

3. Установлено, что количество углеродистого вещества на Тальском участке превышает количество на Ольховском и Тесовском участках.

4. Тальский участок является перспективным для поисков благороднометалльного оруденения в углеродистых толщах (углеродистых сланцах).

5. Поскольку концентрации благородных металлов в углеродсодержащих породах могут быть выявлены только с помощью высокотемпературного обжига в присутствии хлоридных агентов или, иначе говоря, с помощью технологического передела, то исследования, связанные с геологическим картированием подобных объектов должны иметь определение «геолого-технологическое картирование».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Борисов А.С., Сметанников А.Ф. Перспективы трансформации ресурсов золота в черных сланцах Пермского края // Горное эхо. – 2024. – № 3 (96). – С. 3-11. – DOI: 10.7242/echo.2024.3.1.
2. Борисов А.С. Перспективы трансформации ресурсов золота на Ольховском участке Пашийской площади с учетом новых аналитических данных по балансу золота, связанного с органическими соединениями // Горное эхо. – 2019. – № 3 (76). – С. 2-5. – DOI: 10.7242/echo.2019.3.1.
3. Сметанников А.Ф., Седых Э.М. Особенности анализа золота, связанного с органическими соединениями // XXI Международная Черняевская конференция по химии, аналитике и технологии платиновых металлов: тез. докл. – Екатеринбург, 2016. – С. 61.

УДК 556.078;556.042

DOI:10.7242/echo.2025.4.2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТОВ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ (НА ПРИМЕРЕ ВЕРХНЕ-ЗЫРЯНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА)

А.И. Лучников, Т.Н. Синцова, А.П. Лепихин
Горный институт УрО РАН, г. Пермь

Аннотация: Проведен анализ коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии на основе изменения их дисперсии через анализ перемещения поплавков в зависимости от глубины на примере Верхне-Зырянского водохранилища. Показано, что с использованием современных БПЛА представляется возможным эффективно оценивать коэффициенты горизонтальной турбулентной диффузии. Установлено, что их зависимость относительно среднего радиуса облака движения поплавков возможно имеет практическое использование при условии, что масштабы вихревых структур, обуславливающие перемешивание водных масс, должны быть намного меньше масштабов водного объекта.

Ключевые слова: коэффициент горизонтальной диффузии, беспилотный летательный аппарат, натурный эксперимент, водохранилище.

Введение

Для решения широкого круга задач, связанных с формированием загрязнения поверхностных водных объектов, в первую очередь, с оценкой последствий различных аварийных ситуаций, произошедших в акватории водного объекта, с замедлением водообмена в озерах, прудах, водохранилищах ключевую роль играет коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии. Сама технология оценки данных коэффициентов для небольшого водоема на основе использования БПЛА ранее достаточно широко обсуждалась нами в [1-3].

Ключевым положением является то, что статистические закономерности проявляются только через анализ больших выборок. Коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии, оцениваемый через анализ перемещения маркеров, является характерной

статистической характеристикой. Поэтому необходимо рассматривать данные значения только на большом количестве маркеров, фиксируемых в течение достаточно длительных временных интервалов.

Материалы и методы

Экспериментальная оценка коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии была выполнена на основе анализа динамики дисперсии перемещающихся по акватории Верхне-Зырянского водохранилища (маркеров) поплавков. Координаты каждого из маркеров фиксировались с использованием БПЛА за каждый 2-минутный интервал в течение всего времени натурных экспериментов с 12²⁰ до 17³⁰. При этом эффективная парусность маркеров (поплавков) располагалась на различных глубинах: поверхность; 0,5 м; 1 м и 2 м. Дисперсия перемещения маркеров оценена на основе двух соотношений (1), (2), в основе которых лежат различные подходы:

$$\sigma^2 = D1 = \frac{1}{N} \left(\sum (x_i - \bar{x})^2 \right), \quad (1)$$

$$\sigma^2 = D2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - x_j)^2. \quad (2)$$

где x_i, x_j – соответственно, координаты i и j поплавок в момент времени t .

Несложно видеть, что если смещения перемещающихся маркеров (поплавков) по акватории исследуемого водного объекта статистически независимы, то в этом случае $D2=2 D1$.

В то же время при статистической связности маркеров эта связь становится значительно более сложной и определяется формированием горизонтальных вихревых структур. Рассматриваемые оценки $D1$ и $D2$ очень тесно связаны между собой через коэффициент связности (корреляции) перемещения рассматриваемых поплавков:

$$\rho = \left(1 - \frac{D2}{2 * D1} \right). \quad (3)$$

Нетрудно видеть, если перемещения рассматриваемых поплавков статистически независимы, т.е. $\rho = 0$, то $D1 = 2D2$. При этом если $D2 \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow 1$. В то же время поплавки мигрируют в противофазе, что возможно при $D2 \rightarrow 4 D1$, то $\rho \rightarrow -1$.

В общем случае параметры $D1, D2$ является величинами, дисперсия которых должна определяться объемом выборки N в заданном количестве рассматриваемых поплавков:

$$\sigma_{D_1} \propto \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}}, \quad (4)$$

$$\sigma_{D_2} \propto \frac{4 * \sigma}{\sqrt{(N-1)}}. \quad (5)$$

Естественно, их отношение

$$\frac{D1}{D2} = A \quad (6)$$

так же является случайной величиной.

Наличие в (6) случайной компоненты в знаменателе принципиально усложняет параметр A , следовательно, и ρ , так как при достаточно больших значениях $Cv \geq 1$ оценки параметра A становятся статистически несостоятельными, т.е. погрешности оценок от A , в том числе A , не стремятся к нулю при $N \rightarrow \infty$.

Обсуждение полученных результатов

Для оценки внутрисуточных колебаний коэффициента диффузии маркеров на основе изменения их дисперсии через анализ перемещения поплавков в зависимости от глубины для Зырянского водохранилища были взяты ряды наблюдений с 2-минутным интервалом за время проведения эксперимента 12²⁰ - 17³⁰, а также за период статистически однородных участков изменения дисперсии поведения поплавка на различных глубинах: поверхность; 0,5; 1 и 2 м. Дисперсия была рассчитана двумя способами на основе двух соотношений (1), (2). Результаты выполненных исследований представлены на рисунках 1-4.

Показано, что зависимость дисперсии, рассчитанной по соотношению (2), от скорости поплавков для всего ряда наблюдений достаточно хорошо описывается степенной функцией ($R^2 = 0.99$) как на глубине 2 м, так на 0,5 м, 1 м и на поверхности (рис. 5).

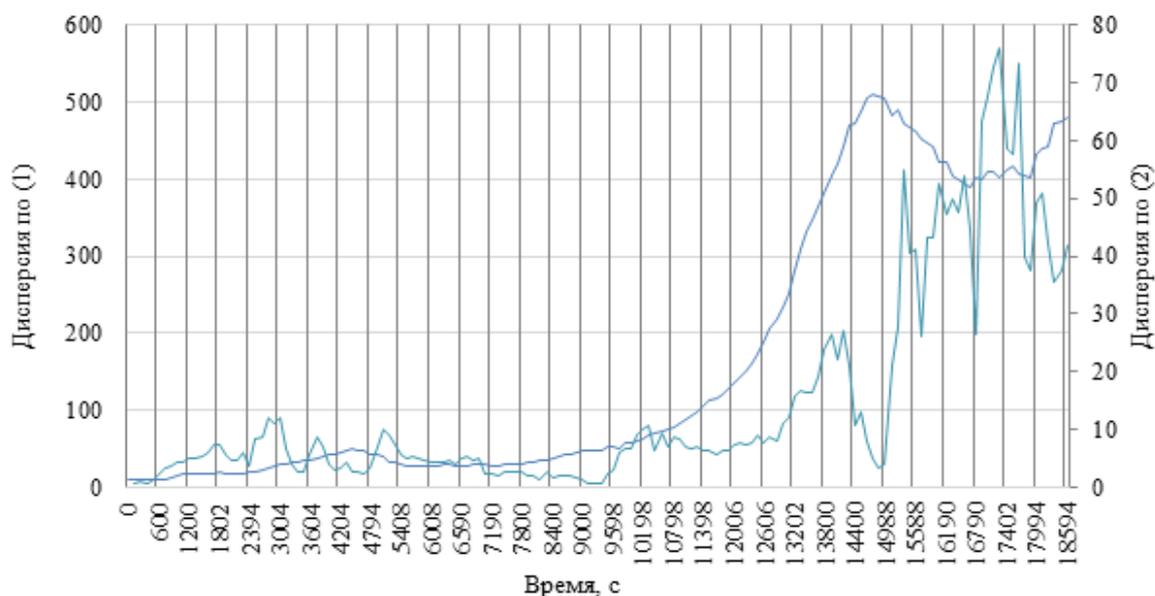


Рис. 1. Изменение дисперсии маркеров на глубине 2 м на рассматриваемом участке Зырянского водохранилища по формулам (1) и (2)

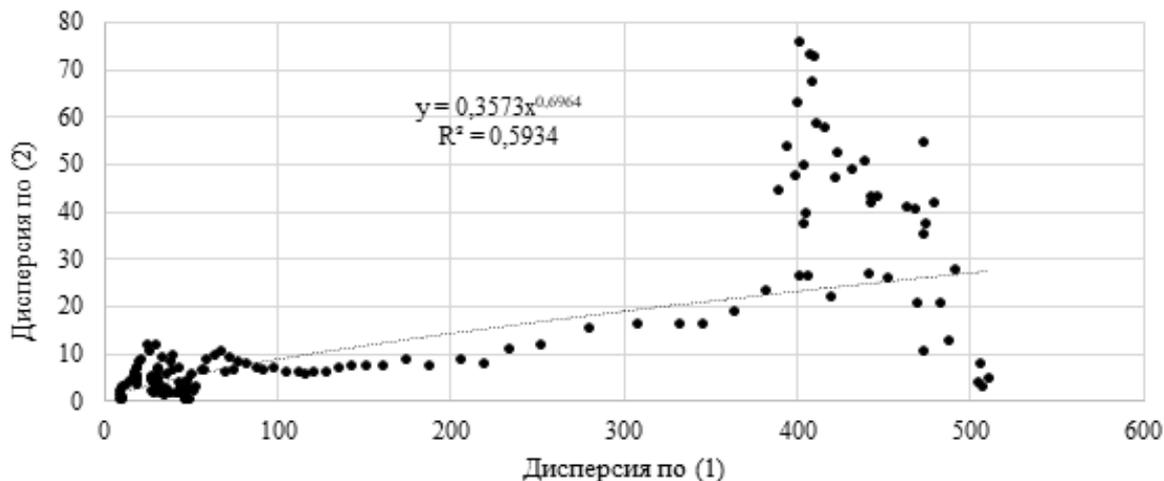


Рис. 2. Зависимость дисперсии маркеров на глубине 2 м на рассматриваемом участке Зырянского водохранилища по формулам (1) и (2)



Рис. 3. График колебаний дисперсии маркеров по формуле (2) и скорости ветра и поплавок на глубине 2 м на рассматриваемом участке Зырянского водохранилища с 16 минутным осреднением

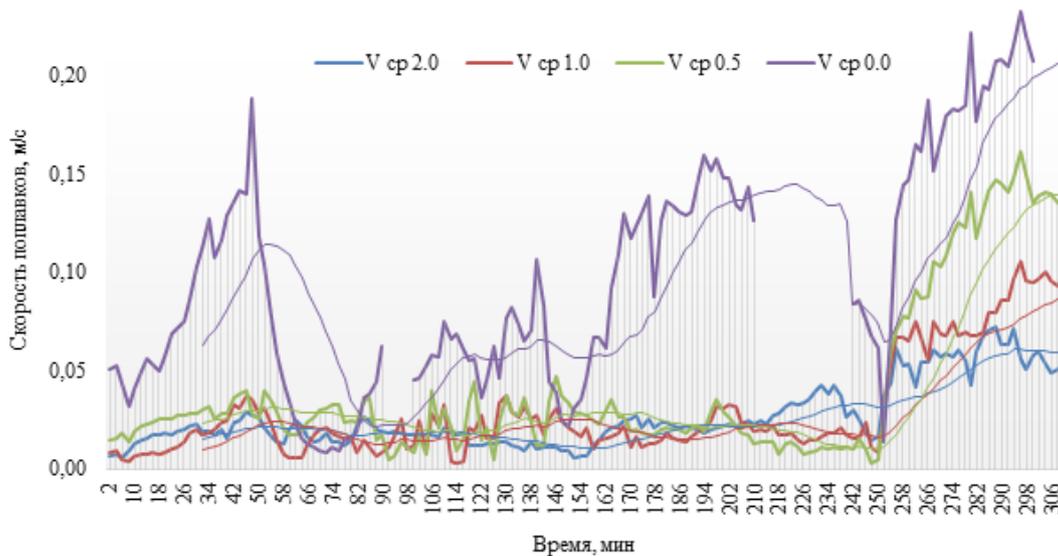


Рис. 4. График колебаний средних значений скорости поплавок на различных глубинах с 16 минутным осреднением

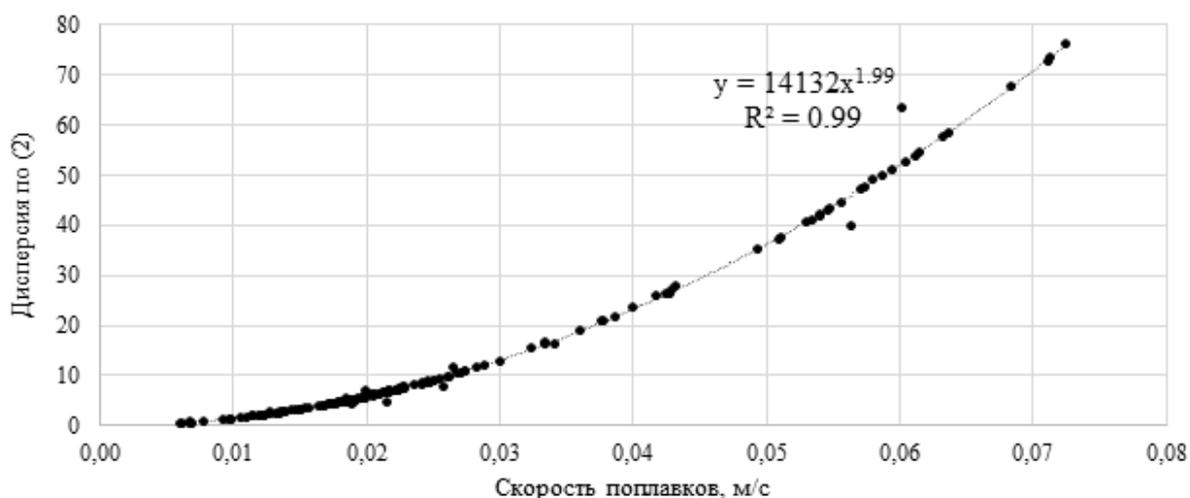


Рис. 5. Зависимость дисперсии маркеров по формуле (2) и скорости поплавок на глубине 2 м на рассматриваемом участке Зырянского водохранилища

Для оценки внутрисуточных колебаний дисперсии через анализ перемещения поплавков в зависимости от глубины для Верхне-Зырянского водохранилища был проведен статистический анализ рядов наблюдений с 2-минутным интервалом на однородность с использованием параметрического критерия Стьюдента и непараметрического Манн-Уитни. Выявлены статистически однородные ряды колебаний дисперсии поплавков на поверхности и на различных глубинах 0,5 м, 1 м и 2 м (таблица 1).

Как видно из табл. 1, значения дисперсии, представленные с 2-минутной дискретностью, существенно неоднородны за период измерений 12^{30} - 17^{30} . В то же время выделяются достаточно отчетливо временные интервалы для значений дисперсий за диапазон времени от начала запуска поплавков 16-158 мин. на поверхности и на глубинах 2 м, рассчитанных по формуле (1) и на глубине 1 м – по формуле (2), а также за временные интервалы 150-252 мин. на глубине 1 м – по формуле (2) и за период измерений 252-310 мин. – на глубине 2 м по формуле (1), обусловленные значимой статистической однородностью рядов наблюдений.

Распределение дисперсии перемещения маркеров с 2-минутной дискретностью на поверхности, глубине 1 м и 2 м за период от начала запуска поплавков 16-158 мин. представлено на рисунке 6, где значения коэффициентов дисперсии взяты для однородных рядов наблюдений на поверхности и на глубине 2 м, рассчитанных по формуле (1), а для 1 м – по формуле (2).

Как показано на рисунке 6, значения дисперсии изменяются в диапазоне временного интервала 16-158 мин. от 0,12 (на глубине 1 м) до 380 (на поверхности) за однородный период наблюдений в зависимости от глубины нахождения поплавка. При этом очень важно подчеркнуть, что коэффициенты вариации рассматриваемых колебаний дисперсии поведения маркера как на поверхности, так и на глубине 1 м, практически за весь период наблюдений весьма близки и имеют наибольшие значения изменчивости в пределах 0,64-0,83, в отличие от значений на глубине 2 м, составляющих 0,07-0,31 для статистически однородного участка (табл. 1).

Распределение 2-х минутных интервальных колебаний дисперсий движения поплавка, рассчитанных по соотношению (1), на глубине 2 м за начальный промежуток времени 16-158 мин. считается менее ассиметричным с отклонением влево, чем за конечный период измерений 252-310 мин., а также они имеют отрицательный эксцесс, как и распределение дисперсии перемещения поплавка, измеренной на поверхности, что говорит о их плосковершинности и наличии небольшого «тяжелого» хвоста слева (рис. 7-9).

Таблица 1

Статистические характеристики дисперсии изменения положения поплавка на различных глубинах 0; 0,5; 1,0 и 2,0 м

Название параметра	Объем выборки	Среднее значение	Медиана	Минимальное значение	Максимальное значение	Средне-квадратическое отклонение	Коэффициент вариации	Коэффициент асимметрии	Экцесс
за весь период наблюдений по формуле (1)									
на глубине 2 м	156	163,73	48,49	8,45	511,20	178,81	1,09	0,84	-1,08
на глубине 1 м	156	297,31	102,48	8,00	1771,96	444,86	1,50	1,91	2,56
на глубине 0,5 м	156	27,42	24,17	3,46	132,51	22,95	0,84	2,19	6,08
на поверхности	156	510,15	117,01	22,78	5021,47	1039,40	2,04	3,08	8,81
за весь период наблюдений по формуле (2)									
на глубине 2 м	156	14,98	6,69	0,53	101,00	19,20	1,28	1,96	3,46
на глубине 1 м	156	22,68	5,80	0,12	145,72	37,63	1,66	2,03	2,96
на глубине 0,5 м	156	48,36	10,03	0,14	326,65	90,42	1,87	2,08	2,80
на поверхности	156	171,84	101,00	1,07	712,14	177,25	1,03	1,41	1,18
за период однородных участков рядов наблюдений за диапазон времени от начала запуска поплавков 16-158 мин									
на поверхности по (1)	69	166,32	144,09	23,29	380,09	116,91	0,70	0,47	-1,20
на глубине 1 м по (2)	72	6,24	4,72	0,12	20,39	5,18	0,83	0,97	0,21
на глубине 2 м по (1)	72	31,59	29,97	14,57	51,34	9,94	0,31	0,19	-0,91
за период однородных участков рядов наблюдений за диапазон времени от начала запуска поплавков 150-252 мин									
на глубине 1 м по (2)	52	5,69	4,88	1,20	16,09	3,62	0,64	1,61	2,30
за период однородных участков рядов наблюдений за диапазон времени от начала запуска поплавков 252-310 мин									
на глубине 2 м по (1)	30	431,88	422,40	388,91	491,26	31,58	0,07	0,46	-1,25

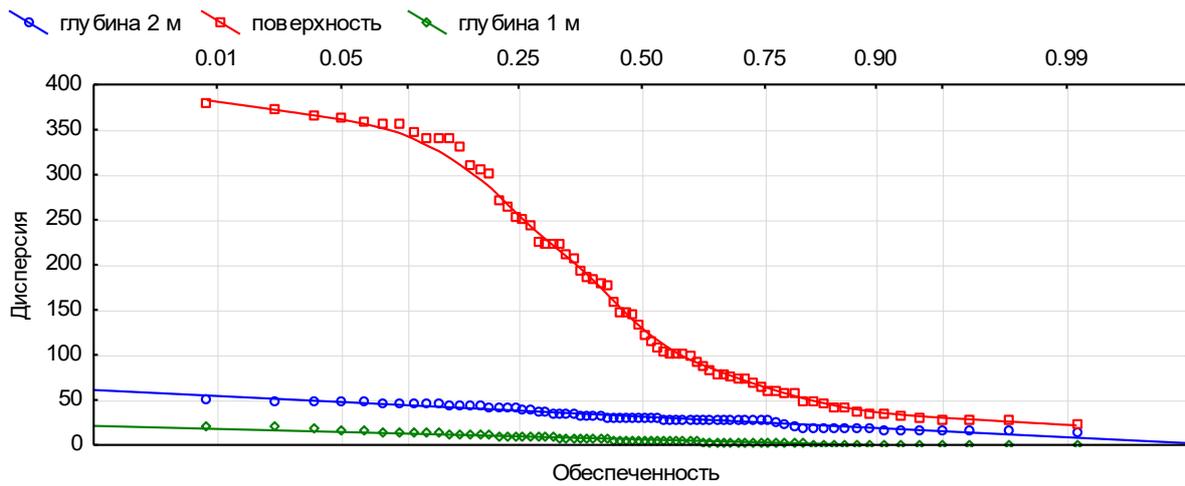


Рис. 6. График функции распределения дисперсии перемещения маркеров с 2-минутной дискретностью на различных глубинах за период от начала запуска поплавков 16-158 мин.

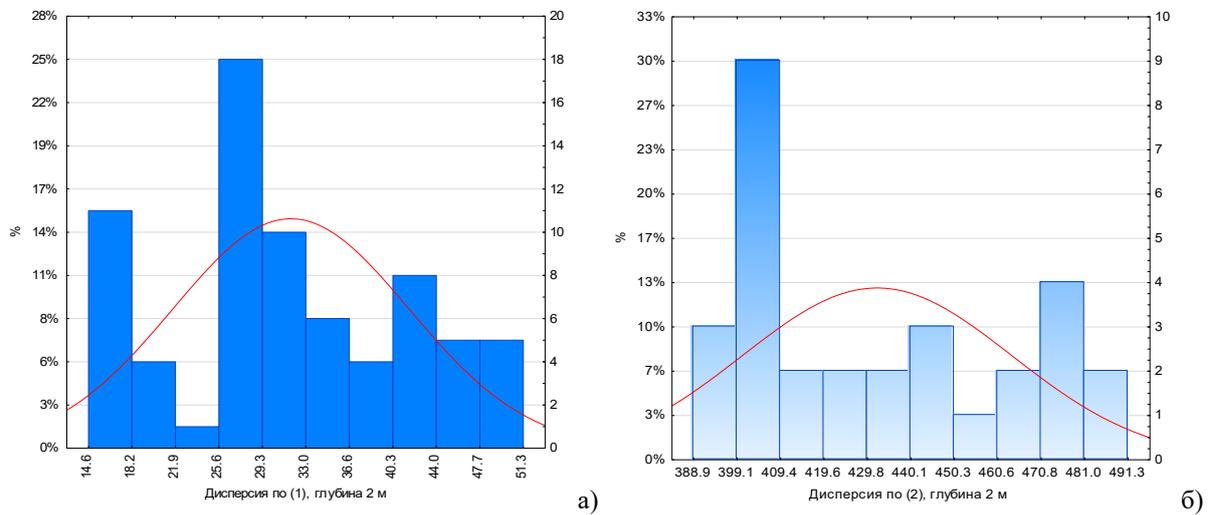


Рис. 7. Графики плотности распределения дисперсии перемещения маркеров с 2-минутной дискретностью на глубине 2 м, рассчитанной по формуле (1), для рядов с минимальными (а) и максимальными значениями дисперсии (б)

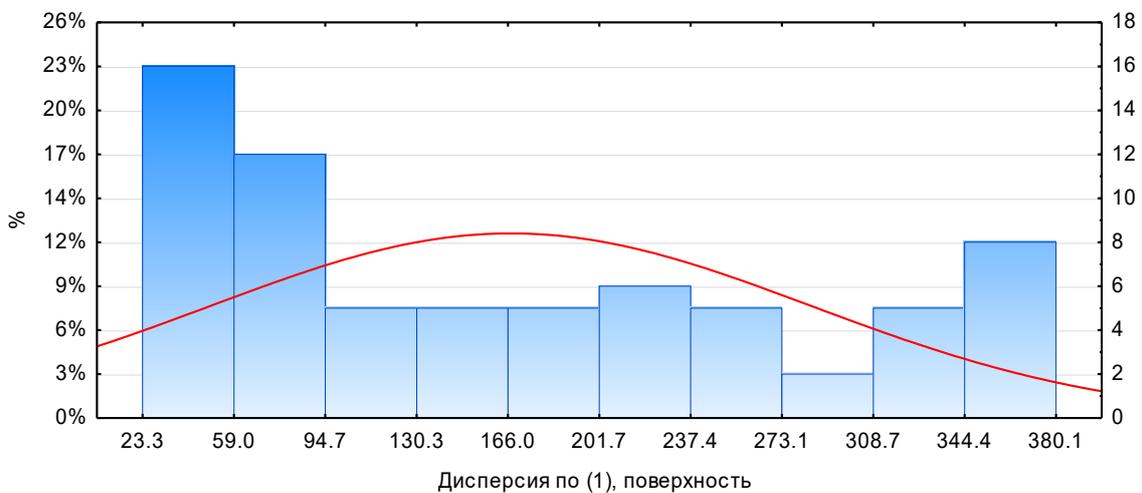


Рис. 8. График плотности распределения дисперсии перемещения маркеров с 2-минутной дискретностью измерения на поверхности, рассчитанной по формуле (1)

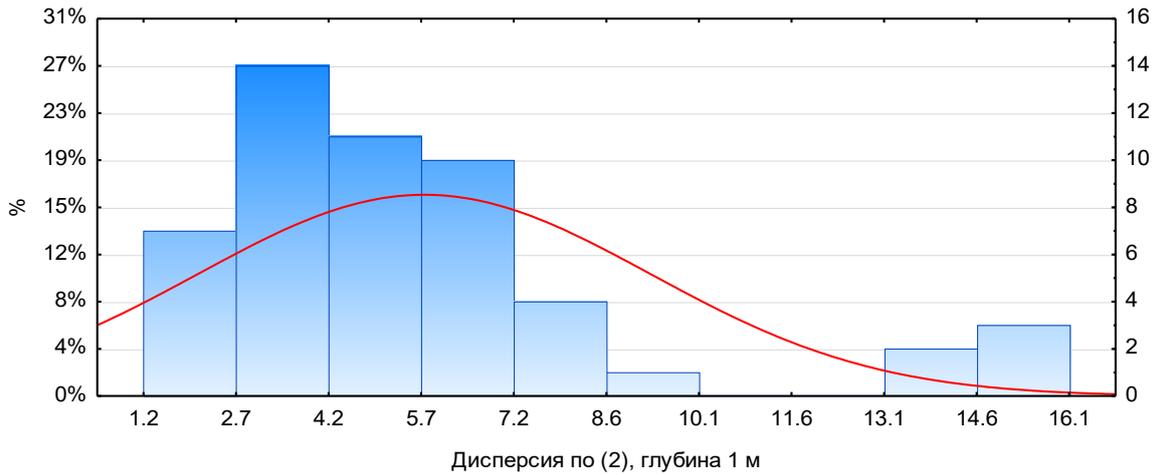


Рис. 9. График плотности распределения дисперсии перемещения маркеров с 2-минутной дискретностью измерения на глубине 1 м, рассчитанной по формуле (2)

Существенный, принципиальный интерес представляет установление причины наблюдаемых ярко выраженных колебаний перемещения поплавков с 2-минутной дискретностью в Верхне-Зырянском водохранилище для статистически однородных участков рядов наблюдений (рис. 10, 11).

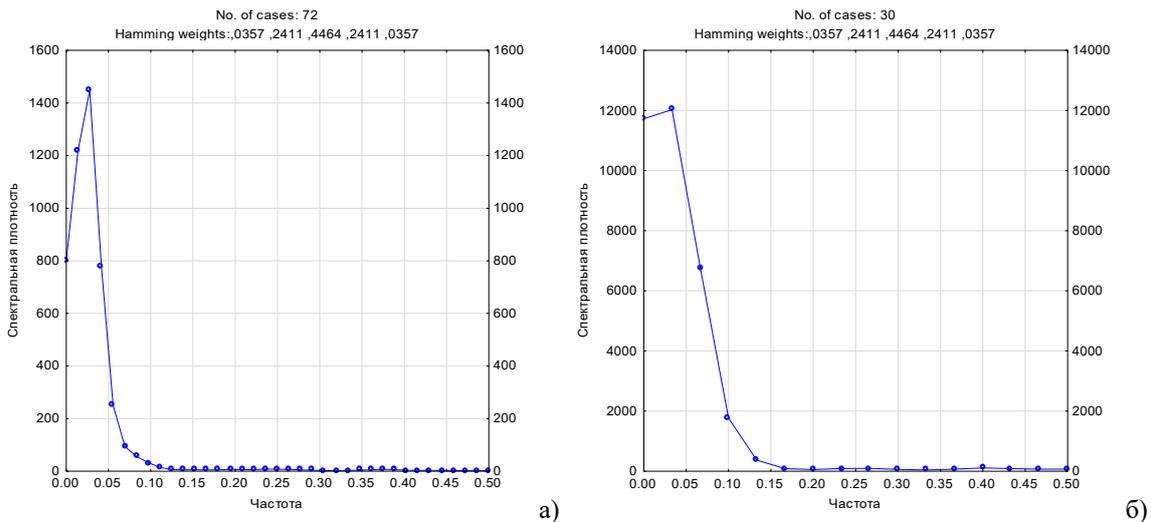


Рис. 10. График спектральной функции дисперсии движения поплавка в Верхне-Зырянском водохранилище на глубине 2 м (дисперсия рассчитана по формуле (2)) за диапазон времени от начала запуска поплавков 16-158 мин. (а) и 252-310 мин. (б)

Как следует из рисунков 10 и 11, колебания перемещения поплавков в Верхне-Зырянском водохранилище обуславливаются пульсациями с ярко выраженным характерным временным масштабом $T \sim 1$ час.

В строгой постановке коэффициент классической диффузии имеет вид:

$$K_{ij} \sim \frac{1}{2} \langle \Delta L_{*}^2 / \Delta t \rangle, \tag{7}$$

где ΔL_{*}^2 $_{t_i, t_{i+1}}$ – изменение расстояния между маркерами за время $\Delta t = t_{i+1} - t_i$.

Однако данная оценка предполагает неограниченное количество маркеров и множество временных интервалов $\Delta t_{i+1, i}$, при этом смежный масштаб ΔL_{*}^2 $_{t_i, t_{i+1}}$ должен быть статистически несвязанным. Данное ограничение связано с тем, что само поведение

маркера является случайным и его свойства, в первую очередь, особенности поведения могут быть сгруппированы только на основе больших выборок. Поэтому Ричардсоном была предложена схема оценки интенсивности коэффициента диффузии маркеров на основе изменения их дисперсии. При оценке дисперсии происходит существенное сглаживание поведения совокупных маркеров, при этом $K_{II} \sim \frac{1}{2} d\sigma^2/dt$. Нетрудно видеть, что при такой оценке рассматривать некоторые постоянные значения коэффициента K_{II} возможно только для временных интервалов, для которых корректна оценка $\sigma^2 \sim \rho \cdot t$, в этом случае $K_{II} \sim \rho/2$. Исходя из представленных натуральных экспериментов за поведением поплавков (маркеров) на глубине 2 м, имеем для первого временного интервала (<4000 с) $K_{I II} \sim 0.0037 \text{ м}^2/\text{с}$, для второго временного интервала (> 4000 с) – $K_{II II} \sim 0.125 \text{ м}^2/\text{с}$ (рис. 12).

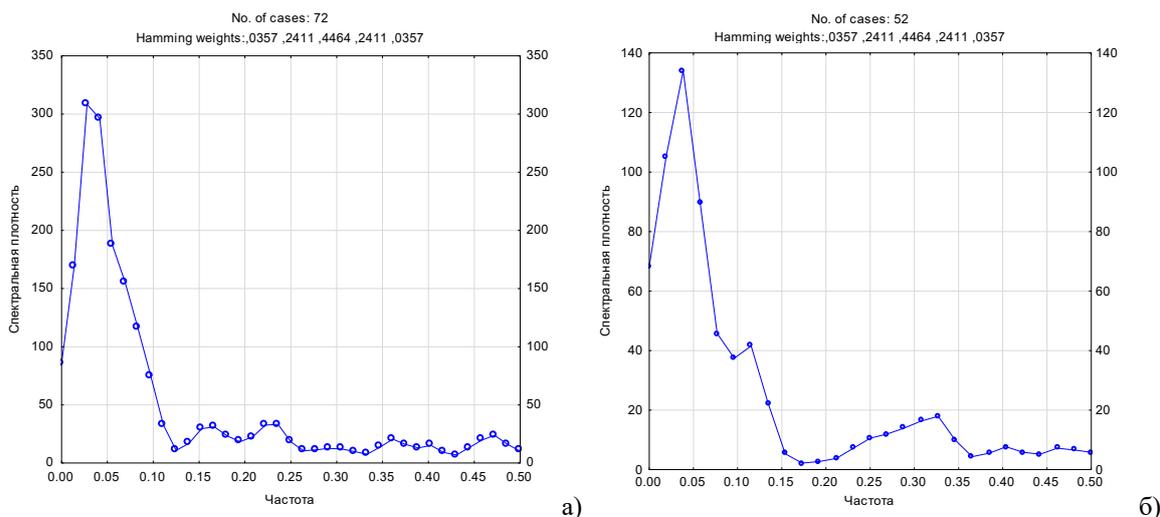


Рис. 11. График спектральной функции дисперсии движения поплавка с 2-минутной дискретностью в Верхне-Зырянском водохранилище на глубине 1 м (дисперсия рассчитана по формуле (2)) за диапазон времени от начала запуска поплавков 16 – 158 мин (а), 150-252 мин (б)

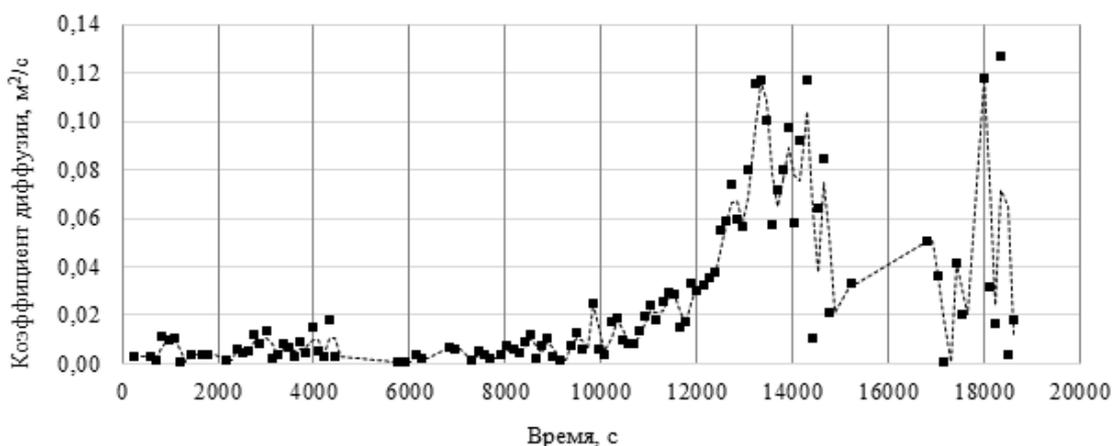


Рис. 12. График изменения коэффициентов диффузии маркеров на глубине 2 м на рассматриваемом участке Верхне-Зырянского водохранилища

В то же время в соответствии с гипотезой А.Н. Колмогорова [4], исходя из анализа размерностей, коэффициент горизонтальной диффузии имеет следующий вид:

$$K(R) = c \cdot \epsilon^{1/3} \cdot R^{4/3}, \tag{8}$$

где c – эмпирический коэффициент, R – линейные размеры диффундирующего облака, m ; ϵ – скорость диссипации турбулентной энергии, m^2/c^3 .

Многочисленные экспериментальные исследования показали выполнимость соотношения (8) при больших масштабах данного явления [5-10].

Зависимость коэффициента диффузии от радиуса перемещения поплавка на рассматриваемом участке Верхне-Зырянского водохранилища представлена на рисунке 13 при средних значениях глубин 0,5, 1 и 2 м.

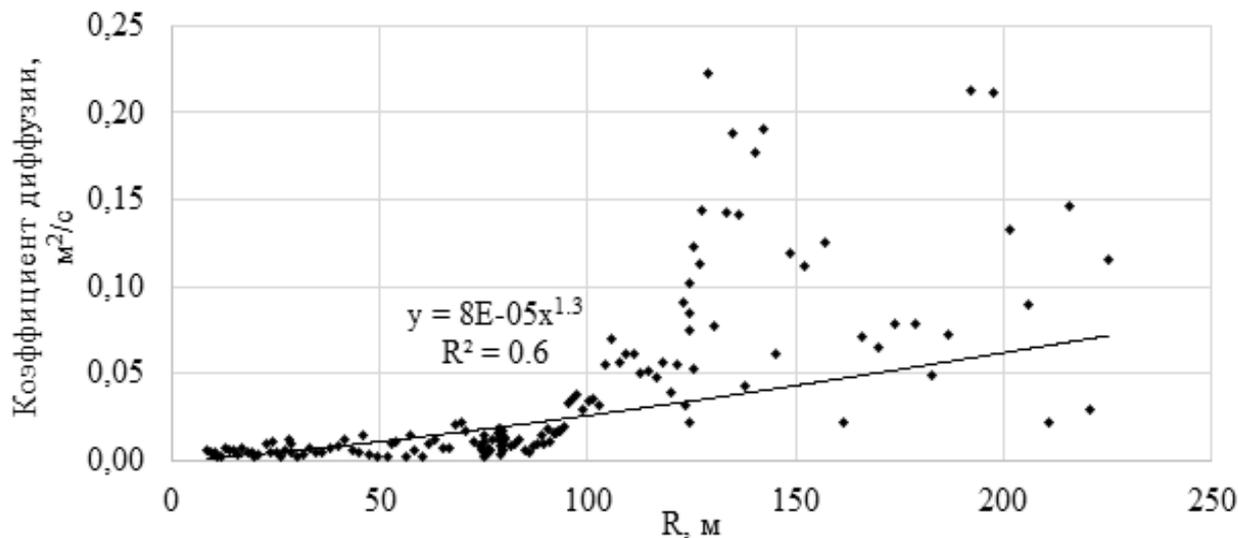


Рис. 13. Зависимость средних значений коэффициента диффузии от радиуса перемещения поплавка на рассматриваемом участке Верхне-Зырянского водохранилища

Как следует из рисунка 13, было показано, что численный показатель степени $\alpha = 1.3$ линейного размера облака R зависимости средних значений коэффициента горизонтальной диффузии от среднего радиуса облака движения поплавков $K(R) \sim 8 \cdot 10^{-5} \cdot R^{1.3}$ на рассматриваемом участке Верхне-Зырянского водохранилища на глубинах 0,5-2 м совпадает с выше представленным $\alpha = 4/3$ в соотношении (8).

На небольших водных объектах в силу ограниченности их масштабов размеры вихревых структур, определяющих интенсивность перемешивания, также должны быть весьма ограничены и должны быть значительно меньше размеров самого водного объекта. Согласно результатам натурных наблюдений с использованием БПЛА за поведением поплавков на различных глубинах измерения для Верхне-Зырянского водохранилища, расположенного на юго-восточной окраине г. Березники, определено, что средние значения коэффициента горизонтальной диффузии составляют $0.02 \text{ м}^2/\text{с}$ для радиуса облака движения поплавков $R < 100 \text{ м}$, что соответствует значениям диффузии на глубине 2 м с характерным временем до 10 000 с (рис. 12). При этом для радиуса облака движения поплавков $R > 100 \text{ м}$ значения коэффициента горизонтальной диффузии имеют большой диапазон изменений от 0,02 до $0.2 \text{ м}^2/\text{с}$ (рис. 13).

Заключение

Небольшие поверхностные водные объекты, как правило, в наибольшей степени подвергаются техногенным воздействиям. В то же время гидродинамические модели для этих объектов весьма чувствительны к их морфометрии, при этом наибольшую сложность вызывает параметризация для них коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии. Поэтому весьма актуальна разработка эффективных технологий экспериментальной оценки коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии.

Применение современных БПЛА имеет успешный опыт при возможности фиксирования с высокой надежностью координат объектов на водной поверхности для эффективной экспериментальной оценки коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии. Эта возможность рассмотрена на примере Верхне-Зырянского водохранилища, имеющего важное значение в техническом водоснабжении промышленных предприятий Соликамско-Березниковского промузла. В работе установлено, что оценки рассматриваемых коэффициентов горизонтальной диффузии могут быть весьма эффективны. Установление для коэффициентов горизонтальной диффузии зависимости от среднего радиуса облака движения поплавков $K(R) \sim f(R)$ аналогично (8) может иметь значимое практическое значение. Так как при решении прикладных задач коэффициент горизонтальной диффузии используется в первую очередь при оценке последствий различных аварийных ситуаций, характеризующихся в активной фазе относительно небольшими временными масштабами, то данные оценки могут быть весьма эффективны.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания (рег. номер НИОКТР: 124020500053-6).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лучников А.И., Ляхин Ю.С., Лепихин А.П. Опыт применения беспилотных летательных аппаратов для оценки состояния берегов поверхностных водных объектов // Водное хозяйство России: Проблемы, технологии, управление. – 2018. – № 1. – С. 37-46.
2. Лепихин А.П., Ляхин Ю.С., Лучников А.И. Опыт применения БПЛА для оценки коэффициентов горизонтальной турбулентной диффузии на небольших водных объектах // Водные ресурсы. – 2023. – Т. 50, № 2. – С. 139-149. – DOI: 10.31857/S0321059623020116.
3. Лучников А.И., Синцова Т.Н. Опыт применения БПЛА для оценки скоростей дрейфовых течений в поверхностных водных объектах // Горное эхо. – 2024. – № 1 (94). – С. 12-19. – DOI: 10.7242/echo.2024.1.3.
4. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. – 1941. – Т. 30, № 4. – С. 299-303.
5. Okubo A. Some remarks on the importance of the “Shear effect” on horizontal Jusion // Oceanographical society of Japan. – 1968. – №. 24. – P. 60-69.
6. Okubo A. Some speculation on oceanic diffusion diagrams // Rapp. P.-V. Reun. Cons. Int. Explor. Mer. – 1974. – V. 167. – P. 77-85.
7. Okubo A., Ebbesmeyer C.C. Determination of vorticity, divergence, and deformation rates from analysis of drogue observations // Deep Sea Research: Oceanographic research. Abstr. – 1976. – V. 23. – P. 349-352.
8. Richardson L.F., Strommel H. Note on eddy diffusion in the Sea // Journal of Meteorology. – 1948. – V. 5. – P. 238-240.
9. Shaha D.C., Cho Y.K., Kwak M.-T., Kundu S.R., Jung K. Spatial variation of the longitudinal dispersion coefficient in an estuary // Hydrology and Earth System Sciences. – 2011. – V. 15. – P. 3679-3688. – DOI: 10.5194/hess-15-3679-2011.
10. Strommel H. Horisotal diffusion due to oceanic turbulence // Journal of Marine Research. – 1949. – V. 8. – № 3. – P. 199-225.