

Научная статья

Влияние конфигурации бегущих магнитных полей на эффективность перемешивания жидкого металла в прямоугольной ячейке

И.Ю. Митрополит, Г.Л. Лосев, В.А. Ельтищев, И.В. Колесниченко

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

Численно исследованы перемешивающие течения жидкого металла в плоской прямоугольной изложнице, возбуждаемые двумя линейными индукторами магнитного поля при различном расположении и различной магнитосвязанности индукторов. Магнитная связь индукторов обеспечивается за счет соединения пассивными ферромагнитными элементами, которые интенсифицируют электромагнитное взаимодействие между катушками соседних индукторов и, таким образом, вносят существенные неоднородности в поле электромагнитных сил. Перемешивающие свойства возбуждаемых электромагнитными силами течений оцениваются при помощи введения интегрального параметра однородности пассивной примеси, эволюция поля концентрации которой напрямую зависит от эволюции в течении вихревых структур различного масштаба. Показано, что наиболее эффективное перемешивание металла в изложнице реализуется при относительно близком расположении индукторов, но отсутствии прямых магнитных связей между ними. Это обусловлено согласованностью геометрии изложницы и топологии поля электромагнитных сил, которое создает крупный, вытянутый по длине изложницы вихрь и, тем самым, обеспечивает перенос примеси по всему объему. Сам вихрь при этом нестабилен и с определенной периодичностью распадается, хаотизируя течение. В результате образуется множество мелких вихревых структур, которые также улучшают перемешивание. При наличии жестких магнитных связей между индукторами создаваемые течения обладают выраженной нестационарностью и асимметрией. В данном случае вдоль главного направления изложницы возникают несколько вихрей, в одном из которых примесь может удерживаться. Возникает эффект запирания, в результате чего перенос примеси по изложнице затрудняется. Валидация численной модели выполнена на данных лабораторного эксперимента.

Ключевые слова: бегущее магнитное поле, магнитная гидродинамика, перемешивание примеси, многофазные среды, численное моделирование

Получение: 19.06.2026 / Публикация онлайн: 05.08.2026

УДК 537.84; 532.5

1. Введение

Кристаллизация расплавов металлов и полупроводников представляет собой сложный многофакторный процесс, который включает широкий спектр физических явлений, обуславливающих формирование структурных особенностей и механико-прочностных характеристик получаемых изделий. Развитие кристаллической фазы существенно зависит от течений, присутствующих в жидкой фазе слитка при его затвердевании. Топология этих течений значительно воздействует на динамику процесса кристаллизации [1, 2].

При отсутствии внешнего принудительного перемешивания главным источником течений, обуславливающих тепломассоперенос, выступает свободная тепловая конвекция, возникающая в результате температурной разности между жидкой и твердой фазами [3]. Возбуждение течений за счет внешнего воздействия улучшает перемешивание вводимых компонентов и влияет на форму границы раздела жидкой и твердой фаз [4–8].

Для генерации перемешивающих течений в жидких металлах хорошо подходят бесконтактные электромагнитные методы. Одним из видов магнитных полей, применяемых в промышленности, является бегущее магнитное поле (БМП). Его основная особенность заключается в том, что периодические изменения поля происходят не только во времени, но и в определенном направлении. В реальных условиях это достигается благодаря пространственно распределенному индуктору. Промышленная реализация БМП сводится к использованию одной или нескольких линейных индукционных машин, индуктор которых в простейшей конфигурации представляет собой набор из шести катушек намагничивания, размещенных на едином магнитопроводе. Катушки питаются переменным напряжением от трехфазной сети. В соседних катушках фазы создающего напряжение переменного электрического тока сдвинуты на 60 градусов. Такая конфигурация генерирует бегущую вдоль магнитопровода волну магнитного поля. В свою очередь БМП порождает в проводящей среде вихревые токи, взаимодействие которых с исходным магнитным полем вызывает объемную силу. Эта сила имеет среднюю по времени составляющую, сонаправленную с волновым вектором БМП. Если проводящая среда обладает текучестью, объемная сила вызывает движение жидкости. Топология возникающих течений напрямую связана с топологией приложенного электромагнитного поля [9–11].

В ходе технологического процесса литейные формы, заполненные кристаллизующимся металлом, движутся по конвейеру и периодически оказываются в области электромагнитного перемешивающего воздействия. При этом размеры области (вследствие взаимного смещения формы и индукторов) не постоянны во времени, что приводит к изменению эффективности перемешивания металла. Задачей же является повышение качества перемешивания сторонней примеси, которая рассматривается как пассивная примесь, путем смещения области действия бегущего магнитного поля относительно канонических симметричных конфигураций.

В данной работе изучается образование гидродинамических течений в типовой для цветной металлургии изложнице. Рабочий объем находится над парой разнесенных в пространстве индукторов БМП. Такая конфигурация

моделирует расположение изложницы над конвейерной лентой промышленного перемешивателя в фиксированный момент времени. Согласно многочисленным исследованиям, проведенным с использованием как растворов солей [12], так и расплавов металлов [13], необходимыми условиями эффективного перемешивания жидкой среды являются нарушение пространственной симметрии и нестационарность характера течения. С этой точки зрения для усложнения топологии перемешивающего течения результативным может оказаться использование особенностей генерации электромагнитных сил в индукторе, таких как взаимодействия расположенных близко катушек и пере замыкания линий магнитного поля. Далее при помощи численного моделирования исследуются возможности повышения эффективности перемешивания за счет усложнения возникающих в изложнице вихревых течений, которое достигается добавлением магнитной связи между индукторами БМП. Оценкой эффективности служит вводимый параметр однородности распределения пассивной примеси.

2. Постановка задачи

Рассматривается рабочий объем изложницы, имеющий в сечении форму равнобедренной трапеции (Рис. 1а). Размер верхней грани трапеции в направлении y составляет $L_{y(u)}$ (длина), в направлении z — $L_{z(u)}$ (ширина), у нижней грани размеры следующие: $L_{y(d)}$ (длина), $L_{z(d)}$ (ширина). Расстояние между гранями трапеции по оси x равняется L_x (толщина). Изложница располагается над индукторами БМП (Рис. 1). БМП отдельных индукторов направлены в противоположные стороны. В результате в изложнице реализуется течение, структура которого усложняется за счет конкуренции объемных сил от разнонаправленных БМП.

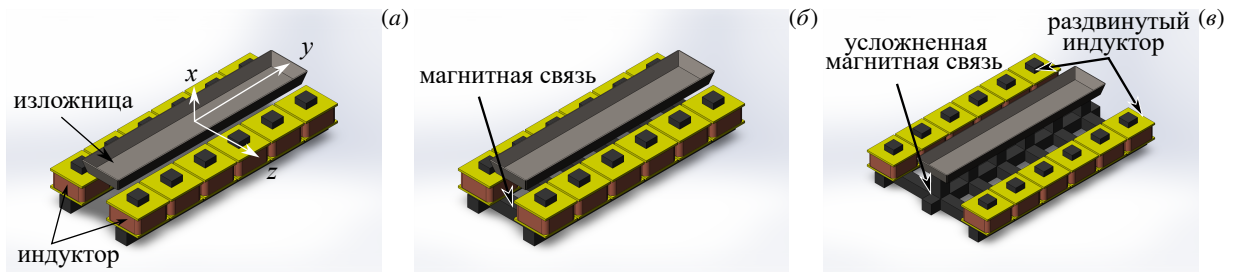


Рис. 1. Трехмерная схема взаимного расположения изложницы с жидким металлом и индукторов для разных конфигураций: 1-я (а), 2-я (б), 3-я (в)

Изучаются три конфигурации индукторов. В конфигурации 1 работают два находящихся рядом индуктора, при этом изложница размещается между ними по направлению z (Рис. 1а). В конфигурации 1 магнитная связь между индукторами отсутствует, то есть рассматривается идеализированный случай, в котором магнитный поток между индукторами равняется нулю. В конфигурации 2 (Рис. 1б) также рассматриваются два лежащих рядом индуктора, но между ними имеется магнитная связь через массив ферромагнетика. В конфигурации 3 присутствуют два индуктора, разнесенных в пространстве (Рис. 1в). Они тоже магнитно связаны за счет массива ферромагнетика, на зубцы которого на равном расстоянии от индукторов устанавливается изложница. С точки зрения усиления переноса поля в объем жидкости и создания комплексных вихревых структур такая конфигурация представляется наиболее эффективной. Следует отметить, что питание катушек одинаково во всех конфигурациях вне зависимости от наличия или отсутствия магнитной связи между отдельными индукторами.

Математическая модель строится на основе уравнений магнитной гидродинамики (МГД). Ключевым параметром, определяющим влияние магнитного поля на течение жидкости, является магнитное число Рейнольдса $Re_m = \sigma \mu \mu_0 U L_{z(u)}$, где σ и μ — электропроводность и относительная магнитная проницаемость жидкости, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, U — средняя по сечению канала аксиальная скорость течения. В рассматриваемой задаче Re_m не превышает значения 0.13, а в большинстве случаев оно примерно составляет 0.03 и менее. Это означает, что перенос магнитного поля потоком жидкого металла достаточно мал, и использование системы уравнений МГД возможно в электродинамическом приближении. Другими словами, характер течения практически не связан с магнитным полем, и задачу условно можно разделить на две подзадачи: электродинамическую и гидродинамическую, и решать их независимо друг от друга.

Электродинамическая подзадача описывается системой уравнений Максвелла без токов смещения, дополненной законом Ома:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_c, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (5)$$

В уравнениях (1)–(5) приняты обозначения: $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля, $\mathbf{j}_c$ — плотность электрического тока в катушках, $\mathbf{B}$ — магнитная индукция, t — время, $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля, $\mathbf{j}$ — плотность вихревого тока в рабочем объеме. При этом важно отметить, что вихревой ток в сердечнике и на катушках в настоящей задаче не учитывается. Электромагнитная сила, приводящая металл в движение, определяется векторным произведением наведенного вихревого тока и исходного магнитного поля: [14]

$$\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (6)$$

В качестве граничного условия для электромагнитной подзадачи принимается равенство нулю компоненты вектора плотности вихревого тока, нормальной к стенкам изложницы, а также равенство нулю компоненты магнитного поля, нормальной ко всем внешним границам расчетной области.

Течение проводящей среды в рассматриваемом объеме, порождаемое действием электромагнитной силы, описывается системой усредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса и неразрывности среды. Уравнения замыкаются согласно гипотезе Буссинеска, вводящей турбулентную вязкость:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nabla \cdot [(\nu + \nu_t)(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + \frac{\mathbf{f}}{\rho}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (8)$$

Здесь и далее $\mathbf{v}$ — скорость течения проводящей среды; ν — кинематическая вязкость; ν_t — турбулентная вязкость; ρ — плотность жидкости; P — давление.

Поскольку рассматриваемый объем моделирует литейную изложницу, заполненную жидким металлом, на ее боковых стенках и дне задается условие прилипания и непротекания (равенство нулю скорости жидкости): $\mathbf{v} = 0|_r$. Верхняя граница считается свободной и недеформируемой. Скорость $\mathbf{v}$ и давление P в начальный момент времени принимаются равными нулю.

Течение проводящей жидкости возникает под действием электромагнитной силы. В качестве безразмерного параметра, определяющего интенсивность электромагнитного воздействия со стороны БМП, используется число Тейлора [14, 15]:

$$\text{Ta} = \frac{\sigma \omega k \mathbf{B}^2 L_{z(u)}^5}{4 \rho \nu^2}, \quad (9)$$

где ω — угловая частота БМП, k — волновое число БМП. Задача (1)–(9) решается в размерном виде для изложницы с фактическими габаритами: $L_{y(u)} = 0.496$ м, $L_{z(u)} = 0.092$ м, $L_{y(d)} = 0.49$ м, $L_{z(d)} = 0.083$ м, $L_x = 0.02$ м. Параметры рассматриваемого металла соответствуют сплаву $\text{Ga}_{86.3}\text{Zn}_{10.8}\text{Sn}_{2.9}$: $\rho = 6150$ кг/м³, $\nu = 2.9 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $\sigma = 2.6 \cdot 10^6$ См/м [16], параметры электродинамической задачи следующие: $\omega = 2\pi \cdot 50$ Гц, $k = 114$ м⁻¹.

Определение электромагнитных параметров рассматриваемого процесса проводится в программной среде ANSYS EMAG. Область решения электромагнитной подзадачи разбивается на подобласти: изложница из стали с толщиной стенки 1 мм, заполненная жидким металлом, магнитопровод индуктора, катушки, окружающий воздух. Магнитная проницаемость всех подобластей, за исключением магнитопровода, принимается равной единице. Электропроводность ферромагнитного массива считается нулевой. В рамках моделирования электродинамической подзадачи определяются электрическое и магнитное поля, плотность тока и электромагнитная сила. При расчете используется блочно-структурированная сетка со следующими характеристиками в подобластях: шаг сетки в жидком металле $4 \cdot 10^{-3}$ м, в индукторе и изложнице — 10^{-2} м, в воздухе — 10^{-2} – $2 \cdot 10^{-2}$ м.

Важно, что для конфигурации 1 поле электромагнитных сил находится не напрямую, а задается параметрически ввиду того, что рассматривается идеализированный случай индукторов, расположенных рядом, но не имеющих магнитной связи друг с другом ни в ферромагнетике, ни и в вакууме.

После определения электродинамических параметров из решения системы уравнений в электродинамическом приближении осуществляется сопряжение электромагнитной и гидродинамической подзадач. Сопряжение производится путем передачи полученных значений компонент электромагнитных сил с сетки электродинамической подзадачи на сетку гидродинамической подзадачи при помощи программного обеспечения, разработанного авторами. Поле электромагнитной силы, полученное из решения электродинамической подзадачи, при решении гидродинамической подзадачи, которая полагается нестационарной, считается неизменным во времени. В изучаемом процессе перемешивания за счет вихревых структур изменение энергии течения во времени имеет колебательный характер. За критерии завершения вычислений принимаются выход энергии течения на значение, вокруг которого в среднем она колеблется, и однородность распределения пассивной примеси в объеме.

Определение гидродинамических параметров исследуемых процессов осуществляется с помощью метода контрольных объемов в программном комплексе ANSYS Fluent. Для гидродинамической подзадачи проведено исследование сеточной сходимости, его результаты представлены на рисунке 2а. Рассмотрена конфигурация 1 индуктора при $\text{Ta} = 3.6 \cdot 10^{10}$. Точность вычислений оценивается по кинетической энергии реализуемых в изложнице течений, полученной на расчетных сетках с разной степенью дискретизации. Приемлемая точность достигается на сетке с числом элементов, равным $\sim 3.7 \cdot 10^5$. Данная сетка используется в дальнейших расчетах. Размер ячейки в горизонтальном слое по оси y составляет $\sim 2 \cdot 10^{-3}$ м, по оси z — $\sim 1.5 \cdot 10^{-3}$ м, по высоте изложницы — $\sim 8.7 \cdot 10^{-3}$ м. Для лучшего разрешения пограничного слоя сетка сгущается в направлении стенки

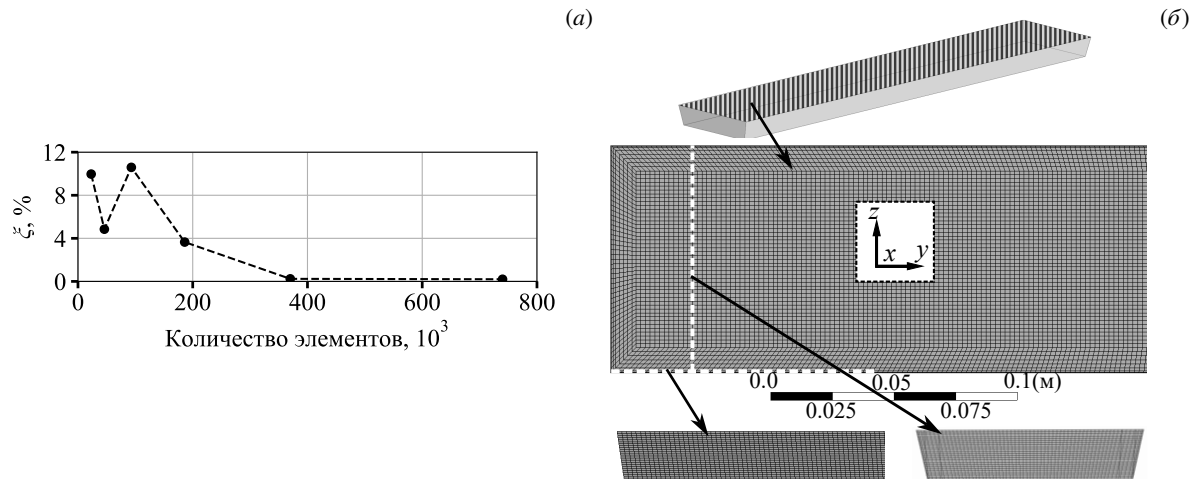


Рис. 2. Зависимость точности вычисления кинетической энергии течения – ξ , от количества элементов сетки (а), геометрия изложницы и расчетная сетка в разных сечениях (б) (штриховыми линиями показаны сечения, а стрелками – соответствующие им плоскости с изображением сетки)

изложницы с шагом до $\sim 2.5 \cdot 10^{-4}$ м. На рисунке 2б представлены изображения сетки в разных сечениях. Шаг по времени составляет 0.1 с.

Оценочные расчеты демонстрируют достаточно большие значения гидродинамического числа Рейнольдса ($Re > 10^4$), поэтому при решении турбулентность течения учитывается в рамках SST-модели [17, 18].

3. Валидация численной модели

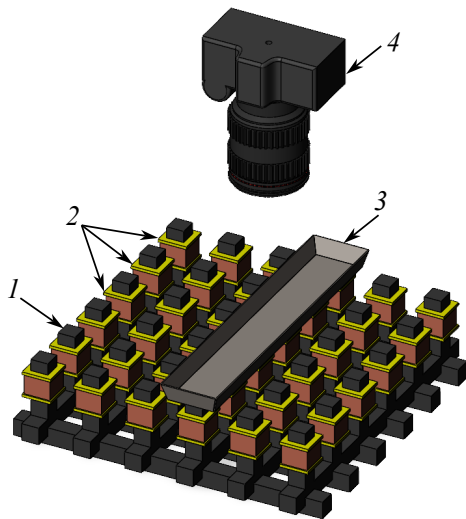


Рис. 3. Схема экспериментальной установки: 1 – распределенный магнитопровод, 2 – катушки питания, 3 – изложница, 4 – фотокамера

описана в работах [19, 20]. В настоящей работе используется ее расширенная версия, включающая цифровую обработку изображений.

У применяемой экспериментальной установки имеются магнитные связи между всеми катушками индуктора. Таким образом, валидация численной модели выполняется на конфигурации 2 (Рис. 1б) с двумя подключенными рядами катушек. Силовой параметр Ta в данном случае равняется $3.6 \cdot 10^{10}$.

В результате измерений становится известным двумерное поле скорости течения жидкого металла в изложнице. Поскольку пузырьки-трекеры образуются в ходе химической реакции, под действием сил поверхностного натяжения они оказываются прикрепленными к поверхности жидкого металла. Таким образом, траектории движения трекеров в точности повторяют траектории элементов жидкости в приповерхностном слое.

Полученные в натурном эксперименте компоненты поля скорости для сравнения с результатами численного моделирования представлены на верхней поверхности слоя жидкости (Рис. 4 — поля модуля скорости; Рис. 5 — профили компоненты скорости v_y на средней линии свободной поверхности).

На рисунке 4а видно, что участвующая в валидации конфигурация магнитного поля создает в изложнице три вихря, вместо ожидаемого одного крупного вихря масштаба всей ячейки. Это связано с тем, что при суперпозиции

Валидация математической модели проводится на основе данных натурного эксперимента. Экспериментальная установка состоит из распределенного магнитопровода, зубцы которого оснащены генерирующими магнитное поле катушками, изложницы и фотокамеры (Рис. 3). Изложницу заполняет жидкий галлиевый сплав $Ga_{86.3}Zn_{10.8}Sn_{2.9}$ (вес.%). Верхняя свободная поверхность металла покрыта тонким слоем смеси соляной кислоты и изопропилового спирта. Спирт защищает металл от окисления атмосферным кислородом, а в кислоте в результате химической реакции с оксидами, содержащимися в объеме металла, образуются пузырьки водорода, которые служат трекерами. Расположенная над изложницей камера с частотой 30 кадр/с фиксирует расположение трекеров. Полученные таким образом изображения подвергаются корреляционному DIC-анализу (аналогичному принципам работы PIV в оптически прозрачных средах) для восстановления поля скорости в приповерхностном слое жидкого металла. Извлеченная информация позволяет проводить обширное сравнение экспериментальных данных с результатами, установленными с помощью численного моделирования. Подобная методика впервые применена и

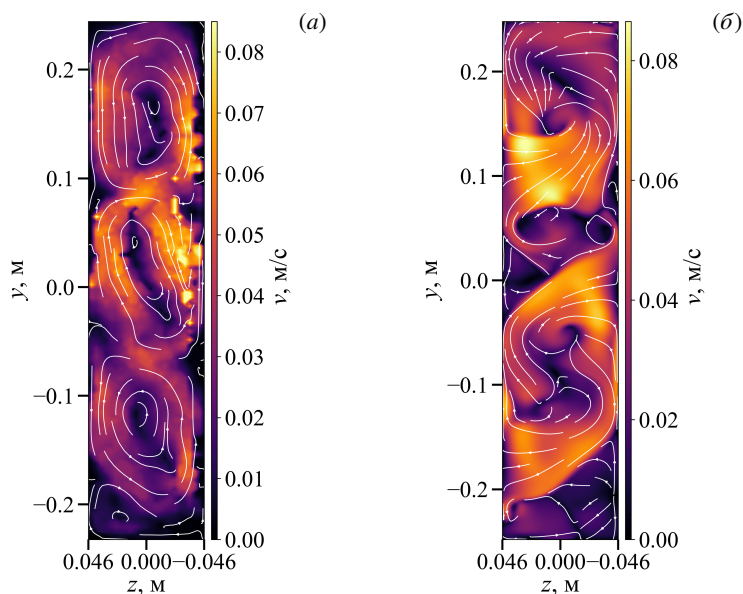


Рис. 4. Мгновенные поля модуля скорости на поверхности жидкого металла: экспериментальное (а), расчетное (б)

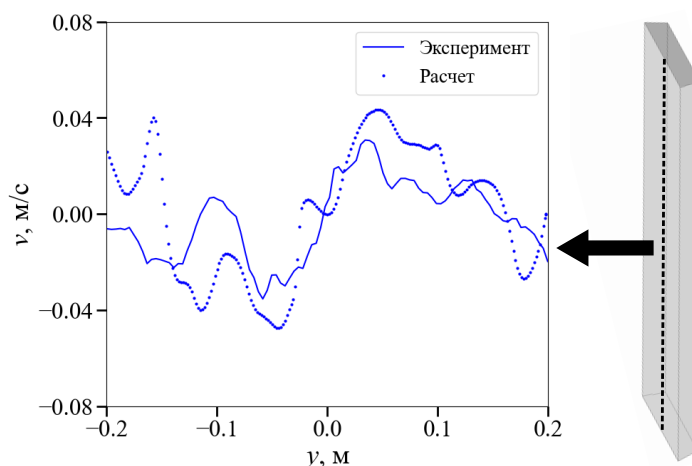


Рис. 5. Мгновенные профили компоненты скорости v_y на средней линии свободной поверхности рабочего объема

магнитных полей создается неоднородная в направлении оси y электромагнитная сила, и ее неоднородность усиливается за счет того, что катушки из двух соседних рядов соединены между собой ферромагнетиком, то есть они имеют общий магнитопровод. Картина течения в конфигурации 2 (Рис. 1б), установленная численно, хорошо соотносится с картиной в эксперименте (Рис. 4а). Соответствие структуры потоков также свидетельствует, что модельные силы адекватны реальным электромагнитным силам в объеме жидкого металла. Сопоставление мгновенных профилей скорости (Рис. 5) тоже показывает хорошее качественное и количественное соответствие численных и экспериментальных данных. Несмотря на сложную и эволюционирующую картину течения, модель воспроизводит ее с достаточной степенью точности.

4. Анализ результатов

Численное моделирование выполнено для трех конфигураций магнитной системы. В каждой из них рассчитаны эволюционирующие со временем поля скорости и концентрации примеси за счет создаваемых магнитным полем потоков. Представленные поля вычислены при постоянном значении числа Тейлора $Ta = 3.6 \cdot 10^{10}$.

Конфигурация 1 (Рис. 1а). В отсутствие магнитного взаимодействия между индукторами поле электромагнитных сил действует преимущественно вдоль оси y и порождает в слое проводящей жидкости крупномасштабный вихрь, охватывающий весь объем изложницы. Течение является квазидвумерным в силу малой, по сравнению с планарными размерами, высоты слоя. На рисунке 6 хорошо видно, как эволюционирует поле скорости при заданном поле сил. Первоначальный крупномасштабный вихрь (Рис. 6а), сформировавшийся в первые секунды, со временем «стягивается» к центру изложницы (Рис. 6б). После того как вихрь достигает округлой формы, при которой продольный и поперечный размеры становятся сопоставимыми (Рис. 6в), он распадается (Рис. 6г), и течение теряет исходную структуру, хаотизируется. Однако через несколько

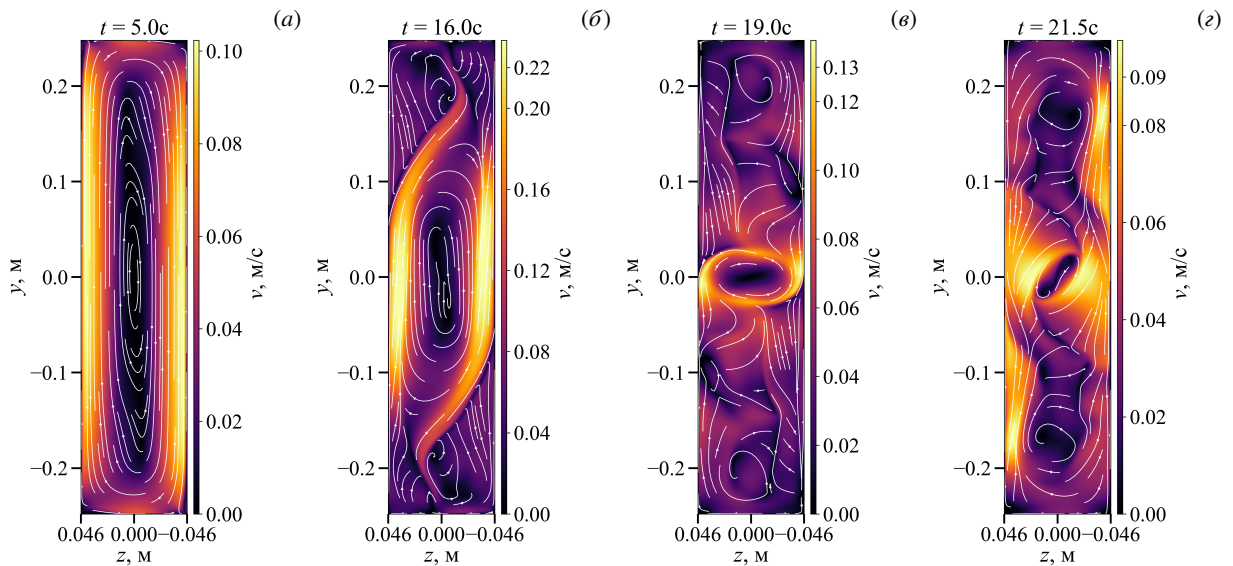


Рис. 6. Поле модуля скорости в разные моменты времени в конфигурации 1

секунд под действием внешних электромагнитных сил в течении вновь образуется крупномасштабный вихрь, распространяющийся на всю длину изложницы. Данный процесс имеет периодический характер.

Для оценки перемешивающих свойств возникающих течений анализируется эволюция поля неэлектропроводной пассивной примеси. Эту примесь можно рассматривать как температурную неоднородность или как некоторую химическую добавку (в частности, частиц оксидов) в объеме жидкого металла. В каждом расчете предполагается, что в центральной части изложницы в начальный момент времени присутствует цилиндрическая область с примесью (Рис. 7а). В процессе перемешивания под действием течений, создаваемых полем сил, примесь распределяется по всему объему изложницы. В исследуемом диапазоне значений силового параметра Ta интенсивность перемешивающего течения такова, что на процесс гомогенизации молекулярная диффузия не оказывает существенного влияния.

На рисунке 7 можно видеть эволюцию поля пассивной примеси в конфигурации 1. За счет одного крупного вихря примесь достаточно быстро распределяется по всему объему изложницы, а после сужения вихря и его распада на более мелкие вихри поле концентрации примеси становится однородным.

Конфигурация 2 (Рис. 1б) В этой конфигурации отдельные индукторы имеют сильную связь за счет добавления между ними массивов ферромагнетика. Эволюцию поля скорости течения, возникающего в этом случае, демонстрирует рисунок 8.

Наблюдается нестабильная и нестационарная система из вихревых структур, в которой можно выделить 2–3 основных крупных вихря и множество вихрей меньшего масштаба. Течение весьма хаотично: более крупные вихри распадаются и формируются снова, перемещаются как вдоль оси y , так и в направлении оси z . Таким образом, исключительно добавлением магнитной связи между индукторами появляется возможность кардинально менять структуру возникающих потоков за счет уменьшения характерного размера вихрей.

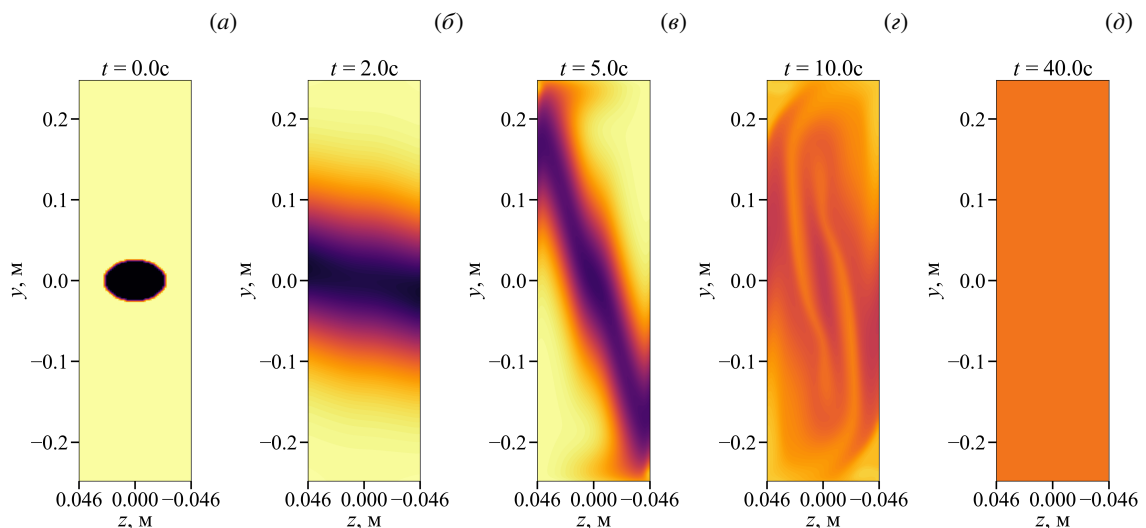


Рис. 7. Концентрация пассивной примеси в изложнице в разные моменты времени

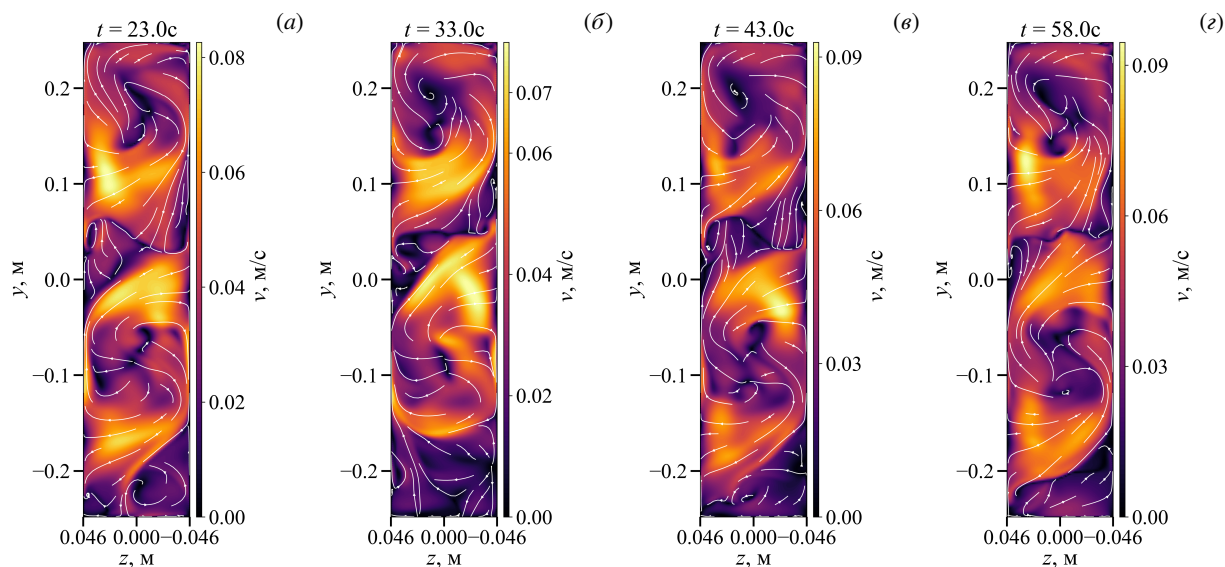


Рис. 8. Поле модуля скорости в разные моменты времени в конфигурации 2

На рисунке 9 показана эволюция поля концентрации примеси в течении под действием электромагнитных сил, возникающих в конфигурации 2. Основной перемешивающий эффект наблюдается в центральной области изложницы. Изначально локализованный объем примеси оказывается «запертым» центральным вихрем. Вследствие ограниченного размера последнего эффективность конвективного переноса вдоль оси y снижается. В результате распространение примеси вне центрального вихря во многом обуславливается диффузионным механизмом.

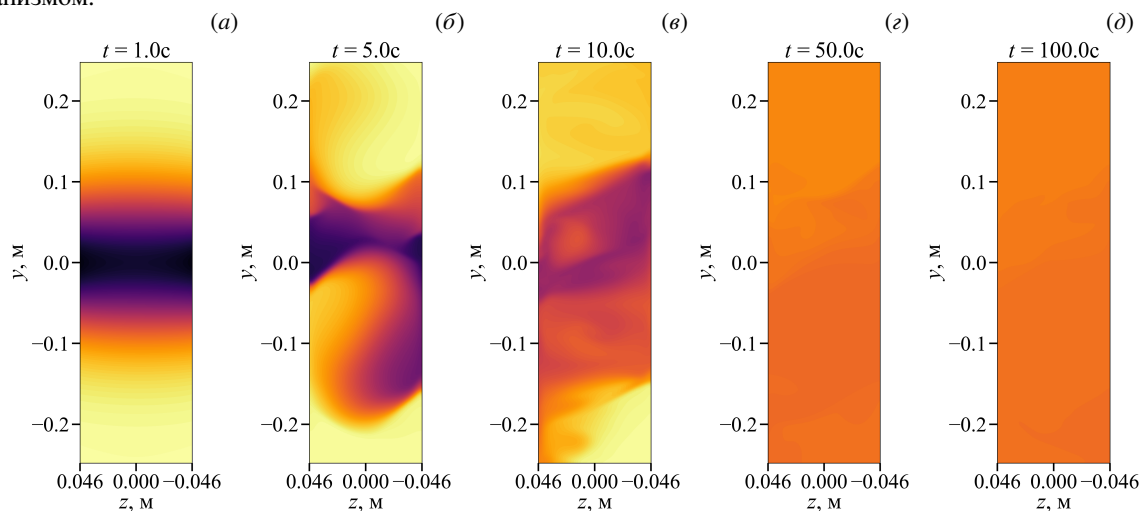


Рис. 9. Концентрация пассивной примеси в изложнице в разные моменты времени в конфигурации 2

Конфигурация 3 (Рис. 1в) Индукторы, имеющие в данной конструкции магнитную связь, разнесены в пространстве и предназначены для того, чтобы за счет пассивных ферромагнитных элементов одновременно снизить влияние перезамыкания магнитных силовых линий и, как следствие, усилить вклад толкающей в направлении оси y электромагнитной силы при сохранении высокой плотности магнитного потока вблизи слоя проводящей жидкости.

Эволюция течения в конфигурации 3 представлена на рисунке 10. Наблюдается сложная и несимметричная система из вихрей разного масштаба. По картине течения можно сделать вывод, что самые крупные из структур локализованы, и вся топология течения, вообще говоря, обладает некоторой стабильностью. Важная особенность данной системы состоит в том, что самые крупные вихри сосредоточены не в плоскости yz , а в плоскости zx . В отличие от конфигураций 1 и 2, течение в конфигурации 3 является трехмерным. На рисунке 10 это видно по уходящим к правой и левой стенкам линиям тока, которые не упираются в стенки, а изгибаются в направлении оси x . Причем поле электромагнитной силы такое, что реализуются три вихря вокруг одной оси, но с разным направлением вращения, разные направления вращения препятствуют объединению трех вихрей в один. Таким образом, происходит перенос жидкости не только вдоль изложницы, но и по толщине слоя жидкого металла.

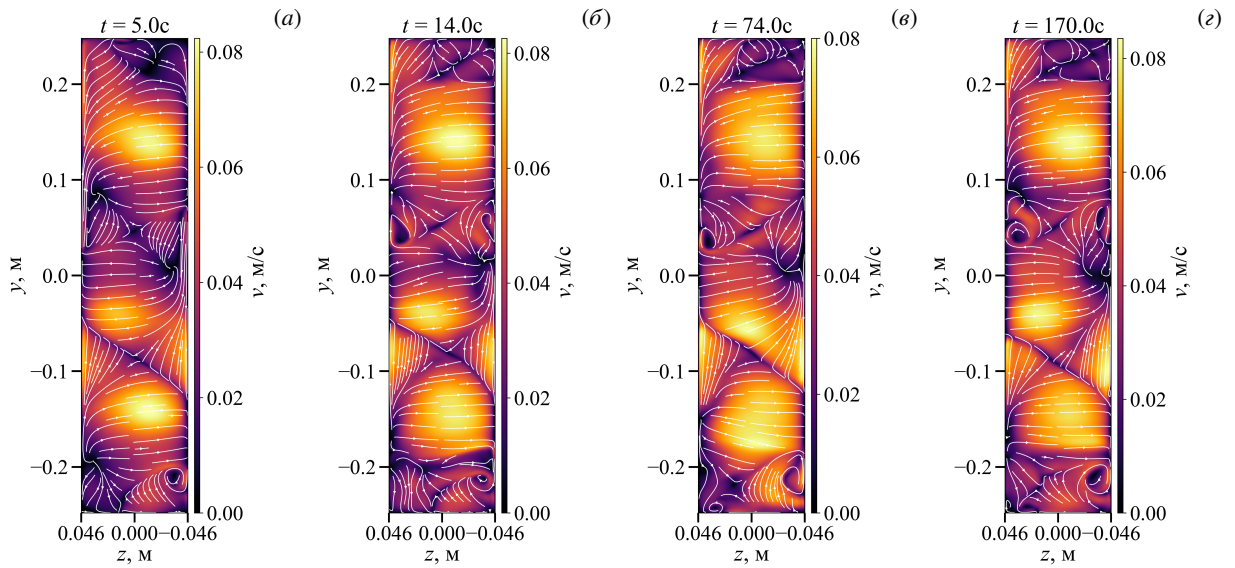


Рис. 10. Поле модуля скорости в разные моменты времени в конфигурации 3

Изменение во времени поля концентрации под действием электромагнитных сил в конфигурации 3 (Рис. 11) отражает изолирующий эффект стационарных вихрей. Примесь эффективно перемешивается в пределах области действия одного вихря, но удерживается в его окрестности интенсивным потоком жидкости. Вследствие этого скорость распространения примеси по всему рабочему объему изложницы, по сравнению с конфигурациями 1 и 2, падает. Также выяснено, что при отдалении индукторов друг от друга на расстояние большее, чем принято выше, эффективность силового воздействия на проводящую жидкость, даже при наличии пассивных ферромагнитных элементов, снижается, поскольку магнитные связи между индукторами ослабевают, и поле электромагнитных сил стремится к состоянию, характерному для идеализированной конфигурации 1.

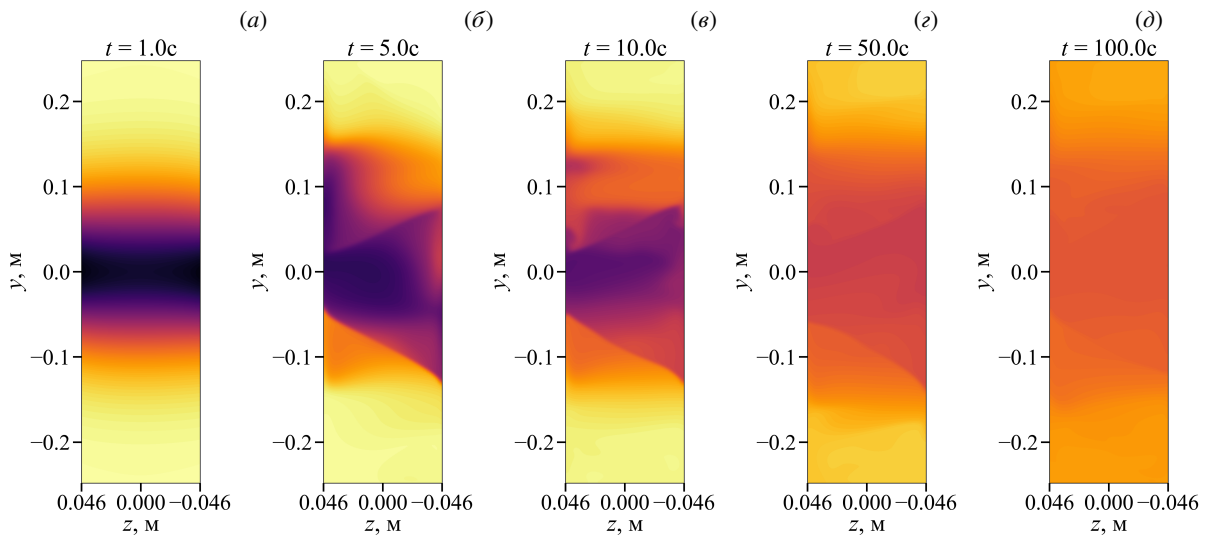


Рис. 11. Концентрация пассивной примеси в изложнице в различные моменты времени в конфигурации 3

С целью оценки степени гомогенности поля концентрации примеси в объеме вводится интегральный параметр однородности T , который показывает отклонение поля примеси $C(t)$ в текущий момент времени t от однородного по объему V распределения — C^* :

$$T(t) = \int_V (C(t) - C^*)^2 dV.$$

И чем меньше значение T , тем более однородна двухфазная среда.

Повышение амплитуды приложенного магнитного поля закономерно влечет за собой увеличение толкающей силы и, как следствие, интенсивности возникающих в проводящей среде течений. С ростом силового параметра Ta крупномасштабная структура вихрей претерпевает незначительные изменения, но заметными становятся роли мелкомасштабных турбулентных пульсаций скорости и турбулентной диффузии примеси. На рисунке 12 показано,

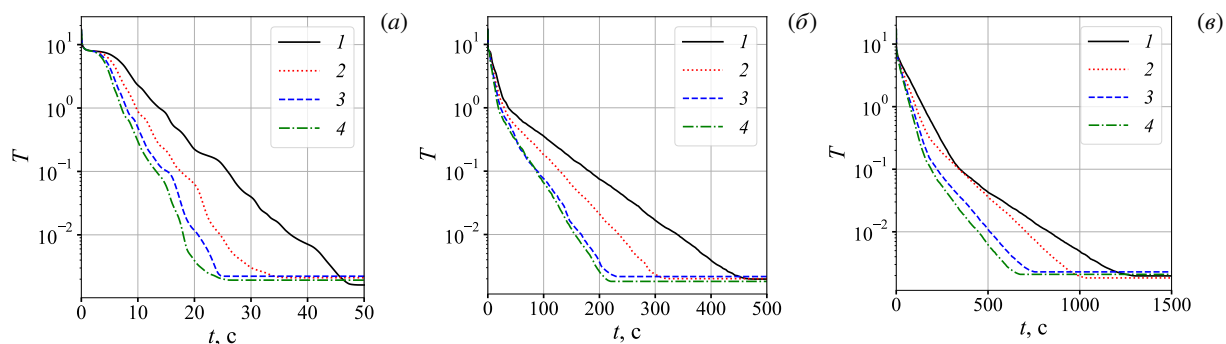


Рис. 12. Зависимости параметра однородности от времени при различных значениях числа Тейлора $Ta \cdot 10^{-10}$: 3.6 (кривая 1), 7.2 (2), 10 (3), 14 (4), для 1-й (а), 2-й (б), 3-й (в) конфигураций индуктора

как изменяется эффективность перемешивания (параметра однородности распределения пассивной примеси) во времени при различных значениях силового параметра Ta для всех рассмотренных конфигураций индуктора.

Увеличение интенсивности силового воздействия приводит к повышению скорости гомогенизации среды. С течением времени примесь распределяется по объему под действием конвективных и диффузионных механизмов, что выражается в минимизации параметра неоднородности. Однако существует ненулевое асимптотическое значение T_{∞} , к которому стремятся зависимости $T(t)$ на больших временах. По всей видимости, эта величина обусловлена как физическим механизмом (удержанием некоторого малого количества примеси внутри вихревых структур), так и ограничениями, присущими численной модели. Из рисунка 12 хорошо видно, как изменение силового параметра Ta влечет за собой уменьшение интервала времени, за который концентрация примеси достигает квазиравновесного значения. Наклон кривых на участке эффективного перемешивающего действия характеризует скорость перемешивания. В конфигурации 1 (Рис. 12а) в начальный момент времени виден пологий участок зависимости $T(t)$, обуславливаемый разгоном течения и глобальным переносом примеси вдоль длины изложницы. В дальнейшем возникающее колебательное течение существенно ускоряет перемешивание. В конфигурации 2 (Рис. 12б), напротив, начальный участок, связанный с генерацией интенсивных вихрей более мелкого масштаба, демонстрирует высокую эффективность размытия начальной неоднородности, что может быть крайне полезным в металлургических приложениях при локализованном внесении в расплав примеси в виде лигатуры. Тем не менее, стационарный характер вихрей малого масштаба не позволяет в дальнейшем обеспечить ту же скорость перемешивания (наклон кривых $T(t)$), что и в конфигурации 1. Конфигурация 3 (Рис. 12в) характеризуется наименьшей эффективностью гомогенизации примеси. Время достижения квазиоднородного распределения концентрации по объему возрастает более чем на порядок по сравнению с конфигурацией 1. Это связано с недостаточной интенсивностью планарного движения жидкости в рабочем объеме и преобладанием диффузионного механизма выравнивания неоднородностей.

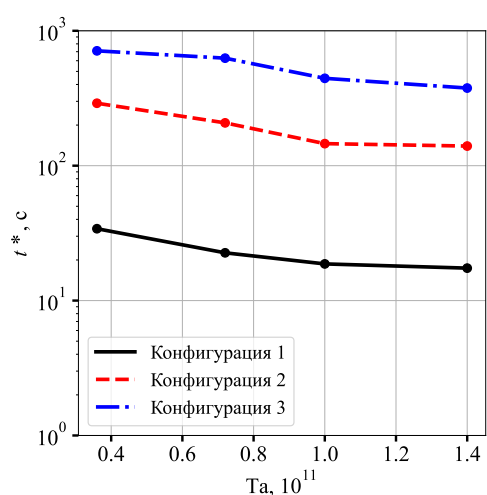


Рис. 13. Время эффективного перемешивания в зависимости от числа Ta для рассмотренных конфигураций индуктора

С практической точки зрения формальное достижение квазиоднородного распределения примеси не является обязательным критерием качества перемешивания. Как видно из рисунка 12, параметр T изменяется в процессе перемешивания почти на пять порядков. Для сравнения эффективности перемешивания в трех конфигурациях силового воздействия целесообразно ввести время эффективного перемешивания — t^* , и определить его как время, за которое неоднородность распределения концентрации снижается в тысячу раз по сравнению с начальным значением, то есть достигает величины менее 0.1%.

На рисунке 13 представлены кривые времени эффективного перемешивания примеси в трех рассмотренных конфигурациях при разных значениях силового параметра Ta . Графики наглядно показывают, что топология течения (структура крупномасштабных вихрей) оказывает существенно большее влияние, чем интенсивность внешнего силового воздействия (это наиболее отчетливо проявляется в конфигурации 2 (Рис. 12б), где кривые $Ta = 10^{11}$ и $Ta = 1.4 \cdot 10^{11}$ почти совпадают).

5. Заключение

Рассмотренные конфигурации магнитных систем и структура течений, возникающих в проводящей жидкости под действием сил, порождаемых указанными системами, позволяют оценить влияние пассивных магнитных связей на топологию вихревых течений и оказываемый ими перемешивающий эффект.

Наиболее эффективное перемешивание достигается в конфигурации 1 при отсутствии магнитных связей между индукторами БМП. Второй по эффективности является конфигурация 2, в которой близко расположенные индукторы имеют жесткую магнитную связь. Наименее эффективна конфигурация 3, в которой магнитно связанные индукторы разнесены в пространстве.

Выяснено, что качество перемешивания в системах обуславливают два физических механизма. С одной стороны, пере замыкание магнитных силовых линий создает комплексную многомасштабную картину электромагнитных сил, порождающую мелкомасштабное многовихревое течение. С другой стороны, геометрия задачи ограничивает развитие вихрей в поперечном направлении (вдоль оси z), что подавляет миграцию мелкомасштабных вихрей. В результате механизм разрушения симметрии вихревых структур оказывается частично заторможенным. В то же время крупномасштабное течение, образующееся под действием сил при отсутствии магнитных связей между индукторами, имеет топологию, «совпадающую» с геометрией задачи — крупномасштабный вихрь, вытянутый вдоль изложницы. За счет глобального переноса жидкости и как следствие примеси по всей длине слоя крупномасштабное течение оказывается более эффективным.

В заключение необходимо отметить следующее:

- для обеспечения высокого качества перемешивания жидкого металла в вытянутых вдоль некоторого направления формах, желательно отдавать предпочтение генерации крупномасштабного вихря, охватывающего весь объем. Воздействие противоположно направленными БМП в этом случае создает течение, отвечающее основным критериям качества перемешивания [12, 13];
- магнитные связи между индукторами, являясь пассивными элементами системы, не требующими внешнего питания, позволяют принципиально изменить топологию течений, что может быть важно при перемешивании металлов в задачах с менее жесткими геометрическими ограничениями.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 26-11-00258), <https://rscf.ru/project/26-11-00258/>.

Литература

1. Rasyid S., Arif E., Arsyad H., Syahid M. Effects of stirring parameters on the rheocast microstructure and mechanical properties of aluminum alloy ADC12 // MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 197. 12004. DOI: 10.1051/mateconf/201819712004
2. Adigun O., Aribisala A.A., Adigun A.R., Olusunle S.O., Ajibola O.O., Owa A.F., Isadaro A.D., Madueke C.I., Abegunde I.E., Omonubi K.B. Mechanical properties of aluminum alloys produced using different stir-cast stirring rates // Nigerian Journal of Technolog. 2024. Vol. 43, no. 3. P. 464–469. DOI: 10.4314/njt.v43i3.8
3. Marcelllo L. Thermal Convection: Patterns, Evolution and Stability. Wiley, 2009. 696 p.
4. Guan R., Ji C., Zhu M. Modeling the Effect of Combined Electromagnetic Stirring Modes on Macroseggregation in Continuous Casting Blooms // Metallurgical and materials transactions B. 2020. Vol. 51. P. 1137–1153. DOI: 10.1007/s11663-020-01827-7
5. Хрипченко С.Ю., Долгих В.М., Сираев Р.Р. Распределение микрочастиц диборид титана, введенных в алюминиевый слиток при помощи МГД-перемешивания кристаллизующегося расплава // Вычислительная механика сплошных сред. 2022. Т. 15, № 4. С. 438–448. DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.4.34
6. Окатьев Р.С., Лосев Г.Л., Колесниченко И.В. МГД-перемешивание тяжелой примеси вращающимся магнитным полем, создаваемым секционным кольцевым индуктором // Вычислительная механика сплошных сред. 2025. Т. 18, № 2. С. 127–139. DOI: 10.7242/1999-6691/2025.18.2.10
7. Partinen J., Szekely J., Vives C., Holappa L. Fluid Flow and Free Surface Phenomena in Rotary Electromagnetic Stirring of a Metallic Melt. // ISIJ International. 1995. Vol. 35. P. 292–301. DOI: 10.2355/isijinternational.35.292
8. Fdhila R.B., Sand U., Eriksson E., Yang H. A stirring history // ABB Review. 2016. Vol. 3. P. 45–48.
9. Dubke M., Tacke K.-H., Spitzer K.-H., Schwerdtfeger K. Flow fields in electromagnetic stirring of rectangular strands with linear inductors: Part I. theory and experiments with cold models // Metallurgical Transactions B. 1988. Vol. 19, no. 4. P. 581–593. DOI: 10.1007/bf02659149
10. Dubke M., Tacke K.-H., Spitzer K.-H., Schwerdtfeger K. Flow fields in electromagnetic stirring of rectangular strands with linear inductors: Part II. computation of flow fields in billets, blooms, and slabs of steel // Metallurgical Transactions B. 1988. Vol. 19, no. 4. P. 595–602. DOI: 10.1007/bf02659150
11. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Э.В., Щербинин Э.В. Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985. 315 с.
12. Williams B.S., Marteau D., Gollub J.P. Mixing of a passive scalar in magnetically forced two-dimensional turbulence // Physics of Fluids. 1997. Vol. 9, no. 7. P. 2061–2080. DOI: 10.1063/1.869326

13. Eckert S., Nikrityuk P.A., Willers B., Rabiger D., Shevchenko N., Neumann-Heyme H., Travnikov V., Odenbach S., Voigt A., Eckert K. Electromagnetic melt flow control during solidification of metallic alloys // The European Physical Journal Special Topics. 2013. Vol. 220, no. 1. P. 123–137. DOI: 10.1140/epjst/e2013-01802-7
14. Stiller J., Koal K., Nagel W.E., Pal J., Cramer A. Liquid metal flows driven by rotating and traveling magnetic fields // The European Physical Journal Special Topics. 2013. Vol. 220, no. 1. P. 111–122. DOI: 10.1140/epjst/e2013-01801-8
15. Grants I., Gerbeth G. Stability of melt flow due to a traveling magnetic field in a closed ampoule // Journal of Crystal Growth. 2004. Vol. 269, no. 2–4. P. 630–638. DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2004.05.090
16. Zikanov O., Belyaev I., Listratov Ya., Frick P., Razuvaev N., Sviridov V. Mixed Convection in Pipe and Duct Flows With Strong Magnetic Fields // Applied Mechanics Reviews. 2021. Vol. 73, no. 1. 010801. DOI: 10.1115/1.4049833
17. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32, no. 8. P. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149
18. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer. Vol. 4. Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer. Antalya, Turkey. 12–17 October. 2003. P. 625–632.
19. Альмухаметов В.Ф., Хрипченко С.Ю. Механизмы генерации ЭВТ в ванне электролизера со сплошным анодом // Магнитная гидродинамика. 1987. Т. 23, № 3. С. 101–104.
20. Курко И.М., Альмухаметов В.Ф., Хрипченко С.Ю. Физическое моделирование неустойчивого состояния границы раздела электролит – металл в мощных алюминиевых электролизерах // Доклады Академии наук СССР. 1988. Т. 302, № 4. С. 845–847.

Сведения об авторах:

Митрополит Иван Юрьевич (корр.), мнс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614018, г. Пермь, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: mitropolit.i@icmm.ru; ORCID: 0009-0001-1598-7616

Лосев Геннадий Леонидович, кфмн, нс, ИМСС УрО РАН; e-mail: losev.g@icmm.ru; ORCID: 0000-0002-8028-3041

Ельтищев Владислав Андреевич, кфмн, мнс, ИМСС УрО РАН; e-mail: eltishchev.v@icmm.ru; ORCID: 0000-0002-2610-003X

Колесниченко Илья Владимирович, дфмн, зав. лаб., ИМСС УрО РАН; e-mail: kiv@icmm.ru; ORCID: 0000-0001-9378-5334

Research article

The influence of the configuration of travelling magnetic fields on the efficiency of liquid metal stirring in a rectangular cell

I.I. Mitropolit, G.L. Losev, V.A. Eltishchev, I.V. Kolesnichenko

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

This paper aims to investigate numerically a vortex flow of liquid metal in a rectangular mould excited by two linear inductors of magnetic fields located at different distances and at different magnetic couplings. The occurrence of magnetic coupling between the inductors is due to their connection via passive ferromagnetic elements, which intensify the electromagnetic interaction between the coils of adjacent inductors leading to significant non-uniformity of electromagnetic field. The stirring efficiency of the flow driven by electromagnetic forces is estimated in terms of the integral parameter of homogeneity of passive impurity, whose concentration directly depends on the evolution of vortex structures of different size. It has been shown that the most effective stirring of liquid metal in the mould is achieved at relatively close distance between the inductors but in the absence of direct magnetic coupling. This ensures consistency between the mould geometry and the topology of electromagnetic field, and, as a result, generates along the mould length a large-scale elongated vortex, facilitating thereby the transport of impurity throughout the bulk of the liquid metal. The vortex itself loses stability and breaks down with a certain periodicity into many small vortex structures. The flow becomes chaotic and stirring is intensified. In the case of strong magnetic coupling between the inductors the resulting flows exhibit pronounced instability and asymmetry responsible for the generation of several vortices along the principal mould direction. One of the vortices can trap the impurity producing a blocking effect, which impedes the transport of impurity across the mould. The study was conducted using numerical modeling. The model was verified using data from the laboratory experiment.

Keywords: travelling magnetic field, magnetohydrodynamics, impurity stirring, multiphase media, numerical simulation

Received: 19.06.2026 / **Published online:** 05.08.2026

Acknowledgements

This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 26-11-00258).

References

1. Rasyid S., Arif E., Arsyad H., Syahid M. Effects of stirring parameters on the rheocast microstructure and mechanical properties of aluminum alloy ADC12. MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 197. 12004. DOI: 10.1051/mateconf/201819712004
2. Adigun O., Aribisala A.A., Adigun A.R., Olusunle S.O., Ajibola O.O., Owa A.F., Isadaro A.D., Madueke C.I., Abegunde I.E., Omonubi K.B. Mechanical properties of aluminum alloys produced using different stir-cast stirring rates. Nigerian Journal of Technolog. 2024. Vol. 43, no. 3. P. 464–469. DOI: 10.4314/njt.v43i3.8
3. Marcelllo L. Thermal Convection: Patterns, Evolution and Stability. Wiley, 2009. 696 p.
4. Guan R., Ji C., Zhu M. Modeling the Effect of Combined Electromagnetic Stirring Modes on Macrosegregation in Continuous Casting Blooms. Metallurgical and materials transactions B. 2020. Vol. 51. P. 1137–1153. DOI: 10.1007/s11663-020-01827-7
5. Khripchenko S.Y., Dolgikh V.M., Siraev R.R. Distribution of titanium diboride microparticles introduced into aluminum ingot by MHD-stirring of a crystallizing melt. Computational Continuum Mechanics. 2022. Vol. 15, no. 4. P. 438–448. DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.4.34
6. Okatev R.S., Losev G.L., Kolesnichenko I.V. MHD-stirring of a heavy impurity under a rotating magnetic field generated by a multi-section inductor. Computational Continuum Mechanics. 2025. Vol. 18, no. 2. P. 127–139. DOI: 10.7242/1999-6691/2025.18.2.10
7. Partinen J., Szekely J., Vives C., Holappa L. Fluid Flow and Free Surface Phenomena in Rotary Electromagnetic Stirring of a Metallic Melt. ISIJ International. 1995. Vol. 35. P. 292–301. DOI: 10.2355/isijinternational.35.292
8. Fdhila R.B., Sand U., Eriksson E., Yang H. A stirring history. ABB Review. 2016. Vol. 3. P. 45–48.
9. Dubke M., Tacke K.-H., Spitzer K.-H., Schwerdtfeger K. Flow fields in electromagnetic stirring of rectangular strands with linear inductors: Part I. theory and experiments with cold models. Metallurgical Transactions B. 1988. Vol. 19, no. 4. P. 581–593. DOI: 10.1007/bf02659149
10. Dubke M., Tacke K.-H., Spitzer K.-H., Schwerdtfeger K. Flow fields in electromagnetic stirring of rectangular strands with linear inductors: Part II. computation of flow fields in billets, blooms, and slabs of steel. Metallurgical Transactions B. 1988. Vol. 19, no. 4. P. 595–602. DOI: 10.1007/bf02659150
11. Bojarevich V.V., Freibergs Y.Z., Shilova E.I., Shcherbinin E.V. Elektrovikhrevyye techeniya. Riga: Zinatne, 1985. 315 p.
12. Williams B.S., Marteau D., Gollub J.P. Mixing of a passive scalar in magnetically forced two-dimensional turbulence. Physics of Fluids. 1997. Vol. 9, no. 7. P. 2061–2080. DOI: 10.1063/1.869326
13. Eckert S., Nikrityuk P.A., Willers B., Rabiger D., Shevchenko N., Neumann-Heyme H., Travnikov V., Odenbach S., Voigt A., Eckert K. Electromagnetic melt flow control during solidification of metallic alloys. The European Physical Journal Special Topics. 2013. Vol. 220, no. 1. P. 123–137. DOI: 10.1140/epjst/e2013-01802-7
14. Stiller J., Koal K., Nagel W.E., Pal J., Cramer A. Liquid metal flows driven by rotating and traveling magnetic fields. The European Physical Journal Special Topics. 2013. Vol. 220, no. 1. P. 111–122. DOI: 10.1140/epjst/e2013-01801-8
15. Grants I., Gerbeth G. Stability of melt flow due to a traveling magnetic field in a closed ampoule. Journal of Crystal Growth. 2004. Vol. 269, no. 2–4. P. 630–638. DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2004.05.090
16. Zikanov O., Belyaev I., Listratov Ya., Frick P., Razuvanov N., Sviridov V. Mixed Convection in Pipe and Duct Flows With Strong Magnetic Fields. Applied Mechanics Reviews. 2021. Vol. 73, no. 1. 010801. DOI: 10.1115/1.4049833
17. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal. 1994. Vol. 32, no. 8. P. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149
18. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. Turbulence, Heat and Mass Transfer. Vol. 4. Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer. Antalya, Turkey. 12–17 October. 2003. P. 625–632.
19. Almukhametov V.F., Khripchenko S.Y. Electro vortex flow mechanisms for an electrolyzer containing a solid anode. Magnetohydrodynamics. 1987. Vol. 23, no. 3. P. 317–319.
20. Kirko I.M., Almukhametov V.F., Khripchenko S.Y. Fizicheskoye modelirovaniye neustoychivogo sostoyaniya granitsy razdela elektrolit - metall v moshchnykh alyuminiyevykh elektrolizerakh. Doklady Akademii nauk SSSR. 1988. Vol. 302, no. 4. P. 845–847.