

*Научная статья*

## Влияние переменных теплофизических свойств рабочей среды на процессы естественной конвекции в замкнутом частично пористом кубе с нагревателем

*М.С. Астанина, М.А. Шеремет**Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Российская Федерация*

В работе выполнено численное исследование процессов естественной конвекции и теплообмена в замкнутой кубической полости, частично заполненной пористым материалом и содержащей локальный тепловыделяющий кубический элемент. Рабочая жидкость рассматривается как ньютоновская несжимаемая среда с температурно-зависимыми вязкостью и теплопроводностью. Математическая модель основана на приближении Буссинеска и системе уравнений, записанной в безразмерных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура». Численное решение получено методом конечных разностей второго порядка точности с использованием локально одномерной схемы Самарского для интегрирования по времени. Предложенный метод решения прошёл верификацию путем сопоставления с известными данными для классической задачи естественной конвекции в кубической полости. В рамках параметрического анализа оценено влияние температурных зависимостей вязкости и теплопроводности жидкости, а также высоты пористого слоя на структуру течения и теплообмен. Показано, что переменная вязкость приводит к интенсификации как конвективных течений вблизи источника тепла, так и циркуляции жидкости в полости. Рост параметра изменения теплопроводности способствует выравниванию температурного поля и снижению локальных температурных градиентов. Установлено, что совместный учёт переменных теплофизических свойств изменяет среднее число Нуссельта и температурный режим тепловыделяющего элемента. Введение пористого слоя существенно сказывается на гидродинамике процесса, а именно снижается перегрев источника энергии. Установленные авторами результаты могут служить основой для выбора теплоносителей с заданной температурной зависимостью реологических свойств, обеспечивающих интенсивный теплоотвод вблизи тепловыделяющих элементов. В частности, применение жидкостей с выраженным снижением вязкости при нагреве позволяет увеличить эффективность конвективного теплообмена без изменения геометрии системы охлаждения.

*Ключевые слова:* пористый слой, тепловыделяющий кубический элемент, свободная конвекция, циркуляция жидкости, метод конечных разностей, переменная теплопроводность, переменная вязкость

*Получение:* 13.02.2026 / *Публикация онлайн:* 05.08.2026

УДК 532.5, 536.24

### 1. Введение

Процессы естественной конвекции и теплообмена в замкнутых полостях с локальными источниками энергии представляют значительный интерес для современной теплофизики и инженерных приложений. Подобные системы широко встречаются в охлаждающих электронных и энергетических устройствах, аккумуляторных модулях, теплообменных аппаратах, а также в конструкциях с пассивным теплоотводом в случаях, когда принудительное охлаждение невозможно из-за конструктивных или эксплуатационных условий. Одним из эффективных способов интенсификации теплообмена в таких системах является использование пористых материалов, например, металлических пен, обладающих высокой теплопроводностью и развитой поверхностью теплообмена [1–3]. Помещенная в полость пористая вставка существенно изменяет в ней структуру течения и тепловой режим. В последние годы значительное внимание уделяется численному исследованию естественной конвекции в полостях с частичным или полным заполнением пористыми средами при разных режимах нагрева и охлаждения [4–8].

Большинство существующих работ в данной области основано на предположении постоянства теплофизических свойств рабочей жидкости [9–13]. Например, авторы [9] провели анализ влияния гравитационной модуляции различных форм на естественную конвекцию в пористом слое с равномерным внутренним источником тепла при трёх типах граничных условий. В [10] разработан локально-параллельный полностью смешанный метод конечных элементов на двух сетках для решения сопряжённой системы Навье–Стокса–Дарси–Буссинеска, моделирующий процессы переноса тепла и массы в геотермальных системах. В статье [11] изучалась устойчивость естественной конвекции в двумерном прямоугольном пористом контейнере с внутренним тепловыделением. Обширный литературный обзор [12] посвящён современному применению природных материалов (аккумулирующих тепло, пористых и фитильных) для повышения продуктивности, экономической эффективности и устойчивости солнечных дистилляторов. Авторы [13] численно исследовали трехмерную нестационарную естественную конвекцию несжимаемой жидкости в кубической полости с четырьмя нагретыми цилиндрами с акцентом на оценку влияния безразмерного вертикального зазора и числа Рэлея ( $Ra$ ) на структуру течения и теплоперенос. Однако в реальных инженерных системах вязкость и теплопроводность теплоносителей, как правило, существенно зависят от температуры [14, 15]. Игнорирование этого факта может приводить к заметным погрешностям при прогнозировании структуры течения, распределения температурного поля и значений интегральных характеристик теплообмена. В [14] выяснялась связь вращения с возникновением конвекции в горизонтальном пористом слое с учётом зависимости коэффициентов вязкости и эффективной теплопроводности от температуры. Результаты показывают, что вращение и рост параметра неоднородности теплопроводности стабилизируют систему, тогда как неоднородность вязкости нелинейно воздействует на порог возникновения конвекции и обусловлена интенсивностью вращения. Автор статьи [15] рассмотрел инженерно-технические аспекты жидкостного

охлаждения силовых полупроводниковых модулей, с позиций выбора теплоносителей, проектирования контуров и анализа экзотических методов, таких как микроканальное охлаждение и тепловые трубы.

Ряд исследований посвящён учёту отдельных теплофизических свойств в виде функций температуры, например, таких как вязкость или теплопроводность, преимущественно в двумерных постановках и для полостей без пористых вставок [16–18]. В работе [16] численно оценено влияние температурной зависимости вязкости и условий теплообмена на стационарные конвективные течения в вертикальной ячейке Хеле-Шоу при подогреве снизу. Выявлено, что учёт изменения вязкости с ростом температуры существенно улучшает соответствие расчётов экспериментальным данным, в частности, предопределяет переход от одновихревого к двухвихревому режиму с конкретным направлением вращения вихрей и их смещением к нижней части полости. Авторы [17] определяли значимость нелинейного движения в создании смешанной конвекции в жидкости с вязкостью, обратно пропорциональной температуре, в условиях осциллирующих тепловых волн и завихрённости. В [18] продемонстрировано, что уменьшение вязкости и увеличение абсолютного значения числа плавучести и числа Рэлея усиливают конвекцию и повышают интенсивность тепломассообмена в задаче естественной конвекции в среде с неоднородной пористостью. В то же время трёхмерные задачи естественной конвекции в замкнутых полостях с локальными источниками тепла и частично пористым заполнением при одновременном учёте переменных вязкости и теплопроводности остаются недостаточно изученными. Отсутствие комплексного анализа ограничивает возможности применения упрощённых моделей при инженерном проектировании тепловых систем.

В работе [19] выполнено исследование вторичных режимов конвекции в плоском вертикальном слое жидкости с вязкостью, линейно зависящей от температуры. Оказалось, что при числе Прандтля, равном единице, формируются дрейфующие вихревые структуры на границе встречных потоков и происходит установление стационарных колебаний теплового потока во времени. При числе Прандтля, равном двадцати, обнаружена немонотонная связь числа Нуссельта с числом Грасгофа, обусловленная одновременным существованием монотонной и колебательной мод неустойчивости. В статье [20] на примере миграции фильтрата из основания полигона твёрдых бытовых отходов показано, что нагрев отходов (до 70°C) приводит к существенному снижению динамической вязкости жидкости, вследствие чего порог возникновения неустойчивости Рэлея–Тейлора понижается, а конвективные потоки интенсифицируются. Количественно установлено, что за 20 лет миграции загрязнения проникновение примеси в грунтовые воды в неизотермических условиях может возрасти почти в пять раз по сравнению с изотермическим приближением. Полученные результаты свидетельствуют о необходимости совместного учёта температурной зависимости вязкости и внутренних источников тепла при математическом моделировании конвективных процессов в пористых средах.

В связи с этим целью настоящей работы является численное исследование процессов естественной конвекции и теплообмена в рабочей жидкости, заполняющей замкнутую кубическую полость с тепловыделяющим элементом и пористой вставкой, при учёте вязкости и теплопроводности как функций температуры. Проведен анализ влияния переменных теплофизических свойств на структуру течения, температурное поле и интегральные характеристики теплообмена, такие как среднее число Нуссельта и средняя температура источника энергии. В отличие от большинства известных работ, где переменные теплофизические свойства рассматриваются отдельно либо в упрощённых двумерных постановках, в данной статье реализована сопряжённая трёхмерная модель, позволяющая определить, как совместное воздействие указанных параметров тепловой системы сказывается на гидродинамике образующегося течения и интегральных характеристиках теплообмена. Результаты выполненных авторами вычислительных экспериментов углубляют понимание механизмов теплоотвода в сложных тепловых условиях и могут быть полезными при разработке и оптимизации пассивных систем охлаждения.

## 2. Физическая и математическая постановка задачи

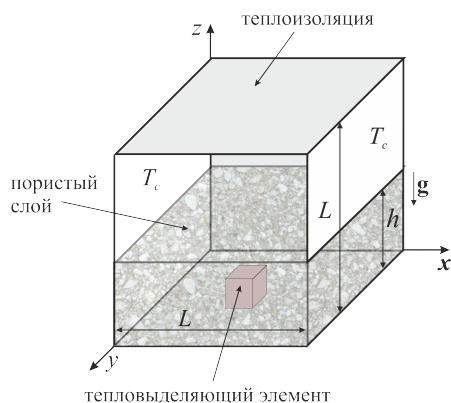


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи

В предлагаемой работе рассматривается тепловая система, схематически изображенная на рисунке 1. Трёхмерная кубическая полость заполнена теплопроводной рабочей средой, вязкость и теплопроводность которой являются функциями температуры:  $\bar{\mu}(T) = \mu_0 \cdot \exp\left(-\xi \frac{T - T_c}{\Delta T}\right)$ ,  $\bar{\lambda}(T) = \lambda_0 \cdot \left(1 + \xi_1 \frac{T - T_c}{\Delta T}\right)$  [21, 22]. В представленных выражениях использованы следующие параметры:  $T$  — размерная температура,  $T_c$  — заданная температура охлаждаемых боковых стенок,  $\Delta T$  — перепад температуры,  $\mu_0$ ,  $\lambda_0$  — значения вязкости и теплопроводности в начальный момент времени,  $\xi$  и  $\xi_1$  — коэффициенты зависимости от температуры, соответственно, вязкости и теплопроводности. В полость введен пористый слой изменяемой высоты, в центре нижней плоскости  $\{x, y\}$  закреплен тепловыделяющий элемент в виде куба размером  $l = 0.2$  относительно длины ребра полости. Рабочей средой служит

ньютоновская жидкость, пористая вставка выполнена из алюминиевой пены, материалом источника тепла служит кремний. Боковые поверхности полости охлаждаются, горизонтальные грани теплоизолированы.

Моделирование ведется в рамках приближения Буссинеска, течение полагается ламинарным. Выбор граничных условий обусловлен практической конфигурацией пассивного охлаждения: тепло отводится через ограниченное

число теплообменных поверхностей, в то время как остальные стенки теплоизолированы. Для записи и решения определяющей системы дифференциальных уравнений используются безразмерные преобразованные переменные «векторный потенциал – вектор завихренности – температура» [23, 24]. При этом векторный потенциал имеет вид:

$$\boldsymbol{\Psi} = \psi_x \mathbf{i} + \psi_y \mathbf{j} + \psi_z \mathbf{k},$$

а вектор завихренности записывается как

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}.$$

Их связывает соотношение

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{\Psi}),$$

и оба выражаются через скорость потока в полости следующим образом:

$$\mathbf{V} = \nabla \times \boldsymbol{\Psi},$$

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{V}.$$

Для каждой части тепловой системы записываются уравнения:

– уравнение энергии, описывающее тепловыделение внутри кубического источника:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\alpha_{hs}/\alpha_f}{\sqrt{\text{RaPr}}} (\nabla^2 \theta + 1); \quad (1)$$

– уравнения для нахождения компонент векторного потенциала, вектора завихренности и уравнение энергии для части с чистой жидкостью [23, 24]:

$$\nabla^2 \boldsymbol{\Psi} = -\boldsymbol{\omega}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} [\nabla^2 (\mu \boldsymbol{\omega}) - \nabla \mu \times (\nabla \times \boldsymbol{\omega}) - D_\mu] + \nabla \times (\theta \mathbf{e}_z), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\sqrt{\text{RaPr}}} (\nabla \cdot (\lambda \nabla \theta)), \quad (4)$$

где  $\nabla \times (\theta \mathbf{e}_z) = \left( \frac{\partial \theta}{\partial y}, -\frac{\partial \theta}{\partial x}, 0 \right)$  — члены, представляющие подъёмную силу,  $D_\mu$  — дополнительные слагаемые со вторыми производными вязкости, возникающие при раскрытии первого члена в правой части уравнения (3)  $\nabla^2 (\mu \boldsymbol{\omega}) = \mu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} + 2(\nabla \mu \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \nabla^2 \mu$ ;

– уравнения для нахождения компонент векторного потенциала, вектора завихренности и уравнение энергии для пористого слоя [25–27]:

$$\nabla^2 \boldsymbol{\Psi} = -\boldsymbol{\omega}, \quad (5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \nabla^2 (\mu \boldsymbol{\omega}) - \frac{\varepsilon \mu}{\text{Da}} \boldsymbol{\omega} - \frac{1}{\text{Da}} \nabla \mu \times \mathbf{V} + \varepsilon^2 \nabla \times (\theta \mathbf{e}_z), \quad (6)$$

$$\eta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \theta = \frac{\alpha_{pm,0}/\alpha_{f,0}}{\sqrt{\text{RaPr}}} (\nabla \cdot (\lambda_{pm} \nabla \theta)). \quad (7)$$

В уравнениях (1)–(7) введены следующие масштабы, безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} x = \bar{x}/L, \quad y = \bar{y}/L, \quad z = \bar{z}/L, \quad \tau = t\sqrt{g\beta\Delta T/L}, \quad \theta = (T - T_c)/(\Delta T), \quad \lambda_f = \bar{\lambda}/\lambda_0, \quad \mu = \bar{\mu}/\mu_0, \\ u = \bar{u}/\sqrt{g\beta\Delta T L}, \quad v = \bar{v}/\sqrt{g\beta\Delta T L}, \quad w = \bar{w}/\sqrt{g\beta\Delta T L}, \quad \psi_x = \bar{\psi}_x/\sqrt{g\beta\Delta T L^3}, \quad \psi_y = \bar{\psi}_y/\sqrt{g\beta\Delta T L^3}, \\ \psi_z = \bar{\psi}_z/\sqrt{g\beta\Delta T L^3}, \quad \omega_x = \bar{\omega}_x\sqrt{L/(g\beta\Delta T)}, \quad \omega_y = \bar{\omega}_y\sqrt{L/(g\beta\Delta T)}, \quad \omega_z = \bar{\omega}_z\sqrt{L/(g\beta\Delta T)}, \\ \Delta T = QL^2/\lambda_{hs}, \text{Pr} = \mu_0/(\rho\alpha), \quad \text{Ra} = \rho g\beta\Delta T L^3/(\alpha\mu_0), \quad \text{Da} = K/L^2, \quad \mu = \exp(-\xi\theta), \quad \lambda_f = 1 + \xi_1\theta. \end{aligned}$$

Кроме того, используются следующие обозначения: индексы  $pm$  — пористый материал,  $f$  — жидкость,  $hs$  — источник энергии,  $s$  — пористый скелет,  $0$  — значения в начальный момент времени;  $t$  — размерное время;  $\lambda_{pm} = \varepsilon(1 + \xi_1\theta) + (1 - \varepsilon)\lambda_s/\lambda_{f,0}$  — закон зависимости теплопроводности пористого материала от температуры, где  $\varepsilon$  — его пористость;  $\rho$  — плотность рабочей среды;  $\beta$  — коэффициент объёмного расширения рабочей среды;  $\lambda_s$  — теплопроводность пористого скелета;  $\alpha_f$ ,  $\alpha_{pm}$ ,  $\alpha_{hs}$  — температуропроводность жидкости, пористого материала и материала источника энергии;  $\eta = \varepsilon + (1 - \varepsilon)(\rho c)_s/(\rho c)_f$  — относительный коэффициент теплоёмкости;  $\theta$  — безразмерная температура;  $\tau$  — безразмерное время;  $\text{Pr}$  — число Прандтля;  $\text{Ra}$  — число Рэлея;  $K$  — проницаемость пористого скелета;  $Q$  — внутренний объёмный тепловой поток тепловыделяющего элемента.

Для сформулированной постановки задачи начальные условия записываются следующим образом:

– при  $\tau = 0$ :

$$\begin{cases} \psi_x = 0, \\ \psi_y = 0, \\ \psi_z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = 0, \\ \omega_y = 0, \\ \omega_z = 0, \end{cases} \quad \theta = 0: \quad 0 < x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1;$$

при  $\tau > 0$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} = 0, \\ \psi_y = 0, \\ \psi_z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = 0, \\ \omega_y = -\frac{\partial w}{\partial x}, \\ \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x}, \end{cases} \quad \theta = 0: \quad x = 0, x = 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1,$$

$$\begin{cases} \psi_x = 0, \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} = 0, \\ \psi_z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = \frac{\partial w}{\partial y}, \\ \omega_y = 0, \\ \omega_z = -\frac{\partial u}{\partial y}, \end{cases} \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0: \quad y = 0, y = 1, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq 1,$$

$$\begin{cases} \psi_x = 0, \\ \psi_y = 0, \\ \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_x = -\frac{\partial v}{\partial z}, \\ \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \omega_z = 0, \end{cases} \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0: \quad z = 0, z = 1, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$$

Граничные условия имеют вид:

– на границе пористая/чистая среда:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi_{pm}}{\partial z} = \frac{\partial \Psi_f}{\partial z}, & \Psi_{pm} = \Psi_f, \\ \frac{\partial \omega_{pm}}{\partial z} = \frac{\partial \omega_f}{\partial z}, & \omega_{pm} = \omega_f, \\ \frac{\partial \theta_{pm}}{\partial z} = \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_f}{\partial z}, \end{cases}$$

– на поверхности источника:

$$\Psi = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{n}^2}, \quad \begin{cases} \theta_{hs} = \theta_{pm}, \\ \lambda_{hs} \frac{\partial \theta_{hs}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial \theta_{pm}}{\partial \mathbf{n}}, \end{cases}$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор единичной нормали к ней.

Уравнения (1)–(7) совместно с начальными и граничными условиями решаются методом конечных разностей на равномерной структурированной сетке [23, 24, 28]. Пространственная дискретизация конвективных и диффузионных членов выполняется по схеме центральных разностей второго порядка точности. Для интегрирования параболических уравнений по времени используется локально одномерная схема Самарского. Полученные системы трёхдиагональных линейных уравнений на каждом дробном временном шаге решаются посредством алгоритма Томаса. Эллиптические уравнения для компонент векторного потенциала (2) и (5) дискретизируются с помощью стандартного пятиточечного шаблона на основе центральных разностей для вторых производных [28]. Полученная система линейных алгебраических уравнений решается методом последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации определяется путём предварительных численных экспериментов для обеспечения быстрой сходимости. На окончательном этапе метод решения реализуются в собственном программном коде на языке программирования C++.

Следует отметить, что подход к решению задачи в переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура» автоматически обеспечивает выполнение уравнения неразрывности на дифференциальном уровне: по определению скорости условие несжимаемости выполняется тождественно без введения уравнения для давления. В отличие от алгоритма SIMPLE, не требуется итерационная коррекция давления и, по сравнению с проекционными методами, исключается решение уравнения Пуассона на каждом временном шаге. Недостатком подхода является необходимость решения не четырёх, как в методе SIMPLE, а шести скалярных эллиптических уравнений, однако для ламинарных течений в замкнутых полостях он хорошо зарекомендовал себя как надёжный и точный инструмент.

На первых этапах проводится всесторонняя верификация предложенного подхода с использованием информации из литературы [29–31]. Результаты авторских вычислений, которые содержит таблица 1, позволяют сопоставить их с данными из работ [29–31]. Сравнимыми параметрами служили среднее число Нуссельта на горячей стенке, а также максимальные значения компонент скорости. В качестве тестовой рассматривалась задача

Таблица 1. Результаты расчётов

| Сравниваемые параметры              | Данные собственных расчётов |                      | Данные других авторов |                        |                     |
|-------------------------------------|-----------------------------|----------------------|-----------------------|------------------------|---------------------|
|                                     | 50×50×50                    | 100×100×100          | [29]                  | [30]                   | [31]                |
|                                     | Ra = 10 <sup>5</sup>        |                      |                       |                        |                     |
| Nu <sub>avg</sub>                   | 4.494                       | 4.378                | 4.339                 | 4.361                  | 4.40                |
| u <sub>max</sub> при<br>x = y = 0.5 | 0.1434<br>(z = 0.14)        | 0.1389<br>(z = 0.15) | 0.1413<br>(z = 0.146) | 0.1468<br>(z = 0.1453) | 0.142<br>(z = 0.15) |
| w <sub>max</sub> при<br>y = z = 0.5 | 0.2471<br>(x = 0.94)        | 0.2466<br>(x = 0.94) | 0.2453<br>(x = 0.936) | 0.2471<br>(x = 0.9353) | 0.245<br>(x = 0.93) |

естественной конвекции в замкнутой кубической полости с изотермическим нагревом и охлаждением боковых граней.

Кроме этого, проводился анализ влияния размера расчётной сетки на получаемые результаты (Рис. 2). Опробовано несколько вариантов числа узлов (30×30×30, 60×60×60, 90×90×90, 120×120×120) при фиксированных безразмерных параметрах: Pr = 7.0, Ra = 10<sup>5</sup>, ε = 0.9, Da = 10<sup>-4</sup>, δ = h/L = 0.5 (высота пористого слоя), ξ = 1.0, ξ<sub>1</sub> = 0.3. На основе расчётных данных для вычислительных экспериментов была выбрана сетка из 90×90×90 узлов. Вычисляемым параметром для определения величины интегрального теплообмена служило

среднее число Нуссельта на поверхности источника: 
$$\text{Nu}_{avg} = -\frac{1}{S_{hs}} \int_0^l \int_0^l \frac{\partial \theta}{\partial n} dS.$$

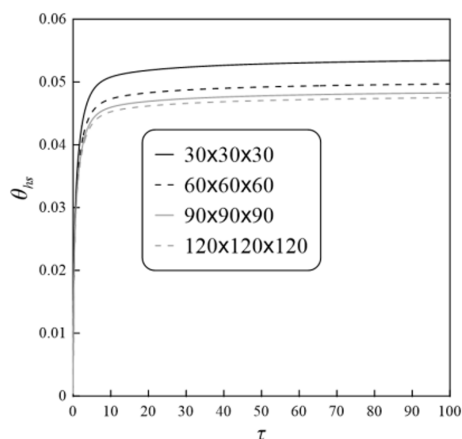


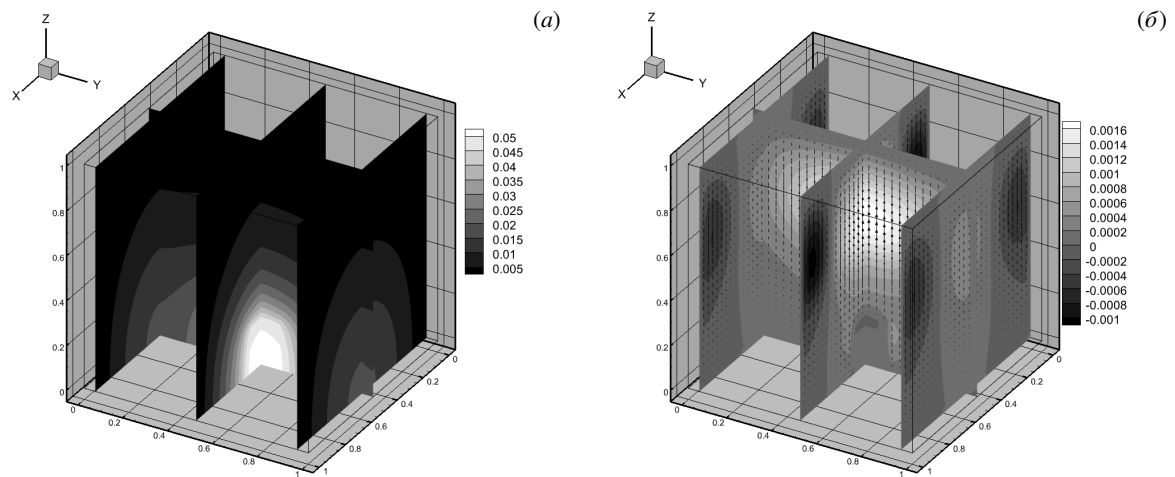
Рис. 2. Распределения средней температуры источника в зависимости от времени при Pr = 7.0, Ra = 10<sup>5</sup>, Da = 10<sup>-4</sup>, δ = 0.5, ε = 0.9, ξ = 1.0, ξ<sub>1</sub> = 0.3 и разных размерах расчётной сетки

### 3. Результаты моделирования

Математическое моделирование проводилось для различных определяющих параметров тепловой системы: Pr = 7.0, Ra = 10<sup>5</sup>, Da = 10<sup>-4</sup>, δ = 0.5, ε = 0.9, ξ = {0.0, 1.0}, ξ<sub>1</sub> = 0.0 ÷ 0.9, τ = 0 ÷ 100. Результаты показаны в виде распределений компонент векторного потенциала, скорости, температуры, а также временных зависимостей интегральных характеристик течения и теплообмена (среднего числа Нуссельта на поверхности источника и средней температуры источника). Особое внимание уделялось оценке влияния переменных теплофизических свойств рабочей среды на гидродинамику течения и теплообмен в рассматриваемой полости.

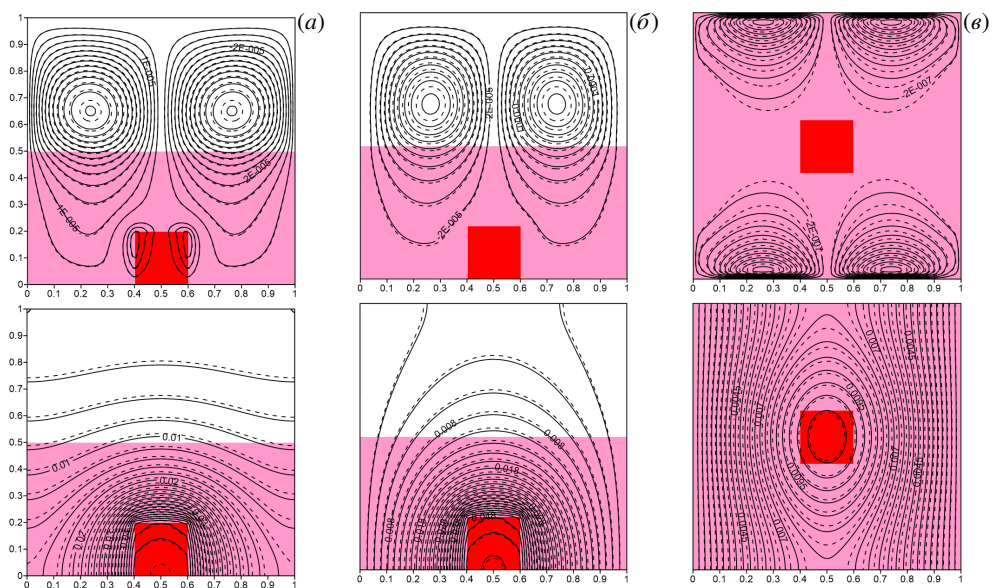
Рисунок 3 содержит распределения поля температуры и вертикальной компоненты скорости внутри полости при стационарном режиме течения (τ = 100) и фиксированных безразмерных параметрах. Видно, что в полости образуется устойчивая конвективная структура, обусловленная локальным нагревом на нижней границе за счёт источника и охлаждения боковых стенок. Основные восходящие потоки возникают вблизи тепловыделяющего элемента, тогда как нисходящие струи формируются вдоль холодных боковых граней полости.

Поле температуры характеризуется сглаженным распределением в области пористого слоя в силу высокой теплопроводности используемой в качестве пористой среды алюминиевой пены. При этом максимальные температурные значения наблюдаются вблизи источника энергии и постепенно снижаются к боковым граням. Максимум вертикальной компоненты скорости локализован в верхней трети полости (z ≈ 0.8), что соответствует классическому гидродинамическому профилю конвективной ячейки в закрытой полости с нижним источником нагрева. Снижение вязкости жидкости вблизи тепловыделяющего элемента (в нижней части полости) способствует интенсификации восходящего потока на начальном участке и общей циркуляции жидкости в полости.



**Рис. 3.** Трёхмерные распределения поля температуры (а) и вертикальной компоненты скорости (б) при  $Pr = 7.0$ ,  $Ra = 10^5$ ,  $Da = 10^{-4}$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.9$ ,  $\xi = 1.0$ ,  $\xi_1 = 0.3$ ,  $\tau = 100$

На рисунке 4 изображены изолинии компонент векторного потенциала  $\psi_x$ ,  $\psi_y$ ,  $\psi_z$ , а также полей температуры в средних по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$  сечениях полости. В любом из сечений имеет место устойчивый симметрично распределённый ламинарный поток жидкости. Сравнительный анализ показывает, что совместный учёт переменной вязкости и теплопроводности приводит к заметному увеличению плотности изолиний векторного потенциала: завихрённость структуры в полости усиливается, интенсивность циркуляции жидкости возрастает. В зоне пористого слоя преобладает режим теплопроводности, в то время как в зоне чистой жидкости доминирует конвективный режим течения.

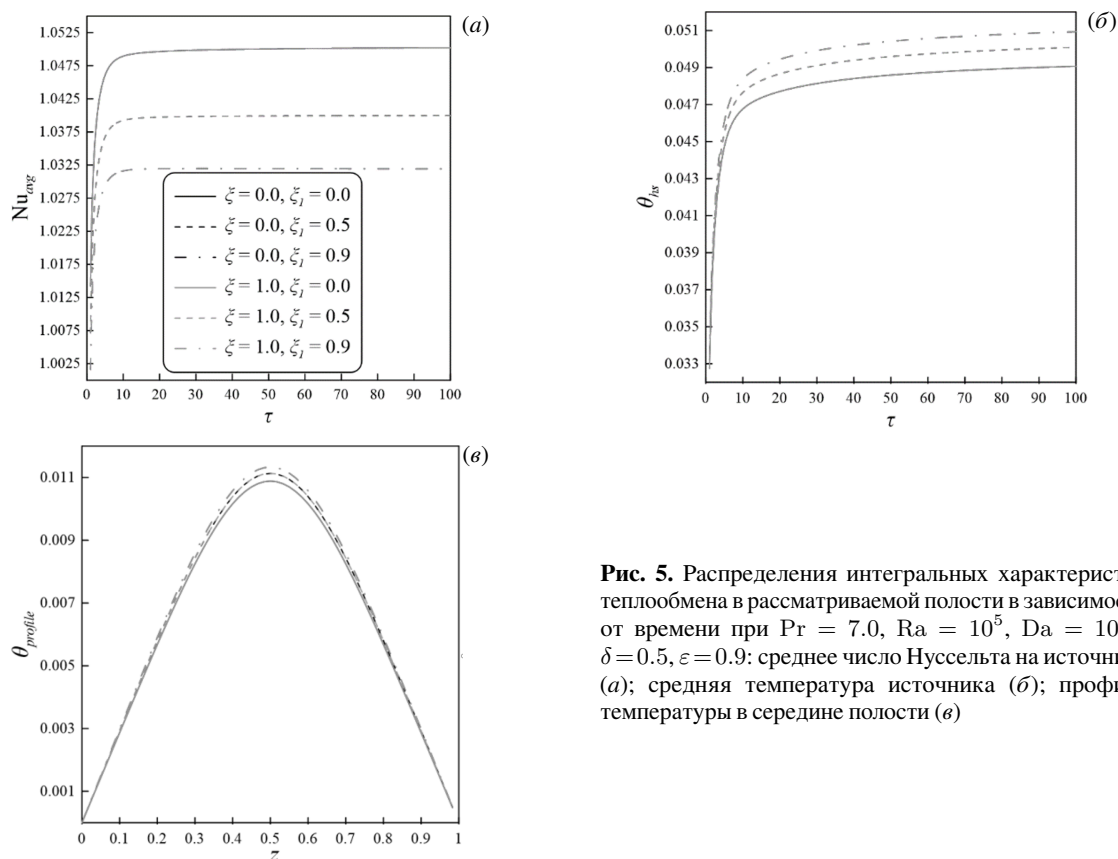


**Рис. 4.** Распределения поля температуры и компонент векторного потенциала при  $Pr = 7.0$ ,  $Ra = 10^5$ ,  $Da = 10^{-4}$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.9$ ,  $\tau = 100$  в средних сечениях по оси  $x$  (а), по оси  $y$  (б), по оси  $z$  (в) в двух случаях:  $\xi = 0.0$ ,  $\xi_1 = 0.0$  (сплошные линии),  $\xi = 1.0$ ,  $\xi_1 = 0.9$  (пунктирные линии)

Температурные поля при переменной теплопроводности характеризуются более равномерным распределением, особенно в пористой области. Это указывает на перераспределение тепловых потоков и снижение локальных температурных градиентов. Одновременно наблюдается смещение областей максимальной скорости в сторону тепловыделяющего элемента. Переход к жидкости с переменными теплофизическими свойствами сопровождается ростом средней температуры в полости: при учёте снижения вязкости при нагреве интенсифицируется конвективное течение и перераспределяется тепловой поток, тогда как с ростом теплопроводности как функции температуры выравнивается температурное поле и снижаются локальные тепловые градиенты, что в совокупности определяет изменение теплового режима источника.

Рисунок 5 иллюстрирует временные распределения среднего числа Нуссельта на поверхности источника энергии и средней температуры нагревателя, а также профиль безразмерной температуры  $\theta$  вдоль оси  $z$  при  $x = y = 0.5$  (центральная вертикаль полости) при фиксированных безразмерных параметрах и разных

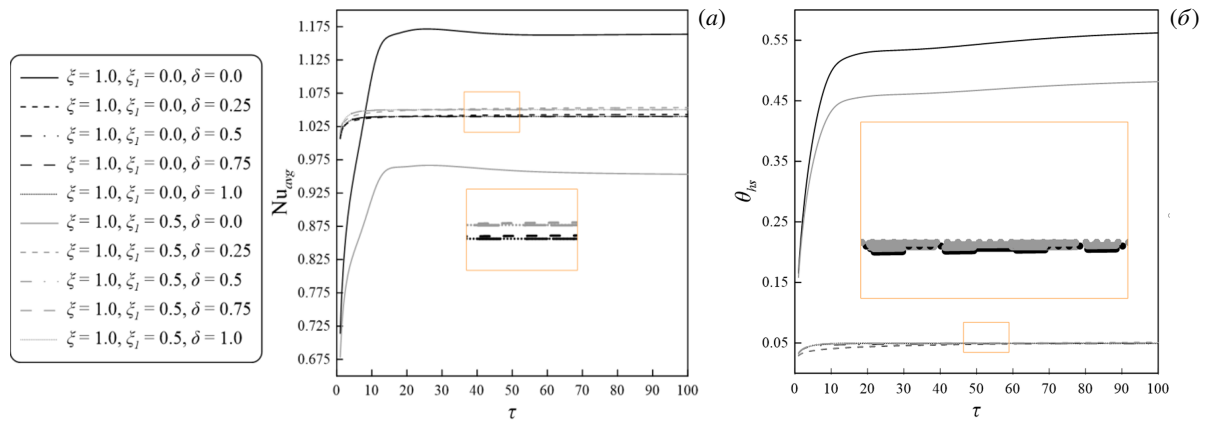
значениях параметров изменения вязкости и теплопроводности рабочей жидкости. Учёт переменной вязкости при фиксированном значении теплопроводности ( $\xi = 1.0$  и  $\xi_1 = 0.0$ ) приводит к незначительному увеличению среднего числа Нуссельта (до 0.5%) и снижению средней температуры источника (до 3.9%) по сравнению со случаем постоянных теплофизических свойств. Данный эффект обусловлен локальным уменьшением вязкости жидкости вблизи нагретого источника и, следовательно, интенсификацией восходящих конвективных потоков. При этом влияние на нестационарность решения незначительно: временные зависимости интегральных характеристик при  $\xi = 0.0$  и  $\xi = 1.0$  практически совпадают, что свидетельствует об отсутствии качественного изменения режима течения.



**Рис. 5.** Распределения интегральных характеристик теплообмена в рассматриваемой полости в зависимости от времени при  $Pr = 7.0$ ,  $Ra = 10^5$ ,  $Da = 10^{-4}$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.9$ : среднее число Нуссельта на источнике (а); средняя температура источника (б); профиль температуры в середине полости (в)

На рисунке 6 представлены временные зависимости среднего числа Нуссельта и средней температуры тепловыделяющего элемента  $\theta_{hs}$  для различных значений относительной высоты пористой вставки  $\delta = h/L$  и параметров переменных теплофизических свойств  $\xi$  и  $\xi_1$ . Увеличение высоты пористой вставки  $\delta$  оказывает двойственное влияние на тепловой режим полости. С одной стороны, при расширении пористой области суммарное гидравлическое сопротивление течению становится больше, подавляется интенсивность конвективного переноса в верхнюю часть полости. С другой стороны, алюминиевая пена обладает высокой теплопроводностью по сравнению с жидкостью, вследствие этого рост  $\delta$  усиливает кондуктивный теплоотвод от источника через пористый скелет. В чистой полости ( $\delta = 0$ ) единственным механизмом является конвекция, инициируемая перепадом температуры между тепловыделителем и боковыми охлаждающими стенками. При введении в систему пористого слоя начинает доминировать кондуктивный эффект от пористой вставки, что отражается в скачке среднего числа Нуссельта и средней температуры источника относительно случая полости без пористого слоя. Увеличение высоты пористого слоя приводит к росту суммарного гидравлического сопротивления течению за счёт подавления интенсивности конвективного переноса в верхнюю часть полости. Варьирование параметра  $\xi_1$  при переменной вязкости наиболее существенно для чистой полости: в ней наблюдается теплообмен с максимальным средним числом Нуссельта и температура источника со снижением значений интегральных характеристик при росте  $\xi_1$ .

Количественный анализ данных из таблицы 2 позволяет выявить ряд закономерностей, не вполне очевидных из приведённых графиков. В отсутствие пористой вставки ( $\delta = 0$ ) единственным механизмом теплоотвода от источника служит свободная конвекция: среднее число Нуссельта принимает максимальное значение  $Nu_{avg} \approx 1.157$  ( $\xi = 0.0$ ,  $\xi_1 = 0.0$ ), а средняя температура источника  $\theta_{hs}$  достигает  $\approx 0.585$ . При большем значении параметра переменной теплопроводности —  $\xi_1 = 0.5$ , и постоянной вязкости число  $Nu_{avg}$  уменьшается до 0.942, а  $\theta_{hs}$  — до 0.496, что составляет около 19 и 15% соответственно. Столь значительный эффект при  $\delta = 0$  обусловлен тем, что в отсутствие пористой вставки рост зависящей от температуры теплопроводности жидкости существенно выравнивает температурное поле и снижает его вертикальные градиенты за счёт подавления движущей силы конвекции.



**Рис. 6.** Распределения интегральных характеристик теплообмена в рассматриваемой полости в зависимости от времени при  $Pr = 7.0$ ,  $Ra = 10^5$ ,  $Da = 10^{-4}$ ,  $\varepsilon = 0.9$ : среднее число Нуссельта на источнике (а); средняя температура источника (б)

**Таблица 2.** Вычисленные значения среднего числа Нуссельта и средней температуры источника при  $Pr = 7.0$ ,  $Ra = 10^5$ ,  $Da = 10^{-4}$ ,  $\varepsilon = 0.9$ ,  $\tau = 100$  и для параметров  $\delta$ ,  $\xi$  и  $\xi_1$

|               | $\xi$ | $\delta$ |        |        |         |         |         |         |         |        |         |
|---------------|-------|----------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|
|               |       | 0.0      |        | 0.25   |         | 0.5     |         | 0.75    |         | 1.0    |         |
|               |       | $\xi_1$  |        |        |         |         |         |         |         |        |         |
|               |       | 0.0      | 0.25   | 0.5    | 0.75    | 1.0     | 0.0     | 0.25    | 0.5     | 0.75   | 1.0     |
| $Nu_{avg}$    | 0.0   | 1.157    | 0.942  | 1.0533 | 1.0430  | 1.0503  | 1.0400  | 1.0503  | 1.0400  | 1.0503 | 1.0400  |
|               | 1.0   | 1.163    | 0.9532 | 1.0534 | 1.0431  | 1.0503  | 1.0400  | 1.0503  | 1.0400  | 1.0503 | 1.0400  |
| $\theta_{hs}$ | 0.0   | 0.585    | 0.4956 | 0.0501 | 0.05126 | 0.04912 | 0.05014 | 0.04923 | 0.05026 | 0.0493 | 0.05034 |
|               | 1.0   | 0.562    | 0.4815 | 0.0501 | 0.05129 | 0.04912 | 0.05014 | 0.04923 | 0.05026 | 0.0493 | 0.05034 |

При введении пористой вставки даже малой высоты ( $\delta = 0.25$ ) наблюдается качественное изменение картины теплообмена: число  $Nu_{avg}$  резко снижается до  $\approx 1.053$ , а  $\theta_{hs}$  падает до  $\approx 0.050$ , то есть более чем на порядок по сравнению со случаем  $\delta = 0$ . Данный скачок обусловлен тем, что высокотеплопроводная алюминиевая пена принимает на себя от источника значительную часть теплового потока и перераспределяет его по объёму полости кондуктивным путём, вследствие чего резко снижается нагрев источника. При наращивании высоты пористого слоя от  $\delta = 0.25$  до  $\delta = 1.0$  значения  $Nu_{avg}$  и  $\theta_{hs}$  практически не изменяются: разброс по числу Нуссельта не превышает 0.03%, а по  $\theta_{hs}$  — 0.02%. Это свидетельствует о том, что уже при  $\delta \geq 0.25$  пористая вставка занимает достаточный объём для полного перераспределения теплового потока, и её большая высота не даёт дополнительного эффекта.

Влияние переменной вязкости ( $\xi = 1.0$ ) на интегральные характеристики при наличии пористой вставки ( $\delta \geq 0.25$ ) оказывается пренебрежимо малым: изменение  $Nu_{avg}$  и  $\theta_{hs}$  при переходе от  $\xi = 0.0$  к  $\xi = 1.0$  не превышает 0.01% для всех рассмотренных значений  $\delta$ . В случае же чистой полости ( $\delta = 0$ ) учёт переменной вязкости приводит к незначительному увеличению  $Nu_{avg}$  (с 1.157 до 1.163, то есть на 0.5%) и снижает  $\theta_{hs}$  (с 0.585 до 0.562, то есть на 3.9%), что согласуется с физическим механизмом: снижение вязкости вблизи горячего источника интенсифицирует конвективное течение и повышает эффективность теплоотвода. Переменная теплопроводность ( $\xi_1 = 0.5$ ) при  $\delta \geq 0.25$  также мало сказывается на процессе: изменение порядка 0.01% по  $Nu_{avg}$  и 0.02% по  $\theta_{hs}$ , в то время как при  $\delta = 0$  этот эффект существен ( $\approx 19\%$  по  $Nu_{avg}$ ). Таким образом, пористая вставка практически подавляет чувствительность интегральных характеристик к связи теплофизических свойств жидкости с температурой, тогда как в отсутствие пористого слоя данная зависимость оказывает определяющее влияние на тепловой режим системы.

Таким образом, анализ полученных авторами результатов подтверждает, что учёт температурной зависимости теплофизических свойств рабочей жидкости является принципиально важным для корректного описания гидродинамики и теплообмена в полостях с пористыми вставками и локальными источниками тепла.

#### 4. Выводы

В рамках выполненного исследования проведено комплексное численное моделирование процессов естественной конвекции и теплообмена в замкнутой кубической полости с локальным тепловыделяющим элементом и частичным заполнением высокотеплопроводным пористым материалом. Основное внимание уделено учёту температурной зависимости вязкости и теплопроводности рабочей жидкости, что позволило уточнить

механизмы формирования гидродинамической и тепловой структур в подобных системах.

На основе решения трёхмерной сопряжённой задачи в безразмерных переменных «векторный потенциал – вектор завихрённости – температура» методом конечных разностей второго порядка точности с локально одномерной схемой Самарского установлено:

- 1) Учет температурной зависимости вязкости приводит к ее локальному снижению вблизи нагревателя, что способствует интенсификации восходящих конвективных потоков, увеличению циркуляции жидкости в полости и росту максимальных значений вертикальной компоненты скорости. При отсутствии пористой вставки учёт данного фактора незначительно повышает среднее число Нуссельта (до 0.5%) и снижает среднюю температуру источника (до 3.9%).
- 2) Вклад переменной теплопроводности проявляется в выравнивании температурного поля, уменьшении локальных градиентов температуры и ослаблении конвективной составляющей теплообмена. В чистой полости вследствие увеличения параметра температурной зависимости теплопроводности снижается среднее число Нуссельта на 19% и средняя температура нагревателя на 15%.
- 3) Совместное действие на течение в полости переменных вязкости и теплопроводности носит линейный характер и определяется конкуренцией двух механизмов: интенсификации течения за счёт снижения вязкости и стабилизации температурного поля вследствие роста теплопроводности.
- 4) Введение в полость пористой вставки из алюминиевой пены даже малой относительной высоты ( $\delta = 0.25$ ) кардинально изменяет тепловой режим: средняя температура источника снижается более чем на порядок, а чувствительность интегральных характеристик к температурной зависимости свойств жидкости становится пренебрежимо малой (изменения не превышают 0.03%). Дальнейшее увеличение высоты пористого слоя ( $\delta \geq 0.25$ ) не приводит к значимому дополнительному эффекту.
- 5) Разработанный численный алгоритм верифицирован по эталонным данным для естественной конвекции в кубической полости; расхождение по среднему числу Нуссельта не превышает 2–3%, что подтверждает его достоверность и применимость для анализа рассматриваемого класса задач.

Полученные результаты имеют прямое практическое значение для проектирования пассивных систем охлаждения электронных модулей, аккумуляторных батарей и энергетических установок. Показано, что использование теплоносителей с выраженным снижением вязкости при нагреве позволяет интенсифицировать теплоотвод без изменения геометрии системы, однако при наличии высокотеплопроводной пористой вставки зависимость теплофизических свойств жидкости от температуры перестаёт быть критически важным фактором. Представленная математическая модель и реализующий её авторский программный код на языке C++ могут использоваться для оценки эффективности теплоотвода в трёхмерных конфигурациях с локальными источниками энергии.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 24-71-00029).

## Литература

1. Amini Y., Abbasirad M.H., Babaie Rabiee M. Innovative approaches to thermal energy storage: The role of porous media and rotational techniques // *Journal of Energy Storage*. 2025. Vol. 121. 116569. DOI: 10.1016/j.est.2025.116569
2. Rashed Z.Z., Ahmed S.E. Thermal, solutal, and radiative oscillatory behavior in vibrating inclined chambers with Non-Darcy porous media // *Case Studies in Thermal Engineering*. 2025. Vol. 73. 106592. DOI: 10.1016/j.csite.2025.106592
3. Shi X., Zha Z., Zhang X., Rao B., Xu X., Qiu S., Xu P. Recent advances in heat transfer enhancement with gradient porous materials // *Next Energy*. 2025. Vol. 8. 100369. DOI: 10.1016/j.nxener.2024.100369
4. Hasan A., Ali M.M., Hossain S., Siam N.H., Rony A., Shohan A.-A. A Comprehensive Review on Natural Convection in Various Shaped Enclosures by FEM: Engineering Applications // *South African Journal of Chemical Engineering*. 2025. Vol. 54. P. 308–334. DOI: 10.1016/j.sajce.2025.01.015
5. Shi J., Chai X., Cao R., Fang J., Cheng L., Chen J. Numerical analysis of mass and heat transfer mechanisms in microscale porous media with varying pore throat sizes // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2025. Vol. 240. 126658. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.126658
6. Mohammadpour A., Paluszny A., Zimmerman R.W. A robust 3D finite element framework for monolithically coupled thermo-hydro-mechanical analysis of fracture growth with frictional contact in porous media // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2025. Vol. 434. 117557. DOI: 10.1016/j.cma.2025.117557
7. Sgreva N.R., Métivier C., Teixeira A., Le T.D., Leclerc S. Experimental velocity and temperature measurements for natural convection in a highly porous medium // *International Journal of Thermal Sciences*. 2024. Vol. 205. 109257. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2024.109257
8. Yang X., Shao Q., Hoteit H., Carrera J., Younes A., Fahs M. Three-dimensional natural convection, entropy generation and mixing in heterogeneous porous medium // *Advances in Water Resources*. 2021. Vol. 155. 103992. DOI: 10.1016/j.advwatres.2021.103992
9. Kruthik P.S., Idris R., Siddheshwar P.G. Study of internal heat source generated natural convection with sinusoidal and non-sinusoidal time-periodic vertical oscillations // *Results in Engineering*. 2025. Vol. 27. 106047. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.106047

10. Li J., Gao Z., Cao L., Chen Z. A local parallel fully mixed finite element method for superposed fluid and porous layers // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2026. Vol. 472. 116798. DOI: 10.1016/j.cam.2025.116798
11. Mahajan A., Raj M. The impact of internal heating on natural convection in a rectangular porous container // *Chinese Journal of Physics*. 2024. Vol. 90. P. 651–663. DOI: 10.1016/j.cjph.2024.05.049
12. Handawy M.K.M., Abdelmotalib H.M., Harby K., Alahmadi Y.H., Ghazy M. Recent developments in natural energy storage, porous, and wick materials used with solar stills for enhanced production, economic performance, and sustainability: A comprehensive review // *Process Safety and Environmental Protection*. 2025. Vol. 202. 107687. DOI: 10.1016/j.psep.2025.107687
13. Seo Y.M., Park Y.G. Three-dimensional natural convection in an enclosure with four cylinders: Effects of vertical spacing on flow and heat transfer // *Case Studies in Thermal Engineering*. 2025. Vol. 74. 106763. DOI: 10.1016/j.csite.2025.106763
14. Yadav D., Awasthi M.K., Ragoju R., Bhattacharyya K., Kodi R., Wang J. The impact of rotation on the onset of cellular convective movement in a casson fluid saturated permeable layer with temperature dependent thermal conductivity and viscosity deviations // *Chinese Journal of Physics*. 2024. Vol. 91. P. 262–277. DOI: 10.1016/j.cjph.2024.07.020
15. Колпаков А. Охлаждение силовых модулей: проблемы и решения. Часть 2 // *Силовая электроника*. 2012. № 4. С. 54–59.
16. Демин В.А., Петухов М.И. Влияние зависимости вязкости от температуры на стационарные конвективные течения в ячейке Хеле-Шоу // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика»*. 2017. Т. 9, № 2. С. 47–54. DOI: 10.14529/mmph170206
17. Nour M.M., Nabwey H.A., Rehman A., Ashraf M., Rashad A.M., Awad M.M. Thermal management of unstable convective heat transfer with temperature dependent viscosity // *Case Studies in Thermal Engineering*. 2025. Vol. 76. 107391. DOI: 10.1016/j.csite.2025.107391
18. He B., Lu S., Gao D., Chen W., Lin F. Lattice Boltzmann simulation of double diffusive natural convection in heterogeneously porous media of a fluid with temperature-dependent viscosity // *Chinese Journal of Physics*. 2020. Vol. 63. P. 186–200. DOI: 10.1016/j.cjph.2019.10.027
19. Любимова Т.П. Вторичные режимы конвекции жидкости с вязкостью, зависящей от температуры, в плоском вертикальном слое // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2018. Т. 11, № 4. С. 369–377. DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.4.27
20. Parshakova Y., Kataev R., Kartavykh N., Viskov M., Ivantsov A. Influence of Self-Heating on Landfill Leachate Migration // *Fluids*. 2024. Vol. 9. 263. DOI: 10.3390/fluids9110263
21. Umavathi J.C. Combined Effect of Variable Viscosity and Variable Thermal Conductivity on Double-Diffusive Convection Flow of a Permeable Fluid in a Vertical Channel // *Transport in Porous Media*. 2015. Vol. 108. P. 659–678. DOI: 10.1007/s11242-015-0494-9
22. Umavathi J.C. Free convective flow in a vertical rectangular duct filled with porous matrix for viscosity and conductivity variable properties // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 81. P. 383–403. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.10.054
23. Astanina M.S., Rashidi M.M., Sheremet M.A., Lorenzini G. Effect of porous insertion on convective energy transport in a chamber filled with a temperature-dependent viscosity liquid in the presence of a heat source term // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 144. 118530. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.118530
24. Астанина М.С., Шеремет М.А. Математическое моделирование естественной конвекции в пористом кубе под воздействием неравномерного нагрева боковой стенки // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика*. 2023. № 3. С. 39–50.
25. Марышев Б.С., Паршакова Я.Н., Иванцов А.О., Зубова Н.А. Вынос из придонного слоя речных систем загрязнений, накопленных в процессе сброса воды, содержащей продукты промышленной переработки // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2022. Т. 15, № 2. С. 209–222. DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.2.16
26. Lyubimova T.P., Lyubimov D.V., Baydina D.T., Kolchanova E.A., Tsiherkin K.B. Instability of plane-parallel flow of incompressible liquid over a saturated porous medium // *Physical Review E*. 2016. Vol. 94. 013104. DOI: 10.1103/PhysRevE.94.013104
27. Parshakova Y., Ivantsov A. Dynamics of Pollution in the Hyporheic Zone during Industrial Processing Brine Discharge // *Water*. 2022. Vol. 14. 4006. DOI: 10.3390/w14244006
28. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
29. Hinojosa J.F., Cervantes-de Gortari J. Numerical simulation of steady-state and transient natural convection in an isothermal open cubic cavity // *Heat and Mass Transfer*. 2010. Vol. 46. P. 595–606. DOI: 10.1007/s00231-009-0584-8
30. Бессонов О.А., Брайловская В.А., Никитин С.А., Полежаев В.И. Тест для численных решений трехмерной задачи о естественной конвекции в кубической полости // *Математическое моделирование*. 1999. Т. 11, № 12. С. 51–58.
31. Kramer J., Ravnik J., Jecl R., Škerget L. Simulation of 3D flow in porous media by boundary element method // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2011. Vol. 35, no. 12. P. 1256–1264. DOI: 10.1016/j.enganabound.2011.06.002

### Сведения об авторах:

Астанина Марина Сергеевна (корр.), кфмн, нс, Национальный исследовательский Томский государственный университет (НИ ТГУ), 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36; e-mail: astanina.marina@bk.ru; ORCID: 0000-0003-0397-1358

Шеремет Михаил Александрович, дфмн, проф., внс, НИ ТГУ; e-mail: sheremet@math.tsu.ru; ORCID: 0000-0002-4750-0227

*Research article*

## The effect of variable thermophysical properties of the working fluid on the processes of natural convection in a closed partially porous cube with a heater

*M.S. Astanina, M.A. Sheremet*

*Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation*

The present paper deals with a numerical investigation of natural convection and heat transfer in a closed cubical partially porous cavity with a local heat-generating cubical element at the bottom wall. The working fluid is an incompressible fluid with temperature-dependent viscosity and thermal conductivity. The mathematical model is based on the Boussinesq approximation and a system of equations written in terms of «vector potential – vorticity vector – temperature» variables. The governing equations are solved numerically using the second-order finite difference method and locally one-dimensional Samarskii scheme for time integration. The developed numerical approach is verified by comparing the obtained results with the known solutions of the classical problem of natural convection in a differentially heated cubic cavity. A parametric analysis is carried out to examine the effects of temperature dependence of viscosity and thermal conductivity of the fluid, as well as the height of the porous layer on the flow structure and heat transfer. The results demonstrate that temperature-dependent viscosity causes the intensification of convective motion near the heat source and enhances the general fluid circulation in the cavity. An increase in the parameter of thermal conductivity variation leads to a more uniform temperature distribution and a reduction of local thermal gradients. It has been shown that the combined effect of variable viscosity and thermal conductivity changes the average Nusselt number and the thermal regime of the heat-generating element. The hydrodynamics of the process can be significantly improved by introducing a porous layer, which allows decreasing of overheating of the energy source. These findings serve as a basis for selecting coolants with a specified temperature dependence of rheological properties that provide an intensive heat removal near the fuel elements. In particular, the use of fluids with a pronounced decrease of viscosity at heating makes it possible to increase the efficiency of convective heat transfer without changing the geometry of the cooling system.

**Keywords:** porous layer, heat-generating cubical element, free convection, fluid circulation, finite difference method, variable thermal conductivity, variable viscosity

*Received:* 13.02.2026 / *Published online:* 05.08.2026

### Acknowledgements

This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 24-71-00029).

### References

1. Amini Y., Abbasirad M.H., Babaie Rabiee M. Innovative approaches to thermal energy storage: The role of porous media and rotational techniques. *Journal of Energy Storage*. 2025. Vol. 121. 116569. DOI: 10.1016/j.est.2025.116569
2. Rashed Z.Z., Ahmed S.E. Thermal, solutal, and radiative oscillatory behavior in vibrating inclined chambers with Non-Darcy porous media. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2025. Vol. 73. 106592. DOI: 10.1016/j.csite.2025.106592
3. Shi X., Zha Z., Zhang X., Rao B., Xu X., Qiu S., Xu P. Recent advances in heat transfer enhancement with gradient porous materials. *Next Energy*. 2025. Vol. 8. 100369. DOI: 10.1016/j.nxener.2024.100369
4. Hasan A., Ali M.M., Hossain S., Siam N.H., Rony A., Shohan A.-A. A Comprehensive Review on Natural Convection in Various Shaped Enclosures by FEM: Engineering Applications. *South African Journal of Chemical Engineering*. 2025. Vol. 54. P. 308–334. DOI: 10.1016/j.sajce.2025.01.015
5. Shi J., Chai X., Cao R., Fang J., Cheng L., Chen J. Numerical analysis of mass and heat transfer mechanisms in microscale porous media with varying pore throat sizes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2025. Vol. 240. 126658. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.126658
6. Mohammadpour A., Paluszny A., Zimmerman R.W. A robust 3D finite element framework for monolithically coupled thermo-hydro-mechanical analysis of fracture growth with frictional contact in porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2025. Vol. 434. 117557. DOI: 10.1016/j.cma.2025.117557
7. Sgreva N.R., Métivier C., Teixeira A., Le T.D., Leclerc S. Experimental velocity and temperature measurements for natural convection in a highly porous medium. *International Journal of Thermal Sciences*. 2024. Vol. 205. 109257. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2024.109257
8. Yang X., Shao Q., Hoteit H., Carrera J., Younes A., Fahs M. Three-dimensional natural convection, entropy generation and mixing in heterogeneous porous medium. *Advances in Water Resources*. 2021. Vol. 155. 103992. DOI: 10.1016/j.advwatres.2021.103992

9. *Kruthik P.S., Idris R., Siddheshwar P.G.* Study of internal heat source generated natural convection with sinusoidal and non-sinusoidal time-periodic vertical oscillations. *Results in Engineering*. 2025. Vol. 27. 106047. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.106047
10. *Li J., Gao Z., Cao L., Chen Z.* A local parallel fully mixed finite element method for superposed fluid and porous layers. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2026. Vol. 472. 116798. DOI: 10.1016/j.cam.2025.116798
11. *Mahajan A., Raj M.* The impact of internal heating on natural convection in a rectangular porous container. *Chinese Journal of Physics*. 2024. Vol. 90. P. 651–663. DOI: 10.1016/j.cjph.2024.05.049
12. *Handawy M.K.M., Abdelmotalib H.M., Harby K., Alahmadi Y.H., Ghazy M.* Recent developments in natural energy storage, porous, and wick materials used with solar stills for enhanced production, economic performance, and sustainability: A comprehensive review. *Process Safety and Environmental Protection*. 2025. Vol. 202. 107687. DOI: 10.1016/j.psep.2025.107687
13. *Seo Y.M., Park Y.G.* Three-dimensional natural convection in an enclosure with four cylinders: Effects of vertical spacing on flow and heat transfer. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2025. Vol. 74. 106763. DOI: 10.1016/j.csite.2025.106763
14. *Yadav D., Awasthi M.K., Ragoju R., Bhattacharyya K., Kodi R., Wang J.* The impact of rotation on the onset of cellular convective movement in a casson fluid saturated permeable layer with temperature dependent thermal conductivity and viscosity deviations. *Chinese Journal of Physics*. 2024. Vol. 91. P. 262–277. DOI: 10.1016/j.cjph.2024.07.020
15. *Kolpakov A.* Okhlazhdeniye silovyykh moduley: problemy i resheniya. Chast' 2. *Silovaya elektronika*. 2012. No. 4. P. 54–59.
16. *Demin V.A., Petukhov M.I.* The effect of temperature dependence of viscosity on stationary convective flows in a Hele-Shaw cell. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematics. Mechanics. Physics*. 2017. Vol. 9, no. 2. P. 47–54. DOI: 10.14529/mmph170206
17. *Nour M.M., Nabwey H.A., Rehman A., Ashraf M., Rashad A.M., Awad M.M.* Thermal management of unstable convective heat transfer with temperature dependent viscosity. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2025. Vol. 76. 107391. DOI: 10.1016/j.csite.2025.107391
18. *He B., Lu S., Gao D., Chen W., Lin F.* Lattice Boltzmann simulation of double diffusive natural convection in heterogeneously porous media of a fluid with temperature-dependent viscosity. *Chinese Journal of Physics*. 2020. Vol. 63. P. 186–200. DOI: 10.1016/j.cjph.2019.10.027
19. *Lyubimova T.P.* Secondary regimes of convection of fluid with temperature-dependent viscosity in infinite vertical layer. *Computational Continuum Mechanics*. 2018. Vol. 11, no. 4. P. 369–377. DOI: 10.7242/1999-6691/2018.11.4.27
20. *Parshakova Y., Kataev R., Kartavykh N., Viskov M., Ivantsov A.* Influence of Self-Heating on Landfill Leachate Migration. *Fluids*. 2024. Vol. 9. 263. DOI: 10.3390/fluids9110263
21. *Umayathi J.C.* Combined Effect of Variable Viscosity and Variable Thermal Conductivity on Double-Diffusive Convection Flow of a Permeable Fluid in a Vertical Channel. *Transport in Porous Media*. 2015. Vol. 108. P. 659–678. DOI: 10.1007/s11242-015-0494-9
22. *Umayathi J.C.* Free convective flow in a vertical rectangular duct filled with porous matrix for viscosity and conductivity variable properties. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 81. P. 383–403. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.10.054
23. *Astanina M.S., Rashidi M.M., Sheremet M.A., Lorenzini G.* Effect of porous insertion on convective energy transport in a chamber filled with a temperature-dependent viscosity liquid in the presence of a heat source term. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 144. 118530. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.118530
24. *Astanina M.S., Sheremet M.A.* Mathematical modeling of natural convection in a porous cube under the influence of non-uniform heating of the side wall. *Proceeding of Voronezh state university. Series: Physics. Mathematics*. 2023. No. 3. P. 39–50.
25. *Maryshev B.S., Parshakova Y.N., Ivantsov A.O., Zubova N.A.* Removal of pollution accumulated in the process of wastewater discharge from the bottom layer of river systems. *Computational Continuum Mechanics*. 2022. Vol. 15, no. 2. P. 209–222. DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.2.16
26. *Lyubimova T.P., Lyubimov D.V., Baydina D.T., Kolchanova E.A., Tsiberkin K.B.* Instability of plane-parallel flow of incompressible liquid over a saturated porous medium. *Physical Review E*. 2016. Vol. 94. 013104. DOI: 10.1103/PhysRevE.94.013104
27. *Parshakova Y., Ivantsov A.* Dynamics of Pollution in the Hyporheic Zone during Industrial Processing Brine Discharge. *Water*. 2022. Vol. 14. 4006. DOI: 10.3390/w14244006
28. *Roache P.J.* *Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers, 1976. 446 p.
29. *Hinojosa J.F., Cervantes-de Gortari J.* Numerical simulation of steady-state and transient natural convection in an isothermal open cubic cavity. *Heat and Mass Transfer*. 2010. Vol. 46. P. 595–606. DOI: 10.1007/s00231-009-0584-8
30. *Bessonov O.A., Brailovskaya V.A., Nikitin S.A., Polezhaev V.I.* Test for numerical solutions of the three-dimensional natural convection in cube. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 1999. Vol. 11, no. 12. P. 51–58.
31. *Kramer J., Ravnik J., Jecl R., Škerget L.* Simulation of 3D flow in porous media by boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2011. Vol. 35, no. 12. P. 1256–1264. DOI: 10.1016/j.enganabound.2011.06.002