УДК 539.3

# АНАЛИЗ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ В СОВРЕМЕННЫХ КОМПОЗИТАХ СО СЛУЧАЙНОЙ СТРУКТУРОЙ НА ОСНОВЕ МНОГОТОЧЕЧНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ РЕШЕНИЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ*

Н.В. Михайлова, *Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

М.А. Ташкинов, *Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

В.Э. Вильдеман, *Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

Проект направлен на применение новых многоточечных приближений решений краевых задач механики композитов со случайной структурой для анализа стохастических процессов структурного деформирования и разрушения композитов.

Получены аналитические выражения для многоточечных моментных функций первого и второго порядка полей напряжений и деформаций в компонентах композита и для всего материала в целом. Разработана методика восстановления законов распределения структурных напряжений и вычисления вероятностей разрушения на двух масштабных уровнях – структурном и макроскопическом, на основе микроструктурных моментных функций полей деформирования, с использованием реальной геометрии внутренней структуры материала. Установлены связи между вероятностями разрушения на микро- и макроуровне.

Построены трехмерные модели внутренней полидисперсной структуры текстурированных матричных композитов с эллипсоидальными включениями. Получены значения структурных моментных функций высших порядков для них. Рассчитаны коэффициенты аналитических аппроксимирующих выражений для структурных моментных функций.

Разработана и реализована методика вычисления значений моментных функций полей деформирования в упругом и упругопластическом случаях при различных условиях нагружения.

***Ключевые слова:*** *композиты, многоточечные приближения, моментные функции, стохастическая краевая задача, поля напряжений и деформаций, статистические характеристики, вероятности разрушения, случайная микроструктура, критерии разрушения, процессы деформирования.*

---

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Пермского края (грант № 14-01-96024 и 16-41-590259).

## Введение

В настоящее время в различных приложениях широко применяются композиты, которые представляют структурно-неоднородные материалы, состоящие из включений, случайным образом расположенных в матрице. Для их исследования используются статистические методы, основанные на теории случайных функций. Особенность этих методов в том, что они учитывают свойства и геометрию реальной структуры композитов. Такие параметры, как объемная доля компонент, ориентация, размеры, форма и пространственное распределение включений оказывают существенное влияние на распределение напряжений и деформаций в компонентах композитов. Задача описания композитов на микроструктурном уровне является важной при определении их механических и физических свойств [2, 4, 13].

Статистическую информацию о внутренней структуре представительного объема композита можно получить разными способами, используя образцы композита или можно создать модель случайной структуры. В данной работе рассмотрены трехмерные модели представительных объемов матричных полидисперсных композитов со сферическими и эллипсоидальными включениями. Для численного описания их микроструктуры используются многоточечные моментные функции (до пятого порядка). Например, двухточечная моментная функция описывает положение включений относительно друг друга, трехточечная – характеризует форму включений, четырехточечная – показывает, как включения сгруппированы. Другими словами, моментные функции позволяют определить влияние включений друг на друга в процессе деформирования.

Анализ вероятности разрушения основан на разработке многоуровневых математических моделей и численных алгоритмов для решения задачи микромеханического описания процессов нелинейной деформации. Параметры таких процессов зависят от конкретных характеристик полей структурных напряжений и деформаций, которые определяются из решения стохастических краевых задач, где уравнения и граничные условия содержат случайные величины.

Согласно вероятностным подходам, процессы разрушения неоднородных материалов происходят по пути наиболее вероятных актов микроразрушения. Наименее вероятные акты микроразрушения могут приводить к более значимым последствиям для макрочастицы либо, по крайней мере, существенно менять ее свойства. Поэтому необходимо учитывать все события, вероятность которых больше нуля или некоторого задаваемого порога. Планируется использовать подход, согласно которому считается, что деформируемый макрообъем содержит элементы структуры, разрушенные по всем вероятным механизмам, а их объемные доли могут быть рассчитаны на основании вероятностей микроразрушений по совокупности критериев [2]. Так, задача прогнозирования неупругого поведения композита с учетом структурного разрушения сводится в рамках предполагаемого подхода к задаче о деформировании материала с переменными объемными долями компонентов как с исходными механическими свойствами, так и с измененными в соответствии с рассматриваемыми механизмами потери несущей способности.

Согласно статистическому подходу, процессы деформирования описываются с помощью многоточечных статистических моментов стохастических полей напряжений и деформаций в микроструктурных компонентах композита. Для построения законов распределения вероятностей напряжений в компонентах композитов со случайной структурой, вычисления вероятностей разрушения композита, а также для установления связи между процессами разрушения на макроскопическом и структурном уровне впервые вместо одинарных моментов используются многоточечные моментные функции микроструктурных напряжений и деформаций различных порядков. Эти функции определяются аналитически с использованием многоточечных приближений решений статистически нелинейных краевых задач теории упругости и упругопластичности композитов с полидисперсной случайной структурой с учетом статистических свойств структуры и условий нагружения. Вычисление многомерных интегралов, входящих в аналитические выражения для моментных функций, проведено с использованием современных методов численного интегрирования [7, 8, 10].

## 1. Аналитические выражения для многоточечных моментных функций полей напряжений деформаций в компонентах композитов с использованием многоточечных приближений высших порядков стохастических краевых задач теории упругости и упругопластичности

В общем виде моментные функции $n$-го порядка полей напряжений могут быть получены из выражения:

$$M_{\sigma_C}^{(n)}\left(\left|\vec{r}-\vec{x}\right|\right)=\sum_{i=0}^{n}\frac{n!}{i!(n-i)!}\left\langle\sigma\right\rangle^{(n-i)}\left(\frac{1}{\left\langle\lambda_C\right\rangle}\left\langle\lambda_C\sigma^{(i)}\right\rangle+D_{(i)}^{(\sigma)}\right)-\sum_{i=0}^{n-1}\frac{n!}{i!(n-i)!}D_{(i)}^{(\sigma_C)}\left\langle\sigma\right\rangle_C^{(n-i)}, \quad (1)$$

в котором

$$\left\langle\sigma\right\rangle^{(n-i)}=\left\langle\sigma_{ij}\right\rangle\left\langle\sigma_{\alpha\beta}\right\rangle...\left\langle\sigma_{xy}\right\rangle,\ \left\langle\sigma\right\rangle_C^{(n-i)}=\left\langle\sigma_{ij}\right\rangle_C\left\langle\sigma_{\alpha\beta}\right\rangle_C...\left\langle\sigma_{xy}\right\rangle_C,$$

$$\left\langle\lambda\sigma^{(i)}\right\rangle=\left\langle\lambda'_C(\vec{r})\sigma'_{ij}(\vec{r})\sigma'_{\alpha\beta}(\vec{x})...\sigma'_{xy}(\vec{\tau})\right\rangle,\ D_{(i)}^{(\sigma)}=\left\langle\sigma'_{ij}(\vec{r})\sigma'_{\alpha\beta}(\vec{x})...\sigma'_{xy}(\vec{\tau})\right\rangle,$$

$$D_{(i)}^{(\sigma_C)}=\left\langle\sigma'_{ij}(\vec{r})\sigma'_{\alpha\beta}(\vec{x})...\sigma'_{xy}(\vec{\tau})\right\rangle_C.$$

В данных формулах случайные поля флуктуаций напряжений $\sigma'_{ij}(\vec{r})$ выражаются через поле структурных модулей упругости $C_{ijkl}\left(\vec{r}\right)=\left\langle C_{ijkl}\left(\vec{r}\right)\right\rangle+C'_{ijkl}\left(\vec{r}\right)$ и флуктуации полей деформаций $\varepsilon'_{ij}\left(\vec{r}\right)$ [2, 3, 12].

Соотношение для безусловной корреляционной функции полей напряжений имеет вид [6]:

$$\begin{aligned}
M_{\sigma_C}^{(2)}\left(\left|\vec{r}-\vec{x}\right|\right)&=\left\langle\sigma'_{ij}(\vec{r})\sigma'_{\alpha\beta}(\vec{x})\right\rangle=e_{kl}e_{\phi h}\bar{C}_{ijkl}\bar{C}_{\alpha\beta\phi h}D_2^{(\lambda)}+e_{kl}\bar{C}_{ijkl}\left\langle C_{\alpha\beta\phi h}\right\rangle\left\langle\lambda'(\vec{r})\varepsilon'_{\phi h}(\vec{x})\right\rangle+\\
&+e_{\phi h}\bar{C}_{\alpha\beta\phi h}\left\langle C_{ijkl}\right\rangle\left\langle\lambda'(\vec{r})\varepsilon'_{kl}(\vec{r})\right\rangle+\left\langle C_{ijkl}\right\rangle\left\langle C_{\alpha\beta\phi h}\right\rangle\left\langle\varepsilon'_{kl}(\vec{r})\varepsilon'_{\phi h}(\vec{x})\right\rangle-\\
&-e_{kl}\bar{C}_{ijkl}\bar{C}_{\alpha\beta\phi h}\left\langle\lambda'(\vec{r})\lambda'(\vec{x})\varepsilon'_{\phi h}(\vec{x})\right\rangle-e_{\phi h}\bar{C}_{ijkl}\bar{C}_{\alpha\beta\phi h}\left\langle\lambda'(\vec{r})\lambda'(\vec{x})\varepsilon'_{kl}(\vec{r})\right\rangle-\\
&-\bar{C}_{\alpha\beta\phi h}\left\langle C_{ijkl}\right\rangle\left\langle\lambda'(\vec{x})\varepsilon'_{\phi h}(\vec{x})\varepsilon'_{kl}(\vec{r})\right\rangle-\bar{C}_{ijkl}\left\langle C_{\alpha\beta\phi h}\right\rangle\left\langle\lambda'(\vec{r})\varepsilon'_{\phi h}(\vec{r})\varepsilon'_{kl}(\vec{x})\right\rangle+\\
&+\bar{C}_{ijkl}\bar{C}_{\alpha\beta\phi h}\left\langle\lambda'(\vec{r})\lambda'(\vec{x})\varepsilon'_{kl}(\vec{r})\varepsilon'_{\phi h}(\vec{x})\right\rangle.
\end{aligned} \quad (2)$$

Искомые моментные функции полей напряжений зависят от ряда безусловных и смешанных функций различных порядков, в которые входят поля $\varepsilon'_{ij}\left(\vec{r}\right)$.

## 2. Методики восстановления законов распределения полей напряжений и деформаций в компонентах

На основе моментных функций и моментов разработана методика восстановления законов распределения полей напряжений и деформаций в компонентах. Она основана на обратном преобразовании Фурье характеристической функции случайной величины и разложения в ряд Маклорена производящей функции моментов и заключается в восстановлении плотности распределения по полученным значениям моментных функций случайных полей. Так, выражение для функции плотности распределения случайной величины тензора напряжений $\boldsymbol{\sigma}=\sigma_{ij}\left(\vec{r}\right)$ через семиинварианты $k_n$ имеет следующий вид:

$$f\left(\boldsymbol{\sigma}\right)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\exp\left(-\kappa_2\frac{t^2}{2!}+\kappa_4\frac{t^4}{4!}-...\right)\times\cos\left(\boldsymbol{\sigma}t-\kappa_1 t+\kappa_3\frac{t^3}{3!}+...\right)dt. \quad (3)$$

При этом $n$-й семиинвариант определяется через моменты по известной формуле

$$\kappa_{n+1}=D_{n+1}^{(\sigma)}-\sum_{k=0}^{n-1}\frac{n!}{k!(n-k)!}D_{n-k}^{(\sigma)}\kappa_{k+1}, \quad (4)$$

где $D_{n-k}^{(\sigma)}$ – центральный момент $n$-го порядка. Первые три семиинварианта имеют вид

$$\kappa_1 = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle, \quad \kappa_2 = D_2^{(\sigma)} - \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^2, \quad \kappa_3 = 2\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^3 - 3\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle D_2^{(\sigma)} + D_3^{(\sigma)}. \tag{5}$$

Таким образом, плотность распределения случайных напряжений может быть восстановлена по набору моментов или моментных функций высокого порядка, если ряд

$$\sum_{t=0}^{\infty} \exp\left(-\kappa_2 \frac{t^2}{2!} + \kappa_4 \frac{t^4}{4!} - ...\right) \times \cos\left(\boldsymbol{\sigma} t - \kappa_1 t + \kappa_3 \frac{t^3}{3!} + ...\right)$$

сходится к некоторой функции плотности распределения и это распределение однозначно определяется своими моментами. Выражение для случайных деформаций в представительном объеме может быть получено аналогичным образом.

С использования рядов Грама–Шарлье была разработана модификация методики для случаев, когда искомое распределение близко к нормальному. В таком случае функция плотности распределения принимает вид

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \varphi(\boldsymbol{\sigma}) - \frac{\kappa_3}{3!}\varphi^{(3)}(\boldsymbol{\sigma}) + \frac{\kappa_4}{4!}\varphi^{(4)}(\boldsymbol{\sigma}) - \frac{\kappa_5}{5!}\varphi^{(5)}(\boldsymbol{\sigma}) + \frac{\left(10\kappa_3^2 + \kappa_6\right)}{6!}\varphi^{(6)}(\boldsymbol{\sigma}) + ..., \tag{6}$$

где

$$\varphi^{(n)}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} t^n \exp\left[-\frac{1}{2}\left(D_2^{(\sigma)} t\right)^2\right] \times \cos\left[\left(\boldsymbol{\sigma} - \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle\right) + \frac{n\pi}{2}\right] dt.$$

Таким образом, с использованием (3) и (4) может быть реализована процедура восстановления плотности распределения случайных полей напряжений и деформаций в представительном объеме материала и отдельно в его компонентах, при этом семиинварианты распределения случайных напряжений в компоненте выражаются через моменты соответствующей величины (например, через моменты, если речь идет о напряжениях в компонентах). Сюда входят величины средних напряжений в матрице $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ и дисперсии напряжений $D_{\sigma_C}^{(2)}$, значения которой находятся из соответствующей корреляционной функции.

Плотность распределения напряжений используется, в том числе, для определения вероятности разрушения компонент по тому или иному критерию.

### *3. Математическая модель процесса разрушения композитов по совокупности критериев*

Для моделирования разрушения многокомпонентных композитов используется модель по совокупности критериев, согласно которой разрушение по одному из критериев приводит к потере способности материала к сопротивлению воздействию лишь вполне конкретного вида, а условием полной потери несущей способности считается удовлетворение всей совокупности критериев разрушения.

Для расчета объемных долей разрушенных элементов структуры используются величины вероятностей микроразрушения. В разработанной математической модели для вычисления таких вероятностей используются функции распределения случайных напряжений в компонентах, полученные с использованием соотношений (3), (6) на основе моментов и моментных функций высоких порядков полей напряжений и деформаций, а также приближенных решений стохастических краевых задач.

Функция $\Omega(\vec{r})$, определяющая критерий прочности $\Omega(\vec{r}) = 0$, является случайной и зависит в каждой точке от структурных напряжений и прочностных свойств среды. Алгоритм расчета вероятностей микроразрушения основан на восстановлении функции плотности распределения $f(\Omega)$, зависящей от статистических характеристик случайной величины $\Omega(\vec{r})$, и, в свою очередь, явным образом выраженных через соответствующие компоненты моментов и моментных функций полей микроструктурных напряжений. Значение вероятности $p$ совместного разрушения в точках $\vec{r}, \vec{r}_1, ..., \vec{r}_n$ тогда определяется в следующем виде:

$$p(\vec{r},\vec{r}_1,...,\vec{r}_n)=P\left[\Omega(\vec{r})>0,\Omega(\vec{r}_1)>0,...,\Omega(\vec{r}_n)>0\right], \qquad (7)$$

где $P[a>b]$ – вероятность того, что $a>b$.

В частном случае, когда необходимо вычислить вероятность разрушения в конкретной точке, достаточно вычислить значения моментных функций в этой точке. Тогда геометрический смысл вероятности – площадь под кривой $f(\Omega)$ при $\Omega(\vec{r})\geq 0$.

## *4. Аналитические зависимости между вероятностями разрушения композитов на микро- и макроуровне*

Получен алгоритм вычисления вероятностей разрушения представительного объема материала на основе моментных функций полей напряжений и деформаций в компонентах, а также вероятностей микроразрушения компонент.

Состояние представительного объема композита характеризует случайная функция макроповреждаемости $w^*(t)$. По аналогии с (3) и (6) ее плотность можно восстановить с помощью бесконечного ряда центральных моментов, в выражения для которых входят вероятности микроразрушения (7), тем самым устанавливая взаимосвязь между вероятностями разрушения композитов на микро- и макроуровне. Среднее значение разрушенных микрообъемов в исследуемом представительном объеме вычисляется согласно [5] как

$$\langle w^*(t)\rangle=\frac{1}{V}\int_V p(\vec{r},t)d\vec{r}\ , \qquad (8)$$

Момент $n$-го порядка вычисляется по формуле

$$D_k^{(w^*)}=\sum_{n=2}^{k}(-1)^{k-n}\frac{n!}{k!(n-k)!}\left[\frac{1}{V^K}\int_V\int_V...\int_V p_n(\vec{r},\vec{r}_1,...,\vec{r}_s,t)\,p_1^{k-n}(\vec{r}_{n+1},t)d\vec{r}d\vec{r}_1...d\vec{r}_n+\right.$$

$$+\left(\frac{1}{V}\int_V p_1(\vec{r},t)d\vec{r}\right)^{k-n+1}+$$

$$\left.+\sum_{m=2}^{n-1}\frac{m!}{n!(m-n)!}\frac{1}{V^{k-n+m+1}}\int_V\int_V...\int_V p_m(\vec{r},\vec{r}_1,...,\vec{r}_m,t)p_1^{k-n+1}(\vec{r}_{n+1},t)d\vec{r}d\vec{r}_1...d\vec{r}_{k-n+m+1}\right].$$

Тогда вероятность разрушения всего объема $V$ определяется как

$$p^*=\int^{w^*_{cr}} f(w^*,t)dw^*.$$

Разрушение объема $V$ произойдет, когда будет достигнуто критическое значение $w^*_{cr}$, являющееся прочностной константой материалов, определяемое экспериментально.

## *5. Моментные функции полей деформирования при различных условиях нагружения и физико-механических характеристиках компонент композитов*

Были рассмотрены частные случаи представительных объемов многокомпонентных композитов со случайным расположением сферических и эллипсоидальных включений. Разработана и реализована методика вычисления значений моментных функций полей деформирования в упругом и упругопластическом случаях при различных условиях нагружения и физико-механических характеристиках компонент композитов. Для получения значений условных (в компонентах) и безусловных (для представительного объема как целого) моментных функций полей напряжений и деформаций в представительных объемах и их компонентах использовано решение стохастической упругопластической краевой задачи в первом и втором приближении.

В качестве примера на рис., *а* представлены корреляционная функция деформаций в разных точках деформирования. Поскольку вид полученных моментных функций полей в целом схож с видом структурных моментных функций, для аппроксимации были возможны те же исходные выражения, что были использованы для аппроксимации структурных функций.

Проведено исследование моментных функций деформаций и напряжений в зависимости от объемной доли (рис., *б*). Видно, что с увеличением объемной доли значения корреляционной функции деформации увеличиваются.

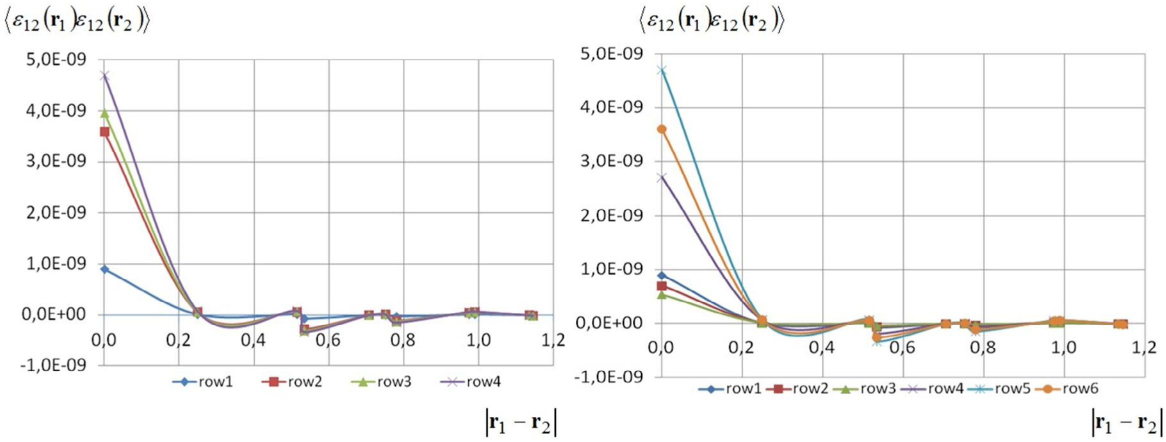


*Рис. Моментные функции деформаций в упругопластической задаче для структур со сферическими включениями:*
*а – в разных точках деформирования для структуры с* $p = 0{,}28$ *: row1 –* $\langle \varepsilon_{12} \rangle = 2{,}25\mathrm{E}-04$ *;*
*row2 –* $\langle \varepsilon_{12} \rangle = 4{,}50\mathrm{E}-04$ *; row3 –* $\langle \varepsilon_{12} \rangle = 4{,}73\mathrm{E}-04$ *; row4 –* $\langle \varepsilon_{12} \rangle = 7{,}32\mathrm{E}-04$ *;*
*б – с разным объемным содержанием: row1 –* $p = 0{,}28$ *; row2 –* $p = 0{,}24$ *;*
*row3 –* $p = 0{,}20$ *(*$\langle \varepsilon_{12} \rangle = 2{,}25\mathrm{E}-04$*); row4 –* $p = 0{,}20$ *(*$\langle \varepsilon_{12} \rangle = 7{,}9\mathrm{E}-04$*);*
*row5 –* $p = 0{,}28$ *(*$\langle \varepsilon_{12} \rangle = 7{,}32\mathrm{E}-04$*); row6 –* $p = 0{,}24$ *(*$\langle \varepsilon_{12} \rangle = 7{,}21\mathrm{E}-04$*)*

**Библиографический список**


1. *Ванин Г.А.* Микромеханика композиционных материалов. – Киев: Наукова думка, 1985. – 302 с.
2. *Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А.* Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов / под ред. *Ю.В. Соколкина*. – М.: Наука. Физматлит, 1997. – 288 с.
3. *Волков С.Д., Ставров В.П.* Статистическая механика композитных материалов. – Минск: Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1978. – 208 с.
4. *Паньков А.А.* Статистическая механика пьезокомпозитов. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – 480 с.
5. *Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А.* Механика деформирования и разрушения структурно неоднородных тел. – М.: Наука, 1984. – 116 с.
6. *Ташкинов М.А., Вильдеман В.Э., Михайлова Н.В.* Метод последовательных приближений в стохастической краевой задаче теории упругости структурно-неоднородных сред // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т. 16. – № 3. – С. 369–384.
7. *Ташкинов М.А., Михайлова Н.В.* Многоточечные приближения высших порядков в краевой задаче упругости полидисперсных композитов со случайной структурой // Вест. Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4(4). – С. 1799–1800.
8. *Ташкинов М.А.* Стохастическое моделирование процессов деформирования упругопластических композитов со случайным расположением включений с использованием моментных функций высоких порядков // Вест. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. – 2014. – № 3. – С. 163–185. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.09.
9. *Tashkinov M.A.* Methods of Stochastic Mechanics for Characterization of Deformation in Randomly Reinforced Composite Materials // Mechanics of Advanced Materials / Eds. *V.V. Silberschmidt, V.P. Matveenko*. – Springer, 2015. – P. 43–78. DOI: 10.1007/978-3-319-17118-0_3.
10. *Ташкинов М.* Статистические характеристики полей напряжений и деформаций в компонентах композитов со сферическими включениями при различных видах макрооднородного напряженно-

деформированного состояния // Решение инженерных задач на высокопроизводительном вычислительном комплексе Пермского национального исследовательского политехнического университета: моногр. / под ред. *В.Я. Модорского*. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – С. 172–192.

11. *Ташкинов М.А.* Применение системы WOLFRAM MATHEMATICA для вычисления многомерных интегралов в задачах стохастической механики // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах (HPC 2014): материалы XIV Междунар. конф. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – С. 432–439.
12. *Шермергор Т.Д.* Теория упругости микронеоднородных сред. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
13. *Хорошун Л.П.* Методы случайных функций в задачах о макроскопических свойствах микронеоднородных сред // Прикл. механика. –1978. – Т. 14. – Вып. 2. – С. 3–17.

## ANALYSIS OF STOCHASTIC PROCESSES OF DEFORMATION AND DESTRUCTION IN MODERN COMPOSITES WITH RANDOM STRUCTURES BASED ON MULTIPOINT APPROXIMATIONS OF THE SOLUTION TO ELASTIC BOUNDARY-VALUE PROBLEMS

N.V. Mikhailova, M.A. Tashkinov, V.E. Wildemann

*Perm National Research Polytechnic University*

The project aim is to use new multi-point approximations of solutions of boundary value problems of the mechanics of composites with a random structure for the analysis of stochastic processes of structural deformation and fracture of composites, modeling of micro- and macroscale failures.

The analytical expressions for multi-point correlation functions of the first and second order stress and strain fields were derived in the components of the composite represented as homogeneous media. The restoration method of the distribution laws of structural stresses was developed to allow calculating the probability of a failure on two scale levels - structural and macroscopic, based on microstructural correlation functions of deformation fields, using actual geometry of the internal structure of the material. The relation between the probability of a failure at the micro and macro levels was established.

Three-dimensional models of the internal structure of polydisperse textured matrix composites with elliptic inclusions were developed. The values of the structural correlation functions of higher orders were obtained for them. Approximating analytical expressions for structural correlation functions were calculated.

The developed method is used for numerical calculation of the correlation functions of the fields in the elastic and elastic-plastic cases under various loading conditions.

*Keywords:* composites, multi-point approach, moment functions, stochastic boundary value problem, stress and strain fields, statistical characteristics, fracture probability, random microstructure, fracture criteria, deformation processes.

**Сведения об авторах**

*Михайлова Наталья Викторовна*, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики композиционных материалов и конструкций, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29; e-mail: evlnat@mail.ru

*Ташкинов Михаил Анатольевич*, кандидат физико-математических наук, заведующий научно-исследовательской лабораторией интеллектуальных материалов и конструкций, ПНИПУ; e-mail: m.tashkinov@pstu.ru

*Вильдеман Валерий Эрвинович*, доктор физико-математических наук, директор Центра экспериментальной механики, ПНИПУ; e-mail: wildemann@pstu.ru

*Материал поступил в редакцию 21.10.2016 г.*