УДК 004.032.26, 621.373.1

ВЛИЯНИЕ ДИСКРЕТНОСТИ СИНАПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ДИНАМИКУ СБАЛАНСИРОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

М.В. Агеева, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*
Д.С. Голдобин, *Институт механики сплошных сред УрО РАН*

Для цитирования:
Агеева М.В., Голдобин Д.С. Влияние дискретности синаптических сигналов на динамику сбалансированных нейронных сетей // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. – 2024. – № 4. – С. 39–48. https://doi.org/10.7242/2658-705X/2024.4.3

В 2024 году Нобелевская премия по физике присуждена за работы, которые заложили фундамент развития машинного обучения на базе искусственных нейронных сетей. Это событие можно считать публичным признанием роли математических моделей, подобных модели Хопфилда, и привлечения математического аппарата статистической физики и квантовой механики для описания коллективной динамики в них. Несмотря на то, что медиатором динамики сети нейронов являются дискретные синаптические сигналы, теоретическое описание эндогенного шума в таких сетях строится в рамках диффузионного приближения. Такой подход имеет существенный недостаток, поскольку фактически дискретный набор сигналов представляется в виде непрерывного гауссова шума. Оказывается, что результатом такого подхода является фактическая «слепота» полученных уравнений к некоторым режимам коллективной динамики системы: в частности, к возможности гистерезисных переходов между асинхронной и колебательной динамикой в сбалансированной нейронной сети с разреженной системой связей. В статье описывается недавно введенный формализм полного среднего поля, учитывающий эффективный синаптический дробовой шум в разреженной сети спайковых нейронов. Также обнаружены и раскрыты два механизма возникновения глобальных колебаний в системе в зависимости от степени разреженности сети. Разработанный формализм был протестирован на двух моделях динамики нейрона: квадратичные нейроны – пороговые интеграторы (quadratic integrate-and-fire neurons) и модели Морриса–Лекара.

Ключевые слова: *полное среднеполевое описание, квадратичные нейроны – пороговые интеграторы, диффузионное приближение, дробовой шум.*

8 октября 2024 года пресс-служба Нобелевского комитета объявила лауреатов премии по физике. Премия «за фундаментальные открытия и изобретения, которые сделали возможным машинное обучение на базе искусственных нейронных сетей» [1] присуждена за работы, связанные с моделью Хопфилда (Hopfield, [2]) – один из концептуальных вариантов, как может быть реализована работа ассоциативной памяти. Упрощения данной модели, с одной стороны, избавляют ее от второстепенных особенностей, которые зависят от частных вариантов воплощения концепции, а с другой – позволяют выработать понимание универсальных закономерностей и принципов работы таких систем. Причем последнее может быть сделано с математической строгостью на основе подходов и математического аппарата статистической физики больших ансамблей и квантовых систем. Давно осознанное узкими специалистами в статистической физике и прикладной математике понимание роли моделей, подобных модели Хопфилда, не только доказало свою практическую состоятельность – свидетельством этому является семейство методов, которые сегодня принято объединять под общим названием «Искусственный интеллект». Решение Нобелевского комитета в 2024 году является публичным признанием этой роли.

В области физической кинетики (неравновесной статистической физики) больших сетей нейронов с различными классами возбудимости остается достаточно много вопросов, ответ на которые может быть дан в рамках континуального описания для плотности вероятности. Ряд строгих математических результатов здесь играет очень важную роль. Так, например, соблюдение условий теории Отта–Антонсена [3] запрещает динамику кластеризации [4], что сразу исключает возможность привлечения сетей определенного типа для решения целого класса задач обработки информации. Публикуемые в литературе примеры реализации таких задач при детальной проверке обнаруживают грубые ошибки, исправление которых [5] приводит к пропаданию динамики кластеризации и исчезновению описываемых эффектов. Другой актуальной проблемой является кинетическое описание влияния эндогенного шума на макроскопическую динамику сетей нейронов.

Адекватное предсказание динамики многих природных и технологических систем требует учитывать дискретный характер изучаемых стохастических явлений. Типичным примером подобной ситуации может служить дробовой шум в электрических сетях, который представляет собой последовательность коротких импульсов, и потому не может описываться непрерывным образом. Природа этого шума – случайные флуктуации в движении зарядов в проводнике: ток представляет собой поток заряженных частиц, движущихся в соответствии с прикладываемым потенциалом. При столкновении с некоторым барьером, потенциальная энергия накапливается до тех пор, пока не превысит некоторое критическое значение, необходимое для его преодоления. Когда энергии окажется достаточно, она резко преобразуется в кинетическую энергию, и барьер преодолевается. Поскольку каждый электрон пересекает этот потенциальный барьер случайным образом, в случайный момент времени возникает всплеск энергии [6], а в совокупности этих преодолений мы получаем дробовой шум. Его возникновение возможно, в целом, в любом проводнике, поскольку потенциальным барьером может служить любой дефект или примесь в металле. Однако для детектирования такого шума значимыми оказываются характерные размеры препятствия, и поэтому учет этого эффекта представляет значительно больший интерес, когда речь идет о полупроводниках. Также важно отметить, что этот шум не зависит от температуры, в отличие от белого шума, который, напротив, связан с тепловыми колебаниями в системе, и, как следствие, является непрерывным. Таким образом, включение дробового шума в математическую модель динамики системы крайне важно для корректного описания возникающих явлений во многих областях физики, от мезоскопических проводников [7] и до управляемых гранулированных газов [8].

Другим очевидным примером необходимости учета дискретности событий является нейронная динамика. Нейрон состоит из трёх основных частей – тела, дендрита (точка получения сигнала от предыдущего нейрона) и аксона (точка передачи сигнала последующему нейрону). В покое внутри нейрона находятся как положительно заряженные ионы калия, так и отрицательно заряженные аминокислоты и белки. Снаружи, в то же время, превалируют положительно заряженные ионы натрия и кальция, в результате чего возникает разность потенциалов по разные стороны клетки – так называемый потенциал покоя. Передача сигналов между нейронами обеспечивается синапсами – местами контакта двух нейронов. Под влиянием некоторой волны возбуждения (потенциала действия) в область синаптической щели выделяются нейромедиаторы, в результате действия которых внутрь отрицательно заряженной клетки попадают ионы натрия, что деполяризует клетку. Когда клетка преодолевает порог деполяризации, возникает потенциал действия. Рост потенциала действия провоцирует открытие потенциал-зависимых кальциевых каналов, и положительно заряженные ионы могут свободно перемещаться внутрь клетки, вызывая кратковременное изменение мембранного потенциала [9]. Это изменение носит название постсинаптический потенциал (ПСП). Выделяют два основных типа ПСП – возбуждающий и тормозной, в зависимости от того, какого заряда ионы проходят через мембрану. Если открытие канала приводит к деполяризации клетки, то возникает возбуждающий ПСП, поскольку потенциал нейрона приближается к порогу активации. Тормозной ПСП, напротив, является результатом гиперполяризации клетки. Движение иона внутри клетки завершается в момент достижения равновесного потенциала – когда силы диффузии и электростатического отталкивания компенсируют друг друга. Обычно предполагается, что постсинаптические потенциалы, стимулирующие нейрон в коре головного мозга, не коррелируют друг с другом, имеют малые амплитуды и высокие скорости поступления. Поэтому нейронная динамика среднего поля рассматривалась в рамках диффузионного приближения [10], а синаптические импульсы – как непрерывный гауссов процесс.

Однако некоторые эксперименты показали, что редкие постсинаптические потенциалы большой амплитуды могут оказать значительное влияние на активность коры. Более того, сети тормозных нейронов с низкой связностью ($K \sim 30 - 80$) были обнаружены в зрительной коре кошки [11, 12] и гиппокампе крысы [13]. Эти эксперименты показывают, какое значение имеет разработка формализма среднего поля, способного учитывать дискретность синаптических сигналов для случайной нейронной сети [14, 15]. Ранее такие формализмы уже были разработаны для модели IF (Integrate-and-Fire), однако такие подходы строго ограничены стационарными решениями и непригодны для описания возникновения колебательного поведения.

В работе [16] строго выводится формализм полного среднего поля для сбалансированных нейронных сетей, с учетом разреженности нейронной сети и дискретности синаптических импульсов. Предполагается, что использование такого подхода сделает возможным воспроизведение всех возможных динамических состояний системы. Первый важный шаг, проделанный в исследовании [16], – демонстрация несостоятельности диффузионного приближения в воспроизведении колебательной динамики нейронных сетей при достаточно низком возбуждающем входном токе стимуляции (сильная тормозная обратная связь) путем рассмотрения моделей, основанных на проводимости и токе.

Кроме того, для модели квадратичных нейронов – пороговых интеграторов (Quadratic Integrate-and-Fire, QIF) [17] в рамках полного среднеполевого подхода авторами была получена бифуркационная диаграмма, охватывающая асинхронный и колебательный режимы. В частности, этот подход выявляет суб- и суперкритические бифуркации Хопфа при переходе от асинхронного к колебательному режиму, а также область сосуществования этих двух фаз: все это отсутствует в рамках диффузионного приближения. Точные событийно-ориентированные симуляции крупных сетей подтверждают сценарий, предсказанный в рамках теории полного среднего поля. Кроме того, было показано, что глобальные колебания, индуцированные дискретными синаптическими сигналами, могут возникнуть посредством двух разных механизмов – через активацию кластеров при достаточно малых K и через дрейф при больших K.

Сбалансированная нейронная сеть

В качестве прообраза динамически сбалансированной системы рассматривается разреженная сеть ингибиторных (тормозных) синаптических связей, состоящая из N нейронов, динамика мембранных потенциалов которых описывается следующим образом:

$$\dot{V}_i(t) = F(V_i) + I - g\sum_{j=1}^{N}\sum_{n}\lambda_{ji}\delta(t - t_j^{(n)}) \qquad (1)$$

где I представляет собой внешний постоянный ток, g – синаптическую связь, а последний член – ингибиторную синаптическую связь. Последнее слагаемое представляет собой линейную суперпозицию мгновенных тормозных постсинаптических потенциалов, испускаемых в моменты времени $t_j^{(n)}$ со стороны пресинаптических нейронов, связанных с i-ым нейроном; λ_{ji} – матрица смежности случайной сети, значения которой равны 1 (или 0), если соединение нейронов существует (или нет). Также предполагается, что коэффициент $K = \sum_j \lambda_{ji}$ одинаков для всех нейронов. Рассматриваются две основные парадигматические модели импульсного нейрона: модель QIF, предполагающая, что $F(V) = V^2$ [17], и вторая модель – модель Морриса–Лекара [18], основанная на ионной проводимости. Эти модели являются представителями первого и второго классов возбудимости соответственно.

Квадратичные нейроны – пороговые интеграторы (QIF)

Это биологическая модель нейрона, в которой динамика потенциала действия предполагается пропорциональной квадрату потенциала. Моделирование предполагает следующий алгоритм: каждый раз, когда мембранный потенциал V достигает бесконечности, испускается δ-импульс, который мгновенно доставляется к постсинаптическим нейронам, а потенциал мембраны при этом сбрасывается до $-\infty$.

В отсутствии синаптической связи (то есть, при нулевом последнем слагаемом в (1)) модель QIF воспроизводит возбудимую динамику при $I > 0$ и колебательную при $I < 0$. С учетом того, что авторами рассматривается только ингибиторная сеть, нетривиальная коллективная динамика оказывается возможной только в случае, когда нейроны являются надпороговыми, то есть в случае $I > 0$. В отличие от модели Морриса–Лекара, модель QIF полностью игнорирует динамику ионных каналов. Помимо квадратичной зависимости часто также рассматривается и экспоненциальная, причем некоторые экспериментальные данные показывают лучшее совпадение именно с последней [18]. Однако вблизи порога бифуркации между возбудимым режимом и режимом периодических колебаний модели практически перестают различаться: более того, QIF является нормальной формой для этой бифуркации, что и обуславливает выбор данной модели для многих теоретических исследований.

Модель Морриса–Лекара

В случае, когда динамика мембранного потенциала решающим образом зависит от активности ионных каналов, более уместным оказывается использовать модель Морриса–Лекара. Нелинейность в уравнении (1) эта модель предполагает рассчитывать в виде:

$$F(V) = g_L(E_L - V) + g_{Ca}M_\infty(V)(E_{Ca} - V) + g_K N_K(V)(E_K - V) + I_c$$

где g_L – проводимость соответствующих каналов, I_c – ток, E – равновесный потенциал соответствующих каналов, N_K – вероятность того, что канал K^+ открыт. Динамика N_K задается уравнением:

$$\dot{N}_K(V) = \frac{N_\infty(V) - N_K(V)}{\tau_N(V)}$$

где

$$M_\infty(V) = \frac{1}{2}\Big(1 + \mathrm{th}\big((V - E_1)/E_2\big)\Big)$$

$$N_\infty(V) = \frac{1}{2}\Big(1 + \mathrm{th}\big((V - E_3)/E_4\big)\Big)$$

$$\tau_N(V) = 15/\mathrm{sh}\big((V - E_3)/2E_4\big)$$

Последние три функциональные зависимости являются традиционной аппроксимацией экспериментальных данных, с параметрами аппроксимации E_1– E_4 [18]. Параметры моделирования выбираются таким образом, чтобы динамика соответствовала возбудимой мембране II класса.

Несмотря на то, что фактически модель Морриса–Лекара представляет собой систему нелинейных уравнений, ее исследование оказывается более простым, чем для модели QIF. Эта модель вполне может быть решена простыми численными схемами, такими, как, например, стандартный метод Эйлера с постоянным шагом по времени. Моделирование же QIF требует специальных дополнительных методов: в работе [16] используется точный событийно-ориентированный метод.

Подход среднего поля

В случае, когда сеть нейронов оказывается достаточно разреженной ($K \ll N$), последовательность испускаемых импульсов от пресинаптических нейронов можно считать некоррелированной, то есть полагать пуассоновским случайным процессом. В таком случае, динамику среднего поля для любого нейрона можно представить в виде уравнения Ланжевена [20]:

$$\dot{V}(t) = F(V) + I - gS(t)$$

где $S(t)$ – пуассоновская последовательность δ-пиков со скоростью $R(t) = K\nu(t)$, где $\nu(t)$ – самосогласованная мгновенная частота испускания синаптических импульсов конкретным нейроном, осредненная по ансамблю. Обычно пуассоновскую последовательность импульсов аппроксимируют в рамках диффузионного приближения, так что

$$S(t) = R(t) + \sqrt{R(t)}\xi(t)$$

где $\xi(t)$ – нормированный гауссов белый шум. Однако, как показывают авторы работы [16] на примере модели Морриса–Лекара, диффузионное приближение оказывается не способно воспроизводить коллективную нейронную динамику: вместо глобальных колебаний определенной частоты, получается асинхронное поведение нейронов со стационарным распределением состояний.

Также оказывается, что диффузионное приближение некорректно описывает поведение и для модели QIF. Поэтому для воспроизведения коллективных динамических режимов, наблюдаемых в сети, авторами был разработан формализм полного среднего поля, который включает в себя синаптический дробовой шум. Предполагается, что таким образом будет возможно идентифицировать все режимы, отображаемые уравнением динамики функции распределения вероятности, а также станет возможным анализ устойчивости этих режимов.

В стандартном подходе среднего поля динамика популяции описывается в терминах функции распределения вероятности $P(V,t)$:

$$\dot{P}(V,t) + \partial_V[(V^2 + I)P(V,t)] = R(t)\Delta P(V,t)$$

Основа формализма полного среднего поля состоит в следующем: эволюция модели QIF преобразуется в фазовый осциллятор путем перехода к фазе колебаний нейрона $\psi = 2\,\mathrm{arctg}(V/\sqrt{I})$, а затем, посредством ввода новой функции распределения вероятности уже для фаз, в задачу вводятся так называемые параметры порядка Курамото–Дайдо $z_n = \langle \exp(in\psi) \rangle$ [21, 22]:

$$w(\psi,t) = \frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{-in\psi}. \qquad (2)$$

Определить эти параметры можно как набор коэффициентов, который показывает степень упорядочения в системе. В том случае, когда все осцилляторы движутся случайным образом, не чувствуя друг друга, параметр порядка z_1 равен 0, в обратном случае его модуль равен 1 (полная когерентность). По построению $z_0 = 1$ и $z_{-n} = z^*_n$. Подстановка (2) позволяет перейти от рассмотрения динамики функции распределения вероятности к динамике параметров порядка, а частота испускания импульсов оказывается связанной с этими параметрами:

$$\dot{z}_n = 2ni\sqrt{I}z_n + K\nu\left[\sum_{m=0}^{+\infty} I_{nm}(\alpha)z_m - z_n\right], \qquad (3)$$

$$\nu = \frac{\sqrt{I}}{\pi}\mathrm{Re}\left(1 - 2z_1 + 2z_2 - 2z_3 + 2z_4 - \ldots\right), \qquad (4)$$

$$I_{nm}(\alpha) = \frac{1}{2\pi i}\oint\limits_{|\zeta|=1} \frac{4(-\alpha)^m \zeta^n \left(\zeta + \frac{\alpha+2i}{\alpha}\right)^{m-1}}{\alpha(\alpha-2i)^{m+1}\left(\zeta + \frac{\alpha}{\alpha-2i}\right)^{m+1}}\mathrm{d}\zeta, \qquad \alpha = \frac{g}{\sqrt{I}}.$$

Подобный переход оправдан еще и тем, что вся динамика системы в итоге определяется лишь параметрами K и $\alpha =, I^{-1/2}g,$ что позволяет установить все многообразие решений на двумерной фазовой плоскости.

В частности, в источнике [16] было получено стационарное решение задачи (3)–(4). Анализ линейной устойчивости позволил найти границу колебательной неустойчивости стационарного (несинхронного) режима, а слабонелинейный анализ выявил характер соответствующей бифуркации Хопфа (прямой или обратный). По-настоящему удивительным результатом оказалось следующее: в то время, когда линия бифуркаций Хопфа, найденная для диффузионного приближения, является всюду сверхкритической, та же линия, найденная в рамках подхода полного среднего поля, может быть как суб-, так и суперкритической. Это означает, что в одном диапазоне управляющих параметров могут сосуществовать асинхронный и колебательный режимы и переходы между ними носят гистерезисный характер.

Кроме того, оказалось, что существует значительная разница между двумя подходами среднего поля при малых значениях параметра $i_0 = I / \sqrt{K}$: в рамках диффузионного приближения глобальные колебания наблюдаются только при превышении некоторого критического значения параметра K. А в рамках формализма полного среднего поля эти же колебания можно зафиксировать при любом значении K, если выполнено условие $i_0 / g_0^2 < 0.00029$.

В зависимости от того, какой порядок имеет количество входящих синаптических связей K, поведение системы может быть кардинально разным. Для относительно больших K (по-прежнему малых по сравнению с размером сети: $K \ll N$) при каждом всплеске испускания синаптических импульсов, постсинаптические нейроны получают несколько небольших тормозящих ПСП, в результате чего часть нейронов может синхронизироваться. Затем, поскольку некоторые из мембранных потенциалов теперь являются чрезвычайно когерентными (параметры порядка близки к 1), возможной оказывается нерегулярная активация других нейронов. Несмотря на флуктуации, достаточно большая часть нейронов оказывается колеблющейся с примерно одинаковым периодом. Механизм возникновения таких колебаний может быть назван дрейфовым [16], так как он слабо восприимчив к флуктуационной составляющей динамики.

Если же K, напротив, мало, то колебания в нейронной сети также могут самовозбудиться, но механизм их возникновения меняется. Каждый раз, когда очередной нейрон испускает синаптический импульс, возникают тормозящие ПСП большой амплитуды. Они вызывают временную синхронизацию в постсинаптическом канале K и подгруппе последующих нейронов, не получавших в дальнейшем ПСП. В конечном итоге, целый кластер нейронов может одновременно достигнуть порога активации за примерно одинаковое время. Этот временный синхронизирующий эффект может быть назван «кластерная активизация» [16], он лежит в основе колебательной динамики при малых значениях K. При увеличении этого параметра амплитуда ПСП повышается, и при достижении критического значения ($K \simeq 30$) тормозящий ПСП больше не способен оказать достаточно сильный синхронизирующий эффект на постсинаптические нейроны, и динамика вновь становится асинхронной.

Заключение

В настоящей статье представлен подробный анализ влияния дискретности синаптических сигналов на динамику сбалансированных нейронных сетей, теоретическое обоснование которого изложено в работе [16]. Также описан формализм полного среднего поля, который, в отличие от диффузионного приближения, оказался пригоден для полного описания макроскопической динамики системы. В частности, он позволяет обнаружить и корректно описать гистерезисные переходы между асинхронной и колебательной динамикой. Представленный формализм пригоден для описания системы с учетом конечности времени распространения постсинаптических импульсов по сети связей и конечности их ширины.

Также посредством анализа сбалансированных нейронных сетей было выявлено два механизма возникновения глобальных осцилляций, индуцируемых дискретными синаптическими сигналами. Более того, оказалось, что добавление дробового шума приводит к появлению колебательной динамики даже в случае крайней разреженности нейронной сети.

Разработанная модель полного среднего поля (3)–(4) [16] справедлива в разреженных сетях, когда $K \ll N$ в термодинамическом пределе. В случае, если K сопоставимо с N, разреженность сети становится недостаточна, корреляции между последовательностями импульсов должны быть учтены посредством подхода, разрабатываемого в статьях [23, 24]. Также авторами [16] предложены варианты будущего обобщения формализма полного среднего поля – предполагается распространить его на более реалистичные нейронные системы, включив в него кинетику синапсов.

Библиографический список

1. Press release. NobelPrize.org. Nobel Prize Outreach AB 2024. [Электронный ресурс] – URL: https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2024/press-release/ (дата обращения: 30.10.2024).
2. *Hopfield J.J.* Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 1982. – Vol. 79. – № 8. – P. 2554–2558.
3. *Ott E., Antonsen T.M.* Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2008. – Vol. 18. – № 3. – P. 037113.
4. *Watanabe S., Strogatz S.H.* Constants of motion for superconducting Josephson arrays // Physica D. – 1994. – Vol. 74. – № 3–4. P. 197–253.
5. *Gong C.C., Zheng C., Toenjes R., Pikovsky A.* Repulsively coupled Kuramoto-Sakaguchi phase oscillators ensemble subject to common noise // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2019. – Vol. 29. – № 3. – P. 033127.
6. *Carter B.* Op Amps for Everyone (3rd Edition). – Newnes, 2009. – 615 p.

7. *Blanter Ya.M., Büttiker M.* Shot noise in mesoscopic conductors // Physics Reports. – 2000. – Vol. 336. – № 1. – P. 1–166.
8. *Lucente D., Viale M., Gnoli A., Puglisi A., Vulpiani A.* Revealing the Nonequilibrium Nature of a Granular Intruder: The Crucial Role of Non-Gaussian Behavior // Physical Review Letters. – 2023. – Vol. 131. – № 7. – P. 078201.
9. *Hammond C.* Cellular and Molecular Neurophysiology (4th Edition). – Academic Press, 2015. – 444 p.
10. *Tuckwell H.C.* Introduction to theoretical neurobiology: Vol. 2, Nonlinear and Stochastic Theories. – Cambridge: Cambridge University Press, 1988. – 265 p.
11. *Lefort S., Tomm C., Floyd Sarria J.C., Petersen C.C.* The excitatory neuronal network of the C2 barrel column in mouse primary somatosensory cortex // Neuron. – 2009. – Vol. 61. – № 2. – P. 301–316.
12. *Prieto J.J., Peterson B.A., Winer J.A.* Morphology and spatial distribution of GABAergic neurons in cat primary auditory cortex (AI) // Journal of Comparative Neurology. – 1994. – Vol. 344. – № 3. – P. 349–382.
13. *Sik A., Penttonen M., Ylinen A., Buzsaki G.* Hippocampal CA1 interneurons: an in vivo intracellular labeling study // Journal of Neuroscience. – 1995. – Vol. 15. – № 10. – P. 6651–6665.
14. *Richardson M.J.E., Swarbrick R.* Firing-Rate Response of a Neuron Receiving Excitatory and Inhibitory Synaptic Shot Noise // Physical Review Letters. – 2010. – Vol. 105. – № 17. – P. 178102.
15. *Iyer R., Menon V., Buice M., Koch C., Mihalas S.* The Influence of Synaptic Weight Distribution on Neuronal Population Dynamics // PLoS Computational Biology. – 2013. – Vol. 9. – № 10. – P. e1003248.
16. *Goldobin D.S., di Volo M., Torcini A.* Discrete synaptic events induce global oscillations in balanced neural networks // Physical Review Letters. – 2024. – Vol. 133. – №23. – P. 238401.
17. *Gutkin B.* Theta Neuron Model // Encyclopedia of computational neuroscience. Springer. – 2022. – P. 3412–3419.
18. *Morris C., Lecar H.* Voltage Oscillations in the Barnacle Giant Muscle Fiber // Biophysical Journal. – 2010. – Vol. 35. – № 1. – P. 193–213.
19. *Gerstner W., Kistler W. M., Naud R., Paninski L.* Neuronal Dynamics. – Cambridge: Cambridge University Press, 2014. – 578 p.
20. *Brunel N., Hakim V.* Fast global oscillations in networks of integrate-and-fire neurons with low firing rates // Neural Computation. – 1999. – Vol. 11. – № 7. – P. 1621–1671.
21. *Kuramoto Y.* Chemical oscillations, waves, and turbulence. – Berlin: Springer, 1984. – 158 p.
22. *Daido H.* Order Function and Macroscopic Mutual Entrainment in Uniformly Coupled Limit-Cycle Oscillators // Progress of Theoretical Physics. – 1999. – Vol. 88. – № 6. – P. 1213–1218.
23. *Klinshov V.V., Kirillov S.Y.* Shot noise in next-generation neural mass models for finite-size networks // Physical Review E. – 2022. – Vol. 106. – P. L062302.
24. *Klinshov V., Smelov P., Kirillov S.Y.* Constructive role of shot noise in the collective dynamics of neural networks // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2023. – Vol. 33. – № 6. – P. 061101.

INFLUENCE OF DISCRETE SYNAPTIC SIGNALS ON THE DYNAMICS OF BALANCED NEURAL NETWORKS

M.V. Ageeva, D.S. Goldobin

Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS

For citation:
Ageeva M.V., Goldobin D.S. Influence of discrete synaptic signals on the dynamics of balanced neural networks // Perm Federal Research Center Journal. – 2024. – No 4. – P. 39–48. https://doi.org/10.7242/2658-705X/2024.4.3.

In 2024, the Nobel Prize in Physics was awarded for work that laid the foundation for the development of machine learning based on artificial neural networks. This event can be considered a public recognition of the role of mathematical models like the Hopfield model and the use of the

mathematical apparatus of statistical physics and quantum mechanics to describe collective dynamics in them. Despite the fact that neuronal network dynamics is mediated by discrete synaptic signals, the theoretical description of the endogenous noise in such networks is constructed within the framework of the diffusion approximation. This approach has a significant drawback, since in fact a discrete set of signals is represented as continuous Gaussian noise. It turns out that the result of this approach is the actual "blindness" of the obtained equations to some regimes of collective dynamics of the system: in particular, to the possibility of hysteresis transitions between asynchronous and oscillatory dynamics in a balanced neural network with a sparse net of connections. The paper describes a recently introduced full mean-field formalism that takes into account the effective synaptic shot noise in a sparse network of spiking neurons. Two mechanisms of global oscillations in the system depending on the degree of network sparsity are also found and explained. The developed formalism was tested on two models of neuron dynamics: quadratic integrate-and-fire neurons and the Morris–Lecar model.

Keywords: complete mean field, quadratic integrate-and-fire neurons, diffusion approximation, shot noise.

Сведения об авторах

Агеева Мария Викторовна, инженер-исследователь лаборатории подземной утилизации углерода, Институт механики сплошных сред УрО РАН – филиал Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН («ИМСС УрО РАН»), 614018 г. Пермь, ул. Академика Королева, 1; e-mail: ageeva_mv00@mail.ru

Голдобин Денис Сергеевич, кандидат физико-математических наук, зав. лабораторией подземной утилизации углерода, «ИМСС УрО РАН»; e-mail: Denis.Goldobin@gmail.com

Материал поступил в редакцию 30.10.2024 г.