

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ НЕДР

УДК 550.83.016

DOI:10.7242/echo.2024.1.8

ПОСТРОЕНИЕ ГЛОБАЛЬНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ МЕТОДОМ ИСТОКООБРАЗНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

А.С. Долгаль

Горный институт УрО РАН, г. Пермь

Аннотация: Рассмотрены вопросы, связанные с разработкой компьютерной технологии трансформации аномалий силы тяжести в пределах больших территорий методом истокообразной аппроксимации. Для повышения точности вычисления трансформант предлагается комплексное использование глобальной и региональных моделей аномального гравитационного поля. Представлены результаты построения глобальных моделей аномалий Буге по равномерной сети точек $5^\circ \times 5^\circ$ и по разреженной сети $5^\circ \times (5-60)^\circ$ в полярных областях Земли при глубине точечных масс 550 км. В первом случае после выполнения 500 итераций среднеквадратическая погрешность аппроксимации составила более 7 мГал, во втором – менее 0.001 мГал.

Ключевые слова: гравиразведка, аномалии Буге, сфера Каврайского, глобальная модель поля, трансформация, точечные массы, система линейных уравнений, обусловленность системы.

Введение

Одна из предложенных В.Н. Страховым классификаций линейных аналитических аппроксимаций элементов внешнего аномального гравитационного поля Земли выделяет 3 типа моделей:

- 1) в глобальном варианте линейные аналитические аппроксимации строятся для всей Земли;
- 2) в региональном варианте линейные аналитические аппроксимации строятся для больших по площади территорий – порядка (10^5-10^6) км²;
- 3) в локальном варианте линейные аналитические аппроксимации строятся для небольших по площади территорий – не более 10^4 км² [8].

В последних двух случаях могут использоваться сферическая система координат $\sum \varphi \lambda R$ и/или глобальная прямоугольная система координат $\sum XYZ$. Соответственно, в роли элементов гравитационного поля u будут выступать радиальная производная $V_R = \partial V / \partial R$ гравитационного потенциала V или нормальная (по отношению к земному эллипсоиду) составляющая поля $V_n = \partial V / \partial n$.

С помощью серии вычислительных экспериментов было установлено, что с достаточной для решения прикладных геофизических задач для региональных трансформаций гравитационного поля можно использовать в качестве модели Земли сферу Каврайского [3]. Это существенно облегчает процесс вычисления трансформант, т.к. не требует перехода к локальным топоцентрическим системам координат для каждой точки расчета. В 2023 г. был разработан алгоритм быстрого решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), возникающих в процессе истокообразной аппроксимации, предназначенный для работы с гридированными (GRID) региональными моделями аномалий силы тяжести и высотных отметок рельефа [5]. В данном случае под GRID-моделями поля подразумеваются сеточные модели параметра V_R с постоянным шагом по широте $\Delta \varphi$ и по долготе $\Delta \lambda$ в градусной мере (в общем случае $\Delta \varphi \neq \Delta \lambda$).

Ограниченный размер площади и дискретный характер задания поля приводят к искажениям трансформант, наиболее часто проявляющимся на периферии области зада-

ния поля [6]. Физическая природа этого явления рассмотрена в работах А.В. Пугина, в частности в [7]. Повышение точности определения трансформант может быть достигнуто путем использования методики, включающей в себя: разрежение сети задания поля в пределах достаточно большой области S , которая в качестве подобласти включает в себя исследуемую площадь S_0 : $S \supset S_0$; декомпозиция задачи на подбор двух систем разноглубинных аппроксимирующих масс; синтез полученных результатов с учетом принципа суперпозиции полей. Имеется успешный опыт ее использования для материалов аэромагнитных съемок [4]. В пределе «достаточно большой областью» S может весь земной шар.

В статье будет рассмотрено построение глобальной модели гравитационного поля Земли в редукции Буге с целью дальнейшего ее многократного использования при вычислении набора линейных трансформант в пределах ограниченной области исследований S_0 . В данном случае под трансформантой функции $u(\varphi, \lambda, R)$ подразумевается новая функция $v(\varphi, \lambda, R)$, определенная на произвольной поверхности D в пределах области S_0 :

$$v(\varphi, \lambda, R) = T\{u(\varphi, \lambda, R)\} = T\{u_1(\varphi, \lambda, R)\} + T\{u_2(\varphi, \lambda, R)\}, \quad (1)$$

где T – некоторый линейный оператор трансформации, а функция u представляет собой сумму двух составляющих: $u = u_1 + u_2$, где u_1 – поле V_R глобальной модели гравитационного поля, а u_2 – разность полей V_R региональной и глобальной моделей внутри области исследований S_0 .

Истокообразная аппроксимация поля в сферических координатах

Будем использовать приближение наблюдаемого поля U теоретическим полем U^* , представленном в виде системы истокообразных функций, характеризующих совокупный аномальный эффект элементарных источников, обладающих соответствующими значениями масс. Эквивалентными источниками во всех случаях являлись шары (точечные массы), находящиеся под точками задания поля на фиксированной глубине R^* , близкой к шагу сети цифровой GRID модели [5]. Подбор масс осуществлялся путем приближенного решения СЛАУ:

$$Gm = u, \quad (2)$$

где G – квадратная матрица значений гравитационных эффектов для точечного источника с единичной массой ($m = 1$), m – вектор неизвестных значений аномальных масс, u – вектор значений аномалий силы тяжести V_R .

Элементами матрицы $G = \{g_{ij}\}$ являются значения радиальной производной гравитационного потенциала точечного источника V_R , определенные в сферической системе координат:

$$V_R(R_0, \varphi_0, \lambda_0) = fm(R_0 - r \cos \omega) / r_0^3, \quad (3)$$

где $f = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ – гравитационная постоянная; m – масса источника; $R_0, \varphi_0, \lambda_0$ – координаты точки измерений; r, φ, λ – координаты источника; $r_0 = \sqrt{R_0^2 + r^2 - 2R_0 r \cos \omega}$; ω – угол при центре O земного шара между точкой измерений и источником: $\cos \omega = \cos \varphi_0 \cos \varphi + \sin \varphi_0 \sin \varphi \cos(\lambda_0 - \lambda)$.

Обусловленность матрицы коэффициентов СЛАУ является важнейшей характеристикой, определяющей сложность процесса ее решения и точность полученных резуль-

татов [9]. Стандартное число обусловленности (H -число Годда) матрицы G : $\text{cond } G = \nu_G = \|G^{-1}\| \|G\|$ определяет влияние неточностей в задании исходных данных на окончательный результат [1]. Связь относительной погрешности τ решения СЛАУ (2) с погрешностями ее правой части определяется числом ν_G :

$$\tau = \frac{\|\Delta m\|}{\|m\|} \leq \nu_G \frac{\|\Delta u\|}{\|u\|}. \quad (4)$$

Отмечается увеличение $\nu_G > 1000$ при погружении эквивалентных источников на глубину R^* , превышающую длину шага сети цифровой модели поля $r(\Delta) = \min r(\Delta_1, \Delta_2)$, где r – функция для преобразования градусной меры в линейную [2]. Это увеличение существенно сказывается в первую очередь на скорости приближенного решения СЛАУ итерационными методами, поэтому в условиях высоких широт (более 60°) обязательно требуется учет изменения длины параллелей от экватора к полюсу (рис. 1).

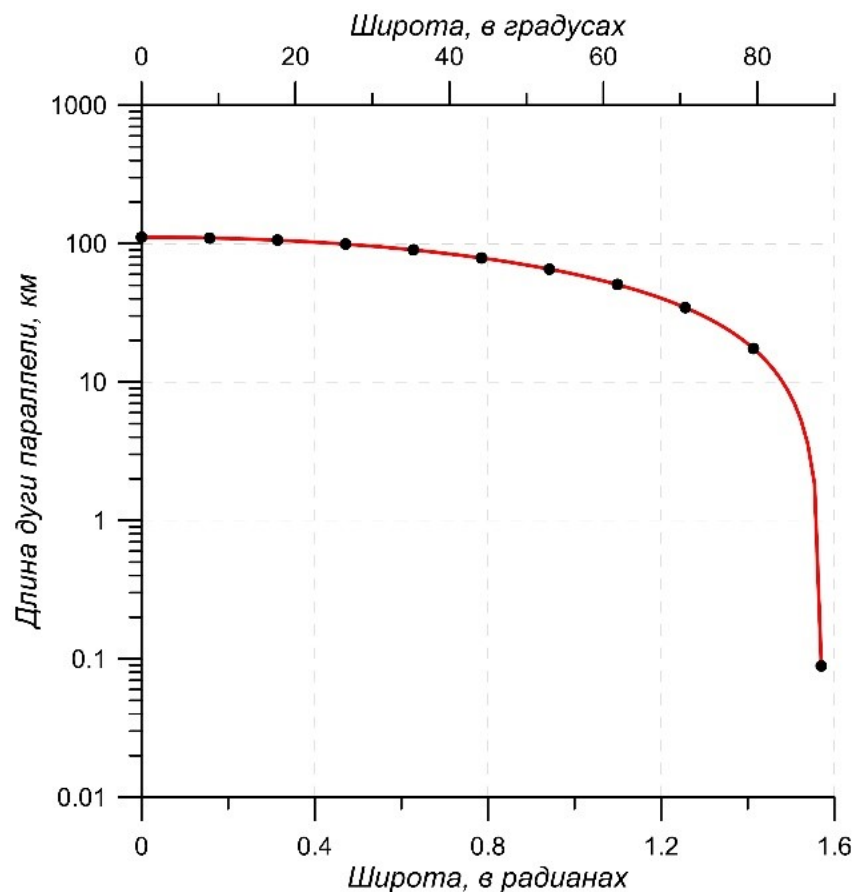


Рис. 1. Зависимость длины 1° дуги параллели от широты для сферы Каврайского

Построение глобальной модели аномалий Буге

Более 150 моделей геопотнциала Земли представлены на сайте Немецкого научно-исследовательского центра наук о Земле в городе Потсдам (ICGEM), который является одним из шести центров Международной гравитационной полевой службы Международной ассоциации геодезии. Все эти модели доступны в виде нормированных коэффициентов сферических гармоник в стандартном формате, который был принят Европейским космическим агентством (ESA – European Space Agency) в качестве официального формата данных международного космического проекта GOCE (Global Ocean

Circulation Experiment). При выполнении данной работы использовалась одна из этих моделей – EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD, полученная на основе данных спутниковых миссий GRACE и SLR в 2019 г.: гравитационные аномалии в полной редукции Буге, определенные для плотности материков 2.67 г/см^3 и плотности океанов 1.05 г/см^3 по сети $5^\circ \times 5^\circ$ (рис. 2).

При аппроксимации аномалий Буге относительные глубины размещения точечных масс составляли $R^* = 550 \text{ км}$, т.е. для низких широт $R^* \cong r(\Delta_1) \cong r(\Delta_2)$. После выполнения 500 итераций решения СЛАУ (2) методом Зейделя среднеквадратическая невязка $F2$ исходного и модельного полей составила 7.32 мГал , невязка в метрике Чебышева $FM = 64.04 \text{ мГал}$. Максимальные расхождения полей сконцентрированы в полярных областях планеты с широтами $\varphi \geq 65^\circ$ (рис. 3).

Очевидно, что исходная GRID-модель аномалий Буге оказалась непригодной для выполнения истокообразной аппроксимации и для повышения точности решения СЛАУ необходимо увеличение шага сети точек задания поля Δ_2 по долготе. Незначительная (по отношению к площади Земли) часть данных была исключена из расчетов, новые исходные данные представлены в виде таблицы.

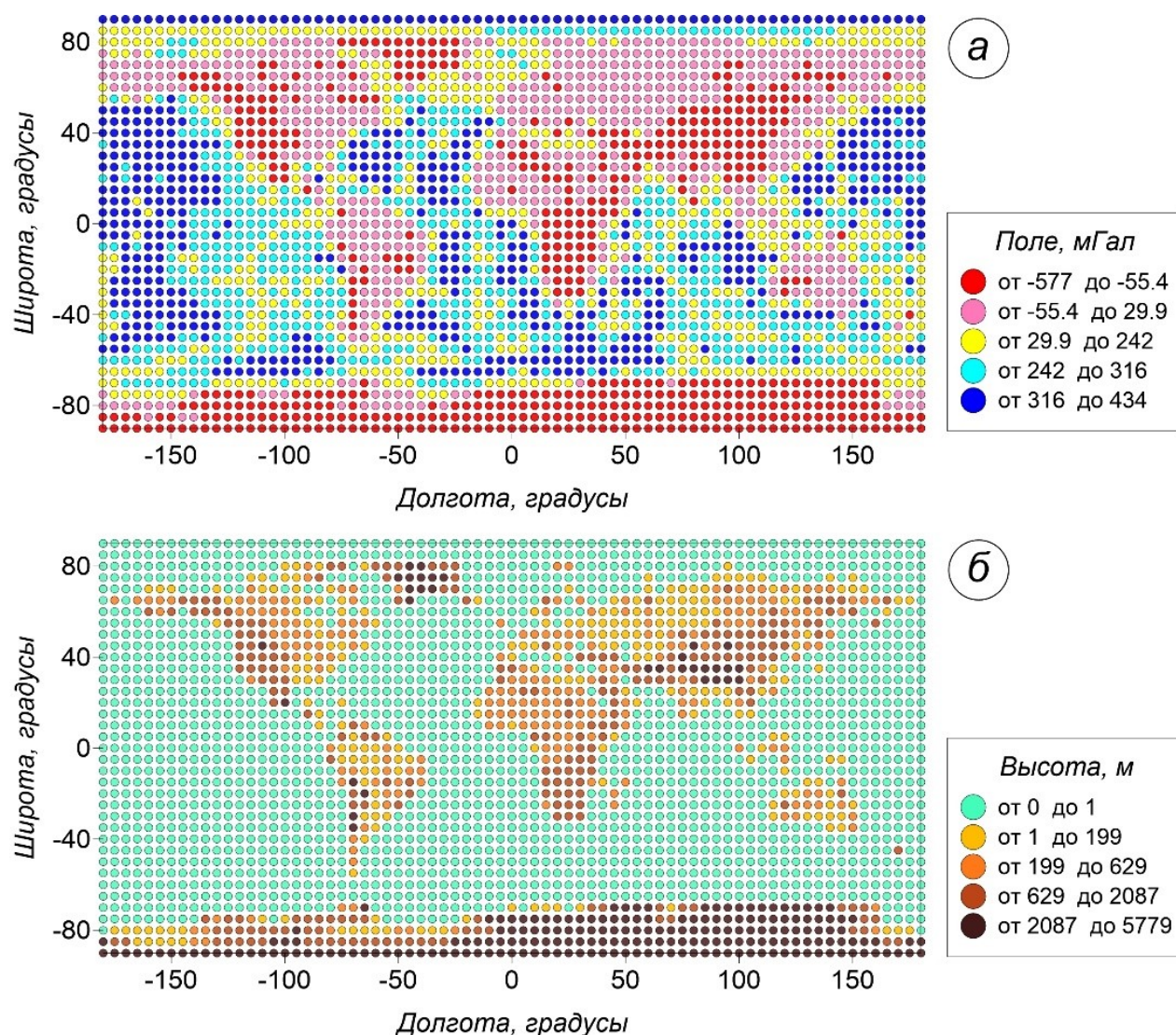


Рис. 2. Исходные данные для построения глобальной модели гравитационного поля: *а* – карта аномалий Буге; *б* – карта рельефа земной поверхности

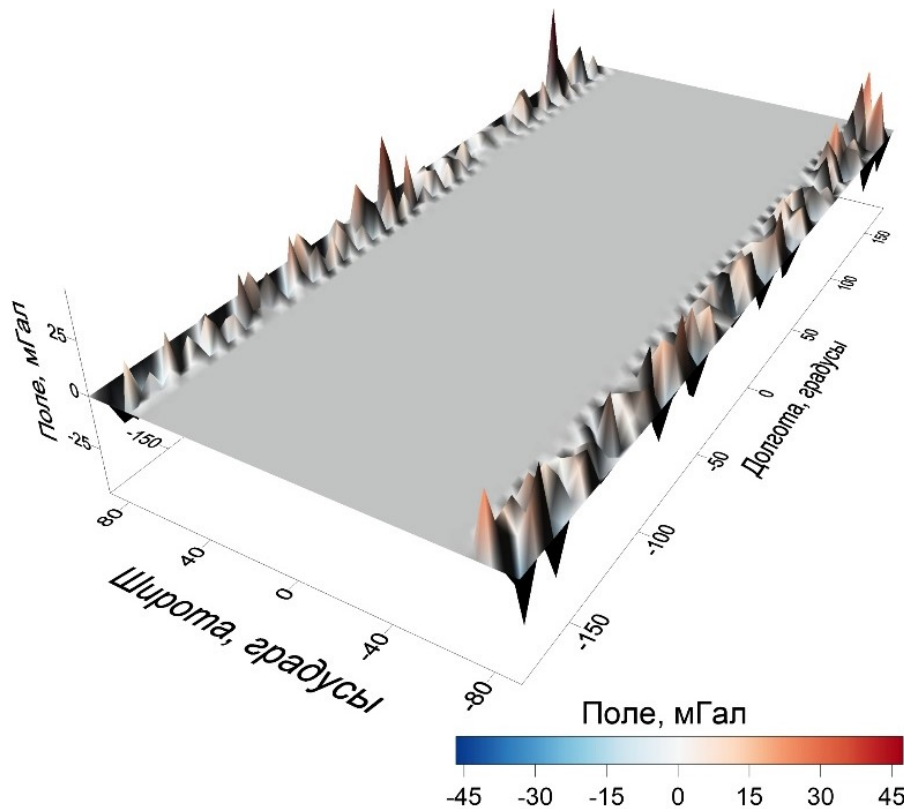


Рис. 3. Трехмерная модель (3D Surface) разностного гравитационного поля V_R : аномалии Буге минус гравитационный эффект аппроксимирующих масс

Задача решалась повторно при тех же глубинах точечных масс $R^* = 550$ км. После выполнения 95 итераций показатели качества решения СЛАУ (2) составили: $F2 = 0.001$ мГал, $FM = 0.008$ мГал. Визуализация сети точек задания поля представлена на рис. 4.

Таблица

Характеристики глобальной модели аномалий силы тяжести (северное полушарие Земли)

Границы зоны, градусы		Длина дуги параллели 1°, км		Шаг сети Δ , градусы	Шаг сети, $r(\Delta)$, км	
юг	север	юг	север		юг	север
0	60	111.3	55.8	5	556.5	279
60	70	55.8	38.1	10	558	381
70	75	38.1	28.9	20	762	578
75	80	28.9	19.4	30	867	582
80	85	19.4	9.7	60	582	582

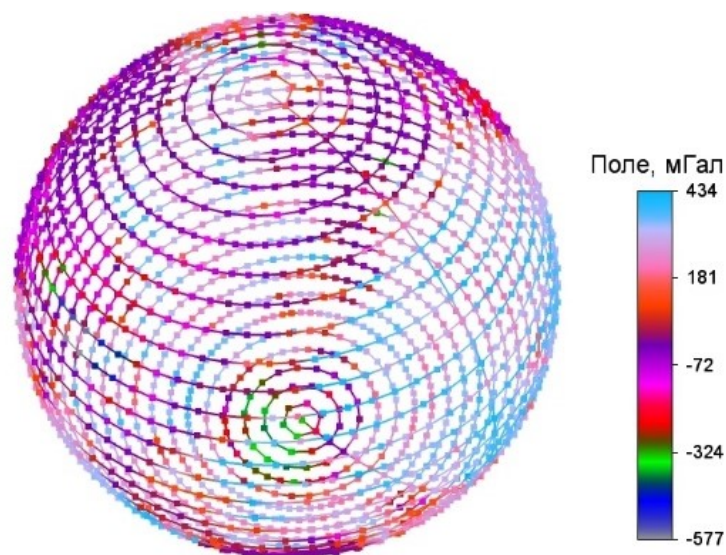


Рис. 4. Восстановленные значения аномалий Буге на поверхности Земли

Заключение

Для повышения точности построения глобальных аналитических моделей аномального гравитационного поля целесообразно использование квазиравномерной сети точек: $r(\Delta_1) \cong r(\Delta_2)$. В статье представлен первый опыт построения такой модели с количеством точек 2053. Следует отметить высокую точность (~ 0.001 мГал) и скорость (~ 20 с) формирования аналитической модели аномалий Буге для всей Земли при средней плотности сети ~ 1 точка/ 25×10^4 км². Комплексное использование глобальной и региональных аналитических моделей аномалий силы тяжести при вычислении трансформант представляется весьма перспективным направлением дальнейших исследований.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда
№ 23-27-00113, <https://rscf.ru/project/23-27-00113/>*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике. Справочник геофизика / под ред. В.И. Дмитриева. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Недра, 1990. – 498 с.
2. Долгаль А.С. Истокообразная аппроксимация региональных аномалий силы тяжести // Горное эхо. – 2023. – № 1 (90). – С. 77-86. – DOI: 10.7242/echo.2023.1.11.
3. Долгаль А.С., Костицын В.И., Пугин А.В., Хохлова В.В. Выбор модели Земли для трансформации аномалий силы тяжести в процессе региональных исследований // Геофизика. – 2022. – № 5. – С. 6-12.
4. Долгаль А.С., Костицын В.И., Новикова П.Н., Ворошилов В.А. Совершенствование методики аналитической аппроксимации данных магниторазведки // Геофизика. – 2020. – № 5. – С. 31-38.
5. Долгаль А.С., Костицын В.И., Новикова П.Н., Пугин А.В. Моделирование аномалий силы тяжести системой точечных масс на сферообразной земле // Геофизика. – 2023. – № 5. – С. 10-17. – DOI: 10.34926/geo.2023.13.94.002.
6. Долгаль А.С., Христенко Л.А. Совершенствование компьютерной технологии разделения аномалий силы тяжести с применением эквивалентных источников // Геофизические исследования. – 2023. – Т. 24, № 1. – С. 31-43. – DOI: 10.21455/GR2023.1-2.
7. Пугин А.В. Истокообразные аппроксимации геопотенциальных полей. От теории к практике // Геофизические исследования. – 2018. – Т.19, № 4. – С. 16-30. – DOI:10.21455/gr2018.4-2.
8. Страхов В.Н., Керимов И.А., Степанова И.Э. Разработка теории и компьютерной технологии построения линейных аналитических аппроксимаций гравитационных и магнитных полей. – М.: ИФЗ РАН, 2009. – 254 с.: ил.
9. Фадеев Д.К. Об обусловленности матриц // Труды математического института АН СССР. – 1959. – Т. 53. – С. 387-391.