

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Baryakh A.A., Samodelkina N.A Rheological analysis of geomechanical processes // Journal of Mining Science. – 2005. – V. 41, № 6. – P. 522-530. DOI: 10.1007/s10913-006-0015-x.
2. Указания по защите рудников от затопления и охране подрабатываемых объектов в условиях Верхнекамского месторождения калийных солей: утв. ПАО «Уралкалий», ЗАО «Верхнекамская калийная компания», ООО «ЕвроХим-Усольский Калийный комбинат». – введ. в действие 30.03.2017 в ред. 2014 г. – Пермь; Березники, 2014. – 130 с.
3. Zienkiewicz O.C. The finite element method in engineering science. – London; New York: McGraw-Hill, 1971. – 521 p.
4. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
5. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.: ил.

УДК 539.4+519.6+622.83

DOI:10.7242/echo.2020.4.10

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПОПЕРЕЧНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ
СОЛЯНЫХ ОБРАЗЦОВ**

А.А. Цаюков

Горный Институт УрО РАН, г. Пермь

Аннотация: Математическое описание процесса деформирования крупномасштабных соляных образцов основывалось на упругопластической модели среды с линейным изотропным упрочнением при ассоциативном законе пластического течения. В качестве условия пластичности (трещинообразования) использовался объёмный критерий прочности горных пород, отражающий разрушение за счёт сдвига и отрыва. Численная реализация выполнялась методом конечных элементов в перемещениях. Решение систем нелинейных конечно-элементных уравнений производилось методом начальных напряжений в инкрементальной форме с постоянной матрицей жёсткости. Численное интегрирование пластических определяющих соотношений выполнялось по явной схеме алгоритма обратного отображения. По результатам расчётов откалиброванная математическая модель процесса деформирования образцов соляных пород довольно точно описывает экспериментальную кривую нагружения. Получено приемлемое соответствие экспериментальных и теоретических зависимостей поперечных деформаций от продольных. Построенная модель может использоваться для анализа устойчивости междукамерных целиков, оценки критической скорости их поперечного деформирования и остаточного срока службы.

Ключевые слова: соляные породы, механические испытания, поперечные деформации, упругопластическая модель, упрочнение, численное моделирование.

Для оперативного контроля состояния междукамерных целиков, обеспечивающих поддержание вышележащей толщи пород при подземной разработке солей, используется их поперечная деформация. Исследование развития поперечных деформаций целиков проводится в натуральных и лабораторных условиях, и на их основе калибруется геомеханическая модель оценки прогнозного состояния выработок. В рамках фундаментальных исследований деформационных процессов несущих элементов камерной системы разработки был проведён лабораторный эксперимент на одноосное сжатие крупномасштабных соляных образцов кубической формы (300x300x300 мм). По его результатам построены диаграммы нагружения и зависимости поперечных перемещений реперных точек от продольных на различных расстояниях от боковых граней соляных образцов (рис. 1). В работе [1] была предпринята попытка описать кривую нагружения (рис. 1а) и показано, что использование изотропной идеальной упругопластической среды при ассоциативном законе пластического течения с критерием прочности, предложенным в

[2], не позволяет описать её на стадии пластического деформирования (трещинообразования). Целью настоящих исследований является попытка численно смоделировать полученное распределение поперечных деформаций в образцах, учитывая экспериментальную кривую нагружения и используя эффект линейного изотропного упрочнения.

Математическое описание процесса деформирования соляных образцов основывалось на упругопластической модели среды с линейным изотропным упрочнением при ассоциативном законе пластического течения. Условие пластичности определялось критерием прочности горных пород, представленным в [1,2]. Граничные условия соответствовали выполненным экспериментам [3]. На нижней грани кубического образца вертикальные перемещения принимались равными нулю. По периметру верхней и нижней граней ограничивались горизонтальные перемещения (условие полного сцепления образца с плитами пресса). На верхней грани задавались вертикальные смещения, соответствующие условиям нагружения образца.

Численная реализация математического моделирования выполнялась методом конечных элементов в перемещениях с использованием ресурсов суперкомпьютера «Уран». В качестве элементов дискретизации области решения применялись 8-узловые трёхмерные изопараметрические элементы гексаэдрической формы [4] с восьмью точками интегрирования. Область решения разбита на кубические элементы со стороной 10 мм. Решение систем нелинейных конечно-элементных уравнений производилось по модифицированной схеме Ньютона-Рафсона (метод начальных напряжений) в инкрементальной форме с постоянной матрицей жёсткости системы [5]. Численное интегрирование пластических определяющих соотношений выполнялось по явной схеме алгоритма обратного отображения [6].

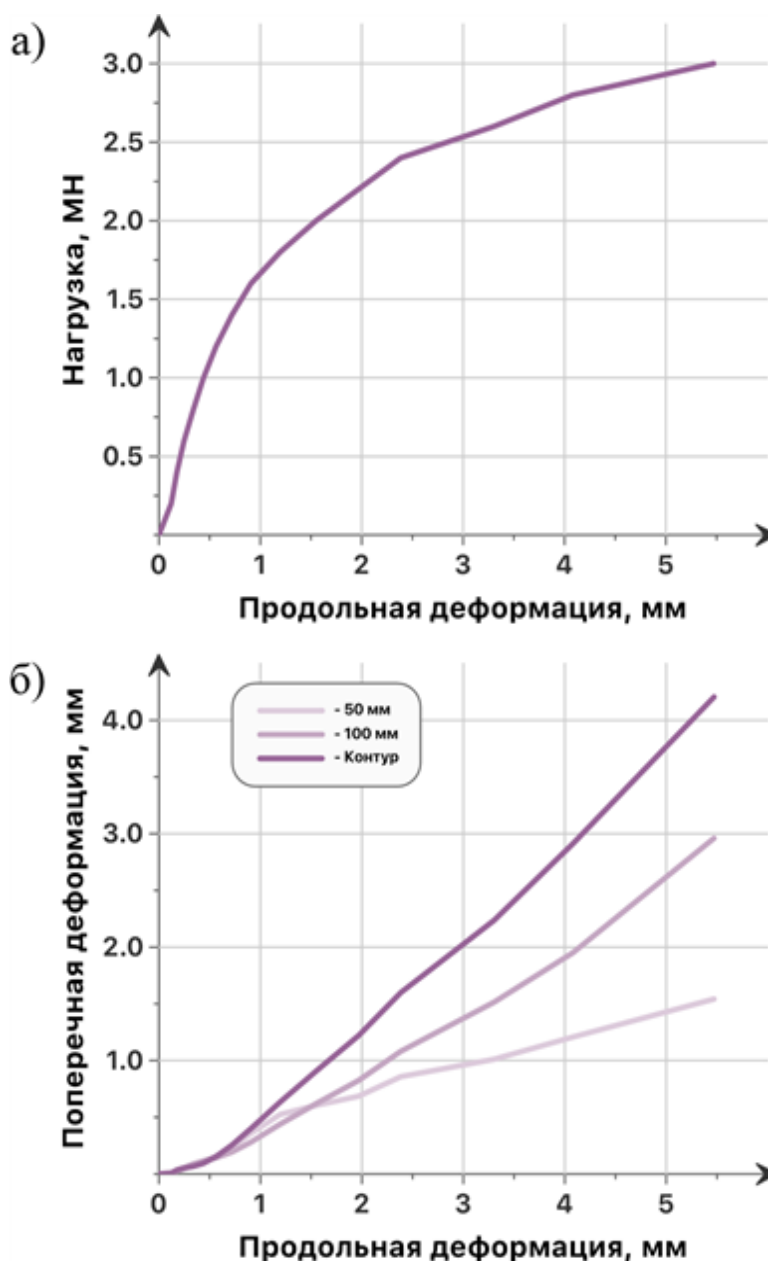


Рис. 1. Диаграммы нагружения соляного образца (а) и зависимости его поперечных деформаций от продольных (б)

Изотропное упрочнение заключается в равномерном расширении исходной предельной поверхности [6], которое происходит за счёт изменения параметров внутреннего состояния материала. При использовании критерия разрушения [2] внутреннее состояние материал определяется двумя параметрами: пределами прочности на сжатие и растяжение (σ_c и σ_t). При разрушении за счёт сдвига значение σ_t не изменяется, а при разрушении за счёт отрыва, согласно экспериментальным исследованиям [7], принимается равным нулю. Таким образом, расширение предельной поверхности может быть реализовано только путём изменения параметра σ_c . Система уравнений алгоритма обратного отображения, описывающая изотропное расширение поверхности текучести, примет вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_{n+1}^e = \varepsilon_{n+1}^{e \text{ trial}} - \lambda N(\sigma_n) \\ \sigma_{n+1}^c = \sigma_n^c + \lambda H \\ F(\sigma_{n+1}, \sigma_{n+1}^c) = 0 \end{cases}, \quad \text{где } \begin{cases} \varepsilon_{n+1}^{e \text{ trial}} = \varepsilon_n^e + \Delta \varepsilon \\ \sigma_{n+1} = D \varepsilon_{n+1}^e \end{cases}. \quad (1)$$

Здесь F – критерий пластичности [2], векторы главных деформаций и напряжений, соответственно, ε и σ , D – матрица упругости элемента, N – вектор пластических деформаций, а λ – некоторый множитель. Нижние индексы n и $n+1$ означают предыдущий и текущий шаги интегрирования, соответственно. Компоненты вектора главных деформаций $\varepsilon^{e \text{ trial}}$ соответствуют главным деформациям, полученным из упругого пробного решения, а компоненты вектора ε^e – скорректированным в результате процедуры алгоритма обратного отображения. Символом σ^c обозначается текущее значение параметра прочности на сжатие, H – модуль упрочнения. Система (1) решается относительно λ , ε_{n+1}^e и σ^c .

Калибровка математической модели по результатам экспериментальных исследований на этапе упругого деформирования была проведена ранее в [1]. Установлены по результатам математического моделирования модуль продольной упругости 6.7 МПа и коэффициент Пуассона – 0,3. При нагрузках более 1,2 МН путём вариации пределов прочности σ_c , σ_t и модуля упрочнения H описывался переход от упругого режима деформирования к пластическому. Отобранные таким образом механические параметры соляных образцов ($\sigma_c = 15,0$ МПа, $\sigma_t = 1,0$ МПа) в целом соответствуют значениям свойств соляных пород, определяемым в обычных лабораторных экспериментах. Расчётная диаграмма нагружения приведена на рис. 2а. Она довольно точно описывает все этапы деформирования соляного образца кубической формы. Изначально наиболее интересным является сопоставление результатов экспериментальных и теоретических зависимостей поперечных деформаций образца (рис. 2б). Здесь наблюдается весьма приемлемое согласование перемещений реперных точек. Это в определённой мере свидетельствует об адекватности математической модели и её успешной калибровке по экспериментальным данным.

Не менее важным с точки зрения научного интереса является распределение горизонтальных деформаций растяжения в поперечном сечении образца (рис. 3). Как видно из рисунка при нагрузках менее 1,2 МН наблюдаются незначительные растягивающие деформации в приконтурной зоне. На переходном этапе с упругого на пластическое деформирование образца ($>1,2$ МН) горизонтальные деформации, превышающие предельное для соляных пород значение 0,2%, концентрируются в угловых зонах. Дальнейшее увеличение вертикальной сжимающей нагрузки на соляной образец даёт расширение зон запредельных значений деформаций растяжения. При этом центральные и угловые зоны концентрации растя-

гивающих деформаций объединяются в виде дуги в приконтурной области образца. Факт формирования поверхностной субвертикальной трещиноватости подтверждается результатами механических испытаний. Несмотря на активную стадию пластического деформирования, несущая способность образца сохраняется.

По результатам механических испытаний соляных образцов большого размера откалибрована математическая модель процесса их деформирования. Показано, что упругопластическая модель соляных пород с линейным изотропным упрочнением при ассоциативном законе пластического течения довольно точно описывает кривую нагружения соляных образцов. Полученные из численной модели значения поперечных деформаций приемлемо согласуются с экспериментальными данными. Предложенная модель может быть использована для анализа устойчивости междукамерных целиков, оценки критической скорости их поперечного деформирования и остаточного срока службы, что является крайне важным для безопасности ведения горных работ.

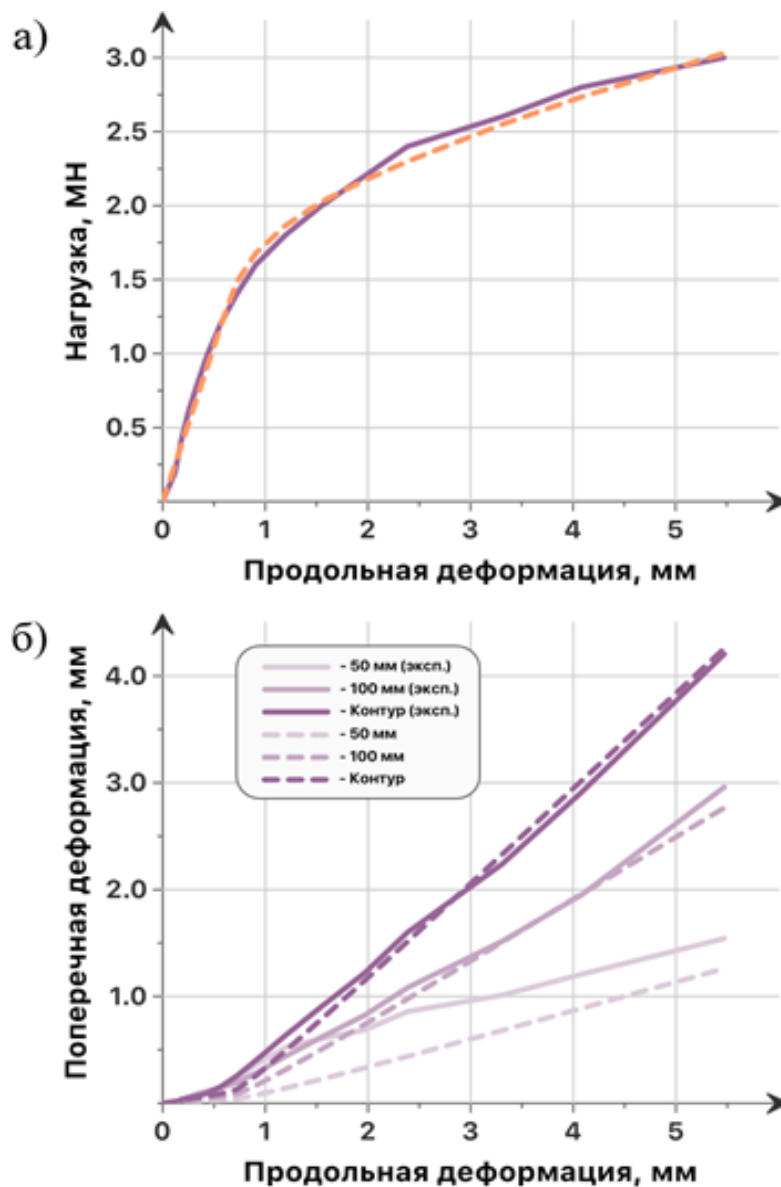


Рис. 2. Кривые нагружения (а) и зависимости поперечных деформаций от продольных (б) для соляного образца (сплошная – эксперимент, штриховая – моделирование)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Цаюков А.А. Теоретическое описание процесса разрушения соляных образцов // Горное эхо. – 2019. – № 4 (77). – С. 35-39. DOI: 10.7242/echo.2019.4.8.
2. Барях А.А., Самodelкина Н.А. Об одном критерии прочности горных пород // Чебышевский сборник. – 2017. – Т. 18, № 3 (63). – С. 72-87. DOI: 10.22405/2226-8383-2017-18-3-72-87.
3. Евсеев А.В., Ударцев А.А. Методика определения нормативной скорости поперечного деформирования междукамерных целиков в лабораторных условиях // Горное эхо. – 2019. – № 3 (76). – С. 31-34. DOI: 10.7242/echo.2019.3.8.
4. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. – 7th edition. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. – 756 p. – DOI: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-24909-9>.
5. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.: ил.
6. de Souza Neto E.A., Peric D., Owen D.R.J. Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. – John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 2008. – 814 p. – DOI: 10.1002/9780470694626.
7. Барях А.А., Константинова С.А., Асанов В.А. Деформирование соляных пород / ГИ УрО РАН; [отв. ред. Н.С. Булычев]. – Екатеринбург, 1996. – 204 с.: ил.

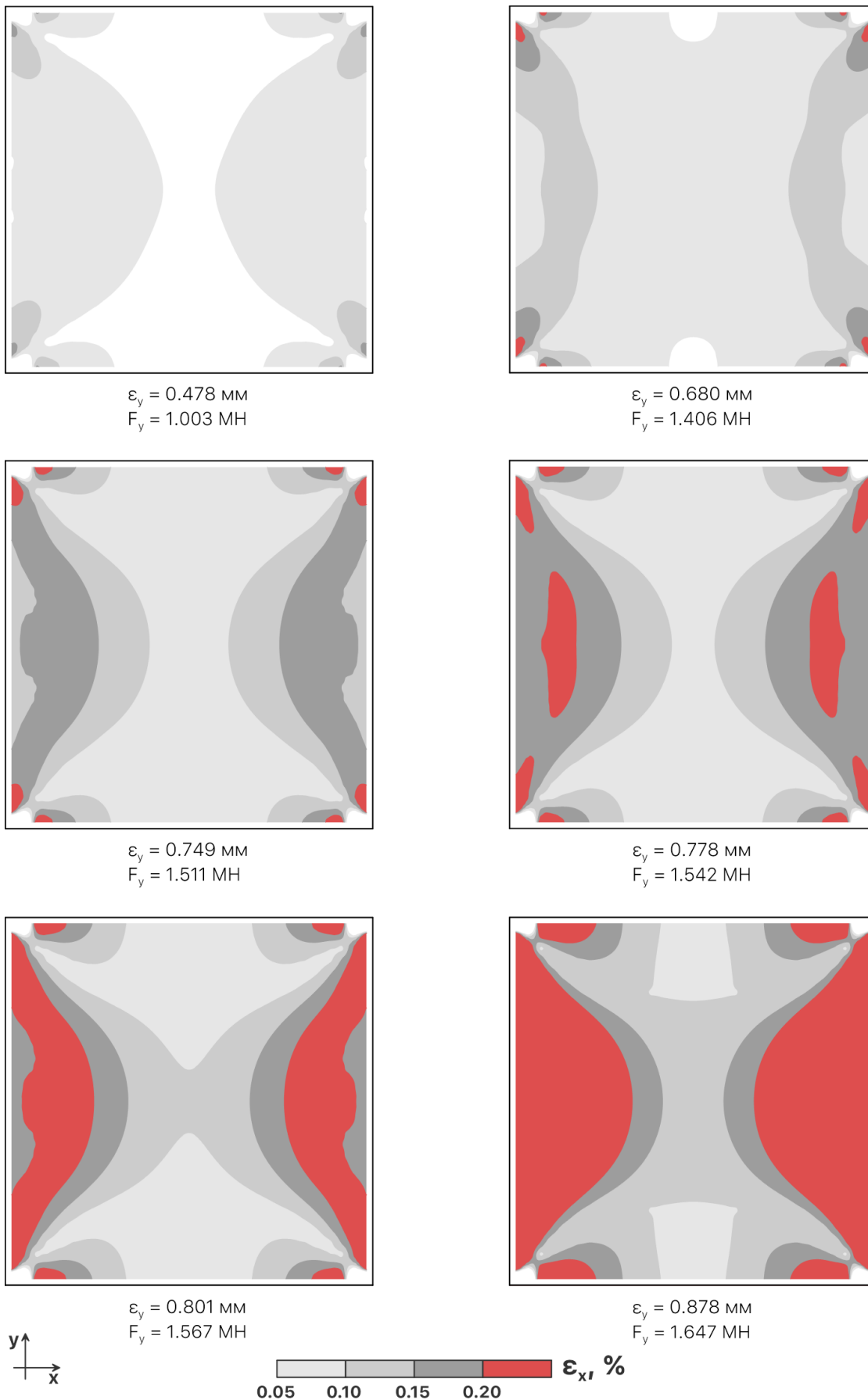


Рис. 3. Распределение горизонтальных деформаций растяжения в поперечном сечении образца