

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ЛЕСНОГО ХОЗЯЙСТВА ПЕРМСКОГО КРАЯ*



Д.А. Брацун,
Пермский государственный
гуманитарно-педагогический
университет



А.К. Колесников,
Пермский государственный
гуманитарно-педагогический
университет



А.В. Люшнин,
Пермский государственный
гуманитарно-педагогический
университет

Моделируются процессы зарождения, роста и структурообразования лесных массивов, характерных для Пермского края. Модель построена как сложная система, в которой каждая популяция растений представлена множеством отдельных деревьев, вступающих в конкуренцию друг с другом. Одним из главных факторов пространственно-временной самоорганизации системы была выбрана борьба за световую энергию. Для каждого дерева вычислялось интегральное количество света, получаемое им в течение года с учетом расположения и размеров его соседей. Другими важными факторами, учтенными в модели, являются восприимчивость к свету, скорость роста, диапазон распространения и приживаемость семян, уровень смертности и другие параметры. Значения параметров, заложенных в модель, были получены с помощью реальной лесоустроительной информации Пермского края. С одной стороны, работа имеет фундаментальное значение, так как вопрос о механизмах формирования макроскопических динамических структур в экологических сообществах далек от своего полного понимания. С другой стороны, разработанная модель может быть использована для более эффективного планирования в лесном хозяйстве области.

Ключевые слова: сложные системы, пространственно-распределенные системы, модели с индивидуальной динамикой.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 07-01-97612-р_офи и 10-01-96036-р_урал_а).

Исследования, проходившие на протяжении последних сорока лет, установили, что спонтанное образование пространственно-временных структур – общий закон функционирования сложных экосистем. Изучение подобных структур является одной из центральных проблем современной экологии [8, 14, 17]. В растительной природе также наблюдается образование пространственно-неоднородных по концентрации и качественному составу фитомассы упорядоченных структур [14, 15, 19]. В качестве примера можно привести «тигровый кустарник», который представляет собой совокупность островков травы или низкорослого кустарника, перемежающихся участками без каких-либо растений. Это явление встречается в засушливых районах Африки, Австралии или Северной Америки [20]. В последние годы в ряде работ было показано, что такие образования весьма типичны для растительных сообществ. В частности, подобные пустоши описаны коллективом авторов, работавших в Вишерском заповеднике [2].

Исторически сложилось два подхода к рассмотрению распределенных массивов растений. В работе [16] впервые предложена феноменологическая пространственно-распределенная модель вегетационной динамики растений, которая описывает структурообразование даже при однородных и изотропных условиях внешней среды. Таким образом, причиной структурообразования является коллективное взаимодействие растений. Модель представляет собой уравнение для концентрации фитомассы с диффузией и специальным образом подобранным «реактивным» слагаемым, отвечающим за взаимодействие на уровне растение–растение.

Другим направлением в моделировании роста и структурообразования леса является подход на основе клеточных автоматов [5, 11, 18], который прошел определенную эволюцию, и сейчас такие модели включают, как правило, индивидуум-ориентированную динамику. Индивидуум-ориентированные модели – это имитационные модели, построенные для

изучения интегральных характеристик популяции как результата множества локальных взаимодействий членов популяции. Построение модели на уровне описания отдельной особи обуславливает ряд преимуществ, таких как прозрачность по отношению к объективным биологическим механизмам, возможность описывать исследуемый объект с большой степенью детализации, извлекать больше полезной информации из результатов моделирования. Коллектив авторов проводит и другие исследования в области сложных систем – к ним, например, можно отнести работы по моделированию поведения паникующей толпы [1, 13] и математической генетике [3, 4, 12].

В данной работе мы уточняем модель, предложенную в [5], учитывая природно-климатические условия, сложившиеся в различных районах Пермского края. Это позволяет поставить вопрос не только о качественном, но и количественном моделировании. Одним из возможных приложений предложенных моделей является пространственно-временная оптимизация процессов вырубki древостоя. В работе приводятся примеры такой оптимизации, где принципиальным параметром эффективности процесса вырубki выбрано характерное время последующего лесовосстановления.

Абсолютное большинство лесов России находится в бореальной зоне. Этим определяется преобладание древостоев хвойных пород (70 %) – лиственницы (35 % всех покрытых лесной растительностью земель), сосны (16 %), ели и пихты (12,5 %), а также кедровых сосен (сибирской и корейской) – 5,6 %. Леса мягколиственных пород покрывают 17 %, преимущественно за счет вторичных лесов березы и осины. Запас древесины в лесах России составил 82,1 млрд. м³. Пермский край относится к группе многолесных регионов. Лесами покрыто 69 % территории края. Как показывают лесоучредительные данные по Пермскому краю [7, 10], лесной социум в среднем состоит из ельника (55 % всей фитомассы),

березы (26 %) и сосны (12 %). Влияние остальных пород деревьев на общем фоне менее значимо – осина (меньше 5 %), пихта (1 %), кедр (0,1 %) и т.д.

Предлагаемая авторами модель состоит из ландшафта L и трех популяций деревьев. Для простоты мы рассматриваем область L в виде квадрата, сторона которого имеет физический размер 300 метров. Чтобы вычислить световой поток, приходящийся на определенную точку ландшафта, мы вводим однородную сетку $N \times N$, где N в большинстве численных экспериментов было 100. На рис. 1 изображен один элемент ландшафта L_{ij} . Популяции состоят из множества отдельных растений, каждое из которых проживает свою собственную жизнь.

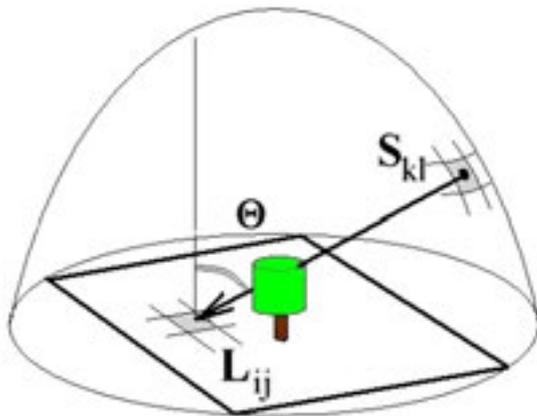


Рис. 1. Общая схема пространственной дискретизации для вычисления светового потока

Дерево в модели представляет собой два цилиндра, один из которых имитирует крону, а другой – ствол. Для каждого дерева имеется ряд важных текущих значений его состояния, прежде всего это высота всего растения H и толщина его ствола D . Эти переменные жестко связаны следующим соотношением:

$$H = H_1 \left(1 - \exp \left(- \frac{H_2}{H_1} D \right) \right), \quad (1)$$

где $H_{1,2}$ – параметры, зависящие от вида популяции. Ширина и высота кроны также связаны между собой соотношением

$$R = C_1 d^a, \quad (2)$$

где C_1 и a – параметры популяции. В ре-

зультате каждое дерево характеризуется одной независимой переменной. Далее предполагается, что растение в своей эволюции проходит три стадии – семя, молодое и взрослое дерево. Семя не воспринимает свет и не может расти – оно не участвует в конкуренции за ресурсы. Однако оно может прижиться в какой-то точке области L и стать молодым деревом. Разница между молодым и зрелым растениями заключается в значениях настроечных коэффициентов, определяющих скорость роста и способности к осеменению. Каждое растение, участвующее в динамике, на каждом шаге по времени растет в соответствии со своим статусом, производит осеменение местности, а также может внезапно умереть.

В модели предполагается, что главным ресурсом, за который конкурируют деревья, является солнечный свет. Именно свет является условием роста растений. Вычисление светового потока включает в себя определение количества света I , падающего на верхнюю точку лесной кроны. Для вычислений выбран 58-й градус северной широты, соответствующий положению Перми. Это определяет годовую полосу движения Солнца по небесной сфере между двумя крайними траекториями движения в декабре и июне. Интегрирование по всей небесной сфере осуществляется только один раз перед основным циклом итераций. Более затратными являются вычисления в самом цикле. На элемент ландшафта L падает световой луч, который может встретить на своем пути крону дерева. Коэффициент проникновения λ является характерным параметром для каждой популяции. Если теперь проинтегрировать по всему множеству растений, то можно получить искомое количество света, приходящееся на единицу площади области L .

$$F_{ij} = I \sum_{k,l} P_{i,j}^{k,l} \cos(\Theta_k), \quad (3)$$

где

$$P_{i,j}^{k,l} = \prod_m \lambda_m, \quad (4)$$

а индекс m «пробегает» по всему множе-

ству деревьев. Кроме всего, в (3) учтено, что луч падает на элемент ландшафта, вообще говоря, не перпендикулярно.

После нахождения распределения освещенности местности для каждого дерева определяется скорость его роста на этот год, прирост, также проверяется – не должно ли дерево погибнуть на этом шаге по времени, а для взрослых растений вычисляется еще и функция распределения для производимых семян. Относительное увеличение размера дерева, растущего на элементе ландшафта L и получающего свет F , определяется по закону

$$G = \frac{g_1 F_{ij}}{2 \left(\frac{g_1}{g_2} + F_{ij} \right)} d, \quad (5)$$

где $g_{1,2}$ – параметры популяции, при этом g_1 определяет скорость роста дерева при полном освещении, а g_2 – в отсутствии всякого освещения. Определив прирост, вычисляем размер дерева через год:

$$D_{t+1} = D_t + G, \quad (6)$$

Следующим шагом является вычисление вероятности гибели дерева, которая сильно зависит от того, как быстро растет дерево – для хорошо растущих деревьев она меньше:

$$D = m_1 \exp(-m_2 G), \quad (7)$$

где m_1 – смертность при нулевом росте, а m_2 – смертность от света. На каждом шаге по времени для деревьев генерируются случайные числа в соответствии с распределением (7). Если дерево погибает, то оно безвозвратно удаляется из популяции. Эффектами влияния завалов из погибших деревьев мы пренебрегаем. Для старых деревьев предусматривается некоторое ускорение их смертности.

Вторым по важности процессом в модели является производство взрослыми

деревьями семян и их распределение по ландшафту. Если борьба за световые ресурсы проявляет локальное взаимодействие между деревьями, то осеменение является дальнедействующим эффектом. Именно два этих процесса, распределенных в пространстве, образуют нелинейную связь между членами популяции и способствуют возникновению нелокальных структур. Для вероятностного описания распространения семян мы использовали распределение Вейбуля [18]:

$$V_i = \gamma \sum_{k=1}^g \left(\frac{D_k}{30} \right)^2 \exp(-r_1 M_{ik}^3). \quad (8)$$

Здесь D_k – диаметр ствола одного из g родительских деревьев, попавшего внутрь круга с центром i , r_1 – параметр популяции, M_{ik} – расстояние в метрах от точки i до k -го родительского дерева. Как видно из формулы (8), вероятность сильно зависит от размера индивида и быстро уменьшается с расстоянием. В модели мы пренебрегаем анизотропией распространения семян (например, благодаря ветру) и другими возможными осложняющими факторами.

Для калибровки модели на трехкомпонентное сообщество ель–береза–сосна была использована лесостроительная информация, приведенная в справочнике [7], ряд данных для нашей задачи приведен в табл. 1. Подбирая параметры для популяций, мы учитывали следующие факторы:

– *Размеры растений.* Самым высоким деревом в конкурирующей тройке является сосна – достигает 40 метров в высоту. Береза вырастает до 20–25 метров, ель – до 15–20 метров.

– *Борьба за свет.* Более высокие деревья, такие как сосны, имеют преимущество в конкуренции. Заслоняя своей кроной молодняк, они препятствуют его росту.

Таблица 1

Параметры популяций для трехкомпонентной модели						
Вид дерева	α	β	D_{cn}	γ	T	
Для всех	-20	0,135	100	0,1	1	
Вид дерева	λ	g_1	g_2	m_1	m_2	r_1
Береза	0,4	0,4	0,05	0,5	2,0	$3 \cdot 10^{-4}$
Ель	0,064	0,15	0,15	0,077	6,0	$6,9 \cdot 10^{-4}$
Сосна	0,4	0,18	0,019	0,268	4,0	$1,03 \cdot 10^{-5}$

Однако необходимость в солнечном свете у разных пород деревьев разная и это несколько уравнивает шансы. В тройке ель–береза–сосна наиболее восприимчивой к свету является береза, а ель, наоборот, любит расти в тени. Поэтому ельник легко поднимается в тени березы, но когда он вырастает, то перекрывает возможности роста для первой. Сосна имеет промежуточные показатели – ей трудно подняться в тени, но если уж она поднялась, то из-за своей высоты сосна вне конкуренции.

– *Время жизни.* Самой короткоживущей является береза – 60–80 лет. Ель в нормальных условиях живет до 250 лет, а сосна – до 400 лет.

– *Распространение семян.* Сосна имеет наибольший радиус распространения, но приживаемость семян самая низкая.

В целом можно сказать, что в тройке ель–сосна–береза первая популяция является эдификатором, т.е. именно этот вид древесины определяет правила игры. Ельник легко растет в тени других деревьев, а, поднявшись, подавляет остальных. Однако ель не может расти сама по себе – ей всегда нужен спутник, так как молодые ели плохо переносят солнечный свет. Поэтому сценарий зарастания пустошей происходит следующим образом: сначала распространяются береза и сосна, а затем в их тени поднимается ель.

В качестве примера пространственно-

временной динамики лесного массива, состоящего из трех популяций, рассмотрим эволюцию системы из начального состояния, в котором в центре пустыря стоит несколько деревьев разного вида. На рис. 2 представлены соответствующие кадры через 140 лет после начала эволюции. Каждый кружок представляет собой отдельное дерево, причем ширина кружка пропорциональна ширине кроны. Хорошо видно, что зарастание пустоши происходит благодаря березе (отмечена красным цветом) и сосне (зеленая). Ель (обозначенная синим цветом) распространяется медленно и идет только вслед за другими породами деревьев. Однако в конце концов ельник вытесняет другие деревья. Анализ распределения освещенности ландшафта показывает, что в центральной области, занятой в основном ельником, свет до земли практически не добирается. Это приводит к тому, что прижиться в этой области семенам трудно и ельник медленно, но верно расширяет ареол своего обитания. Сама ель в молодости любит полумрак, и ей такие условия существования комфортны.

Следует заметить, что Пермский край имеет протяженность 645 км с севера на юг и располагается между 56 и 62-й широтами. Территориальное распределение лесов края весьма неоднородно. В северных, северо-восточных районах до 90 % терри-

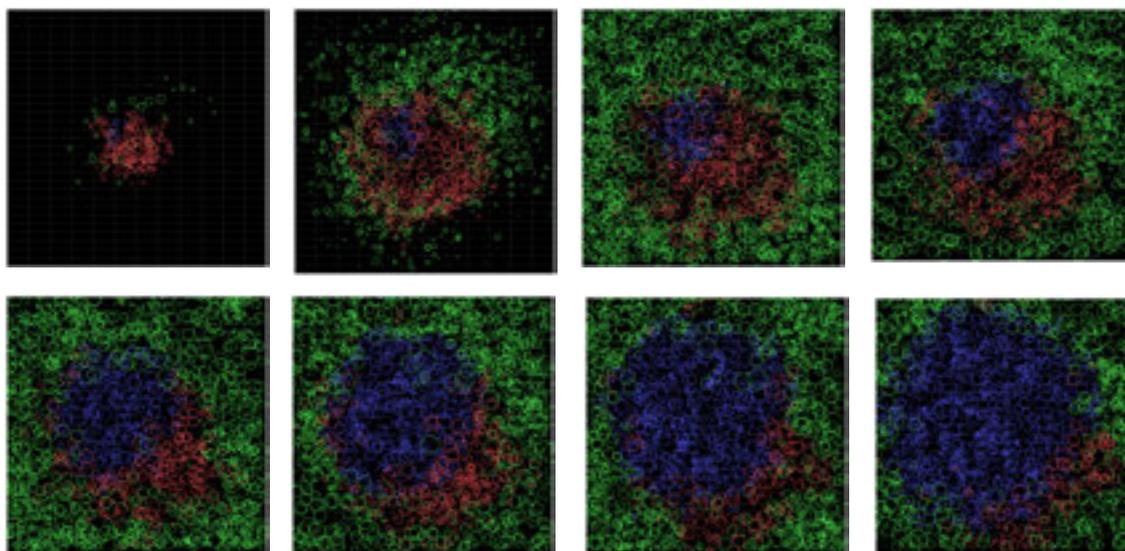


Рис. 2. Эволюция лесного массива из неоднородных начальных условий

тории покрыто лесами. К югу и вокруг крупных населенных пунктов лесистость заметно снижается, в южных районах – до 30–35 %. В лесничествах Коми-Пермяцкого округа, а также в лесничествах, расположенных в северной и северо-восточной частях Пермского края, сосредоточено до 40 % эксплуатационных запасов спелых и перестойных насаждений [9]. Если ориентироваться на классификацию лесов, установленную Министерством природных ресурсов России (приказ МПР России от 28.03.2007 г. № 68 «Об утверждении перечня лесорастительных зон и лесных районов Российской Федерации»), то всю территорию Пермского края можно разделить на четыре основные зоны, представленные на рис. 3 [9].

Среди них: среднетаежный лесной район на северо-западе края, средне-уральский район на востоке в предгорьях Уральского хребта, южно-таежный район вокруг краевого центра и район хвойно-широколиственных лесов на юге. В целом можно заме-

тить, что первые три зоны относятся к зонам таежного типа, а зона хвойно-широколиственных лесов в Пермском крае представлена всего одним районом, находящемся на юге. Этот вывод подтверждается общим соотношением разных пород деревьев [9]: из всей покрытой лесом площади на долю хвойных насаждений приходится 61 %, на долю мягколиственных пород – 39 %. Вообще, на территории Пермского края произрастает 14 лесообразующих пород. Среди хвойных деревьев наибольшую площадь (77,3 %) занимает ель. Сосна на втором месте (21,5 %). Лесные массивы из этой породы встречаются на всей территории края, но наибольшие площади сосновых лесов сосредоточены в Гайнском и Чердынском лесничествах. Преобладание кедра и лиственницы приходится всего на 0,3 % площади хвойных насаждений. Из мягколиственных пород преобладает береза (79,5 %); осина составляет 13,4 % площади лиственных лесов. Все осинники являются вторичными лесами и возникают на месте рубок.

Анализ структуры шести основных ботанико-географических районов Пермского края, описанных выше, показывает, что базисная модель должна быть уточнена для некоторых из них. Опишем кратко основные изменения, которые должны быть сделаны:

Среднетаежные елово-сосновые леса. Описанная выше трехкомпонентная модель ель–сосна–береза здесь может быть принята без изменений, так как среднетаежные леса характеризуются простым строением древостоя. Наблюдающиеся здесь вкрапления пихты слишком мало-значительны.

Южнотаежные пихтово-еловые леса. Существенную роль в этом лесном сообществе играет осина (табл. 2). Местами она создает чувствительную конкуренцию березе. Базисная модель должна быть дополнена еще одним компонентом – осиновым древостоем. Ее характеристики близки к березовым, но слегка уступают им в способности расти на пустошах.



Рис. 3. Основные лесные зоны Пермского края (по данным [13])

Таблица 2

Вид	λ	g_1	g_2	m_1	m_2	r_1
Пихта	0,4	0,15	0,015	0,268	2,0	$0,9 \cdot 10^{-4}$
Осина	0,4	0,35	0,04	0,45	2,0	$3 \cdot 10^{-4}$

Широколиственные елово-пихтовые леса. Структура лесов этого района наиболее сложна, так как модель должна включать минимум пять взаимодействующих древостоев. Среди хвойных пород важным включением является пихта, а среди широколиственных пород – осина. Пихта (см. табл. 2) очень напоминает сосну, но с менее ярко выраженными свойствами – это дерево ниже (до 30 метров), имеет меньший ареал распространения семян.

Район Кунгурской лесостепи. Так как здесь лесопокрывание составляет всего 10–20 %, то район для данной модели интереса не представляет.

Средне- и южнотаежные предгорные пихтово-еловые леса. Этот район по своим свойствам можно отнести к южнотаежным пихтово-еловым лесам.

Северо- и среднетаежные кедрово-еловые горные леса. Это сообщество по своей структуре весьма напоминает сообщество среднетаежных елово-сосновых лесов, но с важной ролью, которую здесь играет кедр, фактически заменяющий сосну в этом регионе. По своим характеристикам кедр напоминает сосну, так как настоящее название этого растения – сосна сибирская кедровая. Важное отличие заключается в том, что кедр является медленнорастущим деревом, т.к. у него один из самых коротких периодов вегетации среди хвойных [7].

Базовый алгоритм расчета динамики лесного массива получил государственную регистрацию программ для ЭВМ [6].

Библиографический список

1. Антухов А.М., Брацун Д.А. Моделирование групповой динамики толпы, паникующей в ограниченном пространстве // Вестник Пермского ун-та. Механика. – 2009. – Вып. 3(29). – С. 18–23.
2. Белковская Т.П., Безгоднов А.Г., Овеснов С.А. Сосудистые растения Вишерского заповедника. – Пермь.: изд-во ПГУ. – 2004. – 104 с.
3. Брацун Д.А. Эффект возбуждения подкритических колебаний в стохастических системах с запаздыванием. Ч. I. Регуляция экспрессии генов // Компьютерные исследования и моделирование. – 2011. – Т. 3. – № 4. – С. 431–438.
4. Брацун Д.А., Захаров А.П. Моделирование пространственно-временной динамики циркадианных

В данный момент алгоритм реализован на языке программирования Java.

Реализованный на базе ПГГПУ проект направлен на создание пакета программ конечного пользователя, позволяющего моделировать процессы роста лесного массива на некотором ограниченном участке земли. В основе пакета программ лежит разработанная авторами модель лесного массива, представленного в виде сложной системы, в которой каждая популяция растений вступает в конкуренцию с другими популяциями на уровне отдельных деревьев. Одним из главных факторов пространственного структурообразования системы была выбрана борьба за световую энергию. Другими важными факторами, учтенными в модели, являются восприимчивость к свету, скорость роста, диапазон распространения и приживаемость семян, уровень смертности деревьев и другие параметры. Значения параметров, заложенных в модель, были получены на базе реальной лесоустроительной информации Пермского края. Пользователь программы сможет выбирать модель лесного массива, характерную для своего района Пермского края; задавать начальное распределение древостоя по его плотности и качественному составу; вносить в ход имитационного моделирования различные сценарные изменения. С одной стороны, работа имеет фундаментальное значение, так как вопрос о механизмах формирования макроскопических динамических структур в экологических сообществах в настоящее время является одним из важнейших в математической экологии. С другой стороны, разработанная модель и работающий на ее основе пакет прикладных программ могут быть использованы для более эффективного планирования в лесном хозяйстве области.

- ритмов *Neurospora crassa* // Компьютерные исследования и моделирование. – 2011. – Т. 3. – № 2. – С. 191–213.
5. Брацун Д.А., Колесников А.К., Люшнин А.В., Шкараба Е.М. Моделирование пространственно-временной динамики лесного массива // Вестн. Пермского ун-та. Сер.: Математика. Механика. Информатика. – 2009. – Вып. 3(29). – С. 24–31.
 6. Брацун Д.А., Люшнин А.В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012612434 «Урал-Лес». Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 6 марта 2012 г.
 7. Лесной фонд России. Справочник. – М.: изд-во ВНИИЦлесресурс, 1995. – 280 с.
 8. Мюррей Дж. Математическая биология. Т. 1. Введение. – Ижевск: изд-во ИКИ–РХД, 2009. – 774 с.
 9. Официальный сайт Министерства природных ресурсов Пермского края. URL: <http://priroda.permkrai.ru/>.
 10. Чабак Е. Для кого сплет лес? Обзор ЛПК Пермского края // ЛесПромИнформ, 2009. – № 8. – С. 73–76.
 11. Botkin D.B., Janak J.F., Wallis J.R. Some ecological consequences of computer model of forest growth // J. Ecology. – 1972. – Vol. 60. – P.101–116.
 12. Bratsun D., Volfson D., Hasty J., Tsimring L. Delay-induced stochastic oscillations in gene regulation // PNAS. – 2005. – Vol. 102. – No 41. – P. 14593–14598.
 13. Bratsun D.A., Lyushnin A.V., Dubova I.Yu., Krylova M.V. Computational modeling of collective behavior of panicked crowd escaping multi-floor branched building // Book of abstracts of European Conference on Complex Systems. – Brussels, Belgium, 2012. – P. 121.
 14. Greig-Smith P. Pattern in vegetation // J. Ecol. – 1979. – Vol. 67. – P. 755–779.
 15. Kershaw K.A. Pattern in Vegetation and Its Causality // Ecology. – 1963. – Vol. 44. – P. 377–388.
 16. Lefever R., Lejeune O. On the Origin of Tiger Bush // Bull. Math. Biol. – 1997. – Vol. 59. – P.263–294.
 17. Levin S.A. The problem of pattern and scale in ecology // Ecol. – 1992. – Vol. 73. – P. 1943–1967.
 18. Pacala S.W., Canham C.D., Silander J.A. Forest models defined by field measurements: 1 the design of a northeastern forest simulator // Can. J. For. Res. – 1993. – Vol. 23. – P. 1980–1988.
 19. Ponce V.M., Cunha C.N. Vegetated earth mounds in tropical savannas of Central Brazil: A synthesis // J. Biogeogr. – 1993. – Vol. 20. – P. 219–225.
 20. Valentin C., D'Herbes J.M., Poesen J. Soil and water components of banded vegetation patterns // Catena 37. – 1999. – P. 1–24.

MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMICS OF FORESTRY DEVELOPMENT IN PERM REGION

D.A. Bratsun, A.K. Kolesnikov, A.V. Lyushnin

The processes of birth, growth and pattern formation of forest typical of Perm region are modelled. The model is built as a complex system, where each population is represented by individual trees competing for solar light. For each tree we calculated the integral year light energy penetrating through crowns of neighboring trees. Other factors taken into account are growth rate, seed dispersal and mortality. The parameter values used in the model were calibrated from the factual information received from Perm forests. On the one hand, this work has a fundamental aspect because the formation of dynamical macroscopic patterns in ecological systems attracts great interest of researchers. On the other hand, the proposed model can have many applications for more effective forest management.

Keywords: complex system, spatially distribution systems, automatic cells.

Сведения об авторах

Брацун Дмитрий Анатольевич, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретической физики и компьютерного моделирования, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (ПГГПУ), 614990, г. Пермь, ул. Сибирская, 24; e-mail: dmitribratsun@ Rambler.ru

Колесников Андрей Константинович, кандидат физико-математических наук, ректор, ПГГПУ; e-mail: kolesnikov@pspu.ru

Люшнин Андрей Витальевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики и компьютерного моделирования, ПГГПУ; e-mail: andry@pspu.ac.ru

Материал поступил в редакцию 17.06.2013 г.