

## ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ С ЭЛЕМЕНТАМИ ИЗ ПЬЕЗОМАТЕРИАЛОВ И С ВНЕШНИМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ\*

Н.А. Юрлова, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

Н.В. Севодина, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

Д.А. Ошмарин, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

М.А. Юрлов, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

Представлен пассивный способ демпфирования колебаний. Оптимизация диссипативных свойств электромеханических систем с внешними электрическими цепями производится за счет подбора параметров этих цепей, обеспечивающих наилучшее демпфирование колебаний конструкции на заданной частоте.

Решается связанная задача электровязкоупругости. Математическая модель электровязкоупругого тела с внешними электрическими цепями строится на базе уравнений электродинамики деформируемых пьезоэлектрических сред в квазистатическом приближении. Вязкоупругие свойства материалов при квазигармонических процессах учитываются посредством комплексных динамических модулей.

Для выбора эффективных схем решения поставленной проблемы предлагается использование задач о собственных колебаниях вязкоупругих тел с элементами, обладающими пьезоэффектом, и внешними электрическими цепями. Решение задачи о собственных колебаниях электровязкоупругих систем осуществляется с помощью разработанного авторами проекта специального алгоритма, основанного на использовании стандартных процедур метода конечных элементов и собственных подпрограмм, реализующих авторские алгоритмы, например, алгоритм решения на языке FORTRAN алгебраической задачи комплексных собственных значений на основе метода Мюллера с различными сценариями выбора начальных приближений.

**Ключевые слова:** *электроупругость, собственные колебания, демпфирование, пьезоэлементы, внешние электрические цепи.*

Развитие современных технологий в различных отраслях техники часто требует проектирования и создания адаптивных систем. Это, например, космические антен-

ны, радиотелескопы, космические станции, имеющие высокоточное оптическое и навигационное оборудование, несущие плоскости и лопасти винтов летательных аппа-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Пермского края (проект № 14-01-96003).

ратов и многое другое. К таким конструкциям предъявляются требования сохранения с высокой точностью заданной формы и отсутствия колебаний в определенных частях, например, в местах расположения оптических приборов, при любых статических и динамических возмущениях. Использование smart-систем позволяет обеспечить заданную форму упругих конструкций, гашение их нестационарных колебаний и расширить область динамической устойчивости.

Основной особенностью smart-материалов и smart-конструкций является их способность целенаправленно изменять свои свойства в зависимости от внешних условий. Как правило, в состав таких объектов входят датчики, фиксирующие изменение параметров окружающей среды или термомеханическое состояние конструкции (сенсоры), и активные элементы (актуаторы), которые в нужном направлении изменяют механические свойства конструкции.

Целью настоящей работы является исследование наиболее распространенной функции smart-конструкций с пьезоэлементами и внешними электрическими цепями, связанной с управлением их динамическим поведением.

Наибольшее распространение при изготовлении smart-конструкций получили пьезоэлектрические материалы. В частности, это объясняется наличием у них прямого и обратного пьезоэффекта. Это позволяет использовать пьезоэлементы как в качестве сенсоров, так и в качестве актуаторов. В настоящее время производится широкий спектр пьезоматериалов для различных технических целей. Это пьезо-керамика, пьезополимеры, композиты с использованием пьезоволокон и пьезопленки. Наиболее известными классами пьезоэлектрических материалов являются пьезокерамические и полимерные пьезоматериалы.

Примерами практических приложений smart-конструкций могут служить работы по их использованию в авиации для противодействия аэроупругим и вибрацион-

ным эффектам [1–9], в космической технике для управления динамическим поведением спутниковых конструкций [10–11], на железнодорожном транспорте для обнаружения износа вагонных колес [12–13] и подавления вибраций корпуса вагона [14], в автомобильной промышленности [12], в тонкой оптике [15], в высокоточных приборах [16–17], в новых поколениях спортивного инвентаря: горных лыж, ракеток для тенниса и гольфа, бейсбольных бит [3, 7, 18].

Пьезоэлектрические элементы, соединенные шунтирующей цепью и присоединенные к механической конструкции, являются устройствами, на которых происходит диссипация энергии, и тем самым осуществляется дополнительное демпфирование колебаний. Из-за пьезоэлектрического эффекта часть механической энергии, связанной с колебаниями, может быть преобразована в электроэнергию и просто рассеяна через шунтирующую цепь, которая и представляет собой механизм пассивного демпфирования [3].

Шунтирование пьезоэлементов конструкций внешними электрическими цепями для демпфирования колебаний – очень популярная методика в тех технических приложениях, где требования к малым размерам и весу играют решающую роль и где практически нет доступа к источнику электроэнергии. Шунтирование позволяет достаточно просто и дешево управлять колебаниями конструкций, эффективно подавляя нежелательные колебания без использования дополнительных сенсоров или актуаторов.

Авторство концепции демпфирования колебаний с помощью шунтирования внешними электрическими цепями пьезоэлектриков отдано Nagood и von Flotow [19], которые продемонстрировали, что обычная последовательная резонансная цепь, в состав которой входят сопротивление и катушка индуктивности, может существенно снизить колебания одной моды.

Данная идея привлекла широкое внимание исследователей, так как у такого

подхода есть ряд преимуществ по сравнению с традиционными механическими способами, особенно для тех технических приложений, где малые размеры и вес играют решающую роль и для тех, где практически нет доступа как к самой конструкции, так и к источникам электроэнергии.

Среди шунтирующих цепей заслуживают особого внимания резонансные цепи. Обычно в их состав входят катушка индуктивности и резистор. Эти цепи позволяют настраиваться на любую демпфируемую частоту [15–17]. Кроме того, усовершенствование топологии цепи делает возможным одновременное демпфирование нескольких мод колебаний [12]. С механической точки зрения пьезоэлемент и резонансная шунтирующая цепь подобны динамическому демпферу. Детальный обзор способов шунтирования пьезоэлектрических элементов электрическими цепями для подавления вибраций приведен в работах [7, 20–21].

Однако есть и существенное различие между классическим подходом к демпфированию колебаний и подходом с помощью пьезоэлектриков и внешних электрических цепей. Добавление пьезоэлементов к конструкции позволяет не только рассеивать энергию посредством резистивного разогрева (то есть генерированием электроэнергии), но и, что не менее важно, изменять основной резонанс конструкции посредством электромеханической связи [6].

Преимущество пьезоэлектрического пассивного демпфирования по сравнению с традиционным (то есть вязкоупругим) состоит в способности настройки демпфера в более широком диапазоне частот и улучшенной температурной стабильности.

Ключевой проблемой демпфирования колебаний с помощью шунтирующих внешних электрических цепей является нахождение самой простой шунтирующей цепи, с помощью которой наиболее эффективно осуществляется демпфирование колебаний конкретной конструкции.

Требования к дизайну шунтирующей цепи могут быть сведены к следующим:

– шунтирующая цепь должна демпфировать механические колебания максимально эффективно;

– эффективность демпфирования не должна зависеть от изменений параметров системы, и ее стабильность должна быть гарантирована;

– шунтирующая цепь не должна требовать для работы источник питания;

– так как цепь интегрируется в конструкцию, то ее размер должен быть настолько мал, насколько это возможно.

Однако такому способу демпфирования колебаний присущи и некоторые недостатки:

– для демпфирования определенной моды колебаний необходимо, чтобы пассивная внешняя электрическая цепь была настроена на соответствующую резонансную частоту; для одновременного демпфирования нескольких мод колебаний требуются сложные комбинированные цепи, что снижает их эффективность;

– для демпфирования низших, как правило, самых опасных, мод колебаний с частотами до 100 Гц оптимальная индуктивность цепей составляет десятки и сотни Гн, что требует применения катушек значительного веса и габаритов; применение же электронных устройств - генераторов (эмуляторов индуктивности), хотя и является альтернативой катушкам индуктивности, но имеет свои специфические недостатки;

– на низких частотах наличие токов утечки снижает эффективность преобразования в пьезоэлементах электрической энергии в механическую.

Несмотря на недостатки способа демпфирования колебаний с помощью пьезоэлементов и внешних электрических цепей, он широко используется и, благодаря развитию микроэлектронной схемотехники и новых методов математического анализа, постоянно совершенствуется.

При многообразии вариантов управления динамическими характеристиками электромеханических конструкций с пьезоэлементами поиск оптимальных вариантов практически невозможен без мате-

математического моделирования. Несмотря на всю привлекательность данного подхода, задача математического моделирования оказалась настолько сложной и многогранной, что в настоящее время число работ в данной области измеряется тысячами, но до сих пор остаются проблемы, требующие своего решения.

В подавляющем большинстве работ при моделировании динамического поведения электромеханических систем применяется метод конечных элементов. При этом либо разрабатываются новые типы конечных элементов, либо используются коммерческие пакеты программ (ANSYS, NASTRAN и т.д.).

На основе коммерческих пакетов программ или других известных алгоритмов демпфирующие свойства электромеханических систем оцениваются либо по величине амплитуды при резонансном режиме, либо по скорости переходных процессов. В первом случае решается задача о вынужденных установившихся колебаниях, во втором – динамическая задача с начальными условиями. Эти задачи малоэффективны при оптимизации динамических характеристик в силу следующих причин. Для получения амплитуд при резонансных режимах на основе решения задачи о вынужденных установившихся колебаниях требуется многократное решение задачи при различных частотах внешних воздействий. Кроме этого, найденные оптимальные решения связаны с моделируемым вариантом нагружения исследуемой системы.

В настоящей работе используется постановка задачи о собственных колебаниях [22], которая может быть основой для построения эффективных алгоритмов оптимизации динамических параметров электровязкоупругих систем с внешними электрическими цепями.

В случае собственных колебаний частоты и формы зависят не только от конструктивных и технологических особенностей рассматриваемых конструкций (геометрии рассматриваемого объекта, граничных условий, формы пьезоэлемента,

места его расположения, типа применяемого пьезоматериала), но и от типа и способа электрического соединения (RLC-параметры) пьезоэлементов конструкции.

Целенаправленное изменение этих параметров позволит оптимизировать динамические характеристики (резонансные частоты, формы собственных колебаний и показатели демпфирования) всей электромеханической системы, то есть приведет к созданию эффективных систем подавления опасных колебаний различной природы.

В предлагаемом авторами подходе математическая модель исследуемого объекта строится на базе уравнений электродинамики деформируемых пьезоэлектрических сред в квазистатическом приближении [20].

При определении демпфирующих свойств рассматриваемой системы на основе использования задачи о собственных колебаниях электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями вязкоупругие свойства материалов учитываются посредством комплексных динамических модулей, являющихся аналогами дифференциальных и интегральных операторов в физических соотношениях. Найденные комплексные собственные значения определяют частоты собственных колебаний и показатели демпфирования. Мерой демпфирования в задаче о собственных колебаниях является показатель экспоненты, характеризующий скорость затухания колебаний. Эта задача представляется более эффективной при расчете и оптимизации динамического поведения рассматриваемых систем. Эффективность приложения рассматриваемой задачи для оптимизации динамических характеристик определяется их независимостью от нагрузок.

Для решения поставленной задачи был разработан и протестирован алгоритм вычисления комплексных собственных частот колебаний электровязкоупругих конструкций с присоединенными к их поверхностям пьезоэлементами и внеш-

ними электрическими цепями. Для использования возможностей пакета прикладных программ ANSYS<sup>1</sup> написаны макросы на языке APDL, в частности, для записи матриц, формируемых при конечно-элементной дискретизации исследуемых объектов. Для окончательного решения поставленной задачи, которая сводится к алгебраической задаче комплексных собственных значений, использован метод Мюллера с различными сценариями выбора начальных приближений. Алгоритм поиска комплексных собственных значений разрешающих уравнений написан на языке FORTRAN. Разработанные в трехмерной постановке программы были отработаны на объектах простой геометрии. Полученные результаты решения задачи о собственных колебаниях проверялись на задаче о вынужденных установившихся колебаниях, которая решалась полностью в ANSYS.

Предлагаемый подход, разработанные алгоритмы и программы были проиллюстрированы на примере консольно-заземленной пластинки с присоединенным к ее поверхности пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепью, шунтирующей его электродированные поверхности (рис. 1, а), и тонкостенной оболочке в форме полуцилиндра (рис. 1, б). Оболочка жестко заземлена по торцам и сво-

бодно оперта по образующей.

Материал пластины – вязкоупругий, оболочки – упругий. Пьезоэлемент выполнен из пьезокерамики PZT-4, имеет идеальное скрепление с основной конструкцией. При рассмотрении пластины пьезоэлемент имеет форму прямоугольника, поляризованного по толщине. В случае оболочки пьезоэлемент имеет форму сегмента кольца с направлением поляризации, совпадающим по направлению с радиусом оболочки.

Пьезоэлемент, обладая емкостными свойствами, совместно с внешней электрической цепью образует электрический колебательный контур. Так как пьезоэлектрики являются обратимыми электромеханическими преобразователями, т.е. способны преобразовывать механическую энергию в электрическую и наоборот, то при совпадении частот колебаний конструкции и электрического колебательного контура переход механической энергии колебаний в электрическую и рассеяние ее во внешней электрической цепи максимальны. Следовательно, для демпфирования колебаний конструкции необходимо отыскать такие величины параметров внешней электрической  $RL$ -цепи, при которых происходит совпадение собственных частот колебаний конструкции и электрической цепи.

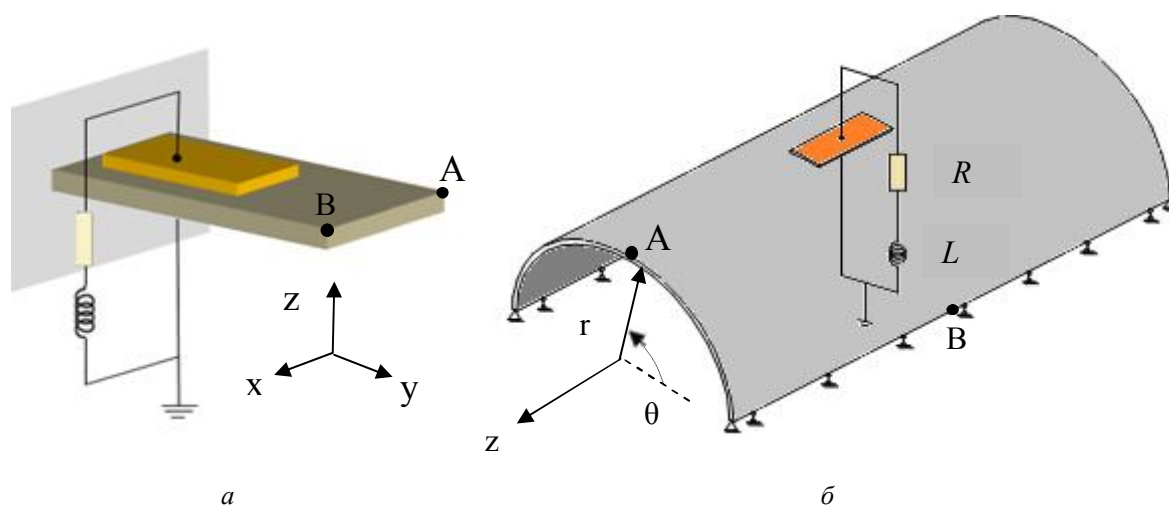


Рис. 1. Расчетные схемы: а – пластина с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепью; б – оболочка с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепью

<sup>1</sup> Лицензия ANSYS Academic Research Mechanical and CFD № 1064623.

Методом сканирования, то есть изменением искомым параметров оптимизации (значений индуктивности  $L$  и сопротивления  $R$ ), исследовано влияние на собственные частоты колебаний пластины сначала величины индуктивности внешней электрической цепи  $L$ , а затем – величины сопротивления внешней электрической цепи  $R$  при найденной оптимальной (с точки зрения близости частот собственных колебаний пластины с пьезоэлементом и электрического колебательного контура) величине индуктивности  $L$ .

На рис. 2 приведена зависимость влияния величины индуктивности  $L$  на первую собственную частоту колебаний системы, состоящей из пластины с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепи при малом постоянном значении сопротивления, например,  $R=10$  Ом. На рисунке приняты следующие обозначения:  $\omega_{R1}$ ,  $\omega_{Re}$  – частоты собственных колебаний пластины с пьезоэлементом и собственная частота электрического контура,  $\omega_{I1}$ ,  $\omega_{Ie}$  – соответствующие показатели демпфирования.

На рис. 2 наблюдается явно выраженный эффект сближения частот  $\omega_{R1}$ ,  $\omega_{Re}$  в диапазоне значений индуктивности  $L=10\ 000\div 20\ 000$  Гн. При некотором значении индуктивности  $L=L_r$  (в данном расчете  $L_r \sim 12\ 000$  Гн) происходит максимальное сближение частот и резкое изменение (по модулю) коэффициентов демпфирования: уменьшение  $\omega_{I1}$  и увеличение  $\omega_{Ie}$ . Для оболочки получены аналогичные результаты, приведенные на рис. 3.

Полученные результаты демонстрируют, что индуктивность  $L$  оказывает существенное влияние на величину собственной частоты колебаний электрического контура  $\omega_{Re}$  в спектре собственных частот колебаний системы, состоящей из пластины с пьезоэлементом и внешней электрической цепью, обеспечивая сдвиг и сближение собственных частот колебаний пластины с пьезоэлементом и электрического контура.

На рис. 4 приведено влияние сопротивления  $R$  на собственные частоты колебаний рассматриваемой системы, состоя-

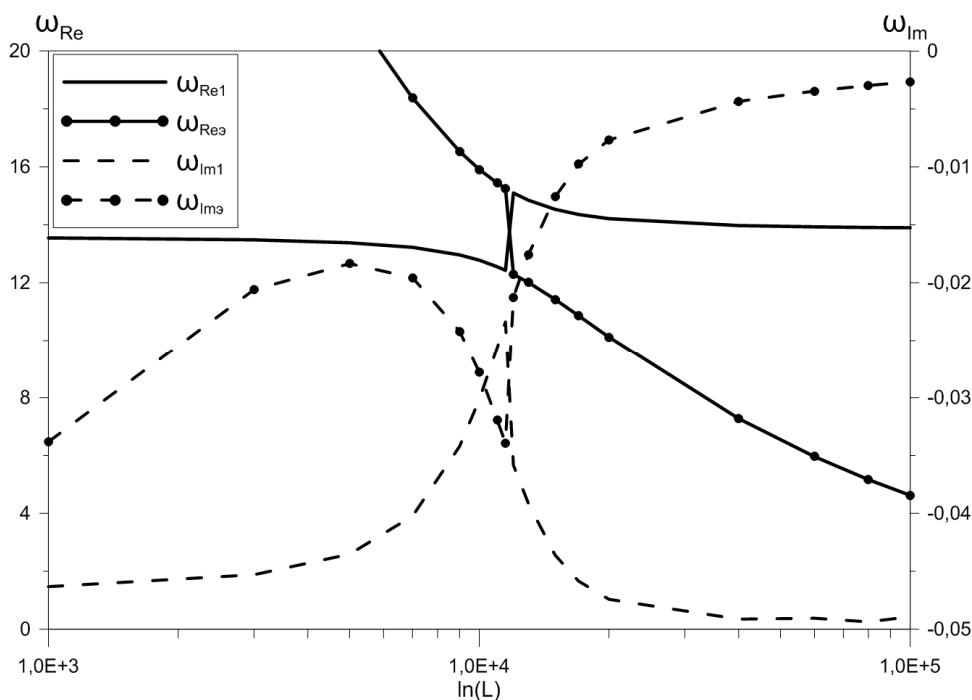


Рис. 2. Влияние величины индуктивности  $L$  ( $R=10$  Ом) на первую собственную частоту колебаний системы, состоящей из пластины с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепи

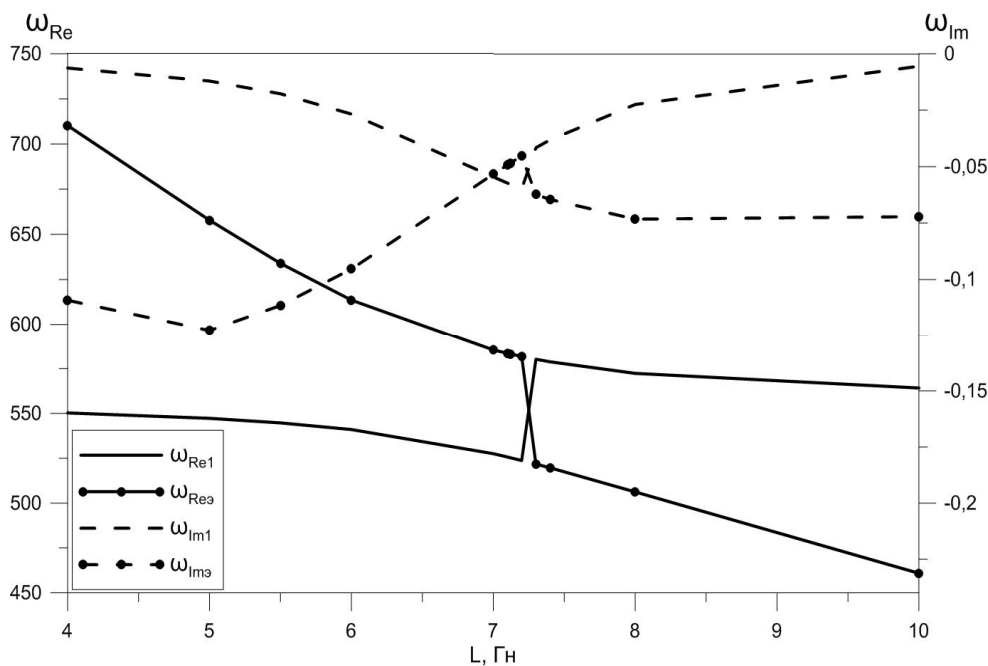


Рис. 3. Влияние величины индуктивности  $L$  ( $R=10$  Ом) на первую собственную частоту колебаний системы, состоящей из оболочки с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепи

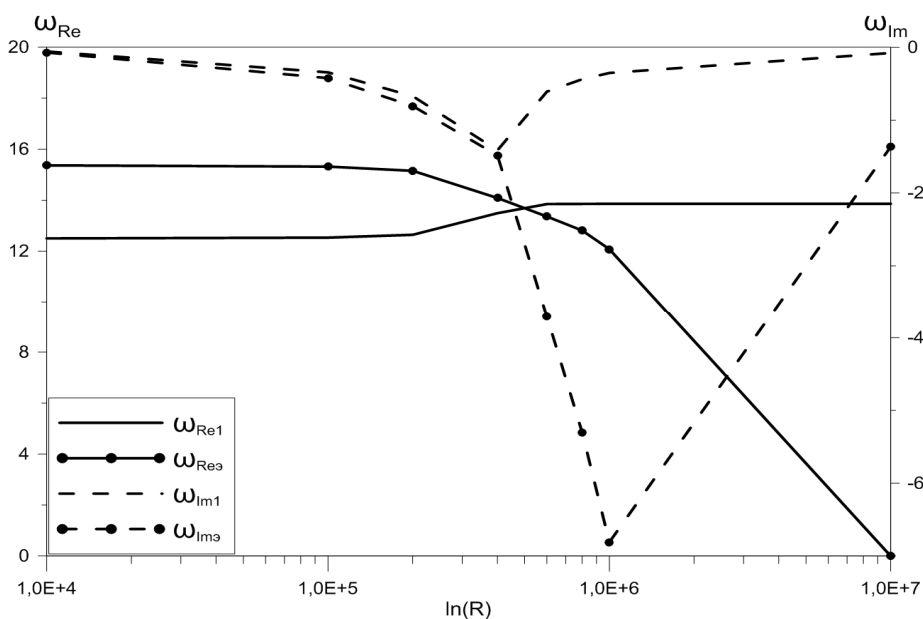


Рис. 4. Влияние величины сопротивления  $R$  ( $L=12\ 000$  Гн) на первую собственную частоту колебаний системы, состоящей из пластины с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепи

щей из пластины с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепи вблизи первой собственной частоты колебаний при постоянном найденном оптимальном значении индуктивности  $L_r = 12\ 000$  Гн. Видно, что до определенного значения сопротивления  $R$  частоты

колебаний пластины с пьезоэлементом и электрического контура не меняются.

В некотором диапазоне изменения сопротивления ( $R=300\div 800$  кОм) происходит совпадение частот колебаний  $\omega_{R1}$ ,  $\omega_{Re}$  и резкое увеличение (по модулю) ко-

эффицентов демпфирования  $\omega_{1l}$ ,  $\omega_{1e}$ . В данном расчете при максимальном сближении частот  $\omega_{R1}$ ,  $\omega_{Re}$  величина оптимального сопротивления  $R_r \sim 400$  кОм. Далее с увеличением сопротивления частота электрического контура падает до нуля, что говорит об отсутствии колебаний в контуре, а величина частоты пластины с пьезоэлементом изменяется до частоты, соответствующей режиму отсутствия замыкания электродированных поверхностей пьезоэлемента.

На рис. 5 приведено влияние сопротивления  $R$  на собственные частоты колебаний системы, состоящей из оболочки с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепи, вблизи собственной частоты колебаний конструкции при постоянном найденном оптимальном значении индуктивности  $L_r = 7,2$  Гн. До определенного значения сопротивления частоты колебаний конструкции и электрического контура не меняются. В некотором диапазоне изменения сопротивления ( $R=10 \div 3010$  Ом) происходит полное совпадение частот колебаний  $\omega_{R1}$ ,  $\omega_{Re}$ , а затем их резкое изменение. Одновременно происходит и полное совпадение коэффи-

циентов демпфирования  $\omega_{1l}$ ,  $\omega_{1e}$ . В данном расчете при совпадении частот  $\omega_{R1}$ ,  $\omega_{Re}$  величина оптимального сопротивления  $R_r = 1593,75$  Ом.

Наблюдения за поведением коэффициентов демпфирования колебаний в момент совпадения собственных частот колебаний конструкции и электрической цепи показали возможность построения алгоритма оптимизации диссипативных свойств конструкции с точки зрения поиска параметров внешней электрической  $RL$ -цепи.

На рис. 6 продемонстрировано поведение мнимой части первой собственной частоты колебаний пластины с пьезоэлементом в окрестности значений параметров индуктивности  $L$  и сопротивления  $R$ , при которых достигается максимальная скорость затухания колебаний. Те значения параметров  $L$  и  $R$  внешней электрической цепи, при которых мнимая часть собственных частот колебаний пластины с пьезоэлементом достигает максимального значения, и являются оптимальными параметрами для демпфирования колебаний рассматриваемого объекта на этих частотах.

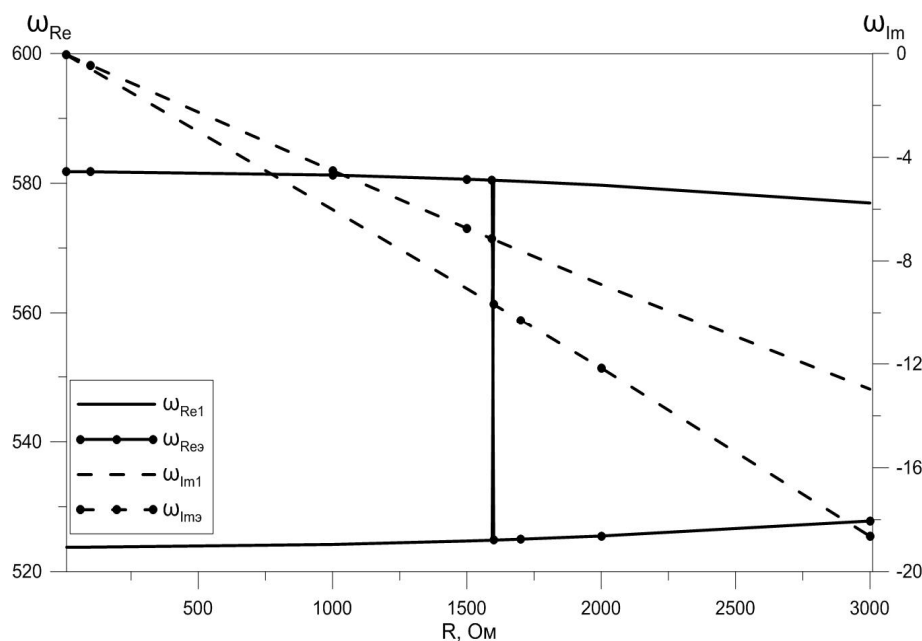


Рис. 5. Влияние величины сопротивления  $R$  ( $L=7,2$  Гн) на первую собственную частоту колебаний системы, состоящей из оболочки с пьезоэлементом и внешней последовательной  $RL$ -цепи



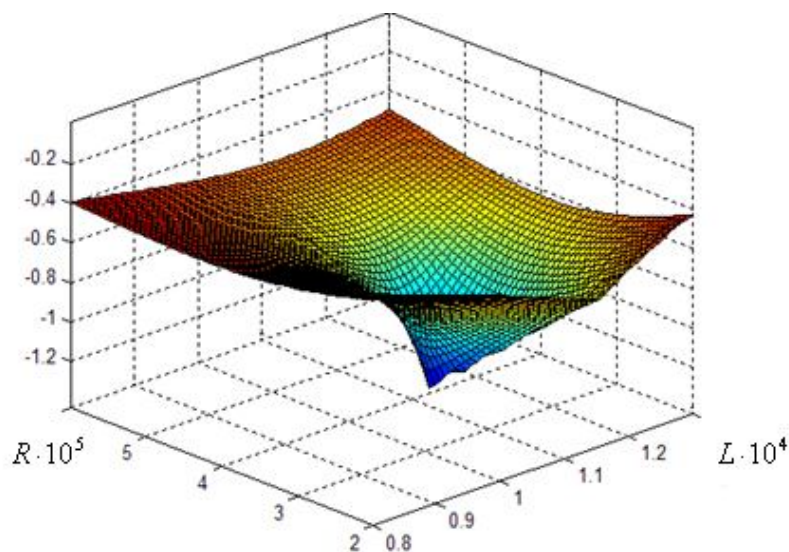


Рис. 6. Поведение мнимой части первой собственной частоты колебаний конструкции в окрестности значений параметров  $L$  и  $R$ , при которых достигается максимальная скорость затухания колебаний

Для пластины при найденных для первой резонансной частоты колебаний оптимальных значениях параметров внешней электрической цепи  $L=11\,198$  Гн,  $R=402$  кОм была построена амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) перемещений  $U_s$  ( $U_s = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$ ) точки А системы (см. рис. 1, а) в районе первой резонансной частоты от воздействия внешних осевых гармонических сил с ам-

плитудой  $P_x = P_y = P_z = 0,01$  Н, приложенных в угловой точке на незакрепленной грани пластины В (рис. 7). Здесь же пунктирной линией показана АЧХ пластины с пьезоэлементом без электрической цепи. Видно, что снижение амплитуды перемещения  $U_s$  в угловой незакрепленной точке А на консольной части пластины на первой резонансной частоте значительно – в 11,47 раза.

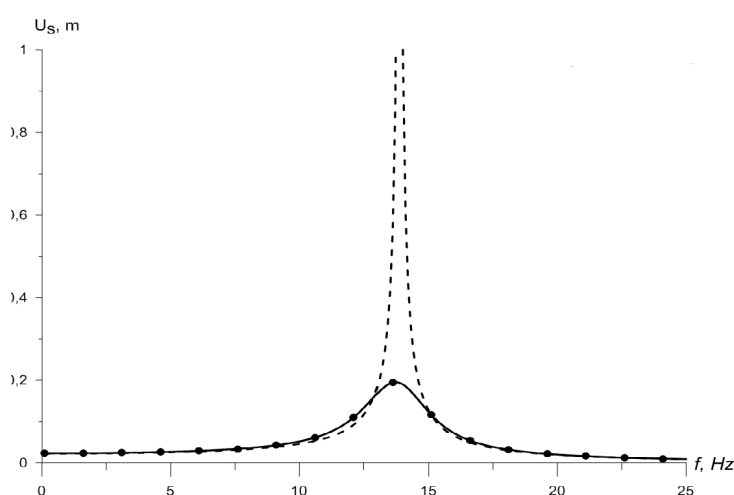


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) пластины с пьезоэлементом без внешней электрической цепи (пунктир) и с внешней электрической цепью при «настройке» внешней электрической цепи на первую резонансную частоту (сплошная линия)

Амплитудно-частотные характеристики в точке А оболочки с пьезоэлементом (см. рис.1, б) без внешней цепи и с внешней последовательной цепью при подобранных оптимальных значениях параметров  $R$  и  $L$  ( $R = 1,593$  кОм,  $L = 7,2$  Гн) от воздействия гармонической силы с амплитудой  $P_r = 0,01$  Н, приложенной в точке В, приведены на рис. 8.

Как видно из графиков, существующий при отсутствии внешней электрической цепи резонанс на частоте 554 Гц отсутствует при подключении цепи с указанными параметрами. Это свидетельствует о том, что подобранные параметры  $R$  и  $L$  действительно являются оптимальными для рассматриваемой конструкции.

В заключении можно отметить, что:

- в представленной работе рассмотрена проблема моделирования и оптимизации динамических характеристик, а именно резонансных частот и величин, характеризующих демпфирующие свойства систем на основе пьезоматериалов при наличии внешних электрических цепей, содержащих элементы сопротивления и индуктивности;

- предложен метод определения пара-

- метров внешней электрической цепи, обеспечивающих максимальное демпфирование требуемой частоты колебаний, основанный на решении задачи о собственных колебаниях электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями;

- на численных примерах продемонстрирована эффективность приложения задачи о собственных колебаниях электровязкоупругого тела с внешними электрическими цепями для оптимизации демпфирующих свойств систем, основанных на использовании пьезоматериалов;

- показано, что задача о собственных колебаниях системы является более эффективной, чем задача о вынужденных установившихся колебаниях, так как полученные комплексные значения собственных частот являются характеристикой системы, не зависящей от вида и способа приложения внешней нагрузки, при этом значительно сокращается время счета;

- продемонстрировано, что мнимая часть получаемых комплексных собственных частот является параметром, характеризующим степень демпфирования колебаний при выбранных параметрах внешней электрической цепи.

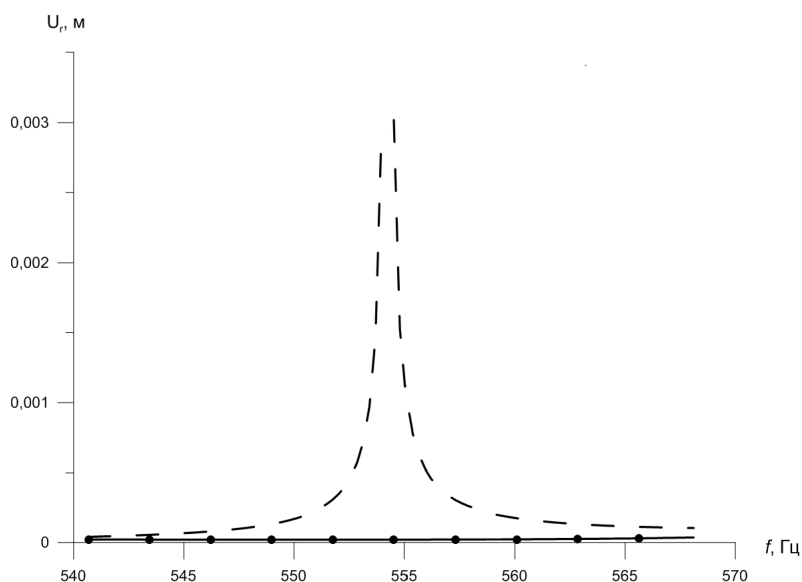


Рис. 8. Амплитудно-частотные характеристики оболочки с пьезоэлементом без внешней цепи (пунктирная линия) и с внешней цепью при подобранных оптимальных значениях параметров  $R$  и  $L$  (сплошная линия) при «настройке» внешней электрической цепи на первую резонансную частоту

**Библиографический список**

1. *Moheimani S.O.R., Fleming A.J.* Piezoelectric transducers for vibration control and damping, 2006. – 272 p.
2. *Sodano H.A.* Macro-Fiber Composites for Sensing, Actuation and Power Generation / Dr. Sci. Dissertation. – Blacksburg, Virginia, 2003. – 151 p.
3. *Viana F.A.C., Steffen V., Jr* Multimodal Vibration Damping through Piezoelectric Patches and Optimal Resonant Shunt Circuits // J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng. July-September. – 2006. – Vol. XXVIII, № 3. – P. 293–310.
4. *Song Zh.-G., Li F.-M.* Active aeroelastic flutter analysis and vibration control of supersonic beams using the piezoelectric actuator/sensor pairs // Smart Mater. Struct. – 2011. – №20 – P. 1–12.
5. *Agnes G.S., Mall S.* Structural integrity issues during piezoelectric vibration suppression of composite structures // Composites: Part B. – 1999. – №30. – P. 727–738.
6. *Elvin N.G., Elvin A.A.* The Flutter Response of a Piezoelectrically Damped Cantilever Pipe // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2009. – №20. – P. 2017–2026.
7. *Niederberger D.* Smart damping Materials using Shunt Control / Dr. Sci. Dissertation. – Zurich, 2005. – 210 p.
8. *Park C.H., Inman D.J.* Enhanced Piezoelectric Shunt Design // Shock and Vibration. – 2003. – Vol. 10. – № 2. – P. 127–133.
9. *Callahan J., Baruh H.* Active control of exible structures by use of segmented piezoelectric elements // J. Guidance Control Dynam. – 1996. – Vol. 19. – №4. – P. 808–815.
10. *Sausse M., Ruggiero E., Park G., Inman D.J., Main J.A.* Vibration Testing and Finite Element Analysis of Inflatable Structures // preprint 12 p. <http://www.cimss.vt.edu/pdf/Conference%20Papers/Park/C31.pdf>
11. *Nye T.W., Manning R.A., Qassim K.* Performance of active vibration control technology: the ACTEX flight experiments // Smart Mater. Struct. – 1999. – №8. – P. 767–780.
12. *Nuffer J., Bein Th.* Application of piezoelectric materials in transportation industry // Global Symposium on Innovative Solutions for the Advancement of the Transport Industry, 4–6. October 2006. – San Sebastian, Spain – 11 p.
13. *Kawiecki G., Jesse S.* Rosette piezotransducers for damage detection // Smart Mater. Struct. – 2002. – №11. – P. 196–201.
14. *Hansson J., Takano M., Takigami T., Tomioka T., Suzuki Ya.* Vibration suppression of railway car body with piezoelectric elements (A study by using a scale model) // ISME International Journal. Series C. – 2004. – Vol. 47. – №2. – P. 451–456.
15. *Bronowicki A.J., Abhyankar N.S., Griffin S.F.* Active vibration control of large optical space structures // Smart Mater. Struct. – 1999. – №8. – P. 740–752.
16. *Bisegna P., Caruso G.* Optimization of a passive vibration control scheme acting on a bladed rotor using an homogenized model // Struct Multidisc Optim. – 2009. - №39. – P. 625–636.
17. *Kajiwara I., Uchiyama T., Arisaka T.* Vibration Control of Hard Disk Drive with Smart Structure Technology for Improving Servo Performance / H. Ulbrich and L. Ginzinger (eds.) // Motion and Vibration Control. – Springer Science+Business Media B.V., 2009. – P. 165–176.
18. [http://www.ski.ru/static/127/2\\_11511.html](http://www.ski.ru/static/127/2_11511.html) [проверено 22.09.2016].
19. *Hagood N.W., Von Flotow A.* Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks // Journal of Sound and Vibration. – 1991. – Vol. 146. – №2. – P. 243–268.
20. *Матвеевко В.П., Клизман Е.П., Юрлов М.А., Юрлова Н.А.* Моделирование и оптимизация динамических характеристик smart-структур с пьезоматериалами // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – №1. – С. 75–85.
21. *Lesieutre G.A.* Vibration damping and control using shunted piezoelectric materials // The Shock and Vibration Digest. – May 1998. – Vol. 30. – №3. – P. 187–195.
22. *Kligman E.P., Matveenko V.P.* Natural Vibration Problem of Viscoelastic Solids as Applied to Optimization of Dissipative Properties of Constructions // International Journal of Vibration and Control. – 1997. – Vol. 3. – №1. – P. 87–102.

**OPTIMIZATION OF THE DYNAMIC BEHAVIOUR OF STRUCTURES  
WITH ELEMENTS MADE OF PIEZOMATERIALS AND WITH EXTERNAL  
ELECTRICAL CIRCUITS**

N.A. Iurlova, N.V. Sevodina, D.A. Oshmarin, M.A. Iurlov

*Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of RAS*

In the present paper consideration is given to a passive method of vibration damping. Optimization of dissipative properties of electromechanical systems with external electric circuits is

accomplished through a selection of the circuit parameters so as to provide the most effective damping of structure vibrations at the specified frequency.

A coupled electro viscoelastic problem is solved. A mathematical model of electroviscoelastic body with external electric circuits is developed based on the equations of electrodynamics of deformable piezoelectric media under quasi-static approximation. In the presence of quasi-harmonic processes the viscoelastic properties of materials are taken into account via complex dynamic moduli.

It is suggested that the problem on natural vibrations of viscoelastic bodies with piezoelectric elements and external electric circuits can be used to select the most effective schemes of problem solution. The problem of natural vibrations of electroviscoelastic systems is solved by using the computational algorithm developed by the project authors. The proposed algorithm is based on the standard finite element procedures and sub-routines developed by the authors to implement the computation algorithm, for example, the algorithm written in FORTRAN language to solve the algebraic problem of complex eigenvalues by the Muller method using different scenarios for selection of initial approximations.

*Keywords:* electroelasticity, natural vibration, damping, piezoelements, external electric circuits.

**Сведения об авторах**

*Юрлова Наталья Алексеевна*, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1; e-mail: yurlova@icmm.ru

*Севодина Наталья Витальевна*, кандидат технических наук, научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: natsev@icmm.ru

*Ошмарин Дмитрий Александрович*, аспирант, ИМСС УрО РАН; e-mail: oshmarin@icmm.ru

*Юрлов Максим Александрович*, инженер-исследователь, ИМСС УрО РАН; e-mail: yurlov@icmm.ru

*Материал поступил в редакцию 21.10.2016 г.*