

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ АЭРО- И ГИДРОУПРУГОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ, ВЫПОЛНЕННЫХ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНО- ГРАДИЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ*

С.А. Бочкарёв, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

С.В. Лекомцев, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

А.Ю. Фёдоров, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

Представлены результаты исследований динамического поведения цилиндрических оболочек, выполненных из функционально-градиентных материалов и имеющих круговое или некруговое поперечное сечение. Решение задачи, осуществляемое с помощью метода конечных элементов, сведено к вычислению комплексных собственных значений связанной системы уравнений. Приводятся результаты численных экспериментов, направленных на оценку влияния различных факторов (граничных условий, величины объемных фракций составляющих материалов, уровня заполнения жидкостью, механической или температурной нагрузок) на спектр собственных частот, а также границы аэроупругой и гидроупругой устойчивости.

Ключевые слова: функционально-градиентный материал, цилиндрические оболочки, потенциальная жидкость, сверхзвуковое обтекание, метод конечных элементов, устойчивость, флаттер.

Элементы некоторых машиностроительных конструкций взаимодействуют с жидкой или газообразной средой, воздействие которой в зависимости от условий эксплуатации может усугубляться значительными температурными градиентами. Такого рода комбинированная нагрузка предъявляет повышенные требования к эксплуатационным свойствам изделий. В качестве одного из возможных решений, позволяющего достичь продления жизненного цикла изделия, является использование функционально-градиентных (ФГ) материалов. Эти композиты представляют собой смесь двух или более компонентов, как правило, керамики и

металла, и обеспечивают непрерывное и гладкое изменение механических и физических свойств по толщине конструкции. Они позволяют объединить преимущества керамических материалов, с их повышенной сопротивляемостью к коррозии и температурным нагрузкам, и металлов, с их высокой прочностью на разрыв. Улучшенные эксплуатационные характеристики изделий, выполненных из ФГ материалов, привлекли внимание инженеров из многих отраслей техники, что способствовало появлению обширного ряда исследований [1]. В этих работах при анализе как ненагруженных, так и подвергающихся дополнительному температурному или

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Пермского края (грант № 13-01-96049).

механическому воздействию конструкций, внимание исследователей было в основном сконцентрировано на изучении собственных колебаний, устойчивости или динамического отклика. В меньшей степени представлены исследования тонкостенных оболочек, как обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, так и содержащих неподвижную или текущую жидкость. Обобщение результатов таких исследований, выполненных авторами в рамках проекта РФФИ № 13-01-96049 р_урал_a [2–5], является целью данной работы.

Рассматривается упругая цилиндрическая оболочка в общем случае с некруговым поперечным сечением, выполненная из ФГ материала (рисунок). Внутри оболочки течет идеальная сжимаемая жидкость, а снаружи она может обтекаться сверхзвуковым потоком газа. В качестве дополнительной статической нагрузки, действующей на конструкцию, принимаются равномерное давление и температурный нагрев. Целью работы является исследование влияния свойств ФГ материала на границы аэроупругой или гидроупругой устойчивости при различных вариантах граничных условий и условиях нагружения.

Эффективные физико-механические характеристики оболочки, выполненной из ФГ материала, под которыми понима-

ются модуль упругости, удельная плотность, коэффициенты Пуассона, теплопроводности и температурного расширения материала, определяются свойствами составляющих материалов и их объемными долями. Последние являются функциями радиальной координаты и изменяются согласно степенному закону, где показатель объемной доли определяет размер фракции каждого из составляющих материалов. Зависимость свойств от температуры принимается в виде полинома, а распределение температуры по толщине оболочки определяется из численного решения уравнения установившейся теплопроводности с соответствующими граничными условиями на ее внутренней и наружной поверхностях.

Сжимаемая жидкость в рамках потенциальной теории описывается волновым уравнением, которое совместно с условием непроницаемости и соответствующими граничными условиями преобразуются с помощью метода Бубнова–Галёркина. Для математической постановки задачи динамики оболочки, рассматриваемой в рамках гипотез Кирхгофа–Лява, применяется вариационный принцип возможных перемещений. В него включается работа аэро- или гидродинамического давления, а также дополнительное слагаемое, учитывающее предварительное статическое нагружение. Аэро- и гидродина-

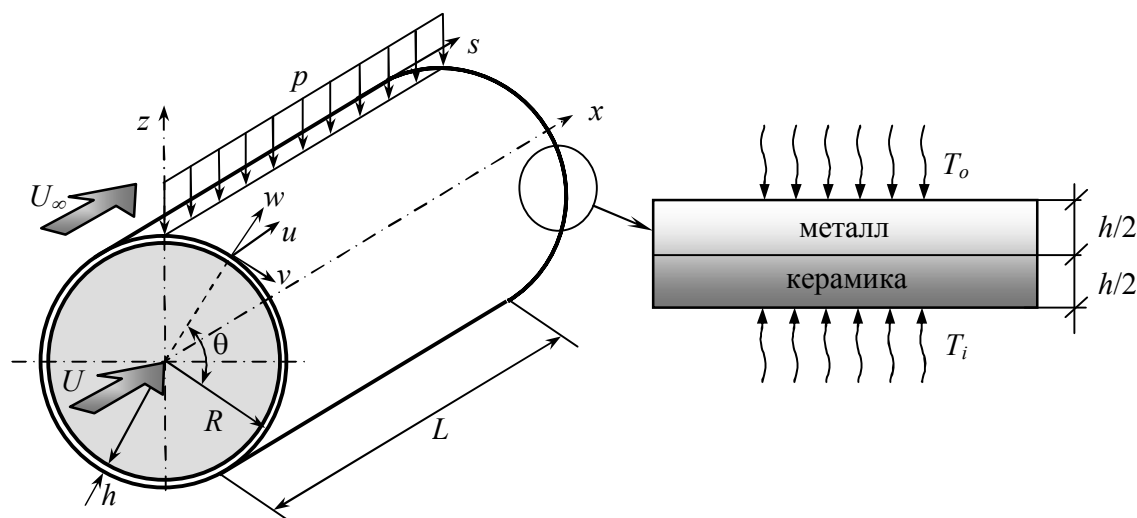


Рис. Цилиндрическая ФГ оболочка под действием аэродинамических, гидродинамических, механических и тепловых нагрузок

мическое давления, действующие со стороны потока газа/жидкости на упругую поверхность, вычисляются согласно квазистатической аэродинамической теории и формуле Бернулли. Стандартные процедуры метода конечных элементов позволяют получить связанную систему уравнений, которая в матричном виде записывается следующим образом:

$$\left(\mathbf{K} - \lambda^2 \mathbf{M} + i^* \lambda \mathbf{C} + \mathbf{A} \right) \{ \mathbf{d} \}^T = 0. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{K} – матрица жесткости, \mathbf{M} – матрица масс, \mathbf{C} – матрица демпфирования, \mathbf{A} – матрица аэро- и гидродинамической жесткости, \mathbf{d} – вектор узловых неизвестных, λ – характеристический показатель. Структура перечисленных матриц зависит как от рассматриваемого объекта (осесимметричные или пространственные оболочки), так и вида нагружения (аэродинамическая или гидродинамическая нагрузка). В результате решение задачи сводится к определению и анализу комплексных собственных значений λ системы (1), метод вычисления которых также зависит от конкретной конфигурации.

В численных примерах были рассмотрены тонкостенные конструкции, внутренняя или наружная поверхности которых выполнены из таких материалов, как алюминий, оксид алюминия, сталь, никель, оксид циркония, сплав титана [6].

Из результатов анализа упругой устойчивости пустых оболочек следует, что критическое значение равномерного давления и форма потери устойчивости не зависят от консистенции ФГ материала и определяются только их геометрическими характеристиками и заданными граничными условиями. Для любой комбинации граничных условий наивысшее значение критического давления соответствует толстостенным и коротким оболочкам, тогда как номер критической гармоники уменьшается с возрастанием толщины и длины оболочки, что качественно соответствует поведению изотропных оболочек.

При решении задач аэроупругой устойчивости выявлено, что форма потери

устойчивости определяется жесткостью материала оболочки и для ФГ материала она может отличаться от форм потери устойчивости чистых составляющих материалов. В случае механической нагрузки такая зависимость имеет место для критических значений осевого усилия, тогда как критические значения внешнего или гидростатического давлений не зависят от консистенции ФГ материала и определяются только геометрическими размерами оболочки.

Исследование аэроупругой устойчивости нагруженных оболочек показало, что для некоторых граничных условий с возрастанием величины внутреннего давления форма неустойчивости для разных консистенций ФГ материала остаётся неизменной. Однако в случае свободно опертых оболочек, как нагруженных, так и ненагруженных, она определяется заданной консистенцией ФГ материала.

При анализе ФГ оболочек, заполненных неподвижной жидкостью, был проверен ранее обнаруженный в случае пустых оболочек эффект, заключающийся в наличии такого отношения толщины оболочки к ее радиусу, при котором минимальная собственная частота достигает максимального значения. Проведенные вычисления показали, что данное явление справедливо только для пустых оболочек. В случае оболочек, заполненных жидкостью, увеличение относительной толщины оболочки всегда приводит к возрастанию минимальной частоты колебаний.

Установлено, что собственные колебания горизонтальных эллиптических цилиндрических ФГ оболочек, содержащих неподвижную жидкость, полученные для разных значений параметра эллиптичности, носят немонотонный характер. Особенность такого рода обусловлена сменой формы колебаний.

При изучении гидроупругой устойчивости были проанализированы другие известные результаты. В литературе продемонстрировано, что собственные частоты колебаний оболочки с текущей жидкостью очень быстро изменяются при не-

значительном повышении объемной доли и после некоторой ее величины принимают значение близкое к частотам, соответствующие другому составляющему материалу. Проведенными расчетами установлено, что, действительно, наиболее сильное падение частоты осуществляется при малых значениях показателя объемной доли. Однако асимптотического приближения к частотам, которые соответствуют другому составляющему материалу, не наблюдается. Аналогичные результаты имеют место и для критических скоростей течения жидкости.

В ходе исследования собственных колебаний нагретых оболочек выявлено, что последовательное повышение температуры приводит к постепенному снижению собственной частоты до тех пор, пока для определенных гармоник заданная температура не вызывает резкое снижение частоты. Такая зависимость в целом определяет характер изменения собственных частот колебаний от температуры для оболочек с некоторыми комбинациями граничных условий.

В случае исследования упругой устойчивости нагретых ФГ оболочек показано, что для рассмотренных комбинаций граничных условий учет внешнего давления приводит к смене формы, по которой происходит потеря устойчивости (с возрастанием давления изменяется критический номер гармоники). Кроме этого, снижение частоты колебаний при повышении внутреннего давления приводит к тому, что при его значительной величине резкое падение частоты изменяется на монотонное снижение.

При изучении колебаний нагретой оболочки, внутри которой находится жидкость, выявлено, что для некоторых конфигураций имеется определенный диапазон показателя объемной доли, на котором критические значения температур превышают значения для чистого ма-

териала с наибольшей жесткостью (т.е. керамики). Было установлено, что такое нехарактерное поведение проявляется в том случае, когда материалы имеют существенно различные по величине коэффициенты температурного расширения. В случае материалов с близкими значениями такая зависимость отсутствует для любой из рассмотренных конфигураций.

Гидроупругая устойчивость нагретых ФГ оболочек с жидкостью характеризуется тем, что повышение температуры приводит к уменьшению критических скоростей потери устойчивости, как и в случае композитных или изотропных оболочек. В случае жестко закрепленных оболочек снижение скорости происходит монотонно, однако для консольных оболочек после достижения определенного температурного порога приобретает скачкообразный характер. Природа такого поведения обусловлена или изменением меридиональной моды, по которой происходит потеря устойчивости, или сменой вида потери устойчивости.

При рассмотрении противоположной задачи, т.е. анализе термоупругой устойчивости ФГ оболочек, взаимодействующих с текущей жидкостью, установлено, что зависимость критической температуры от скорости течения жидкости в случае консольной оболочки носит пилообразный характер и не позволяет сформировать границу потери устойчивости. При этом выявлено, что определенные скорости течения жидкости приводят к повышению порога термоупругой устойчивости.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод о том, что применение в тонкостенных конструкциях функционально-градиентных материалов позволяет обеспечить эксплуатационные преимущества изготовленных из них изделий, в том числе работающих в особых условиях.

Библиографический список

1. *Dai H.-L., Rao Y.-N., Dai T.* A review of recent researches on FGM cylindrical structures under coupled physical interactions, 2000–2015 // *Composite Structures*. – 2016. – Vol. 152. – P. 199–225.
2. *Бочкарёв С.А., Лекомцев С.В.* Исследование панельного флаттера круговых цилиндрических оболочек, выполненных из функционально-градиентного материала // *Вестник ПНИПУ. Механика*. – 2014. – № 1. – С. 57–75.
3. *Бочкарёв С.А., Лекомцев С.В.* Собственные колебания нагретых функционально-градиентных цилиндрических оболочек, содержащих жидкость // *Вестник ПНИПУ. Механика*. – 2015. – № 4. – С. 19–35.
4. *Бочкарёв С.А., Лекомцев С.В., Матвеев В.П.* Собственные колебания и устойчивость функционально-градиентных оболочек вращения под действием механических и температурных нагрузок // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2015. – Т. 21, № 2. – С. 206–220.
5. *Bochkarev S.A., Lekomtsev S.V., Matveenko V.P.* Natural vibrations of prestressed noncircular cylindrical shells, containing quiescent fluid // *Thin-Walled Structures*. – 2015. – Vol. 90. – P. 12–22.
6. *Reddy J.N., Chin C.D.* Thermomechanical analysis of functionally graded cylinders and plates // *J. Therm. Stresses*. – 1998. – Vol. 21, № 6. – P. 593–626.

**NUMERICAL ANALYSIS OF AERO- AND HYDROELASTIC STABILITY
OF SHELLS OF REVOLUTION MADE OF FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS**

S.A. Bochkarev, S.V. Lekomtsev, A.Yu. Fedorov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS

The results of research on the dynamic behavior of cylindrical shells made of functionally graded materials, having a circular or non-circular cross-section, have been presented. The solution of the problem, which is implemented with the use of the finite element method, is reduced to the evaluation of complex eigenvalues of the coupled system of equations. The results of numerical simulation demonstrate the influence of different factors (boundary conditions, consistencies of the examined FG-materials, fluid level, mechanical or thermal loads) on the natural frequencies and boundaries of aero- and hydroelastic stability.

Keywords: functionally graded material, cylindrical shells, potential fluid, external supersonic gas flow, the finite element method, stability, flutter.

Сведения об авторах

Бочкарёв Сергей Аркадьевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1; e-mail: bochkarev@icmm.ru

Лекомцев Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: lekomtsev@icmm.ru

Фёдоров Андрей Юрьевич, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: fedorov@icmm.ru

Материал поступил в редакцию 21.10.2016 г.