

**Выводы.** В данной работе обработка поля была разбита на два этапа – интерпретация поля, измеренного в 2018 году, характеризующая разуплотнения в настоящий момент и динамического поля как разницы полей, измеренных в 2016-2018 годах. Такой подход, совместной интерпретации классического метода обработки поля и мониторинга, позволил дополнить выявленные на первом этапе аномалии характеристиками их динамической изменчивости за последние два года, что в целом позволило подразделить аномалии на природные и техногенные. Подобный подход можно рекомендовать и при дальнейших исследованиях.

Можно сделать заключение о необходимости учета влияния солейотвалов, расположенных в районе гравиметрической съемки, с огромными массами пород, вносящими искажающий эффект в измеренное поле детальной съемки.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-45-59001Pr\_a.*

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бычков С.Г. Методы обработки и интерпретации гравиметрических наблюдений при решении задач нефтегазовой геологии / ГИ УрО РАН; отв. ред. В.И. Костицын. – Екатеринбург: УрО РАН, 2010. – 188 с.: ил.
2. Комаров Ю.А. Обоснование технологии высотного складирования пород-отходов при разработке калийных месторождений: дисс. ... к.т.н.; 25.00.22 / Комаров Юрий Альбертович. – СПб., 2016. – 162 с.: ил.
3. Тарантин М.В. Технологическое развитие системы «Вектор» // Стратегия и процессы освоения георесурсов: сб. науч. тр. Вып. 14 / ГИ УрО РАН. – Пермь, 2016. – С. 163-165.
4. Гравиметрическое моделирование разреза – «GModRa»: программа для ЭВМ: свидетельство о гос. регистрации № 2016661014 / Тарантин М.В., Простолупов Г.В.; заявитель и правообладатель ГИ УрО РАН – № 2016618439; заявл. 01.08.2016; зарегистрировано 28.09.2016; опубли. – 1 с.

УДК 550.831

DOI:10.7242/echo.2019.3.12

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА РАДИАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

В.В. ХОХЛОВА

*Горный институт УрО РАН, г. Пермь*

**Аннотация:** В статье приведен краткий обзор существующих способов расчета радиальной составляющей силы тяжести. Представлен новый алгоритм вычисления радиальной составляющей, обусловленной влиянием сферического параллелепипеда. Предложенный алгоритм основан на применении кубатурных формул для вычисления тройного интеграла.

**Ключевые слова:** гравиразведка, сферический параллелепипед, радиальная составляющая, обработка полевых данных.

Традиционный подход к вычислению поправки за рельеф местности основывается на плоской границе «Земля-воздух», а топографические массы, как правило, аппроксимируются набором прямоугольных призм [2, 4, 6]. Такой подход привязывает нас к декартовой системе координат, в которой невозможно адекватно описать сферическую поверхность. Погрешность вычисления поля определяется детальностью аппроксимации геологических объектов геометрическими фигурами и погрешностью вычислительной процедуры от элементарной ячейки при превалирующем влиянии первой причины. Учитывая вышесказанное, представляется разумным переход из декартовой  $\Sigma XYZ$  системы координат в сферическую  $\Sigma r\phi\lambda$ . Ряд исследователей предлагали разные 3D геометрические фигуры, содержащие элементы сферичности, для аппроксимации моделируемых геоплотностных неоднородностей: сферический диск [3], сферическая треугольная призма [7] сферический параллелепипед [8], сферический многогранник [7, 9, 10]. Таким образом, эти тела могут использоваться для создания «плотной упаковки» объектов в пределах сферической поверхности (или ее фрагмента). Выбор элемента аппроксимации должен осуществляться исходя из двух условий. С одной стороны, создание "плотной упаковки" при описании форм рельефа или геологической структур. С другой стороны, скорость и точность вычисления гравитационного поля от одного элемента.

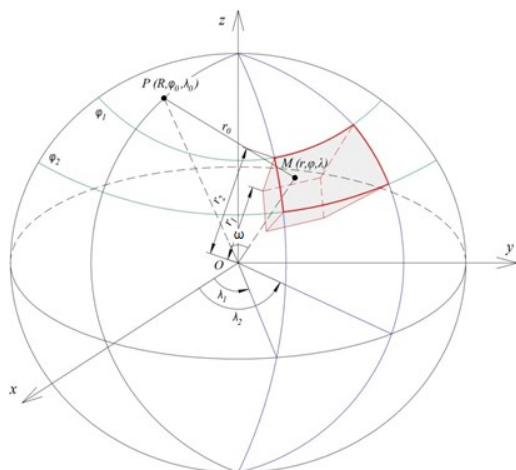


Рис. 1. Сферический параллелепипед

В качестве элементарного аппроксимирующего тела для решения прямой задачи гравиразведки с учетом сферичности Земли выбран сферический параллелепипед (СП) – фрагмент  $\Omega$  шара радиусом  $R$  с центром, совпадающим с началом координат  $O$  сферической системы координат  $\Sigma r\varphi\lambda$ , помещенным в центр Земли. СП ограничен частями двух сферических поверхностей с радиусами  $r_1, r_2$  и центрами в точке  $O$ ; двумя плоскостями, направленными под углами  $\lambda_1, \lambda_2$  в экваториальной плоскости и пересекающимися на полярной оси  $OZ$ ; двумя коническими поверхностями  $\varphi_1, \varphi_2$  с вершиной в точке  $O$  (рис. 1).

Необходимо вычислить производную  $V_R$  (аналог  $V_Z$  в сферической системе координат) гравитационного потенциала данного тела в точке  $P(R, \varphi_0, \lambda_0)$ :

$$V_R(R, \varphi_0, \lambda_0) = f\sigma \int_{r_1, \varphi_1, \lambda_1}^{r_2, \varphi_2, \lambda_2} (R - r\cos\omega)r_0^{-3} r^2 \sin\varphi dr d\varphi d\lambda, \tag{1}$$

где  $r_0 = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rrcos\omega}$ ,  $\sigma$  – плотность тела;  $r, \varphi, \lambda$  – переменные интегрирования,  $\omega$  – центральный угол между точками  $P$  и  $M$ :

$$\cos\omega = \cos\varphi_0\cos\varphi + \sin\varphi_0\sin\varphi \cos(\lambda_0 - \lambda). \tag{2}$$

В работе представлен адаптивный кубатурный алгоритм для решения объемного интеграла по поверхности СП, базирующийся на применении кубатурных формул Н.С. Бахвалова [1].

Примем сокращенные обозначения:  $\psi(X)$  – подынтегральная функция в выражении (1),  $X = (r, \varphi, \lambda)$ ,  $\Omega = \{r_1 \leq r \leq r_2, \lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2, \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2\}$ . Заменой переменных  $r = (r_1 + r_2)/2 + t_1(r_1 - r_2)/2$ ,  $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2 + t_2(\varphi_1 - \varphi_2)/2$ ,  $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2 + t_3(\lambda_1 - \lambda_2)/2$ , интеграл (1) преобразуется в интеграл по кубу:

$$f\sigma \iiint_{\Omega} \psi(X) dX = f\sigma \iiint_G g(t) dt, \tag{3}$$

где  $G = \{-1 \leq t_1 \leq 1, -1 \leq t_2 \leq 1, -1 \leq t_3 \leq 1\}$ . Для его вычисления предлагаются кубатурные формулы:

$$\iiint_G g(t) dt \approx Q_q(g), \quad q = 1, 2, 3. \tag{4}$$

$$Q_1 = \frac{8}{225} \left[ 44g(0,0,0) + \frac{121}{8} \sum_{|i|,|j|,|k|=1} g\left(i\sqrt{\frac{5}{11}}, j\sqrt{\frac{5}{11}}, k\sqrt{\frac{5}{11}}\right) + 10 \sum_{|i|+|j|+|k|=1} g(i, j, k) \right], \tag{5}$$

$$Q_2 = \frac{8}{1225} \left[ -\frac{1552}{5}g(0,0,0) + \frac{1573}{40} \sum_{|i|,|j|,|k|=1} g\left(i\sqrt{\frac{5}{11}}, j\sqrt{\frac{5}{11}}, k\sqrt{\frac{5}{11}}\right) + \frac{784}{5} \sum_{|i|+|j|+|k|=1} g\left(i\sqrt{\frac{5}{14}}, j\sqrt{\frac{5}{14}}, k\sqrt{\frac{5}{14}}\right) + 15T \right], \tag{6}$$

$$T = \sum_{|i|,|j|=1} g(i, j, 0) + \sum_{|i|,|k|=1} g(i, 0, k) + \sum_{|j|,|k|=1} g(0, j, k), \tag{7}$$

$$Q_3 = 4/9 Q_1 + 5/9 Q_2. \tag{8}$$

Индексы суммирования  $i, j, k$  могут принимать значения:  $-1, 0, 1$ . Формулы  $Q_1$  и  $Q_2$  являются точными для всех многочленов, со степенью  $n \leq 5$ , аппроксимирующих функцию  $g(t)$ ; формула  $Q_3$  точна для всех многочленов при  $n \leq 7$ . Следует заметить, что при вычислении по формулам  $Q_1$  и  $Q_2$  частично используются одни и те же значения переменных интегрирования  $t$ , что заметно снижает вычислительные затраты.

Область вычисления тройного интеграла (3) разбивается на элементарные кубы. В кубе выбираются 33 узловые точки таким образом, как показано на рис.2. Далее по

формулам (5-7) вычисляются значения полиномов пятой и седьмой степени в выбранных точках. Если значения полиномов в узловых точках совпадают с заданной точностью, то значения интеграла вычисляются по формуле (8). Если значения не совпадают, то деление на кубы повторяется. Экспериментально определенная скорость вычислений для представленного алгоритма составляет примерно 0.0003 сек для расчета поля от 1 тела в 1 точке [5].

Таким образом, разработан экономичный высокоточный алгоритм решения прямой задачи для сферического параллелепипеда, который является универсальной аппроксимационной ячейкой для решения широкого круга практических задач на сферической Земле.

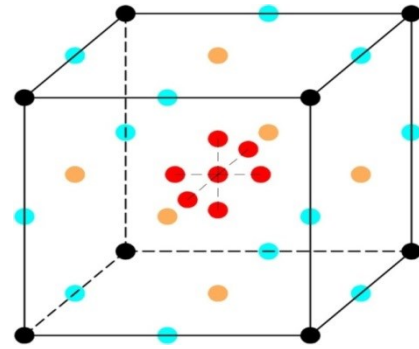


Рис. 2. Схема узловых точек функции  $g(t)$  в элементарном кубе, на которые разбивается область  $G$

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18–35–00299 мол\_а.*

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: учеб. Пособие. – 2-е изд. – М.: Наука, 2002. – 6302 с.
2. Бычков С.Г., Долгаль А.С., Симанов А.А. Вычисление аномалий силы тяжести при высокоточных гравиметрических съемках / ГИ УрО РАН. – Пермь: УрО РАН, 2015. – 142 с.
3. Глазнев В.Н. Комплексные геофизические модели литосферы Фенноскандии. – Апатиты: КаЭМ, 2003. – 252 с.: ил.
4. Долгаль А.С. Компьютерные технологии обработки и интерпретации данных гравиметрической и магнитной съемки в горной местности / А.С. Долгаль. – Абакан: Фирма «Март», 2000. – 188 с.
5. Долгаль А.С., Симанов А.А., Хохлова В.В. Учет сферичности Земли при вычислении поправки за влияние рельефа местности // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей: материалы 42-й сес. Междунар. науч. семинара им. Д.Г. Успенского / ГИ УрО РАН [и др.]. – Пермь, 2015. – С. 76-78.
6. Лукавченко П.И. Таблицы и номограммы для вычисления поправок силы тяжести за рельеф местности при съемке с гравиметрами. – М.; Л.: Гостоптехиздат. 1951. – 41 с.: черт.
7. Пятаков Ю.В, Исаев В.И. Методы решения прямых задач гравиметрии // Известия Томского политехнич. ун-та. – 2012. – Т. 320, № 1. – С. 105-110.
8. Старостенко В.И., Манукян А.Г. Решение прямой задачи гравиметрии на шарообразной Земле // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1983. – №12. – С. 34-50.
9. Jonson Lane R., Litehiser Joe J. A method for computing the gravitational attraction of three-dimensional bodies in a spherical or ellipsoidal Earth // Geophysical Research. – 1972. – V. 77, № 35. – P. 6999-7009.
10. Takin M., Talwani M. Rapid computation of the gravitation attraction of topography on a spherical Earth // Geophysical Prospecting. – 1966. – V.2. – P. 119-142.

УДК 550.834

DOI:10.7242/echo.2019.3.13

## РАЗВИТИЕ ИНТЕРПРЕТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ КОМПЛЕКСНЫХ СЕЙСМОРАЗВЕДОЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

И.А. САНФИРОВ, А.В. НЕЖДАНОВ

*Горный институт УрО РАН, г. Пермь*

**Аннотация:** В статье рассматриваются комплексные сейсморазведочные исследования, включающие скважинные, наземные и шахтные технологии. Совместная интерпретация всех видов сейсморазведочных наблюдений применяется для построения детальных многоуровневых моделей водозащитной толщи. Отмечается важность скважинных исследований в решении подобных задач. Рассматриваются: вертикальное сейсмическое профилирование (ВСП), межскважинное просвечивание (МСП), сейсмокаротаж (СК) и сейсмическое скважинное профилирование по методике многократных перекрытий (ММП). Приведен пример формирования подобной интерпретационной модели на основе комплексирования наземных и скважинных сейсморазведочных исследований в районе аварийного участка в пределах шахтного поля СКРУ-2.

**Ключевые слова:** малоглубинная сейсморазведка, комплексные сейсморазведочные исследования, сейсмическое скважинное профилирование, интерпретационные модели, пространственные построения.