

## УЛЬТРАДИСПЕРСНЫЕ ФЕРРОМАГНЕТИКИ В МЯГКИХ ПОЛИМЕРАХ: МАГНИТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ И МАКРОСКОПИЧЕСКИМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ\*

Ю.Л. Райхер, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

О.В. Столбов, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

А.М. Биллер, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

Магнитореологические эластомеры (МРЭ) – это дисперсии магнитомягких ферромагнетиков (размер частиц – единицы микрон) в высокоэластических матрицах. Такие композиты, демонстрируя сильную реакцию на приложенное поле, проявляют ряд уникальных свойств (мощная магнитострикция, эффект магнитной памяти формы), что чрезвычайно привлекательно для практики. Основой функциональности МРЭ являются структурные изменения на мезоскопическом уровне, то есть на масштабах порядка размеров частиц и межчастичных расстояний. Эти процессы протекают под влиянием двух конкурирующих факторов: магнитных сил, стремящихся перегруппировать частицы, и упругих напряжений, возникающих в матрице в ответ на это.

В настоящей работе изучена магнитомеханика модельного представительного элемента МРЭ – пары частиц, заключенных в упругий массив. Впервые снят ряд необоснованных упрощений, которые пока общеприняты в литературе. А именно: (1) закон намагничивания взят в нелинейной форме, (2) частицы рассматриваются как объекты конечных размеров, (3) учитывается физическая нелинейность упругости эластомера, (4) уравнения равновесия записаны и решаются в терминах теории конечных деформаций. Показано, что намагничивание элемента МРЭ порождает бистабильность (режим с двумя устойчивыми состояниями), следствием чего является образование парного кластера, протекающее по гистерезисному сценарию. Наличие магнитомеханического гистерезиса на мезоскопическом уровне естественным образом объясняет причины магнитоиндуцированной пластичности (магнитной памяти формы), наблюдаемой на макроскопических образцах МРЭ.

*Ключевые слова:* магнитореологический полимер, магнитоупругий эффект, магнитомеханический гистерезис, магнитоиндуцированная пластичность.

### **Введение**

Магнитореологические эластомеры (МРЭ) представляют собой полимерные матрицы, наполненные микрочастицами

ферромагнетика. Механические свойства таких композитов можно изменять с помощью внешнего магнитного поля, что делает их привлекательными для инже-

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ и Правительства Пермского края (проект № 14-02-96003).

нерных применений: в качестве рабочих элементов адаптивных демпферов, датчиков, манипуляторов. Высоко оцениваются возможности указанных материалов в биологии и медицине. Однако для реализации всех этих перспектив требуются достоверные теоретические модели, описывающие магнитомеханику МРЭ.

Поясним связь магнетизма и механики в МРЭ. При внесении образца в магнитное поле частицы наполнителя намагничиваются, то есть приобретают магнитные моменты, вследствие чего между ними возникают пондеромоторные (магнитостатические) силы. Эти силы анизотропны: для любой пары частиц не только величина, но и знак силы (притяжение/отталкивание) зависят и от расстояния между частицами, и от угла, образуемого межцентровым вектором пары с направлением поля. Стремлению магнитных сил передвинуть частицы препятствует упругое сопротивление эластомерной матрицы, так что макроскопическое состояние композита определяется «мелкоструктурным» (мезоскопическим) балансом между внутренними магнитными и упругими силами. Таким образом, мезоскопическая магнитомеханика играет ключевую роль для понимания функциональности МРЭ.

Приступая к разработке теории, мы ставим целью дать объяснение самым важным эффектам присущим МРЭ – магнитострикции (спонтанной деформации в поле) и магнитоиндуцированной пластичности. Любую из этих проблем можно сформулировать в виде связанной задачи магнитоупругости для многочастичной системы с дальнедействием. Однако из-за чрезвычайной сложности постановки решение в полном виде получить нельзя. В связи с этим возникает вопрос о том, как упростить рассмотрение, не исказив при этом физическую картину явления. Он тем более важен, что, стремясь быстро получить конечный результат, авторы большинства опубликованных работ прибегают к целому ряду радикальных, но малообоснованных упрощений.

Самый распространенный из таких приемов – замена частиц конечного размера на точечные магнитные диполи при описании пондеромоторного взаимодействия. Между тем, пригодность такой модели для МРЭ, где размер частиц соизмерим с межчастичным расстоянием, крайне сомнительна. Подробный анализ возникающих ограничений дан в нашей работе [1].

Другое часто используемое приближение – гипотеза линейного намагничивания, то есть предположение, что материал частиц является пусть сильным, но парамагнетиком. Между тем практически все реальные МРЭ имеют одну и ту же основу – порошок карбонильного железа с дисперсностью 1–10 мкм. Это хорошо известный ферромагнетик с очень малой коэрцитивной силой; он имеет высокую магнитную восприимчивость в слабых полях, но перестает намагничиваться (насыщается) уже в полях порядка сотни кА/м [2].

Последнее обстоятельство имеет важные следствия. Пусть две частицы находятся в близком соседстве. Во внешнем магнитном поле (приложено к образцу МРЭ) каждая частица сама становится источником поля и подмагничивает соседнюю. Это взаимное подмагничивание может стать столь сильным, что некоторая доля объема каждой из частиц переходит в состояние насыщения, хотя внешнего поля еще не достаточно для того, чтобы обеспечить насыщение изолированной частицы. Отсюда следует важность учета нелинейности намагничивания магнитной фазы для мезомеханики МРЭ.

Достаточно сомнительной представляется также часто постулируемая в теоретических работах линейная связь между напряжениями и деформациями в эластомерной матрице. Как известно, типичная матрица МРЭ – силиконовый каучук – подчиняется линейному закону лишь до деформаций порядка 50%. Однако магнитные частицы, движимые пондеромоторными силами, способны локально сжимать/растягивать матрицу намного

выше этого предела. Отсюда следует, что нелинейная упругость является существенным фактором в мезомеханике реальных МРЭ.

Еще одно упрощение, повсеместно используемое в механике МРЭ, касается внутренней (дифференциальной) геометрии композита. Она считается линейной, что, как известно, эквивалентно приближению бесконечно малых деформаций. Очевидно, что такой подход, хотя и заманчив, но непригоден для намагниченного МРЭ, где имеются большие локальные смещения матрицы.

Настоящая работа представляет собой первый этап теоретического рассмотрения, свободного от перечисленных выше упрощений. Для этого выбрана «решаемая» модель представительного элемента МРЭ: пара магнитомягких сферических частиц, погруженных в эластомер. Отметим, что гипотеза парного взаимодействия является известным приемом, с помощью которого проводится качественный анализ сложных многомасштабных сред.

### Постановки основных задач

Межчастичное взаимодействие в МРЭ – связанная магнитоупругая задача. Однако в некоторых случаях ее можно решать в два этапа, рассматривая по отдельности магнитную (частицы) и упругую (матрица) части. Объединяя затем полученные результаты, можно, во-первых, понять поведение мезоскопической системы и, во-вторых, вынести качественные суждения о том, как проявляются межчастичные взаимодействия в макроскопической магнитомеханике МРЭ. Именно такому плану следует дальнейшее изложение.

### Магнитное взаимодействие

Рассмотрим пару одинаковых сферических частиц из магнитомягкого ферромагнетика во внешнем однородном поле  $H_0$  (рис. 1). Расстояние между частицами будем характеризовать параметром  $q = l/a$  – отношением длины межцентро-

вого вектора  $l$  к радиусу частицы  $a$ , а наклон межцентрового вектора пары к внешнему полю – углом  $\gamma$ .

Намагничиваясь, частицы МРЭ становятся источниками неоднородного магнитного поля, и эти поля, благодаря взаимной индукции, создают неоднородное распределение намагниченности внутри каждой из частиц.

В первом варианте задача решается в предположении, что материал частиц парамагнитен, то есть его закон намагничивания  $M = \chi H$ , где восприимчивость  $\chi$  – постоянная величина. Этот случай допускает аналитическое решение: магнитоэлектростатический потенциал имеет вид ряда по степеням пространственной переменной  $q$  и по кратным гармоникам угла  $\gamma$  [4]. Для магнетика с высокой начальной восприимчивостью ( $\chi_0 \sim 10^4$  СИ, например, железо в слабом поле) ряд сходится медленно, и поэтому его коэффициенты находили численно. На основе полученного массива данных была построена и апробирована интерполяционная формула для энергии парного взаимодействия частиц [4, 5]:

$$\tilde{U}_{\text{mag}}^{\text{lin}}(q, \gamma) = -\frac{U_{\text{mag}}^{\text{lin}}}{\mu_0 H_0^2 a^3} = -\frac{4\pi}{3} \times \sum_{i=3}^7 \left( \frac{\alpha-1}{\alpha+2} \right)^{p_i} \left[ \frac{a_i}{(q-b_i)^i} + \frac{c_i}{(q-d_i)^i \cos^2 \gamma} \right] \quad (1)$$

Здесь  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\alpha = 1 + \chi$  – относительная проницаемость частиц,  $a_i, b_i, \dots, p_i$  – числовые коэффициенты

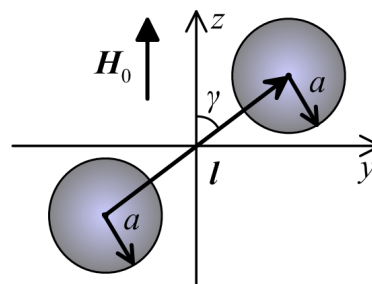


Рис. 1. К расчету магнитного взаимодействия в паре частиц, намагничиваемых однородным полем

енты. Формула (1) аналитически дифференцируема, что значительно облегчает расчет межчастичных сил.

Второй вариант – ферромагнетик, намагничивающийся нелинейно. Типичные для МРЭ микрочастицы железа хорошо описываются эмпирическим законом Фрѐлиха-Кеннелли [2]:

$$M = \frac{\chi_0 M_s H}{M_s + \chi_0 H} = \begin{cases} \chi_0 H & (H < M_s/\chi_0), \\ M_s H / H & (H > M_s/\chi_0); \end{cases} \quad (2)$$

где  $\chi$  – начальная восприимчивость,  $M_s$  – намагниченность насыщения.

Для численного расчета исходная нелинейная задача приводилась к последовательности линейных. На каждом шаге итерации по соотношению (2) вычислялось распределение восприимчивости внутри частиц, а затем для них методом конечных элементов решалась линейная задача магнитостатики [6]. В результате была получена (в виде массива данных) энергия системы в зависимости от безразмерных значений расстояния между частицами  $q$ , внешнего магнитного поля  $h_0 = H_0 / M_s$  и угла  $\gamma$ .

Как оказалось, взаимная индукция существенно отражается на силах межчастичного взаимодействия [1, 7]. Графики на рис. 2 представляют силу взаимного притяжения магнитных сфер, межцентровый

вектор которой параллелен внешнему полю  $I \parallel H$ . Рис. 2, а показывает, что значения силы в случае неоднородно намагниченных частиц, существенно превышают те, что получены в предположении об однородном намагничивании, то есть в модели точечных диполей (штриховая линия). Поскольку кривые рис. 2, а построены для малого значения внешнего поля, то парамагнитная модель (пунктир) служит хорошей аппроксимацией точного решения. С другой стороны, при близком соседстве частиц линейное приближение «отказывает» даже в небольших полях. Так, при  $h_0 < 0,08$  оно становится фактически непригодным для частиц, сближенных теснее, чем до  $q = 2,05$  (рис. 2, б).

Неоднородность намагничивания близко расположенных сфер приводит также к расширению углового интервала притяжения частиц по сравнению с приближением точечных диполей. В положении, близком к плотному контакту, такие частицы притягиваются при углах  $\gamma$  от  $0^\circ$  до  $84^\circ$ , в то время как угловой интервал притяжения точечных диполей гораздо уже: от  $0$  до  $55^\circ$  (см. рис. 3, б).

### Упругое взаимодействие

Каждая магнитная частица, смещаясь под действием пондеромоторных сил, деформирует матрицу МРЭ и вносит свой вклад в общее поле напряжений. Поэтому

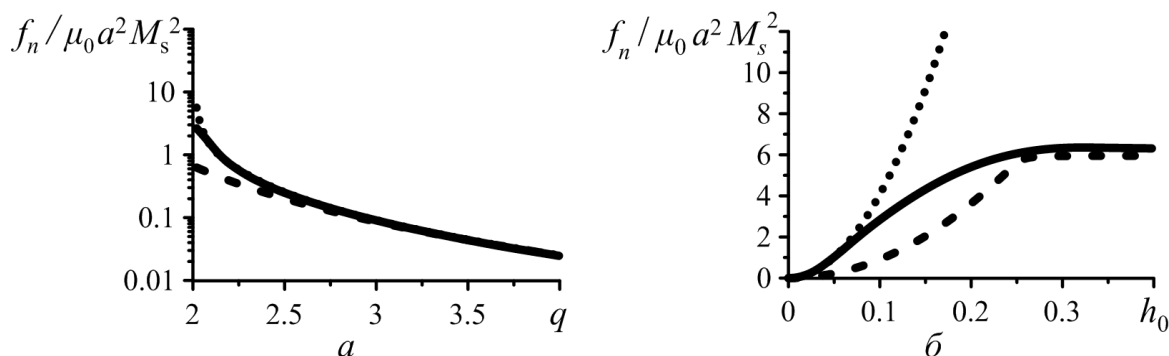


Рис. 2. Сила притяжения частиц при  $\gamma = 0^\circ$ ; сплошные линии – из численного решения задачи нелинейной магнитостатики, пунктирные – из приближения линейного намагничивания, штриховые – из модели взаимодействующих нелинейных диполей [1]. Панель а – в зависимости от межцентрового расстояния при  $h_0 < 0,08$ ; панель б – в зависимости от приложенного поля при межцентровом расстоянии  $q_0 = 2,05$

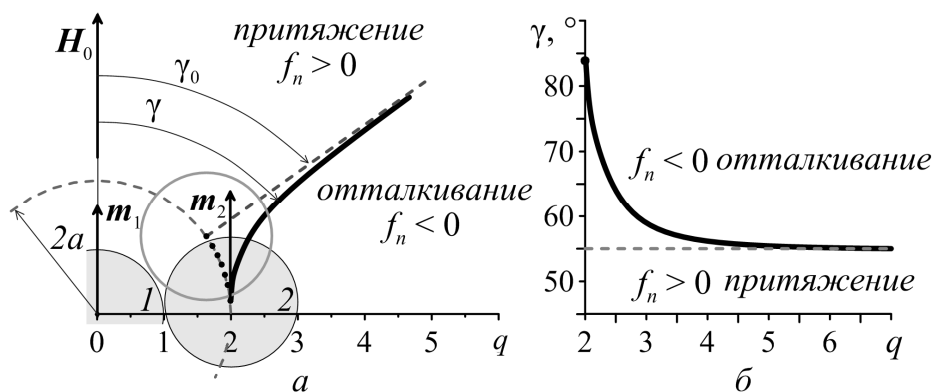


Рис. 3. Расположение областей взаимного притяжения/отталкивания частиц с однородной и неоднородной намагниченностью; а) штриховая прямая – линия нулевой силы для точечных диполей, сплошная кривая – нейтральная линия для неоднородно намагничивающихся частиц; б) зависимость «нейтрального» угла, при котором обращается в нуль межчастичная сила, от расстояния между частицами; для дипольных частиц этот угол не зависит от  $q$  (штриховая линия)

интеграл от тензора напряжений по поверхности данной частицы – он определяет силу, приложенную к ней – зависит от координат всех частиц. Для рассматриваемой двухчастичной системы это означает, что сила, действующая на одну частицу, обязательно содержит вклад, обусловленный второй.

Упругая задача была сформулирована в терминах теории конечных деформаций, а в качестве определяющего соотношения выбран хорошо известный в механике эластомеров закон Муни–Ривлина [8]:

$$W(\mathbf{C}) = c_1 \tilde{W}(\mathbf{C}) = c_1 [(I_1(\mathbf{C}) - 3) + \tilde{c}_2 (I_2(\mathbf{C}) - 3)], \quad (3)$$

здесь  $I_1(\mathbf{C})$  – инварианты меры деформации Коши–Грина  $\mathbf{C}$ ; а  $c_1$  и  $\tilde{c}_2 = c_2 / c_1$  – числовые константы модели.

Оценка упругой энергии  $U_{\text{elast}}$ , обусловленной изменением позиций частиц, была выполнена для конфигурации  $\gamma = 0^\circ$ , где магнитные силы сводятся к взаимному притяжению. Задача решалась численно в осесимметричной постановке с использованием библиотек, реализующих метод конечных элементов. Величина перемещения частиц изменялась дискретно от нуля до плотного контакта. Таким образом были получены массивы значений  $U_{\text{elast}}$  для неограниченного и конечного образцов эластомера как функции начального  $q_0$  и конечного  $q$  расстояний между частицами.

Для интерполяции этих данных были использованы эвристические модели (рис. 4), где пара частиц окружена системой цилиндрических стержней из несжи-

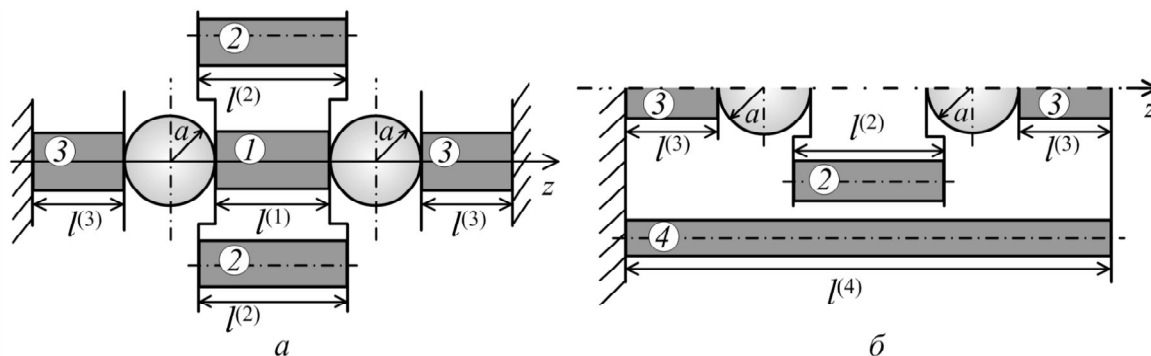


Рис. 4. Стержневые модели для аппроксимации упругой энергии пары: а) в неограниченной матрице; б) в конечном цилиндрическом образце эластомера

маемого полимера Муни–Ривлина. Радиусы стержней  $r_i$  являются подгоночными параметрами и подбираются так, чтобы энергия, рассчитанная по эвристической модели, наилучшим образом описывала энергию образца эластомера, найденную численно [5, 7]. Сравнение показало высокую точность предложенных формул для  $U_{\text{elast}}$ , и поэтому они были использованы не только для интерполяции энергии, но и для ее экстраполяции на интервал  $q \rightarrow 2$  (контакт частиц), где численный расчет теряет устойчивость.

### Магнитомеханика двухчастичной модели МРЭ

Полученные результаты использованы для изучения деформационного поведения мезоскопического «двухчастичного» МРЭ при намагничивании. Первый случай – это пара линейно намагничивающихся частиц, находящаяся в неограниченном эластомере. Сумма магнитной и упругой составляющих энергии такой системы записывается как

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= U(q, q_0, h_0) / (c_1 a^3) = \\ &= \tilde{H}_0^2 \tilde{U}_{\text{mag}}^{\text{lin}}(q, h_0) + \tilde{U}_{\text{elast}}^{\infty}(q, q_0), \end{aligned} \quad (4)$$

где параметр  $\tilde{H}_0 = H_0 \sqrt{\mu_0 / c_1}$  характеризует относительные доли этих вкладов в полную энергию образца МРЭ. Функция

(4) достигает минимума при таком значении межцентрового расстояния, когда действующие на частицы силы сбалансированы. Как видно из рис. 5, а, в слабом поле (кривая 1) равновесный размер пары мало изменятся по сравнению с начальным, а в сильном поле пара превращается в кластер (кривая 3).

В промежуточных полях энергия (4) имеет два минимума, отвечающих различным значениям  $q$  (кривая 2 на рис. 5, а). Это означает, что система находится в режиме бистабильности [5]. По этой причине при циклическом изменении поля имеет место гистерезис межчастичного расстояния (рис. 5, б).

Второй рассматриваемый случай – пара частиц, намагничивающихся нелинейно, заключенная в цилиндрический образец эластомера. Суммарная магнитоупругая энергия такой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= U(q, q_0, h_0) / (c_1 a^3) = \\ &= (\mu_0 M_s^2 / c_1) \tilde{U}_{\text{mag}}^{\text{nonlin}}(q, h_0) + \tilde{U}_{\text{elast}}^{\text{cyl}}(q, q_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Минимизация энергии (5) по  $q$  при заданных значениях внешнего поля  $h_0$  и начального межцентрового расстояния  $q_0$  определяет равновесный размер пары. Как показано в работе [7], функция (5) также обладает бистабильностью. Иными словами, магнитомеханический гистерезис

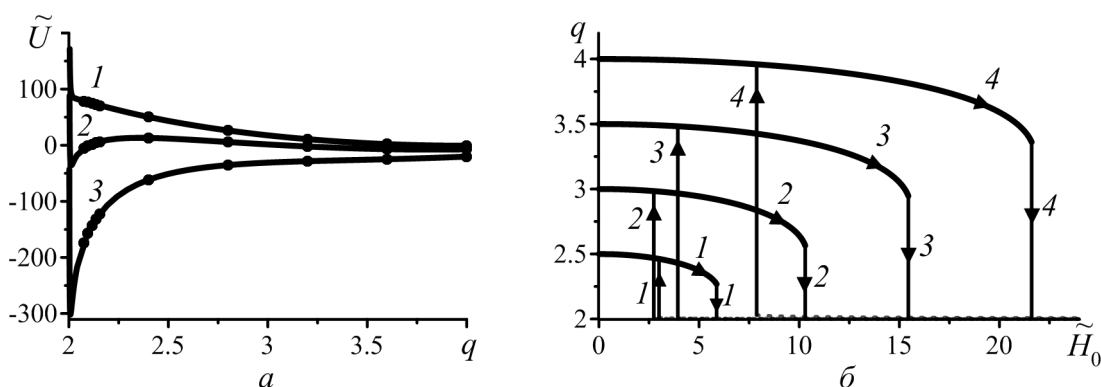


Рис. 5. а) энергия системы при начальном межчастичном расстоянии  $q_0 = 4$  и параметрах  $\tilde{H}_0 = 5$  (1), 15 (2), 25 (3); коэффициент модели Муни–Ривлина  $\tilde{c}_2 = 0,2$ ; б) равновесное расстояние между частицами в конфигурации  $I \parallel H_0$  в зависимости от величины приложенного поля; начальное расстояние  $q_0 = 2.5$  (1), 3.0 (2), 3.5 (3) и 4 (4). Стрелки показывают цикл намагничивания системы: поле сначала возрастает, а затем убывает; штриховые линии – участки, полученные с помощью экстраполяционной формулы для  $U_{\text{elast}}$

зис присущ и парам ферромагнитных (а не парамагнитных) частиц. Установление этого факта важно для построения теории реальных МРЭ.

Отметим уникальную особенность, присущую только частицам ферромагнетика. Для них возможна ситуация, когда бистабильность имеется, но гистерезис не реализуется (частицы не образуют кластер). Так происходит, если второй минимум энергии появляется лишь в сильном поле, где намагниченность частиц уже близка к насыщению. Действительно, в этом режиме энергия (5) перестает зависеть от величины поля, и, хотя минимум энергии при  $q \approx 2$  существует, переход в него лишь за счет намагничивания невозможен. Такой гистерезис пары оказывается «латентным»: для его реализации необходимо дополнительное воздействие немагнитной природы.

Удобным критерием для анализа эластомера с ферромагнитными частицами является параметр магнитомеханической податливости (ММП)  $\beta = \mu_0 M_s^2 / c_1$ . На рис. 6, а и б, в показаны профили энергии пары с  $q_0 = 4$  при различных значениях  $\beta$ , а на рис. 6, в представлена зависимость размеров пар с заданным начальным расстоянием от приложенного поля. Как видно для пар с  $2,5 < q_0 < 3,5$  магнитомеханический гистерезис существует явно. На кривых 2 и 3 хорошо видны области бистабильности, ограниченные

«ступеньками» (по  $q$ ), которые соответствуют: справа – входу в состояние кластера при росте поля; слева – выходу из этого состояния при снижении поля.

Сравним две системы, отличающиеся податливостью. При высокой ММП ( $\beta = 46$ ) бистабильность, возникшая в полях промежуточной величины (кривая 2 на рис. 6, а), с ростом поля исчезает; в такой системе гистерезис реален. В случае пониженной ММП ( $\beta = 26$ ) бистабильность (кривая 3, на рис. 6, б) «доживает» до значений поля, близких к насыщающему (кривая 4, на рис. 6, б). В результате, профиль энергии остается двухъямным в сколь угодно сильном поле (кривая 5 на рис. 6, б), что указывает на латентный гистерезис.

Области существования (в координатах  $q_0$  и  $\beta$ ) магнитомеханического гистерезиса в модельном «двухчастичном» МРЭ показаны на рис. 7. Сплошная линия – это граница, выше которой для перехода в состояние кластера достаточно только магнитного поля. Полоса между сплошной и штриховой линиями – область латентного гистерезиса, где для формирования кластера требуется сочетание намагничивания с некоторым немагнитным воздействием.

### Заключение и выводы

Очевидно, что обсуждаемая двухчастичная модель слишком проста, чтобы претендовать на исчерпывающее описа-

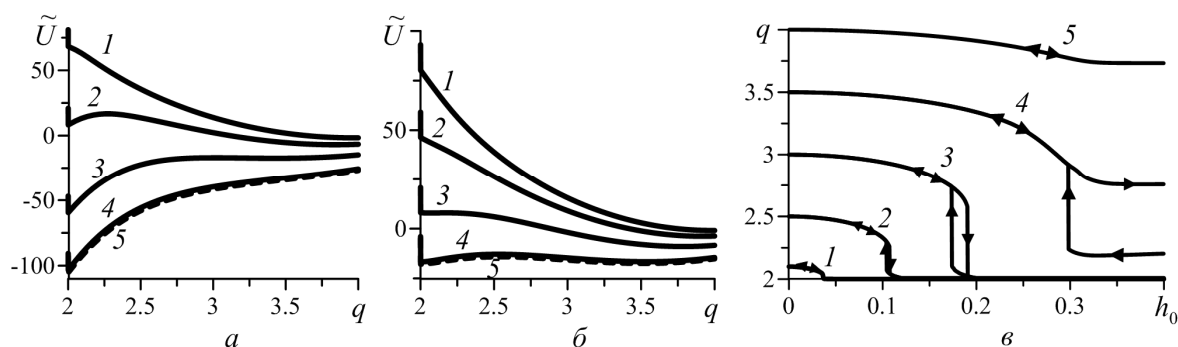


Рис. 6. Профили энергии пары частиц при  $q_0=4$  для матриц разной жесткости:  $\beta=46$  (а) и  $\beta=26$  (б) при различной величине приложенного поля  $h_0=0,08$  (1),  $0,16$  (2),  $0,24$  (3),  $0,32$  (4) и  $0,4$  (5), кривая 5 показана штрихами; в) смещение частиц при начальном размере пары  $q_0=2,1$  (1);  $2,5$  (2);  $3$  (3);  $3,5$  (4);  $4$  (5); параметр  $\beta=18$

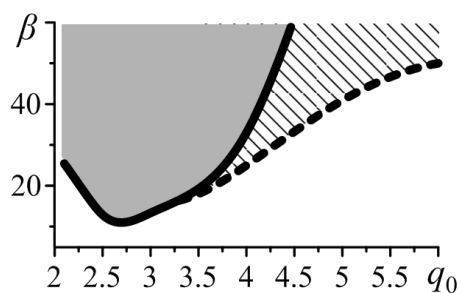


Рис. 7. Области существования магнитомеханического гистерезиса пары частиц ферромагнетика, погруженных в эластомер и намагниченных в конфигурации  $I \parallel H_0$ ; затемненная область – реализующийся гистерезис, заштрихованная – латентный

ние реального материала. Однако полученные решения позволяют указать порядки величин материальных параметров, когда следует ожидать появления мезоскопического гистерезиса в многочастичном МРЭ. В таком образце совокупность мезопроцессов должна проявляться в виде магнитоиндуцированной пластичности. Как оказалось, критерий, следующий из двухчастичной модели, хорошо согласуется с параметрами реальных МРЭ, проявляющих упомянутый эффект [7]. Поэтому, опираясь на приведенные ре-

зультаты, мы предлагаем следующую качественную картину намагничивания макроскопического образца МРЭ.

Наложение внешнего магнитного поля вызывает образование кластеров из частиц, которые по статистическим причинам оказались очень близко друг к другу. Такие агрегаты играют роль «магнитных скрепок»: они создают и поддерживают внутренние напряжения в композите до тех пор, пока поле не будет выключено. Именно «скрепки» и вызывают фиксируемый в экспериментах рост упругого модуля и переход МРЭ в режим пластического деформирования. Очевидно, что латентный гистерезис также вносит свой вклад в структурирование композита, поскольку внешняя механическая нагрузка провоцирует появление новых кластеров и укрупнение уже имеющихся.

На наш взгляд, все изложенные выше соображения указывают на магнитомеханический гистерезис как на одну из главных, а может быть, и единственную причину глубоких структурных изменений, происходящих в реальных МРЭ, наполненных микропорошками железа.

#### Библиографический список

1. *Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L.* Dipolar models of ferromagnet particles interaction in magnetorheological composites // *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials.* – 2015. – Vol. 17. – P. 1106–1113.
2. *Бозорт Р.* Ферромагнетизм. – М.: Ин. лит., 1956.
3. *Лурье А.И.* Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1980.
4. *Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L.* Modeling of particle interactions in magnetorheological elastomers // *Journal of Applied Physics.* – 2014. – Vol. 116. – 114904 (8 pages).
5. *Биллер А.М., Столбов О.В., Райхер Ю.Л.* Бистабильное магнитомеханическое поведение ферромагнитных частиц в эластомерной матрице // *Вычислительная механика сплошных сред.* – 2015. – Т. 8. – С. 273–288.
6. *Биллер А.М., Столбов О.В.* Решение задачи магнитостатики для двух сферических нелинейно намагничивающихся частиц. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2014619074 от 08.09.2014.
7. *Biller A.M., Stolbov O.V., Raikher Yu.L.* Mesoscopic magnetomechanical hysteresis in a magnetorheological elastomer // *Physical Review E.* – 2015. – Vol. 92. – 023202 (9 pages).
8. *Oswald P.* Rheophysics: The Deformation and Flow of Matter. – Cambridge University Press, 2009.



ULTRADISPERSE FERROMAGNETIS IN SOFT POLYMERS:  
MAGNETIC CONTROL OVER INTERNAL STRUCTURE  
AND MACROSCOPIC DEFORMATIONS

Yu.L. Raikher, O.V. Stolbov, AM. Biller

*Institute of Continuous Media Mechanics of the UB of RAS*

Magnetorheological elastomers (MREs) are dispersions of magnetically soft ferromagnets (particle size of units of microns) in high-elasticity matrices. Such composites, responding intensely to an applied field, demonstrate a number of unique properties (powerful magnetostiction, the effect of magnetic shape memory) that make them very attractive for practical use. The structural changes, occurring at the mesoscopic level, are the key functionality of MREs, that is at the reference scale of the particle size and interparticle distances. These processes take place under the influence of two major factors: the magnetic forces striving to regroup the particles and the elastic stresses, generated by the matrix in response to that.

In the present paper we study magnetomechanics of a model representing element of a MRE, that is a pair of particles embedded in an elastic medium. For the first time, the consideration is free of a number of unjustified simplifications, which are yet widely used in the literature. Namely, (i) the magnetization law is taken in its nonlinear form. (ii) the particles are treated as finite-size objects, (iii) the physical nonlinearity of the elastomer elasticity is taken into account, (iv) the equations of equilibrium are written down in terms of the finite-deformation theory. Our investigation demonstrates that magnetization of the MRE element causes its bistability (a regime with two stable states). As a consequence, the particles collapse on each other (form a pair cluster) and its transformation goes via hysteresis scenario. The occurrence of magnetomechanical hysteresis at the mesoscopic level, delivers a natural explanation for the magneto-induced plasticity (magnetic shape memory effect) that is observed experimentally in macroscopic samples of MREs.

*Keywords:* magnetorheological polymer, magnetoelastic effect, magnetomechanical hysteresis, magnto-induced plasticity.

**Сведения об авторах**

*Ра́йхер Юрий Львович*, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1; e-mail: raikher@icmm.ru

*Столбов Олег Валерьевич*, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: sov@icmm.ru

*Биллер Анастасия Михайловна*, младший научный сотрудник, ИМСС УрО РАН; e-mail: kam@icmm.ru

*Материал поступил в редакцию 21.10.2016 г.*