из компонент

$$\lambda_i = k_{ri} / \mu_i , \qquad (15)$$

где i = w, o, s, а также величину, характеризующую общую подвижность

$$\lambda = \sum_{i = \{w, o, s\}} \lambda_i . \tag{16}$$

Определим также функции, характеризующие относительный поток каждой компоненты в многофазном потоке:

$$f_i = \lambda_i / \lambda, \qquad (17)$$

Подставляя уравнения (4)–(6) в (14) и используя соотношения (15)–(16), получаем уравнения для расчета давления:

$$\overline{v} = -K\lambda\overline{\nabla}p + K\overline{g}\sum_{i=\{w,o,s\}}\lambda_i\rho_i\,,\qquad(18)$$

$$\overline{\nabla} \cdot \overline{\nu} = -\frac{\partial n}{\partial t} + \sum_{i=\{w,o,s\}} \frac{1}{\rho_i} \left( q_i - \overline{\nu}_i \cdot \overline{\nabla} \rho_i - nS_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} \right).$$
(19)

Уравнения для водонасыщенности и паронасыщенности получаются из уравнений (1)–(2) путем деления на плотность, применения правила дифференцирования для произведения функций, а также свойства оператора дивергенции произведения функций:

$$n\frac{\partial S_{i}}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \overline{v}_{i} =$$

$$= -S_{i}\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{i}} \bigg[ q_{i} - nS_{i}\frac{\partial \rho_{i}}{\partial t} - \overline{v} \cdot \overline{\nabla}\rho_{i} \bigg],$$
<sup>(20)</sup>

где  $i = \{w, s\}$ .

Реализация уравнений (18)-(20) в Comsol конечно-элементном пакете Multiphysics осуществлялась посредством их представления в слабой форме. Для этого каждое из уравнений умножалось на тестовую функцию, после чего выполнялось понижение порядка дифференцирования путем использования формулы интегрирования по частям. Так как в рассмотренных уравнениях конвективный перенос преобладает над диффузионным, то для устранения осцилляций численного решения выполнялась его стабилизация путем введения искусственной диффузии.

В окончательной форме уравнения (18)–(20) имеют следующий вид:

$$-\iiint_{V} \overline{v} \cdot \overline{\nabla} \tilde{p} dV = \iiint_{V} \left\{ -\frac{\partial n}{\partial t} + \sum_{i \in \{w, o, s\}} \frac{1}{\rho_{i}} \left( q_{i} - \overline{v_{i}} \cdot \overline{\nabla} \rho_{i} - nS_{i} \frac{\partial \rho_{i}}{\partial t} \right) \right\} \tilde{p} dV - (21)$$

$$-\iiint_{V} c_{a} \overline{\nabla} \overline{v} \cdot \overline{\nabla} \tilde{p} dV,$$

$$\iiint_{V} \left( n \frac{\partial S_{i}}{\partial t} + S_{i} \frac{\partial n}{\partial t} \right) \tilde{S}_{i} dV -$$

$$-\iiint_{V} \frac{1}{\rho_{i}} \left( q_{i} - nS_{i} \frac{\partial \rho_{i}}{\partial t} - \overline{v_{i}} \cdot \overline{\nabla} \rho_{i} \right) \tilde{S}_{i} - (22)$$

$$-\iiint_{V} \overline{v_{i}} \cdot \overline{\nabla} \tilde{S}_{i} + \iiint_{V} S_{a_{i}} \overline{\nabla} S_{i} \cdot \overline{\nabla} \tilde{S}_{i} dV = 0,$$

где  $i = \{w, s\}$ ;  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{S}_w$ ,  $\tilde{S}_i$  – тестовые функции;  $c_a$ ,  $S_{a_w}$ ,  $S_{a_s}$  – параметры искусственной диффузии.

Уравнение теплопроводности (10) было преобразовано путем применения операции дифференцирования к произведению функций, а также использования свойств оператора дивергенции от произведения функций:

$$Q = \left[ (1-n)\rho_{r}c_{r} + n\sum_{i=\{w,o,s\}}\rho_{i}S_{i}c_{i}\right] \frac{\partial T}{\partial t} + \left[ \sum_{i=\{w,o,s\}}\rho_{i}S_{i}c_{i}n\overline{v}_{i}\right] \cdot \overline{\nabla}T + \overline{\nabla} \cdot \left(-\lambda_{eff}\overline{\nabla}T\right) + T\left\{ \left[ -\rho_{r}c_{r} + \sum_{i=\{w,o,s\}}\rho_{i}S_{i}c_{i}\right] \frac{\partial n}{\partial t} + \left(23\right) + n\sum_{i=\{w,o,s\}} \left( c_{i}\left(S_{i}\frac{\partial\rho_{i}}{\partial t} + \rho_{i}\frac{\partial S_{i}}{\partial t}\right) \right) \right\} + T\left\{ \sum_{i=\{w,o,s\}}\overline{v}_{i} \cdot \left(S_{i}c_{i}n\overline{\nabla}\rho_{i} + c_{i}n\rho_{i}\overline{\nabla}S_{i} + S_{i}c_{i}\rho_{i}\overline{\nabla}n\right) \right\}.$$

Для решения уравнения (23) был использован стандартный модуль пакета Comsol Multiphysics.

На границе  $\Gamma_1$ , совпадающей с границей нагнетающей скважины, задавались граничные условия первого рода для каждой из неизвестных величин  $p_s$ :

$$p\big|_{\Gamma_1} = p_b, \qquad (24)$$

$$T\Big|_{\Gamma_1} = T_b, \qquad (25)$$

$$S_w \Big|_{\Gamma_1} = S_{rw}, \qquad (26)$$

$$S_{s}|_{\Gamma_{1}} = 1 - S_{rw} - S_{ro},$$
 (27)

где  $p_b$  – давление нагнетаемого пара,  $T_b$  – температура нагнетаемого пара,  $S_{rw}$  – остаточная водонасыщенность,  $S_{ro}$  – остаточная нефтенасыщенность.

На границе добывающей скважины Г<sub>2</sub> задавался дебит по каждой из величин:

$$q_p \big|_{\Gamma_2} = -PI \cdot \lambda \cdot \big( p - p_{well} \big), \qquad (28)$$

$$q_w|_{\Gamma_2} = -PI \cdot \lambda_w \cdot (p - p_{well}), \quad (29)$$

$$q_{s}\big|_{\Gamma_{2}} = -PI \cdot \lambda_{s} \cdot (p - p_{well}), \quad (30)$$

где *PI* – индекс продуктивности скважины,  $p_{well}$  – давление в добывающей скважине. Граничные условия по температуре для добывающей скважины соответствуют условиям теплоизоляции на стенках:

$$-\overline{n}\cdot\overline{q}\big|_{\Gamma_2} = 0. \tag{31}$$

# Результаты численного моделирования процесса нефтедобычи методом парогравитационного дренажа

Адекватность соотношений (1)–(13) и эффективность разработанного подхода к адаптации соотношений для использования в конечно-элементном пакете Comsol Multiphysics проиллюстрируем на примере численного моделирования процесса нефтедобычи методом парогравитационного дренажа в битуминозном песке.

Расчетная область представляет собой прямоугольный трехмерный параллелепипед (30 м × 30,3 м × 1,5 м) с двумя горизонтальными скважинами, расположенными друг под другом на расстоянии 5 м. Диаметр каждой скважины равен 0,168 м. Расчетная область разбивалась элементами, конечными имеющими форму прямоугольной призмы. Размер конечного элемента варьировался в интервале от 5,67.10<sup>-4</sup> м (в окрестности скважин) до 0,367 (на периферии).



Рис. 1. Конечно-элементное разбиение расчетной области

					/	Т	аб	л	ицa	l	1
 	 -	 	_	 					_		

Значения теплофизических параметров					
Параметр	Значение				
Проницаемость сухого скелета, м <sup>2</sup>	9,44·10 <sup>-12</sup>				
Вязкость воды, Па·с	1 004 · 10 <sup>-6</sup>				
Вязкость пара, Па∙с	16·10 <sup>-6</sup>				
Остаточная нефтенасыщенность	0,13				
Остаточная водонасыщенность	0,18				
Плотность нефти, кг/м <sup>2</sup>	980				
Плотность воды, кг/м <sup>2</sup>	1 000				
Плотность сухого скелета, кг/м <sup>2</sup>	2 500				
Теплопроводность нефти, Вт/(м·К)	0,136				
Теплопроводность воды, Вт/(м·К)	0,6				
Теплопроводность пара, Вт/(м·К)	2,3.10-2				
Теплопроводность сухого скелета,	3,85				
Вт/(м·К)					
Теплоемкость нефти, Дж/(кг·К)	1 500				
Теплоемкость, Дж/(кг·К)	2 000				
Теплоемкость воды, Дж/(кг·К)	4 200				
Теплоемкость сухого скелета, Дж/(кг·К)	885				
Пористость	0,33				
Температура фазового перехода, К	373,15				

начальные и граничные условия						
Параметр	Значение					
Начальное значение	0,7					
нефтенасыщенности						
Начальное значение	0,3					
водонасыщенности						
Начальная температура	286,15					
продуктивного пласта, К						
Температура закачиваемого пара, К	496					
Давление закачиваемого пара, Па	2,575·10 <sup>6</sup>					
Давление в добывающей скважине,	1,468·10 <sup>6</sup>					
Па						
Индекс продуктивности скважины	0,02					

Таблица 2

На рис. 1 представлено использованное для расчетов конечно-элементное разбиение области. Общее число конечных элементов модели составило 22 872.

Теплофизические свойства песка, используемые при проведении расчета, приведены в табл. 1, значения параметров начальных и граничных условий (24)–(31) представлены в табл. 2.

Зависимость вязкости нефти от температуры задавалась соотношением, приведенным в [10]:

$$\mu_o(T) = = 10^{-3} \operatorname{Exp}\left[\operatorname{Exp}\left(22,8515 - 3,5784\ln(T)\right)\right].$$
(32)

Результат применения разработанного подхода к численному решению системы уравнений (1)–(13) с граничными и начальными условиями (24)–(31) с учетом соотношения (32) представлен на рис. 2-4.

На рис. 2 показана эволюция поля температуры Т в течение 100 дней непрерывного нагнетания пара. Полученные результаты показывают, что наиболее интенсивный рост паровой камеры приходится на первые несколько суток после начала нагнетания горячего пара. Это связано с тем, что функция (32) описывает резкое падение величины вязкости нефти при небольшом увеличении температуры с последующим ее выходом на постоянное значение при дальнейшем росте температуры. На начальном этапе происходит формирование каплевидной области (рис. 2 (а)-(б)). Дальнейший рост паровой камеры обусловлен ее равномерным распространением по расчетной области (рис. 2 (в)-(г)).

В реальности равномерное распространение паровой камеры затруднено появлением дилатансии и дефектов породного массива, приводящих к изменению напряженно-деформированного состояния продуктивного пласта, его уплотнению или разрыхлению. Эти эффекты влияют на изменение величин пористости и проницаемости, что вызывает неравномерный рост паровой камеры. В настоящей работе эффекты, связанные с изменением напряженно-деформированного состояния продук-



Рис. 2. Эволюция температурного поля T, °С (контур обозначает границу фазового перехода): t = 1 день (a), t = 15 дней (б), t = 60 дней (в), t = 100 дней (г)

тивного пласта, не рассматриваются, что приводит к формированию эллипсообразной паровой камеры.

Область с повышенной температурой, образующаяся вокруг нагнетательной скважины, обусловлена использованием кубического закона для функции (7), характеризующей зависи-



Рис. 3. Распределение поля давления и вектора общей скорости потока (стрелки) в расчетной области

мость относительной проницаемости воды от водонасыщенности. Это приводит к резкому изменению функции (9), определяющей зависимость относительной проницаемости пара от величины паронасыщенности.

На рис. 3 показан характерный вид распределения поля давления р в расчетной области. На картине распределения поля давления можно выделить две области: область повышенного давления вблизи нагнетающей скважины и область пониженного давления, обусловленного всасыванием рассматриваемого трехфазного потока в добывающую скважину. При этом максимальная общая скорость потока наблюотрезку, дается по соединяющему нагнетательную и добывающую скважины внутри области, ограниченной границей фазового перехода. Кроме того, в соответствии с граничными условиями (28)-(30) всасывание потока жидкости



Рис. 4. Распределение компонент, составляющих трехфазный поток, по отрезку, соединяющего нагнетательную и добывающую скважины в моменты времени t = 1 день, t = 100 дней:  $a - nap S_s$ ,  $b - boda S_w$ ,  $b - heфmb S_a$ 

происходит не только в пределах паровой камеры, но и по всей границе добывающей скважины.

На рис. 4 представлены распределения каждой из компонент  $S_s$ ,  $S_w$ ,  $S_o$ , составляющих трехфазный поток, вдоль отрезка, соединяющего добывающую и нагнетательную скважины, для двух моментов времени – 1 день и 100 дней. Вследствие того, что максимальное увеличение температуры происходит в течение первых суток после начала процесса нагнетания пара и максимальная скорость потока достигается на отрезке, соединяющем добывающую и нагнетательную скважины, распределение величин насыщенностей довольно слабо изменяется со временем.

На границе нагнетательной скважины паронасыщенность имеет максимальное значение и принимает минимальное значение на границе добывающей скважины. Величины водонасыщенности и нефтенасыщенности на границе нагнетательной скважины совпадают со своими остаточными значениями и принимают максимальные значения на границе добывающей скважины. При этом качественный вид распределения водонасыщенности и нефтенасыщенности различен.

## Заключение

Данная работа посвящена разработке и компьютерной реализации трехмерной математической модели, позволяющей

описывать процессы течения, фильтрации и фазового перехода, возникающие при добыче сверхвязкой нефти методом парогравитационного дренажа. Предложенная модель основана на следующих гипотезах: изотропия теплофизических свойств; несмешиваемость компонент, составляющих трехфазный поток; пренебрежение капиллярным давлением; термодинамическое равновесие жидкой и газообразной фаз. Разработанная модель включает в себя закон сохранения массы для компонент пара и воды, условие полного насыщения для определения нефтяной компоненты, закон течения Дарси для каждой из компонент, а также закон сохранения энергии с учетом конвективного теплообмена и теплового источника, описывающего скрытую теплоту фазового перехода «вода-пар». Основной особенностью разработанной модели является математически строгая возможность учета зависимости теплофизических свойств каждой из составляющих мультикомпонентного потока от времени или пространственных координат, а также возможность трехмерного численного моделирования.

Реализация разработанной модели в конечно-элементный пакет Comsol Multiphysics основывалась на следующем подходе: преобразование системы уравнений таким образом, чтобы в качестве независимых величин выступали значения водонасыщенности, паронасыщенности и давления; представление полученных уравнений в слабой форме; введение дополнительного слагаемого (искусственной диффузии) для обеспечения стабилизации возникающих осцилляций.

Адекватность разработанной модели и эффективность подхода к ее реализации проиллюстрирована на примере трехмерного численного моделирования процесса нефтедобычи методом парогравитационного дренажа в битуминозном песке. Показано, что модель описывает образование паровой камеры, всасывание многокомпонентного потока в добывающую скважину, а также характерное распределение каждой из компонент по пространству. Использование в качестве функции, характеризующей зависимость вязкости нефти от температуры, резко убывающую функцию, приводит к интенсивному росту паровой камеры и величины нефтенасыщенности в течение первых суток после начала нагнетания пара. Дальнейшее нагнетание пара приводит к росту паровой камеры вверх и в ширину и ее равномерному распространению по расчетной области.

#### Библиографический список

- 1. Желтов Ю.П. Механика нефтегазоносного пласта. М.: Недра, 1975. 216 с.
- 2. Uribe-Patino J.A., Alzate-Espinosa G.A., Arbeláez-Londono A. Geomechanical aspects of reservoir thermal alteration: A literature review // J. of Petroleum Science and Engineering. 2017. Vol. 152. P. 250–266.
- 3. Weizhong C., Xianjun T., Hongdan Y., Guojun W., Shanpo J. A fully coupled thermo-hydro-mechanical model for unsaturated porous media // J. of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2009. Vol. 1. № 1. P. 31–40.
- 4. Butler R.M., McNab G.S., Lo H.Y. Theoretical studies on the gravity drainage of heavy oil during in-situ steam heating // Canadian Journal of Chemical Engineering. 1981. Vol. 59. № 4. P. 455-460.
- 5. *Reiss J.C.* A steam assisted gravity drainage model for tar sands: linear geometry // J. of Canadian Petroleum Technology. 1992. Vol. 10. № 1. P. 14–20.
- 6. Akin S. Mathematical modeling of steam-assisted gravity drainage // Computers & Geosciences. 2006. Vol. 32. P. 240–246.
- Shaolei W., Linsong C., Wenjun H., Shijun H., Shuai L. Prediction for steam chamber development and production performance in SAGD process // J. of Natural Gas Science and Engineering. – 2014. – Vol. 19. – P. 303–310.
- 8. *Shia X., Okunob R.* Analytical solution for steam-assisted gravity drainage with consideration of temperature variation along the edge of a steam chamber // Fuel. 2018. Vol. 217. P. 262-274.
- Liu H., Cheng H., Huang S., Jia P., Chen M. Evolution characteristics of SAGD steam chamber and its impacts on heavy oil production and heat consumption // International J. of Heat and Mass Transfer. – 2018. – Vol. 121. – P. 579–596.
- 10. Mozaffari S., Nikookar M., Ehsani M.R., Sahranavard L., Roayaie E., Mohammadi A.H. Numerical modeling of steam injection in heavy oil reservoirs // Fuel. 2013. Vol. 112. P. 185–192.
- Wang X., Hua Shao H., Hesser J., Zhang C., Wang W., Kolditz O. Numerical analysis of thermal impact on hydro-mechanical properties of clay // J. of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. - 2014. – Vol. 6. – P. 405–416.
- 12. *Gajo A., Cecinato F., Loret B.* A computational framework for immiscible three-phase flow in deformable porous media // J. of Petroleum Science and Engineering. 2018. Vol. 165. P. 516–534.
- 13. *Chen W., Tan X., Yu H., Wu G., Jia S.* A fully coupled thermo-hydro-mechanical model for unsaturated porous media // J. of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2009. Vol.1. № 1. P. 31–40.
- Yin Y., Li Y. FEM Analysis of Fluid-Structure Interaction in Thermal Heavy Oil Recovery Operations // Sustainability. – 2015. – Vol. 7. – P. 4035–4048.
- Lin B., Chen S., Jin Y. Evaluation of reservoir deformation induced by water injection in SAGD wells considering formation anisotropy, heterogeneity and thermal effect // J. of Petroleum Science and Engineering. – 2017. – Vol.157. – P.767-779.
- Zandi S. Numerical modeling of geomechanical effects of steam injection in SAGD heavy oil recovery / Dissertation deg. of Doctor of Philosophy. – Paris, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2011. – P. 259.
- 17. *Sozen M., Vafai K.* Analysis of the Non-Thermal Equilibrium Condensing Flow of a Gas Through a Packed Bed // International J. of Heat and Mass Transfer. 1990. Vol. 33. P.1247–1261.

- 18. Wang C.Y., Cheng P. Multidimensional modeling of steam injection into porous media // Transactions of the ASME. 1998. Vol. 120. P. 286–289.
- Nguyen T. S., Selvadurai A.P.S., Armand G. Modeling the FEBEX THM experiment using a state surface approach // International J. of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2005. – Vol. 42. – № 5–6. – P. 639–651.
- Lee H., Kharangate C., Mascarenhas N., Park I., Mudawar I. Experimental and computational investigation of vertical downflow condensation// International J. of Heat and Mass Transfer. – 2015. – Vol. 85. – P. 865–879.
- 21. Chen Z., Ewing R.E. Comparison of various formulations of three-phase flow in porous media// J. of computational physics. 1997. Vol. 132. P. 362–373.

## STUDY OF OIL FILTRATION IN POROUS MEDIA UNDER THE STEAM-ASSISTED GRAVITY DRAINAGE PROCESS

#### A.A. Kostina, M.S. Zhelnin, O.A. Plekhov

#### Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS

This work is devoted to the development and computer realization of a three-dimensional mathematical model describing the processes of flow, filtration and phase transition during the hot steam injection into a rock mass. The specific feature of the developed model is the possibility to take into account the dependence of thermophysical properties of each component in a multicomponent flow on time or spatial coordinates. It is assumed that considered media is a multicomponent system consisting of steam, oil and water filling the pore space. The developed model includes mass balance equation for components characterizing water and steam saturations, the condition of a fully saturated media to define the oil component of the flow, Darcy's law for the filtration flow of the multicomponent stream and the law of conservation of energy taking into account the convective heat transfer and the source describing the «steam-water» phase transition. Computer realization of the proposed model is based on the transformation of the system of equations in such a way that the values of steam and water saturations as well as pressure act as unknown variables; representation of the resulting system of equations in a weak form and the introduction of additional stabilization terms. The adequacy of the proposed model and the efficiency of the developed approach to its implementation are illustrated by a three-dimensional numerical simulation of oil production process through the steam-assisted gravity drainage method in the oil sand.

*Keywords:* steam-assisted gravity drainage method, finite element method, numerical simulation, multicomponent flow, multiphysical modeling.

## Сведения об авторах

Костина Анастасия Андреевна, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН – филиал Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; e-mail: kostina@icmm.ru

Желнин Максим Сергеевич, аспирант, ИМСС УрО РАН; e-mail: zhelnin.m@icmm.ru

Плехов Олег Анатольевич, доктор физико-математических наук, заместитель директора по науке, ИМСС УрО РАН); e-mail: poa@icmm.ru

Материал поступил в редакцию 09.08.2018 г.