

4. Лепихин А.П., Веницианов Е.В., Любимова Т.П., Тиунов А.А., Паршакова Я.Н., Ляхин Ю.С., Богомоллов А.В. Влияние вертикальной неоднородности водных масс на устойчивость промышленного водоснабжения в зонах высокой техногенной нагрузки // Труды Карельского научного центра Российской академии наук. – 2021. – № 4. – С. 53-63. – DOI: 10.17076/Lim1419.
5. Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н., Богомоллов А.В., Ляхин Ю.С., Исахов А. Особенности гидродинамики водоемов с вертикальной плотностной неоднородностью водных масс в условиях активного техногенеза // Вычислительная механика сплошных сред. – 2023. – Т. 16, № 1. – С. 115-124. – DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.1.9.
6. Лепихин А.П., Возняк А.А., Любимова Т.П., Паршакова Я.Н., Ляхин Ю.С., Богомоллов А.В. Исследование особенностей формирования и масштабов диффузного загрязнения, сформированного крупными промышленными комплексами, на примере Соликамского-Березниковского промузла // Водные ресурсы. – 2020. – Т. 47, № 5. – С. 560-566. – DOI: 10.31857/S0321059620050120.
7. Шайдулина А.А., Двинских С.А. Режим скоростей течения в районе переменного подпора Камского водохранилища // Географический вестник. – 2017. – № 3 (42). – С. 61-70. – DOI: 10.17072/2079-7877-2017-3-61-70.
8. HEC-RAS River Analysis System: Hydraulic Reference Manual. Version 6.2 (CPD-69) / Gary W. Brunner. – December, 2022. – 464 p.
9. Лепихин А.П. К проблеме построения гидроморфометрических зависимостей для аллювиальных русел // Географический вестник. – 2015. – № 3(34). – С. 115-125.

УДК 556.5.08

DOI:10.7242/echo.2024.4.3

## К АНАЛИЗУ СТАТИСТИЧЕСКИХ АСПЕКТОВ ИЗМЕРЕНИЯ РАСХОДА ВОДЫ В ВОДОТОКАХ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РАЗБАВЛЕНИЯ (ХИМИЧЕСКИЙ МЕТОД)

А.П. Лепихин<sup>1</sup>, Т.Н. Синцова<sup>1</sup>, А.В. Богомоллов<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Горный институт УрО РАН, г. Пермь<sup>2</sup>ФГАОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет», г. Пермь

**Аннотация:** В настоящее время при решении практических задач появляется необходимость оценки расходов воды в водотоке, имеющем сложную геометрическую форму поперечного сечения русла. Поэтому предложено для решения этих задач использовать метод разбавления, так как он не требует задания скорости течения и площади поперечного сечения, как в традиционных методах измерения. Однако при его широком практическом использовании наблюдается значительная нестабильность измерений расходов воды. Поэтому впервые в данной работе теоретически обоснованы механизмы, определяющие погрешности измерений расходов воды химическим методом. Показано, что высокая неустойчивость результатов измерения расходов воды в водотоках обусловлена самой структурой используемых расчетных зависимостей, при этом колебания расходов воды описываются обратным нормальным распределением, для которого оценки средних значений и дисперсий несостоятельны. Впервые в результате математического моделирования погрешностей измерений расходов воды по схеме Монте-Карло выявлено, что при низкой изменчивости концентрации маркера  $Cv_C < 0,1$  их оценки состоятельны, а при  $Cv_C > 0,25$  – неустойчивы. Предложен эффективный способ для повышения устойчивости измерений расходов воды – уменьшение колебаний измеряемых концентраций в контрольном створе.

**Ключевые слова:** расход воды, химический метод измерения расхода, коэффициент вариации, погрешности измерений.

### Введение

При решении практических задач достаточно часто возникает необходимость оценки расходов воды в водотоках, поперечное сечение русел которых имеет сложную геометрическую форму. Использование традиционных методов измерений [1, 2], построенных на оценке средней скорости течения и площади поперечного сечения, вызывает значительные сложности. Для решения этих задач рекомендуется использовать метод разбавления, который не требует задания скорости течения и площади

поперечного сечения. Хотя сам метод известен уже более 150 лет [3-5], а его практическая реализация не требует значительной технической оснащённости, его широкое практическое использование существенно сдерживается нестабильностью результатов измерений [6-10]. Оценка корректности измерения расходов воды в реках химическим методом в общем случае включает в себя следующие три взаимосвязанных аспекта:

- технологический;
- гидравлический;
- статистический.

В настоящее время основное внимание уделяется только первым двум аспектам. При этом технологический аспект включает в себя комплекс работ по введению маркера в водоток и его эффективную регистрацию в фоновом и контрольном створах. Гидравлический аспект направлен на обеспечение максимального полного перемешивания маркера с водой водотока на участке от фонового до контрольного створов. В то же время в объяснении существенной нестабильности результатов измерений расходов воды этим способом статистические аспекты должны играть принципиальную роль.

### Материалы и методы

В основе оценки расходов воды химическим методом при постоянном введении маркера в водоток лежит следующее балансовое соотношение:

$$q_{сб} \cdot C_{сб} + Q \cdot C_{ф} = (Q + q_{сб}) \cdot C_{к}. \quad (1)$$

Учитывая, что, как правило,

$$q/Q \ll 1, C_{ф}/C_{к} \ll 1, \quad (2)$$

где  $q_{сб}$  – расход жидкости, используемой при введении маркера в водоток, м<sup>3</sup>/с;  
 $C_{сб}$  – исходная концентрация маркера, г/м<sup>3</sup> = мг/л;  
 $Q$  – расход воды рассматриваемого водотока, м<sup>3</sup>/с;  
 $C_{ф}$  – фоновая концентрация маркера в водотоке, мг/л;  
 $C_{к}$  – концентрация маркера в контрольном створе, мг/л,  
 то из соотношения (1) следует следующее соотношение

$$Q \approx q_{сб} \cdot C_{сб} / C_{к}. \quad (3)$$

Если неравенство (3) не выполняется с требуемой надёжностью, то имеет место другое соотношение:

$$Q \approx q_{сб} \cdot (C_{сб} - C_{к}) / (C_{к} - C_{ф}). \quad (4)$$

При залповом сбросе маркера в водоток, когда  $Q(t) \sim G/C(t)$ , где  $G$  в кг/с,  $C$  в кг/м<sup>3</sup>; получаем зависимость в виде:

$$Q(t) \approx \frac{G}{\int_0^{\infty} c_k(t) dt} \sim Q(t) \sim \frac{G1(t)}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i \cdot C_i(t)}. \quad (5)$$

Надёжность выполнения данных соотношений (1)-(5) определяется эффективностью полного перемешивания маркера в водотоке.

Мера равномерности в створе полного перемешивания маркера по сечению потока может быть построена на основе критерия Стьюдента:

$$tp = \frac{\max C_{i,j} - \min C_{i,j}}{\sqrt{\frac{2\sigma^2}{N}}} \quad (6)$$

где  $N \sim N_1 \cdot N_2$ ,

$N_1$  – общее количество контрольных вертикалей;

$N_2$  – количество горизонтальных измерений;

$\sigma^2$  – дисперсия распределения рассматриваемого показателя качества воды.

В простейшем случае вместо (6) может использоваться соотношение:

$$K_p = 2 \cdot (\max C_k - \min C_k) / (\max C_k + \min C_k), \quad (7)$$

где  $\max C_k$  – максимальная концентрация маркера в контрольном створе;

$\min C_k$  – минимальная концентрация маркера в контрольном створе.

Если  $K_p \leq p$ , где  $p$  – приемлемая погрешность расчетов, то перемешивание может считаться приемлемым.

В общем случае показатель  $\langle K_p \rangle$ , учитывая развитую турбулентность водотока, представляет собой случайную величину, изменяющуюся в диапазоне  $0 \leq K_p \leq 1$ , при этом задача будет считаться корректной, если  $K_p \rightarrow 0$ .

В створе полного перемешивания изменчивость колебаний величины  $\max C_{i,j} - \min C_{i,j}$  определяют двумя независимыми факторами: турбулентными пульсациями рассматриваемого показателя  $\sigma_{турб}$  и метрологической погрешностью его измерения  $\sigma_{изм}$ , т.е.

$$\sigma_{эф} \sim (\sigma_{турб}^2 + \sigma_{изм}^2)^{1/2}. \quad (8)$$

Если относительная погрешность измерения расхода воды водотока  $Q(t)$  была бы на уровне относительной погрешности измерения концентраций маркера  $C(t)$ , то при его нормальном распределении диапазон их возможных отклонений составлял бы  $\Delta Q/Q \sim \pm p \sigma_{эф}$ , при этом в 95% случаев величина  $p \leq 1,96$ .

Учитывая, что характерная среднеквадратическая погрешность колебаний концентраций маркеров составляет 10%, а погрешность их измерения 5÷10%, то погрешность измерения расходов воды не должна превышать 10÷15%. Однако натурные данные показывают, что фактические изменения измерений расходов воды значительно больше [8-10]. Попробуем разобраться, в чем причина?

### Обсуждение полученных результатов

Как показывают многочисленные натурные исследования, в первом приближении колебания концентраций химических веществ в водотоке могут приниматься как имеющие нормальное распределение. При этом саму величину  $Q(t) = q_{сб} / C_k(t)$  нельзя рассматривать как нормально распределенную. В строгой постановке, если  $C_k(t)$  имеет нормальное распределение, то статистика расчетной величины  $Q(t)$  должна определяться статистикой  $1/C(t)$  и иметь обратное нормальное распределение.

Если колебания  $C_i$  определяются только стандартными погрешностями измерений, то их величина должна иметь нормальное распределение. В этом случае наилучшей оценкой определяющего параметра является среднее арифметическое значение, имеющее при данном объеме выборки минимальную погрешность.

В то же время в [11, 12] показано, что

$$\langle Q \rangle = \left\langle \frac{G}{C_i} \right\rangle \neq \frac{G}{\langle C_i \rangle}, \quad (9)$$

соответственно,

$$\left\langle \frac{G}{T_N \sum_i^N C_i} \right\rangle \neq \frac{G}{T_N \langle \sum_i^N C_i \rangle}. \quad (10)$$

Таким образом, распределения расходов воды по соотношениям (9) и (10) должны описываться обратным нормальным распределением, для которого не существует первого, второго и более высоких моментов. Как представлено в работах [11, 12], характерной особенностью обратных нормальных распределений является то, что даже оценки средних арифметических значений, описываемые данной функцией распределения, являются несостоятельными, т.е. их дисперсия не уменьшается с увеличением измерений. Это очень серьезное фундаментальное ограничение повышения надежности измерений расходов воды при использовании данной схемы, оно объясняет наблюдаемую нестабильность в измерениях расходов воды.

В то же время концентрацию маркера  $C(t)$  удобно записать в виде:

$$C(t) \sim C_0(1 + \varepsilon(t)) = \bar{C}_0 \cdot (1 + C_v \cdot \varepsilon_{N(0,1)}(t)), \quad (11)$$

$$\langle C(t) \rangle = \bar{C}(t), \left\langle \frac{1}{C(t)} \right\rangle \neq \frac{1}{\langle C(t) \rangle},$$

где  $\varepsilon(t)$  – случайный процесс, имеющий нормальное распределение с параметрами (0, 1).

Соответственно, средние значения измеряемых расходов воды должны определяться при постоянном введении концентрации маркера в водоток следующими соотношениями:

$$\langle Q(t) \rangle = \left\langle \frac{G_1}{(1 + C_v \cdot \varepsilon_{N(0,1)}(t))} \right\rangle, \quad (12)$$

$$\langle Q(t) \rangle = \left\langle \frac{G_2}{(1 + C_v \cdot \varepsilon_{N(0,1)}(t))} \right\rangle. \quad (13)$$

В случае залпового поступления концентрации маркера ее интенсивность имеет вид

$$G1 = \frac{G}{C_0}, \quad G2 = \frac{G_3}{n \cdot \Delta T \cdot C_0}. \quad (14)$$

Если бы расчетная величина расхода воды была линейно связана с содержанием маркера  $C(t)$ , подчиняющимся нормальному распределению, то среднеквадратическая погрешность оценки расхода воды в водотоке  $\sigma_{Qn}$  при постоянном сбросе маркера составляла бы

$$C_{vQ} \sim \frac{C_{vC}}{\sqrt{N}}, \quad (15)$$

где  $N$  – количество параллельно проведенных замеров,  $C_{vQ}$  -коэффициент вариации измеренных расходов воды.

При залповом сбросе для статистически независимых измерений концентрации маркера среднеквадратическая погрешность определения расхода воды в водотоке определяется как

$$C_{vQ_3} \sim \frac{C_{vC_3} \cdot \sqrt{N_3}}{\sqrt{N}}, \quad (16)$$

где  $N_3$  – количество замеров концентрации маркера при выполнении одной параллельной серии измерений.

Исходя из элементарных балансовых соотношений имеет место обратная зависимость между концентрацией маркера и расходом воды. Соответственно, распределение измеряемых расходов воды должно описываться, как уже отмечалось, обратным нормальным распределением, оценка параметров которого принципиально отличается от стандартного нормального распределения. Для оценки среднеквадратической погрешности измерения расходов воды на основе соотношений (11)-(14) выполнено численное математическое моделирование по схеме Монте-Карло при различных коэффициентах вариации концентрации маркера в водоток  $C_{vC}$  (0,1; 0,25; 0,75 и 1) для постоянного и залпового сбросов. Результаты расчетов при объеме рассматриваемой выборки  $N \sim 10^5$  представлены в таблице 1 и на рисунках 1, 2.

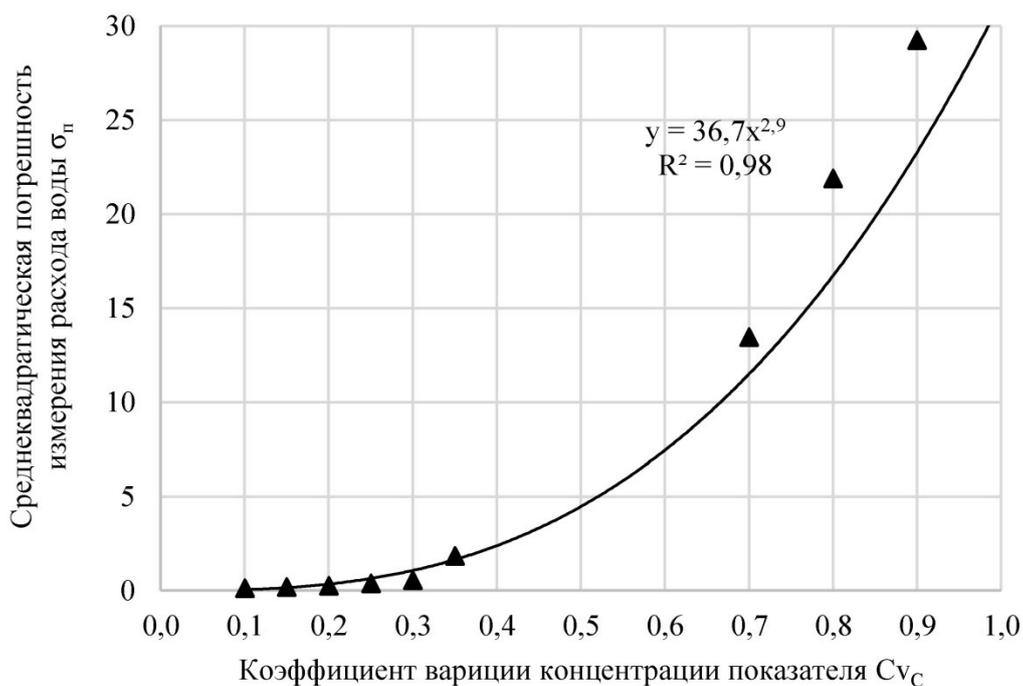
Таблица 1

Статистические характеристики расходов воды и концентраций маркера при залповом и постоянном сбросах на основе численного моделирования по схеме Монте-Карло при объеме выборки  $N \sim 10^5$

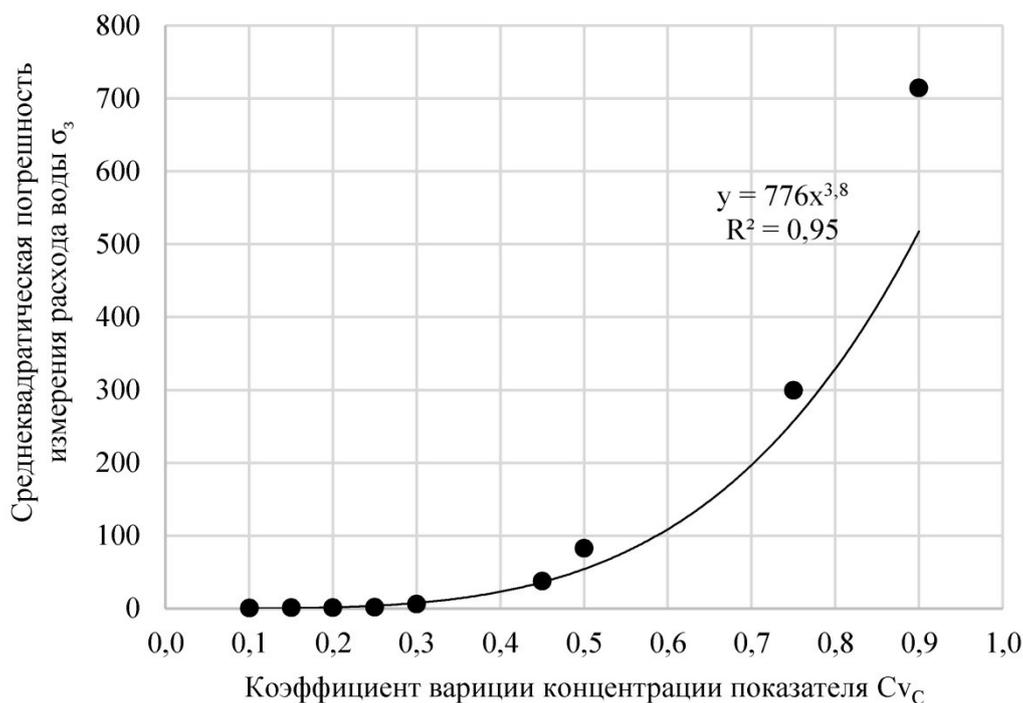
Относительная среднеквадратическая погрешность измерения расходов воды в водотоке		Коэффициент вариации концентрации маркера, $C_{vC}$
при постоянном сбросе, $\sigma_{Qn}$	при залповом сбросе, $\sigma_{Q_3}$	
0,11	0,33	0,10
0,17	0,53	0,15
0,23	0,78	0,20
0,36	1,30	0,25
0,54	5,79	0,30
29,2	714	0,90

Как следует из табл. 1, рис. 1, 2, при коэффициентах вариации  $C_{vC} > 0,1$  значения среднеквадратической погрешности измерения расхода воды при залповом сбросе увеличиваются с количеством серий параллельных измерений концентраций маркеров в отличие от постоянного сброса. При этом если коэффициенты вариации концентрации маркера меньше 0,1, то используемый химический метод является стабильным, устойчивым для измерения расходов воды как для постоянного, так и залпового сбросов, что подтверждается оценками их относительных среднеквадратических погрешностей (табл. 1).

Как следует из представленных результатов, при низких значениях коэффициента вариации концентрации маркера относительная погрешность измерений весьма мала, в то же время при  $C_{vC} > 0,2$  она начинает резко возрастать, что обусловливается особенностями формирования статистических распределений рассматриваемых параметров.



**Рис. 1.** Зависимость среднеквадратической погрешности измерения расхода воды в зависимости от коэффициента вариации концентрации маркера в контрольном створе при постоянном сбросе (по результатам численного моделирования по схеме Монте-Карло при объеме выборки членов  $N \sim 10^5$ )



**Рис. 2.** Зависимость среднеквадратической погрешности измерения расхода воды в зависимости от коэффициента вариации концентрации маркера в контрольном створе при залповом сбросе (по результатам численного моделирования по схеме Монте-Карло при объеме выборки членов  $N \sim 10^5$ )

### Выводы

Таким образом высокая неустойчивость результатов измерения расходов воды в водотоках химическим методом (методом разбавления) обусловлена самой структурой используемых расчетных зависимостей. Соотношение по оценке расходов воды содер-

жит в знаменателе значения концентрации маркера, представляющие собой в общем случае случайную величину. Если ее изменчивость определяется только погрешностями измерений и мелкомасштабными турбулентными пульсациями, то колебания концентрации маркера будут описываться нормальным распределением, а расчетная величина расходов воды должна описываться обратным нормальным распределением. Характерной особенностью данного распределения является то, что оценки средних значений и дисперсий несостоятельны. Впервые согласно выполненному численному моделированию формирования погрешностей измерений расходов воды по схеме Монте–Карло показано, что при низкой изменчивости концентрации маркера  $C_{vC} < 0,1$  их оценки состоятельны, в то же время при  $C_{vC} > 0,25$  результаты измерений становятся весьма неустойчивыми. Поэтому наиболее эффективным способом повышения устойчивости измерений расходов воды данным методом является уменьшение колебаний измеряемых концентраций в контрольном створе, которое может быть достигнуто различными способами, в том числе и увеличением расстояния от начального до контрольного створа.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания (рег. номер НИОКТР 124020500053-6).*

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СТО 4.2-3-2015. Мелиоративные системы и сооружения. Открытые каналы. Правила определения расхода воды с использованием метода одноточечного измерения скорости потока: утв. и введен в действие 29.06.2015. – Новочеркасск: РосНИИПМ, 2015. – 36 с.
2. МИ 1759-87. Методические указания. ГСИ. Расход воды на реках и каналах. Методика выполнения измерений методом «скорость – площадь». – М.: Изд. Стандартов, 1987. – 25 с.
3. Schloeseng M.Th. Nouvelle methode pour juger les fluids: Complex rendus du deuxieme semestre de l'Academie des Sciences. – Paris, 1863.
4. Бернадский Н.М. Измерение расходов воды химическим методом. – СПб., 1913.
5. Риммар Г.М. Применение электропроводности для определения расходов воды методом смешения // Труды Гос. Гидрологического института, вып. 36 (90). – Л.: ГИМИЗ. 1952. – С.18-48.
6. Doppmann G., Merz J. Measuring Mountain Stream Discharge Using the Salt Dilution Method: A practical guide / Environmental Science. International Centre for Integrated Mountain Development (ICIMOD). – Kathmandu, Nepal, 2006. – P. 1-14. – DOI:10.53055/icimod.452.
7. Sappa G., Ferranti F., Pecchia G.M. Validation Of Salt Dilution Method For Discharge Measurements In The Upper Valley Of Aniene River (Central Italy) // Recent Advances in Environment, Ecosystems and Development. – 2015. – P. 42-48.
8. Юхно А.В., Бузмаков С.В., Лубенцов А.С., Пнюшков А.Д. Измерение малых расходов воды методом постоянного пуска соляного раствора // Российский форум изыскателей: сб. докл. IV Междунар. науч.-практ. конф. – М., 2022. – С. 159-171.
9. Юхно А.В., Бузмаков С.В., Кулешов А.В. О развитии метода ионного паводка для определения расхода воды // Сборник трудов VI Международной конференции «Гидрометеорология и экология: достижения и перспективы развития» им. Л.Н. Карлина / MGO-2022. – М.: Перо, 2022. – С. 257-260.
10. Юхно А.В., Бузмаков С.В., Лубенцов А.С. Метод ионного паводка как инструмент гидрологического мониторинга в горных районах. Специфика и перспективы // Водные ресурсы в условиях глобальных вызовов: экологические проблемы, управление, мониторинг: сб. тр. Всерос. науч.-практ. конф. / ГГИ. –Новочеркасск, 2023. – Т. 2. – С. 176-181.
11. Springer M.D. The Algebra of Random Variables. – Wiley, 1979. – 492 p.
12. Johnson N.L., Kotz S., Balakrishnan N. Continuous Univariate Distributions. – Wiley, 1994. – Vol. 1. – 171 p.