

Анализ полученных результатов позволил установить, что зависимости поперечных деформаций от продольных при длительном нагружении имеют вид, близкий к параболическому, что не наблюдается при условно-мгновенном сжатии, где аналогичные зависимости имеют форму, близкую к S-образной. Данное различие, по всей видимости, вызвано эффектом консолидации, наиболее ярко проявляющимся при длительном нагружении нарушенных сильвинитовых пород. Так же по результатам проведенных исследований можно сделать вывод, что в ряде случаев величина поперечных деформаций является достаточно информативным показателем, показывающим качественную картину о характере изменения состояния соляных междукамерных целиков, работающих в условиях ВКМКС.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и образования РФ в рамках соглашения по государственному заданию № 075-03-2021-374 от 29 декабря 2020 г. (рег. номер 122012000403-1), а также РФФИ и Пермского края по гранту № 19-45-590004.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Асанов В.А., Токсаров В.Н., Евсеев А.В., Бельтюков Н.Л. Особенности поведения кровли выработок на южном фланге Верхнекамского месторождения калийных солей // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2012. – № 1. – С. 84-88.
2. Евсеев А.В. Методика инструментального контроля процессов деформирования камерного блока при двухпластовой отработке сильвинитовых пластов // Стратегия и процессы освоения георесурсов: сб. науч. тр. Вып. 13 / ГИ УрО РАН. – Пермь, 2015. – С. 105-107.

УДК 539.4+519.6+ 622.83

DOI:10.7242/echo.2022.4.10

О ПРИМЕНЕНИИ НЕКОТОРЫХ КЛАССИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ ПРОЧНОСТИ К ОПИСАНИЮ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ СОЛЯНЫХ ОБРАЗЦОВ

А.А. Цаюков

Горный институт УрО РАН, г. Пермь

Аннотация: Исследование процессов деформирования и разрушения соляных пород является неотъемлемой частью обоснования параметров подземной разработки месторождений минеральных солей. Результаты испытаний крупномасштабных образцов соляных пород при одноосном сжатии представлены в виде диаграммы нагружения и зависимости поперечных перемещений от продольных на различных расстояниях от боковых граней. На основе изотропной упругопластической модели выполнено многовариантное численное моделирование, целью которого являлась проверка возможности использования классических критериев прочности для описания процесса деформирования соляного образца. Рассмотрены такие критерии разрушения, как Треска в варианте ассоциированного пластического течения и Кулона-Мора с ассоциированным и неассоциированным пластическим течением. Численная реализация математического моделирования осуществлялась методом конечных элементов в перемещениях. Установлено, что в рамках упругопластической модели среды процесс деформирования при одноосном сжатии крупномасштабного соляного образца кубической формы адекватно описывается только при применении критерия прочности Кулона-Мора и неассоциированного закона пластического течения.

Ключевые слова: соляные породы, упругопластическая модель, критерии прочности, математическое моделирование, метод конечных элементов.

Соляные породы относятся к классу квазипластических геоматериалов, обладают выраженными реологическими свойствами и специфической реакцией на различные внешние воздействия [1-4]. Исследование их поведения под нагрузкой является неотъемлемой частью обоснования параметров подземной разработки месторождений минеральных солей [5-7]. Значительная часть экспериментальных исследований процессов деформирования и разрушения соляных пород при различных режимах нагружения связана с построением их феноменологических моделей [8-10] и критериев разрушения [11,12]. Выбор оптимальных критериев разрушения, как правило, ограничен набором представительных прочностных характеристик исследуемого материала. В рамках фундаментальных исследований деформационных процессов несущих элементов камерной системы разработки была проведена серия экспериментов на одноосное сжатие крупномасштабных соляных образцов кубической формы размера $300 \times 300 \times 300$ мм [13]. В процессе жёсткого нагружения регистрировалась абсолютная продольная деформация образца и измерялись смещения в его среднем поперечном сечении на различном удалении от боковых граней. По результатам испытаний крупномасштабных образцов построены диаграммы их нагружения и зависимости поперечных перемещений от продольных на различных расстояниях от боковых граней образца. Целью настоящих исследований является проверка возможности использования некоторых классических критериев прочности – таких, как Треска и Кулона-Мора – для описания процесса деформирования соляного образца с учётом экспериментально полученных кривой нагружения и распределения поперечных деформаций.

Математическое описание процесса деформирования крупных соляных образцов основывалось на изотропной упругопластической модели среды [14]. Упругое деформирование описывалось линейным законом Гука. Пластичность среды определялась функцией текучести

$$\Phi(\sigma, \kappa, \mathbf{A})$$

и потенциалом пластического течения

$$\Psi(\sigma, \kappa, \mathbf{A}).$$

В общем случае аргументами функций являются: тензор напряжений – σ , параметр изотропного упрочнения – κ , а также набор переменных внутреннего состояния и константа материала – \mathbf{A} . Поверхность текучести определяется как

$$\Phi = 0. \quad (1)$$

Развитие пластических деформаций описывалось уравнением [15]

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}, \quad (2)$$

где ε^p и λ тензор пластических деформаций и пластический множитель, соответственно. При ассоциированном законе пластического течения функции текучести и пластический потенциал тождественны

$$\Psi \equiv \Phi \tag{3}$$

и выполняется принцип нормальности (условие Куна-Такера) [14]. В случае идеальной пластичности материала поверхность (1) не меняет своей формы. Имплементация изотропного упрочнения подразумевала безразмерный подход (деформационное упрочнение) [15], при котором изменение параметра k зависит от изменения накопленной пластической деформации. В накоплении учитывались только сжимающие пластические деформации. Предполагалось, что пластическое растяжение материала не даёт никакого дополнительного отклика. Так, изменение параметра изотропного упрочнения записывается:

$$\dot{k} = \left\| \dot{\varepsilon}_-^p \right\|, \tag{4}$$

где $\|\cdot\|$ – евклидова норма, а знак минуса в нижнем индексе указывает на отрицательную (сжимающую) часть тензора скорости пластических деформаций. Изотропное изменение поверхности текучести реализовывалось за счёт изменения внутреннего состояния материала. Таким образом, уравнение поверхности текучести (1) принимает вид:

$$\Phi(\sigma, \mathbf{A}(\varepsilon^p)) = 0. \tag{5}$$

Численная реализация описанной выше математической модели осуществлялась методом конечных элементов в перемещениях с использованием ресурсов суперкомпьютера «Уран». В качестве элементов дискретизации области решения применялись 8-узловые трёхмерные изопараметрические элементы гексаэдрической формы с восемью точками интегрирования [15]. Область решения (300×300×300 мм) разбита на кубические элементы со стороной 10 мм. Граничные условия определялись в соответствии с выполненными экспериментальными исследованиями. На нижней грани кубического образца вертикальные перемещения принимались равными нулю. По периметру верхней и нижней граней ограничивались горизонтальные перемещения (соблюдалось условие полного сцепления образца с плитами пресса). На верхней грани задавались вертикальные смещения, соответствующие условиям нагружения образца. Решение системы конечно-элементных упруго-пластических уравнений проводилось по модифицированной схеме Ньютона-Рафсона с постоянной матрицей жёсткости. Численное интегрирование пластических определяющих соотношений выполнялось по алгоритму обратного отображения, в частности его реализации в виде алгоритма касательной секущей плоскости [14, 16]. Для удобного применения алгоритма обратного отображения использовалось спектральное разложение симметричного тензора напряжений [14].

Критерии прочности Треска и Кулона-Мора имеют плоское представление предельной поверхности. В этом случае их объёмное представление выполнялось с помощью много-поверхностной формы их записи в пространстве главных напряжений [14]. В местах пересечения предельных поверхностей определение направления развития пластических деформаций представлялось при помощи обобщения Койтера [16, 17]:

$$\dot{\varepsilon}^p = \sum_i \dot{\lambda}_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial \sigma}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \tag{6}$$

где m – количество предельных поверхностей, встречающихся на ребре/вершине общей поверхности текучести. В случае проецирования на ребро/вершину предельной поверхности выбор целевого ребра/вершины выполнялся с помощью подхода, предложенного в [14].

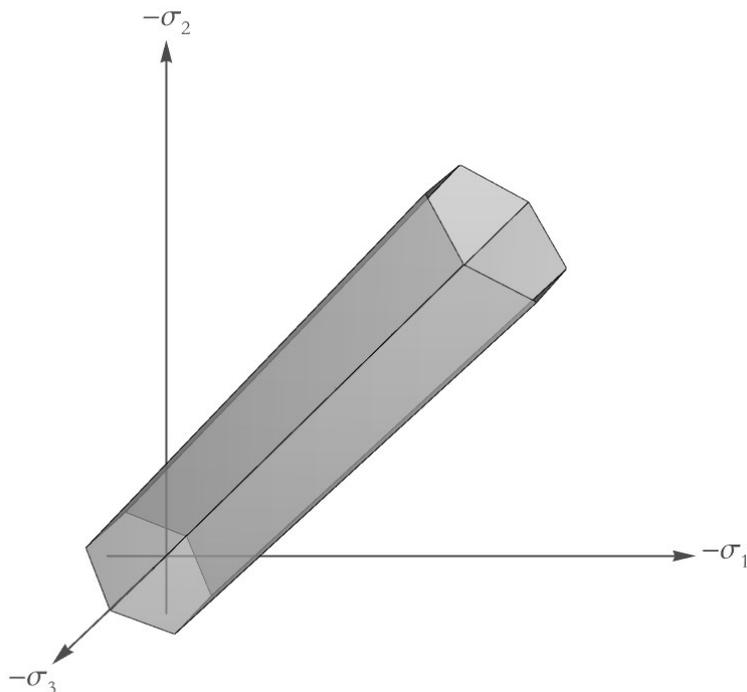


Рис. 1. Поверхность текучести Треска

Критерий прочности Треска [14, 16] преимущественно используется для описания пластического деформирования металлов и априори не подходит для горных пород. Здесь он анализируется в сравнительных целях. В пространстве главных напряжений критерий имеет вид:

$$\tau_y = \frac{1}{2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}), \quad (7)$$

где σ_{\max} и σ_{\min} , соответственно, максимальное и минимальное главные напряжения, τ_y – предельное напряжение сдвига. Критерий можно записать в виде функции текучести:

$$\Phi(\sigma, \sigma_y) = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} - \sigma_y, \quad (8)$$

где $\sigma_y = 2\tau_y$ – предельное одноосное напряжение. Множество \mathbf{A} здесь состоит из единственного параметра σ_y , который обозначает предел прочности материала. В нашем случае в качестве предела прочности подразумевался предел на одноосное сжатие σ_c . Поверхность текучести Треска изображена на рис. 1. Пластическое течение принято ассоциированным с линейным изотропным упрочнением. Поскольку набор \mathbf{A} для критерия Треска состоит только из одного элемента – σ_c , то упрочнение в этом случае реализуется за счёт его изменения. Для максимального упрощения такая зависимость принята линейной:

$$\mathbf{A}(\varepsilon^p) = \sigma_c(\varepsilon^p) = \sigma_{c,0} + h\varepsilon^p, \tag{9}$$

где $\sigma_{c,0}$ – начальное значение предела на одноосное сжатие, а h – модуль упрочнения размерности напряжения.

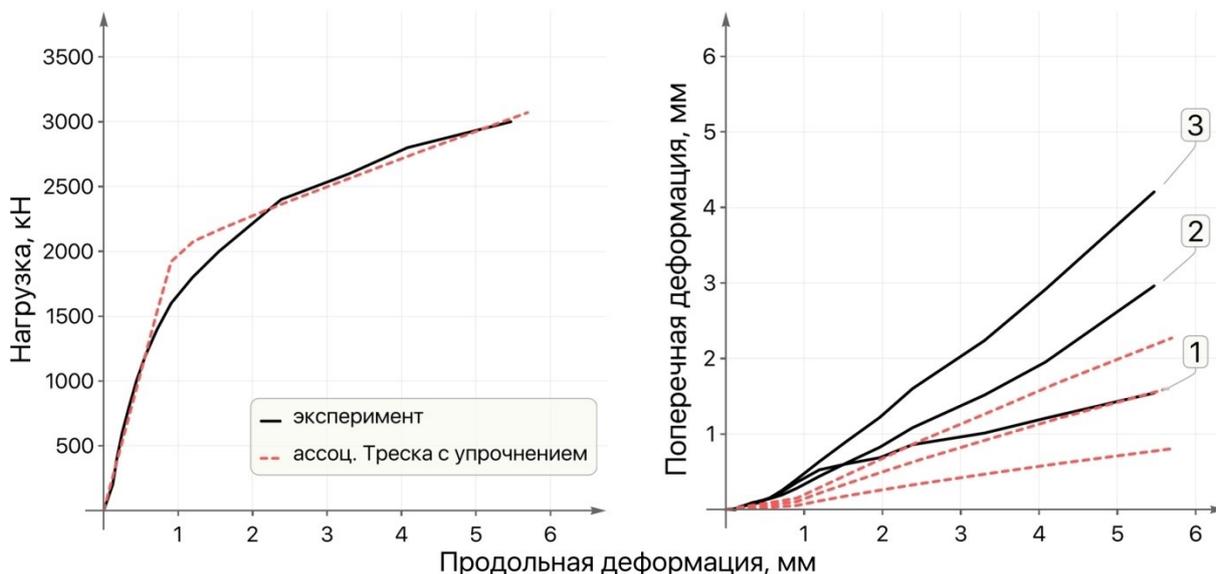


Рис. 2. Результаты численного моделирования для ассоциированного критерия пластичности Треска с изотропным упрочнением (1 – 10 см от боковой грани, 2 – 5 см от боковой грани, 3 – контур боковой грани)

Таблица 1

Параметры модели соляного образца (ассоциированный критерий Треска)

Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона	Прочность на одноосное сжатие, МПа	Модуль упрочнения, ГПа
6.7	0.3	22	0.6

Результаты численного моделирования процесса нагружения соляного образца, основанные на использовании критерия пластичности Треска, показаны на рис. 2. Подобранные механические параметры соляного образца и параметры критерия указаны в табл. 1.

Из рисунков видно, что модельная кривая нагружения приемлемо согласуется с экспериментальной на этапе упругого деформирования образца, а также на этапе пластического деформирования, начиная с уровня нагрузки примерно 2000-2100 кН. Как и ожидалось, распределение поперечных деформаций по ширине кубического образца не соответствуют экспериментальным величинам. Ассоциированное пластическое течение по критерию Треска даёт недостаточные поперечные деформации. Это объясняется тем, что критерий Треска не зависит от уровня гидростатического напряжения и пластическое течение является изохорным.

Критерий прочности Кулона-Мора [14, 16, 18] часто используется для описания механического поведения грунтов, горных пород и бетона. В отличие от Треска критерий Кулона-Мора является чувствительным к гидростатическому давлению. В осях Мора критерий представляется в виде линейной зависимости:

$$\tau_y = c - \sigma_n \tan \phi. \quad (10)$$

В выражении (10) τ_y – предельное касательное напряжение, c – коэффициент сцепления, ϕ – угол внутреннего трения, и σ_n – нормальное напряжение, положительное значение которого указывает на растяжение. Соответствующая функция текучести в пространстве главных напряжений имеет вид:

$$\Phi(\sigma, \{c, \phi\}) = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} + (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \sin \phi - 2c \cos \phi \quad (11)$$

Поверхность текучести в пространстве главных напряжений проиллюстрирована на рис. 3. Пластическое течение деформаций принималось ассоциированным, а материал идеально-пластичным. Отметим, что объёмные пластические деформации при этом положительны, т.е. материал характеризуется склонностью к дилатансии.

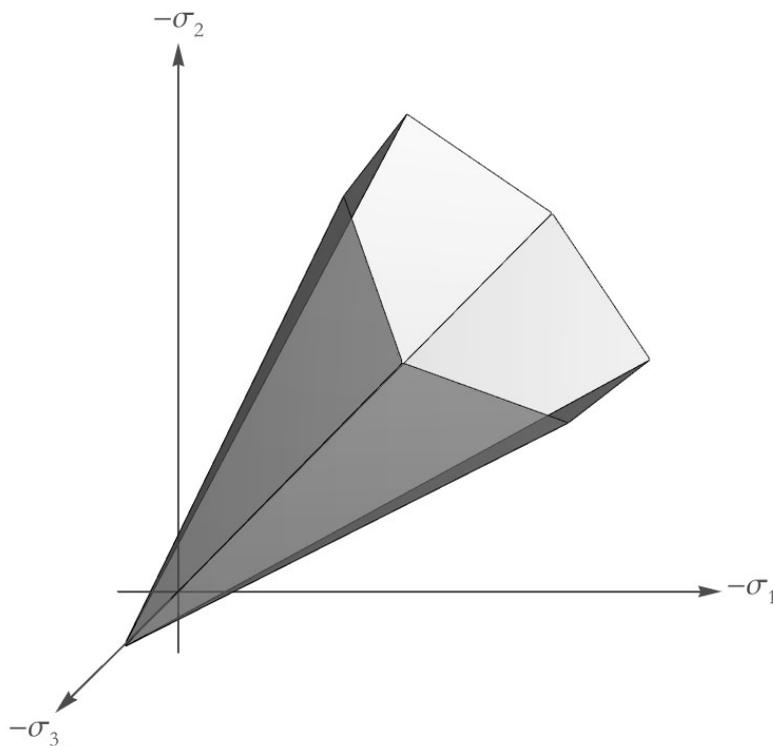


Рис. 3. Поверхность текучести Кулона-Мора

Результаты численного моделирования процесса нагружения кубического соляного образца представлены на рис. 4. Соответствующие механические параметры соляного образца и критерия пластичности Кулона-Мора указаны в табл. 2.

Как видно, модельная кривая идеально-пластического деформирования достаточно точно описывает все стадии экспериментальной диаграммы нагружения. Вместе с тем расчётные поперечные деформации кубического образца являются избыточными по отношению к результатам эксперимента. Такое поведение материала часто встречается при использовании ассоциированного пластического течения для критерия Кулона-Мора [8, 12].

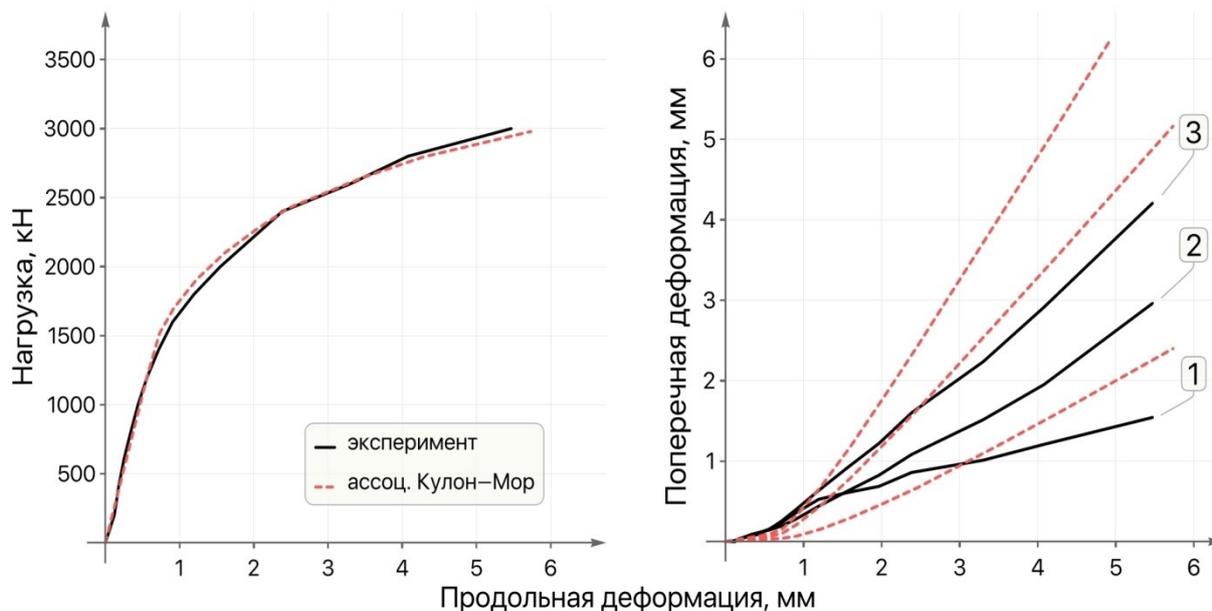


Рис. 4. Результаты численного моделирования для ассоциированного критерия пластичности Кулона-Мора (1 – 10 см от боковой грани, 2 – 5 см от боковой грани, 3 – контур боковой грани)

Таблица 2

Параметры модели соляного образца (ассоциированный критерий Кулона-Мора)

Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона	Коэффициент сцепления, МПа	Угол внутреннего трения, град.
6.7	0.3	4.5	30

Данная проблема решается путём принятия неассоциированного закона пластического течения, который заключается в введении дополнительного параметра – угла дилатансии $\psi \leq \phi$. Другими словами, в функции пластического потенциала угол внутреннего трения заменяется на угол дилатансии:

$$\begin{aligned} \Phi(\sigma, \mathbf{A}) &= \Phi(\sigma, \{c, \phi\}) \\ \Psi(\sigma, \mathbf{A}) &= \Phi(\sigma, \{c, \psi\}) \end{aligned} \tag{12}$$

За счёт варьирования угла ψ регулируется уровень дилатансии материала. Предельный случай, когда $\psi = 0$, означает отсутствие дилатансии, что соответствует пластическому течению Треска.

Результаты численного моделирования нагружения кубического образца при неассоциированном критерии Кулона-Мора представлены на рис. 5. Полученные путём подбора параметры модели указаны в табл. 3. Из рисунков видно, что модельная и экспериментальная кривые практически совпадают. Характер развития поперечных деформаций кубического образца качественно соответствует эксперименту.

Таблица 3

Параметры модели соляного образца
(неассоциированный критерий Кулона- Мора)

Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона	Коэффициент сцепления, МПа	Угол внутрен- него трения, град.	Угол дилатан- сии, град.
6.7	0.3	4	35	18

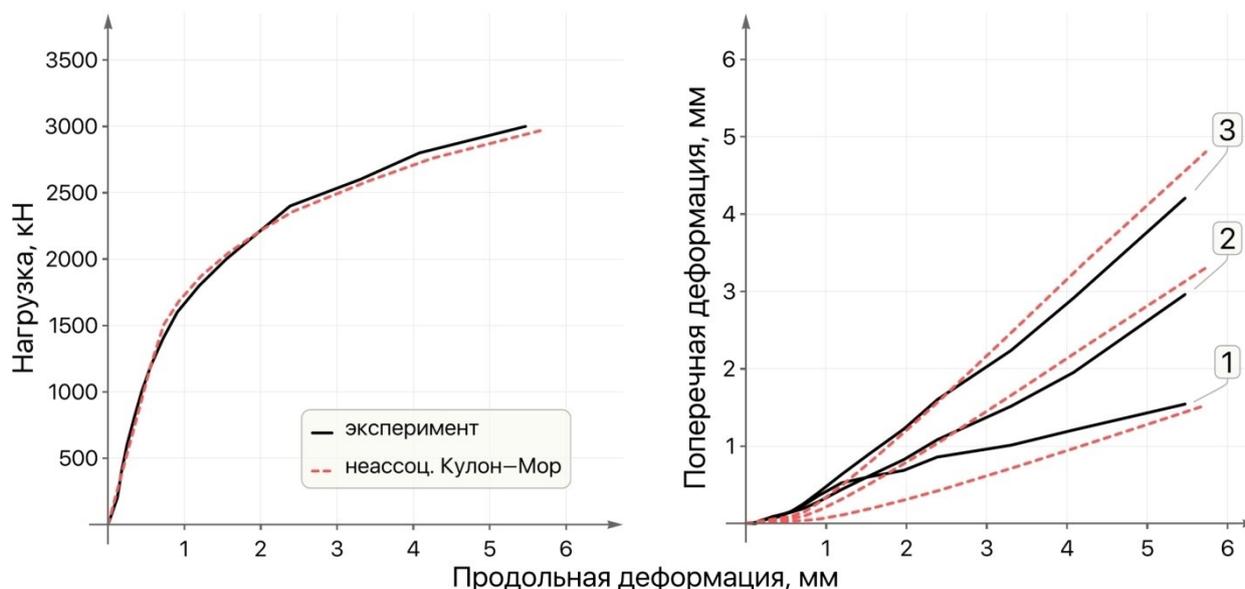


Рис. 5. Результаты численного моделирования для неассоциированного критерия пластичности Кулона-Мора
(1 – 10 см от боковой грани, 2 – 5 см от боковой грани, 3 – контур боковой грани)

На основе многовариантного численного моделирования установлено, что математическое описание процесса деформирования при одноосном сжатии крупномасштабного соляного образца кубической формы в рамках упругопластической модели среды с помощью критерия прочности Треска и ассоциированного с ним пластического течения в паре с линейным изотропным упрочнением не может описать все этапы пластического деформирования соляного образца. Из-за дислокационной природы ассоциированного пластического течения Треска, предназначенной для металлов, поперечные деформации кубического образца получаются недостаточными по отношению к результатам эксперимента. Очевидно, что соляные породы проявляют дилатансионные эффекты, которые не отражаются в критерии пластичности Треска. Для учёта дилатансии в материале используются чувствительные к гидростатическому давлению критерии прочности. Линейный критерий Мора-Кулона позволяет практически точно описать все этапы пластического деформирования по кривой нагружения образца. Тем не менее поперечные деформации при ассоциированном пластическом законе течения получаются избыточными. Однако, при неассоциированном течении пластических деформаций путём введения в модель дополнительного параметра – угла дилатансии – становится возможным регулирование уровня поперечных деформаций, что позволяет достаточно точно описать как кривую нагружения соляного образца, так и распределение поперечных деформаций в его поперечном сечении.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Барях А.А., Константинова С.А., Асанов В.А. Деформирование соляных пород / [отв. ред. Н.С. Булычев]. – Екатеринбург, 1996. – 204 с.: ил.
2. The Mechanical Behavior of Salt IX: Proceedings of the 9th Conference on the Mechanical behavior of salt (SaltMech IX). – Hannover, Germany, 2018, – 1024 p.
3. He M.M., Ren J., Su P. Li N., Chen Y.H. Experimental Investigation on Fatigue Deformation of Salt Rock // Soil Mechanics and Foundation Engineering. – 2020. – V. 56, № 6. – P. 402–4090). – DOI: 10.1007/s11204-020-09622-x.
4. Dubey R.K., Gairola V.K. Influence of structural anisotropy on the uniaxial compressive strength of pre-fatigued rocksalt from Himachal Pradesh, India // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2000. – V. 37, № 6. – P. 993-999. – DOI: 10.1016/S1365-1609(00)00020-4.
5. Baryakh A.A., Lobanov S.Yu., Lomakin I.S. Analysis of Time-to-Time variation of load on interchamber pillars in mines of the Upper Kama Potash Salt Deposit // Journal of Mining Science. – 2015. – V. 51, № 4. – P. 696-706. – DOI: 10.1134/S1062739115040064.
6. Pałac-Walko B., Pytel W. Geomechanical risk assessment for saltrock underground workings, using strength theories based on selected 2D and true 3D triaxial compression laboratory tests // International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM: 19th SGEM 2019, Bulgaria, 30 June-6 July. – Albena, 2019. – V. 19, № 1.3. – P. 307-314. – DOI: 10.5593/sgem2019/1.3/S03.039.
7. Wang Q., Hesser J. Determination of the deformation behaviour of salt rock by evaluation of convergence measurements in shafts // Rock Characterisation, Modelling and Engineering Design Methods. – 2013. – P. 805-810.
8. Heusermann S., Rolfs O., Schmidt U. Nonlinear finite-element analysis of solution mined storage caverns in rock salt using the LUBBY2 constitutive model // Computers and Structures. – 2003. – V. 81, № 8-11. – P. 629-638. – DOI: 10.1016/S0045-7949(02)00415-7.
9. Hou Z. Mechanical and hydraulic behavior of rock salt in the excavation disturbed zone around underground facilities // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2003. – V. 40, № 5. – P. 725-738. – DOI: 10.1016/S1365-1609(03)00064-9.
10. Baryakh A.A., Eremina N.A., Gracheva E.A. Crack development in disturbed salt bed // Journal of Mining Science. – 1994. – V. 30, № 5. – P. 487-490. – DOI: 10.1007/BF02047340.
11. The ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007–2014 / ed. R. Ulusay. – Springer Cham, 2015. – 293 p. – DOI: 10.1007/978-3-319-07713-0.
12. Mingqing Y. Comparison of the accuracy of some conventional triaxial strength criteria for intact rock // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2011. – V. 48, № 5. – P. 852-863. – DOI: 10.1016/j.ijrmms.2011.05.006.
13. Baryakh A.A., Tsayukov A.A., Evseev A.V., Lomakin I.S. Mathematical Modeling of Deformation and Failure of Salt Rock Samples // Journal of mining science. – 2021. – V. 57, № 3. – P. 370-379. – DOI: 10.1134/S1062739121030029.
14. De Souza Neto E.A., Peric D., Owen D.R.J. Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. – John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 2008. – 814 p. – DOI: 10.1002/9780470694626.
15. Zienkiewicz O.S., Taylor R.L., Fox D.D. The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. – 7th edition. – Oxford: Butterworth-Heinemann, Waltham, 2014. – 672 p. – DOI: 10.1016/C2009-0-26332-X.
16. de Borst R., Crisfield M.A., Remmers J.J.C., Verhoosel C.V. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. – 2nd Edition. – 2012. – DOI: 10.1002/9781118375938.
17. Labuz J.F., Zang A. Mohr–Coulomb Failure Criterion // Rock Mechanics and Rock Engineering. – 2012. – V. 45, № 6. – P. 975–979. – DOI: 10.1007/s00603-012-0281-7.