

Научная статья

Моделирование водородной деградации металлической трубы под давлением

*Т.В. Зиновьева, А.К. Беляев**Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация*

Моделирование влияния водорода на прочность металлической конструкции – актуальная проблема. Опасность воздействия водорода заключается в том, что зачастую процесс происходит без видимых внешних признаков, а последствия проявляются только в момент разрушения. Взаимодействие водорода с металлом приводит к изменению механических свойств последнего и, как следствие, к перераспределению напряжений внутри изготовленной из него конструкции. Вследствие модификации внутренних напряжений, в свою очередь, создаются другие условия для диффузии водорода. В результате возникает сложная взаимосвязь, которую необходимо учитывать при расчетах прочности реальных конструкций. В работе предлагается математическая модель процесса деградации материала трубы под воздействием внутреннего давления водородосодержащей среды. Рассматриваются два континуума: твердое деформируемое тело и свободно диффундирующий водород, который при определенных условиях присоединяется к атомам металла и становится связанным. При этом водород поглощает энергию из кристаллической решетки, что и является причиной ухудшения механических свойств металла. Поскольку процесс взаимодействия водорода и металла протекает очень медленно, полагается, что он квазистационарен. Осуществлено моделирование взаимного влияния диффузии водорода и напряженно-деформированного состояния трубы на внедрение водорода в металл и ухудшение его механических свойств. Разработан итерационный алгоритм расчета эволюции состояния во времени трубы, ослабляемой водородом. Проведены численные расчеты механических напряжений, концентраций свободного и связанного водорода в трубе, а также изменения модуля упругости металла в результате накопления поврежденности. Расчеты показали, что некоторые сочетания концентрации водорода и давления на стенку трубы могут привести к образованию в ней пор и окружающих трещин.

Ключевые слова: водородная деградация металла, концентрация водорода, напряжения в трубе, диффузия, связанная задача, водородное растрескивание, итерационный процесс

Получение: 27.02.2026 / *Публикация онлайн:* 05.08.2026

УДК 539.3

1. Введение

Конструкционные элементы различного оборудования нефтеперерабатывающей и химической промышленности в процессе эксплуатации контактируют с водородосодержащими средами. В литературе описаны многочисленные аварии, спровоцированные воздействием водорода. Атомы водорода, обладая малым размером, способны проникать в металлы, растворяться в них и изменять их свойства. Водородное воздействие на металл опасно тем, что оно не проявляет себя вплоть до разрушения конструкции, которое происходит неожиданно и зачастую вызывает значительный материальный ущерб. Моделирование влияния водорода на механическую прочность конструкций — актуальная научно-техническая проблема.

По теме водородного охрупчивания сталей существует большое число исследований, их обзоры можно найти, например, в работах [1–3], но, тем не менее, остается еще много нерешенных вопросов. Авторы [4] отмечают недостаточную изученность воздействия водорода на конструкции, в которых он транспортируется и хранится. Ими же зафиксировано образование вздутий и трещин на поверхности трубных сталей вследствие контакта с водородом. В работе [5] собраны и проанализированы экспериментальные данные по влиянию водорода на механические характеристики металлических конструкций под нагрузкой. Там, в частности, отмечено, что водород, проникая в растянутые зоны конструкций, накапливается в них и приводит к изменению механических свойств материала, но только после достижения некоторой критической концентрации. Когда же концентрация доходит до предельного значения, изменение механических свойств затормаживается, несмотря на продолжающееся насыщение материала водородом.

Процессы наводороживания материалов протекают наиболее интенсивно при высоких температурах и давлениях и сопровождаются химическими превращениями в материале. Взаимодействуя с углеродом водород вступает в реакцию, образуется метан, металл теряет углерод, вследствие чего его прочностные свойства снижаются. В зависимости от параметров воздействия этот процесс может протекать без растрескивания металла, либо приводить к разрушению [6].

Экспериментально установлено, что при одностороннем давлении водорода в трубчатых образцах изменение механических свойств материала стенок происходит неоднородно. Так, в работе [7] приведены эпюры распределений концентрации углерода и некоторых механических характеристик углеродистой стали стенки реактора после его эксплуатации. На эпюрах можно выделить три слоя: внутренний, где произошло практически полное обезуглероживание и снижение свойств материала до некоторого предела; наружный, в котором свойства сохранились; промежуточный с частичным изменением свойств. Изменение механических свойств материала конструкции под воздействием водорода вызывает перераспределение напряжений в ней, что, в свою очередь, влияет на диффузию водорода. Этот процесс остается неустановившимся до тех пор, пока состояние конструкции не стабилизируется, либо она не разрушится [5]. Разработка подходов, позволяющих учитывать эту взаимосвязь при расчетах на прочность реальных конструкций, остается актуальной.

Цель данной работы — математическое моделирование и расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) упругой полый трубы под давлением (как внешним, так и внутренним) с изменяющейся в результате водородной деградации структурой материала стенки. Исследование является продолжением работы [8], но, в отличие от применяемой там модели, учитывается концентрация связанного водорода за счет введения в уравнения скорости его образования. Таким путем достигается возможность оценить в металле длительность процесса его насыщения водородом и деградацию механических свойств.

2. Основные уравнения биконтинуальной модели

Для решения задачи взаимодействия стенки полый трубы с водородом в работе [9] использована биконтинуальная модель. Отмечается, что при выполнении некоторых условий свободно диффундирующий водород, присоединяясь к атомам металла, поглощает энергию кристаллической решетки. Происходит наводороживание металла, которое ведет к ухудшению его механических свойств. В работе [9] также предполагается наличие в металле трубы двух групп водорода: диффузно-подвижного (свободного) и связанного. Однако движение свободного водорода при этом описывается уравнением диффузии, и сформулированы иные условия перехода водорода в связанное состояние.

2.1. Уравнение диффузии водорода в напряженном теле

Радиус-вектор точки тела в связанной с ним системе координат обозначим $\mathbf{r}$, а поля массовых концентраций диффузно-подвижного и связанного водорода в теле, зависящие от времени t , соответственно, — $C^-(\mathbf{r}, t)$ и $C^+(\mathbf{r}, t)$. Уравнение баланса массы водорода для произвольного объема тела вместе с законом диффузии Фика приводит к уравнению:

$$\nabla \cdot (D \nabla C^-) + b = \frac{\partial C^-}{\partial t} + \frac{\partial C^+}{\partial t}, \quad (1)$$

где ∇ — оператор Гамильтона. В процессе диффузии водород может высвобождаться или захватываться ловушками различной природы (микротрещинами, дислокациями и другим). Это явление можно описать, если ввести в модель объемные источники с плотностью $b(\mathbf{r}, t)$ (количеством водорода, выделяемым или поглощаемым внутренними источниками в единице объема стали за единицу времени) [10].

В уравнении (1) для учета влияния НДС тела на проницаемость водорода введен коэффициент диффузии D , зависящий от напряжений. В работах [11, 12] утверждается, что умеренные растягивающие напряжения повышают коэффициент диффузии водорода в стали, поскольку из-за увеличения объема элементарной ячейки диффузия водорода облегчается. Когда же напряжение приближается к пределу текучести, диффузия замедляется вследствие образования дефектов решетки. Отметим, что в экспериментах изучался поток водорода, перпендикулярный направлению приложения к образцу одноосной нагрузки, поэтому в рассматриваемой далее осесимметричной задаче для трубы коэффициент диффузии будет функцией окружных напряжений. Эта зависимость построена по данным, приведенным в упомянутых работах (см. [8]).

2.2. Об определяющем соотношении

В дополнение к уравнению (1) необходимо описать превращение диффузно-подвижного водорода в связанный. Предположим сначала, что скорость этого превращения пропорциональна обеим концентрациям:

$$\frac{\partial C^+}{\partial t} = \alpha C^- + \beta C^+, \quad (2)$$

где α и β — коэффициенты, зависящие от механических напряжений в теле и температуры. Тогда из (1) и (2) следует система дифференциальных уравнений для нахождения полей концентрации водорода в теле. Рассмотрим далее случай, когда эти поля зависят от времени и только от одной пространственной координаты r , и предположим, что объемные источники b отсутствуют. Разыскивая решение в виде

$$C^-(r, t) = e^{\psi r} C^-(t), \quad C^+(r, t) = e^{\psi r} C^+(t) \quad (\psi = \text{const}),$$

и учитывая, что

$$\nabla \cdot (D \nabla C^-) = F(r, \psi) e^{\psi r} C^-(t),$$

приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами:

$$\dot{\mathbf{C}} = \mathbf{A} \mathbf{C}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} C^-(t) \\ C^+(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} F(r, \psi) - \alpha & -\beta \\ \alpha & \beta \end{pmatrix}.$$

Полагая зависимость от времени экспоненциальной, получаем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\mathbf{C} = \tilde{\mathbf{C}} e^{nt} \Rightarrow (\mathbf{A} - n\mathbf{E}) \tilde{\mathbf{C}} = 0, \quad (3)$$

где $\mathbf{E}$ — единичная матрица. Условием существования ненулевого решения системы (3) является равенство нулю ее определителя:

$$n^2 + (F(r, \psi) - \alpha + \beta)n + F(r, \psi)\beta = 0. \quad (4)$$

Разумно предполагать, что в условиях реальной эксплуатации конструкции процесс перераспределения в ней концентрации диффузно-подвижного водорода в какой-то момент времени стабилизируется. Интерес представляют только такие стационарные решения, которым отвечают кратные нулевые корни уравнения (4), то есть существование стационарного решения возможно только в двух случаях: 1) $\beta = 0$, $F(r, \psi) - \alpha = 0$. 2) $F(r, \psi) = 0$, $\beta = \alpha$.

Случаю 1 соответствует такая постановка стационарной задачи диффузии:

$$\nabla \cdot (D \nabla C^-) - \alpha C^- = 0, \quad \frac{\partial C^+}{\partial t} = \alpha C^-,$$

причем физическим смыслом обладают только неотрицательные значения коэффициента α , поскольку при $\alpha < 0$ получалось бы, что выход водорода из связанного состояния происходит интенсивнее с увеличением концентрации диффузно-подвижного водорода. Случай 2 не может реализоваться, так как положительные значения коэффициента β не имеют физического смысла. В противном случае последовало бы, что чем больше связанного водорода в системе, тем интенсивнее он образуется. Таким образом, далее будем использовать определяющее соотношение (2), полагая коэффициент β равным нулю.

3. Диффузия водорода в трубе под давлением

Объект дальнейшего исследования — упругая круговая труба под равномерным внутренним давлением водородосодержащей среды, при этом может быть задано и давление на внешнюю поверхность стенки со стороны жидкости или почвы. Предполагаем, что труба достаточно длинная, поэтому задачу допустимо рассматривать в постановке плоской деформации, а также считаем влияние водорода на трубу осесимметричным.

3.1. Уравнения биконтинуальной модели для напряженной трубы

Основные уравнения модели диффузии водорода, полученные выше, необходимо конкретизировать — задать коэффициент α в определяющем соотношении для трубы. Полагаем, что процесс преобразования газа из свободного в связанное состояние запускается только при наличии в твердом теле достаточно больших растягивающих напряжений, то есть когда максимальное главное напряжение σ_1 превышает некоторое положительное критическое значение σ_1^* :

$$\frac{\partial C^+}{\partial t} = \alpha C^-, \quad \alpha = \begin{cases} 0, & \sigma_1 \leq \sigma_1^*, \\ K \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_1^*}{\sigma_1^*} \right), & \sigma_1 > \sigma_1^*, \end{cases} \quad (5)$$

где K — положительная константа материала. Считаем, что чем больше превышено критическое напряжение, тем быстрее идет процесс образования связанного водорода. Здесь и далее будем рассматривать концентрации водорода как его массовые доли в металле, измеряемые в миллионных массовых долях, млн^{-1} .

Из (1) и (5) следует уравнение для диффундирующего водорода:

$$\nabla D \cdot \nabla C^- + D \Delta C^- - \alpha C^- = \frac{\partial C^-}{\partial t}, \quad (6)$$

в котором подчеркнутое слагаемое трактуем как объемный сток. Аналогично описывается выбывание из диффузионного процесса частиц в результате химических реакций и радиоактивного распада [13].

Для проведения расчета распределения водорода в трубе сначала оценим ее НДС. Общее решение задачи Ламе для однородной трубы под давлением известно [14]:

$$\sigma_r = V_1 - \frac{V_2}{r^2}, \quad \sigma_\varphi = V_1 + \frac{V_2}{r^2}, \quad \sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\varphi).$$

Здесь r — радиальная координата; σ_r , σ_φ , σ_z — радиальное, окружное и осевое напряжения в трубе; константы V_1 , V_2 определяются из граничных условий. Максимальное главное напряжение совпадает с напряжением σ_φ , от него будут зависеть коэффициенты α и D .

3.2. Нестационарная задача диффузии в однородной трубе

Найдем нестационарное распределение водорода в длинной круговой трубе, считая, что на ее внутренней поверхности задана постоянная концентрация водорода C_0 , через внешнюю поверхность водород диффундирует во внешнюю среду с содержанием водорода C_{ext} , интенсивность этого взаимодействия задается константой k_{ext} . Предполагаем, что на начальном этапе насыщения стенки трубы водородом упругие константы материала со временем сохраняют свои значения, а значит, не меняются и напряжения в трубе. В пользу такого допущения можно привести экспериментальные данные о том, что водородная коррозия начинает развиваться спустя некоторое время, называемое инкубационным периодом; в течение этого времени видимых изменений механических свойств металла не наблюдается [5].

При расчете коэффициентов α и D пренебрегаем также зависимостью окружного напряжения от r , что допустимо лишь для тонкостенной однородной трубы. Поэтому коэффициенты α и D на этапе насыщения будем считать постоянными. Для осесимметричного случая уравнение (6) вместе с граничными условиями принимает вид:

$$\begin{aligned} C^{-''} + \frac{1}{r}C^{-'} - \mu^2 C^{-} &= \frac{1}{D} \frac{\partial C^{-}}{\partial t}, \quad C^{-}|_{r=R_1} = C_0 = \text{const}, \\ C^{-'}|_{r=R_2} &= \omega(C_{ext} - C^{-}|_{r=R_2}), \quad C^{-}|_{t=0} = C_{init}^{-}(r) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где введены обозначения $\mu^2 = \alpha/D$, $\omega = k_{ext}/D$, $(\dots)' = d/dr$. Для обеспечения равномерной сходимости рядов и упрощения уравнения проводим замену:

$$C^{-}(r, t) = C_0 + C(r, t)e^{-\alpha t}.$$

Решение задачи ищем в виде разложения по собственным функциям:

$$C(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k(t) w_k(r), \quad \Theta_k(t) = \int_{R_1}^{R_2} r C(r, t) w_k(r) dr,$$

которые находятся из решения однородной задачи:

$$w'' + \frac{1}{r}w' + \lambda^2 w = 0, \quad w(R_1) = 0, \quad w'(R_2) = -\omega w(R_2). \quad (8)$$

Собственные числа задачи (8) λ_k должны удовлетворять уравнению:

$$J_0(\lambda_k R_1)[\omega Y_0(\lambda_k R_2) - \lambda_k Y_1(\lambda_k R_2)] - Y_0(\lambda_k R_1)[\omega J_0(\lambda_k R_2) - \lambda_k J_1(\lambda_k R_2)] = 0.$$

Собственные функции при этом имеют вид:

$$w_k(r) = A_k \left[J_0(\lambda_k r) - \frac{J_0(\lambda_k R_1)}{Y_0(\lambda_k R_1)} Y_0(\lambda_k r) \right],$$

где J_0 и Y_0 — функции Бесселя 1-го и 2-го рода. Константы A_k подбираются из условия нормировки:

$$\int_{R_1}^{R_2} r w_k^2(r) dr = 1.$$

В итоге для функции концентрации подвижного водорода получаем ряд:

$$C^{-}(r, t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [E_k - (E_k + C_0 \varphi_k) \exp(-D(\lambda_k^2 + \mu^2)t)] w_k(r), \quad (9)$$

$$\text{где } \varphi_k \equiv \int_{R_1}^{R_2} r w_k(r) dr, \quad E_k \equiv \frac{1}{\lambda_k^2 + \mu^2} [R_2 \omega (C_{ext} - C_0) w_k(R_2) - \mu^2 C_0 \varphi_k].$$

Процесс диффузии сопровождается накоплением связанного водорода. Из (5) имеем:

$$C^{+}(r, t) = \alpha \int_0^t C^{-}(r, \tau) d\tau + C_{init}^{+}(r). \quad (10)$$

Далее будем считать начальное распределение связанного водорода C_{init}^{+} равным нулю.

3.3. Установившийся процесс диффузии в однородной трубе

Через некоторое время T_0 поле концентрации свободного водорода перестает изменяться, процесс диффузии становится установившимся. Это стационарное решение легко получить аналитически из (7) через модифицированные функции Бесселя 1-го и 2-го рода:

$$C_{st}^{-}(r) = B_1 I_0(\mu r) + B_2 K_0(\mu r), \quad (11)$$

при этом константы B_1 и B_2 находятся из граничных условий (7) численно.

Сравнение результатов вычислений по формулам (9) и (11) позволяет, во-первых, оценить сходимость ряда (9), во-вторых, точнее определить T_0 — время выхода на стационарный режим. Узнав из эксперимента это время, по его значению можно установить введенную в (5) константу материала K .

В результате накопления водорода начинается процесс деградации металла, поэтому в расчетах необходимо учитывать изменение модуля упругости, которое будет неравномерным по толщине стенки трубы.

4. Связанная задача диффузии и упругости

Предполагаем, что реальный процесс перераспределения водорода и напряжений в материале трубы происходит настолько медленно, что можно с достаточной точностью рассматривать его как последовательность статических задач. Будем называть их далее итерациями.

4.1. НДС трубы с переменным модулем упругости ее материала

Задачи Ламе для полой трубы со степенной зависимостью распределения модуля упругости по толщине стенки решена в работе [15]. В [16] предложено асимптотическое решение задачи для модуля упругости с малым возмущением. В работе [8] построено численное решение для произвольной зависимости упругого модуля от радиальной координаты.

Для трубы из материала с переменным модулем упругости $E(r)$ уравнения баланса сил, совместности деформаций и соотношения упругости имеют вид [17]:

$$\begin{aligned}\sigma_r' &= \frac{1}{r}(\sigma_\varphi - \sigma_r), \quad \sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\varphi), \\ \varepsilon_\varphi' &= \frac{1}{r}(\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi), \quad \varepsilon_r = u' = \frac{1}{E(r)}[\sigma_r - \nu(\sigma_\varphi + \sigma_z)], \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{u}{r} = \frac{1}{E(r)}[\sigma_\varphi - \nu(\sigma_r + \sigma_z)].\end{aligned}\quad (12)$$

Уравнения дополняются граничными условиями: на внутренней поверхности радиуса R_1 имеет место напряжение $\sigma_r = -p_1$, на внешней поверхности радиуса R_2 — напряжение $\sigma_r = -p_2$.

Для определения прочности трубы на текущей итерации используем критерий Мизеса: если величина эквивалентного напряжения

$$S_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_\varphi)^2}$$

достигает предела текучести стали при растяжении, то начинается ее пластическая деформация.

Современные представления о зарождении трещин в кристаллических твердых телах основываются на концепции А.В. Степанова о взаимосвязи процессов пластической деформации и разрушения [18], в соответствии с которой пластическая деформация рассматривается как необходимый подготовительный этап разрушения. На самых ранних стадиях деформирования образуются микрощели атомного масштаба. Под действием нагрузок микротрещины способны к быстрому росту, слиянию друг с другом и образованию магистральных трещин, приводящих к разрушению всей конструкции [19]. Таким образом, достижение эквивалентным напряжением предела текучести в какой-либо области стенки трубы можно трактовать как зарождение трещины.

4.2. Концентрация диффузно-подвижного водорода в трубе

После определения НДС трубы можно вычислить концентрацию свободного водорода в ней, обусловленную его содержанием на поверхностях трубы и ее внутренними напряжениями. По найденным функциям окружного напряжения в каждой точке трубы легко рассчитываются коэффициенты $\alpha(r)$ и $D(r)$. Из (6) получаем задачу диффузии с переменными коэффициентами. Граничные условия те же, что и в подразделе 3.2:

$$C^{-''} + \left(\frac{D'}{D} + \frac{1}{r} \right) C^{-'} - \frac{\alpha}{D} C^- = 0, \quad C^-|_{r=R_1} = C_0, \quad C^{-'}|_{r=R_2} = \frac{k_{ext}}{D} (C_{ext} - C^-|_{r=R_2}). \quad (13)$$

Задачи (12) и (13) решаем далее численно, методом конечных разностей.

Согласно (5) процесс диффузии сопровождается накоплением связанного водорода в металле. Из экспериментов известно, что во время искусственного насыщения при некотором значении концентрации водорода в металле образуются поры (флокены). Они появляются не мгновенно, а по истечении некоторого времени, длительность которого зависит от напряжений в металле и концентрации водорода. Поры наполняются водородом до тех пор, пока давление газа внутри них не будет достаточным для роста зародыша трещины [20]. В такие поры водород начинает активно диффундировать из других областей. В этом случае использование представленной модели становится некорректным, поскольку необходимо учитывать дополнительный поток свободного водорода, направленный в сторону увеличения гидростатических напряжений в теле [21]. Кроме того, в геометрическую модель трубы нужно ввести трещины и анализировать их рост, как это делается, например, в работах [22–24].

Поэтому при проведении вычислений в рамках рассматриваемой модели требуется контроль уровня концентрации связанного водорода, накопленного в трубе. При превышении предельно допустимого значения C_{lim}^+ расчеты следует остановить. Каким должно быть это значение, может подсказать сравнение данных моделирования с результатами натурных экспериментов. Но в силу того, что такую информацию выявить не удалось, будем ориентироваться на следующие известные факты: флокены не наблюдаются у сталей с концентрацией водорода, меньшей приблизительно $2-4 \text{ млн}^{-1}$ [25, 26]; сжимающие напряжения уменьшают опасность флокенообразования [27]. В в трубе же под действием внутреннего давления возникают значительные именно сжимающие радиальные напряжения. Водородное охрупчивание сталей эксплуатируемых трубопроводов обсуждается только для концентрации водорода до 10 млн^{-1} [28]. Исходя из этих данных при расчетах принимаем, что поры в трубе не зарождаются при концентрациях связанного водорода, меньших критического значения $C_{crit}^+ = 5 \text{ млн}^{-1}$, а предложенная модель пригодна для использования до достижения предела $C_{lim}^+ = 10 \text{ млн}^{-1}$.

4.3. Алгоритм решения связанной задачи

На основе приведенных выше уравнений построен алгоритм итерационного расчета НДС трубы, ослабляемой водородом. Начало расчета соответствует состоянию некорродированного материала трубы — стали, модуль упругости которой постоянен. Каждый последующий итерационный шаг соответствует очередному состоянию трубы в процессе ее взаимодействия с водородом.

На каждой итерации сначала решаем задачу упругости для трубы с переменным модулем Юнга. Из уравнений (12) следует система обыкновенных дифференциальных уравнений для столбца $Y = (\sigma_r, \varepsilon_\varphi)^T$:

$$Y' = F(r)Y; \quad \sigma_r(R_1) = -p_1, \quad \sigma_r(R_2) = -p_2. \quad (14)$$

Далее рассчитываем коэффициенты α и D . Концентрацию свободного водорода в трубе определяем из постановки, следующей из (13), для столбца $Z = (C^-, C^{-'})^T$:

$$Z' = G(r)Z; \quad C^-(R_1) = C_0, \quad C^{-'}(R_2) = \frac{k_{ext}}{D} [C_{ext} - C^-(R_2)]. \quad (15)$$

Постановки (14) и (15) оказываются похожими, их численное решение строим методом конечных разностей.

После нахождения НДС трубы и функции концентрации свободного водорода в ней на текущей j -й итерации необходимо провести оценку влияния водорода на механические свойства материала трубы. Будем предполагать, что изменение модуля упругости между j -й и $(j+1)$ -й итерациями экспоненциально зависит от приращения концентрации связанного водорода в трубе:

$$\delta_{j+1} = \delta_j \exp(-\gamma \Delta C_j^+), \quad \delta_j = \frac{E_j - E_\infty}{E_\infty}. \quad (16)$$

Здесь δ_j — величина, характеризующая превышение модулем упругости предельно достижимого значения E_∞ , наблюдаемого в экспериментах для заданного материала; γ — безразмерный коэффициент, характеризующий степень деградации металла (чувствительность к изменению количества связанного водорода).

Приращение концентрации связанного водорода между j -й и $(j+1)$ -й итерациями ΔC_j^+ описывается соотношением (5) и происходит только в тех точках трубы, в которых критическое напряжение превышает. Заметим, что время выхода из нестационарного режима значительно короче длительности следующего за ним квазистационарного процесса. Поэтому константа, характеризующая скорость накопления связанного водорода K , должна быть уменьшена. Обозначим ее как K_{st} . Тогда имеем:

$$\Delta C_j^+(r) = K_{st} \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_1^*}{\sigma_1^*} C^- \Delta t_j \right)_j, \quad \sigma_1 > \sigma_1^*,$$

где Δt_j — шаг по времени между итерациями. Из (16) получаем выражение для модуля упругости на следующей итерации:

$$E_{j+1}(r) = E_\infty \left[1 + \delta_j \exp \left(-\gamma K_{st} \left(\frac{\sigma_\varphi - \sigma_1^*}{\sigma_1^*} C^- \Delta t \right)_j \right) \right], \quad \sigma_\varphi > \sigma_1^*.$$

С учетом (10) количество связанного водорода на текущей итерации можно оценить по формуле:

$$C_j^+(r) = C^+(r, T_0) + \sum_{i=1}^j \Delta C_i^+(r).$$

На следующей итерации расчет полей напряжений и концентрации связанного водорода повторяется с уже измененными механическими характеристиками. Процесс вычислений останавливается, когда в какой-либо точке стенки трубы эквивалентные напряжения достигнут предела текучести, либо концентрация связанного водорода станет предельно допустимой — C_{lim}^+ .

5. Численные результаты

Изложенный алгоритм реализован в системе компьютерной математики Mathematica [29]. Расчеты проведены для трубы с параметрами, соответствующими магистральным газо- и нефтепроводам: внутренний радиус $R_1 = 693.5$ мм, внешний радиус $R_2 = 710$ мм, предел текучести стали $\sigma_T = 483$ МПа, модуль Юнга $E_0 = 200$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.28$. Внешнее давление на трубу полагалось нулевым, внутреннее давление варьировалось до максимального рабочего значения, равного 12 МПа. Параметры диффузии были следующими: $D = 0.669$ мм²/ч, $\omega = 0.01$ мм⁻¹, $C_{ext} = 0.5$ млн⁻¹ (среднее количество водорода в атмосфере, см. [30]), $C_{init}^- = 0$ млн⁻¹. Принято, что $\gamma = 3$, $E_\infty = 0.8E_0$, $K_{st} = 0.024$ ч⁻¹, $\sigma_1^* = 45$ МПа.

Эти числовые значения подобраны так, чтобы продемонстрировать возникающий в трубе эффект от взаимодействия с водородом. Они требуют уточнения с помощью натуральных экспериментов, но проведение последних выходит за рамки обсуждаемого в данной работе исследования. Вместе с тем авторы уверены, что, если корректировка и изменит величины параметров, она не повлияет на качественную картину изучаемого процесса.

Решение нестационарной задачи диффузии построено для концентрации водорода $C_0 = 1$ млн⁻¹. При этом полагалось, что при коэффициенте $\mu^2 = 2$ мм⁻² оно соответствует экспериментальным данным. Тогда из (5) следует: $K = 0.129$ ч⁻¹, и это значение было зафиксировано как константа материала и использовалось далее при расчетах.

Сначала исследовалась сходимость ряда (9). Он суммировался при различном количестве членов N в момент времени $t = 2$ ч. При $N > 40$ решение практически не менялось, соответствующая функция концентрации свободного водорода показана на рисунке 1а.

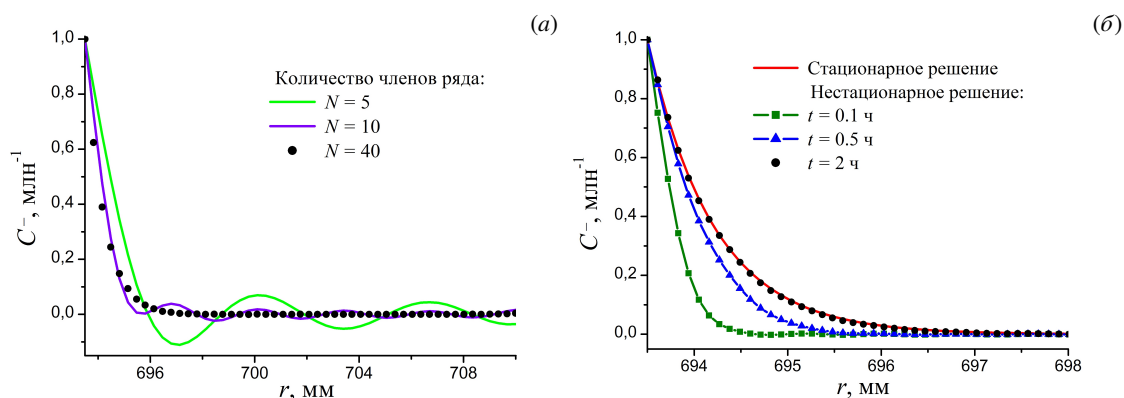


Рис. 1. Исследование сходимости решения в зависимости от числа членов ряда (а); характер нестационарного решения в сравнении со стационарным распределением (б)

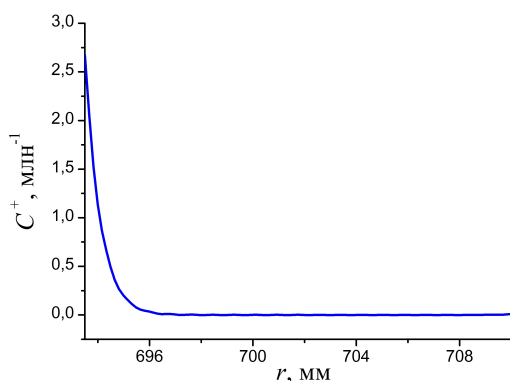


Рис. 2. Распределение концентрации связанного водорода по толщине трубы

квазистационарного процесса $t_2 = 0$ ч, последующие j -е итерации — временам $t_2 = \sum_{i=1}^{j-1} \Delta t_i$ ч. Модуль упругости и эквивалентные напряжения в трубе в разные моменты времени показаны на рисунке 3.

С течением времени под воздействием водорода в трубе образовался внутренний ослабленный слой. Из-за этого произошло перераспределение эквивалентных напряжений: они уменьшились во внутреннем слое и несколько увеличились в середине трубы. Предел текучести показан штриховой линией на рисунке 3б, эквивалентные напряжения достигли его на последней итерации при радиусе $r = 704$ мм, и расчет останавливался. С учетом осесимметрии задачи граница зоны пластической деформации имела форму окружности. В трубе создалась возможность образования окружной трещины. На внутренней стенке при этом накопилось 6 млн⁻¹ связанного водорода, что превысило критическое значение C_{crit}^+ . В рамках принятой модели можно утверждать, что при

Далее решение (9) строилось для разных моментов времени t и сравнивалось со стационарным распределением, полученным по формуле (11), соответствующие графики содержит рисунок 1б (графики показаны только в том диапазоне r , где видны различия). Оказалось, что кривые совпадают при $t = 2$ ч, значит, это время можно принять за T_0 (время выхода на стационарный режим).

Концентрация связанного водорода в стенке трубы через 2 ч после начала процесса наводороживания, рассчитанная по формуле (10), показана на рисунке 2. Очевидно, что при заданных граничных условиях максимум концентрации водорода будет всегда на внутренней поверхности трубы; на момент T_0 он оказался равным 2.6 млн⁻¹.

Далее, согласно разработанному алгоритму, решалась связанная задача. Первая итерация соответствовала началу

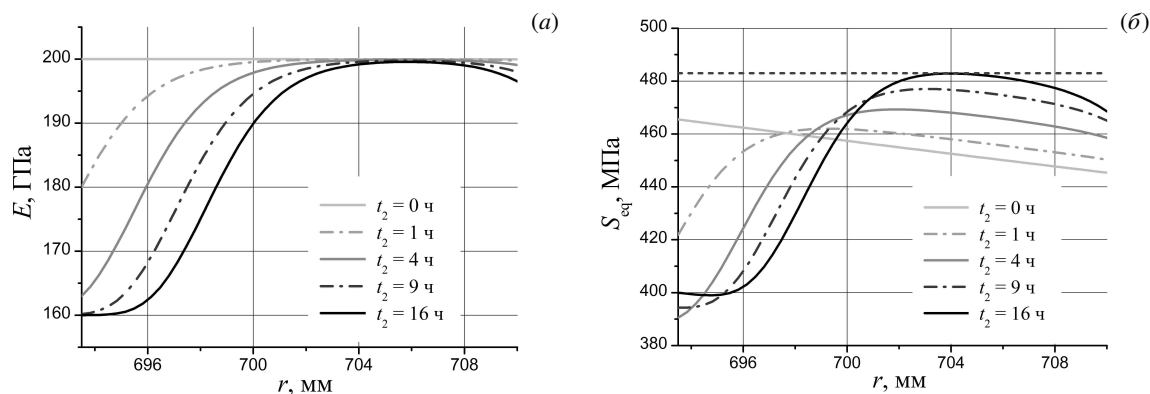


Рис. 3. Модуль упругости трубы (а) и эквивалентные напряжения (б) в разные моменты времени t_2 при $C_0 = 1 \text{ млн}^{-1}$

концентрации свободного водорода $C_0 = 1 \text{ млн}^{-1}$ через 18 ч насыщения (включая T_0) в трубе зародятся как поры вблизи внутренней поверхности стенки, так и трещина в ее глубине.

Из экспериментов известно, что напряжения в теле влияют на рост и ориентацию пор. Так, в работе [31] показано, что в ненагруженных образцах ориентация флокенов произвольна, а при приложенной растягивающей нагрузке они образуются строго перпендикулярно направлению ее действия. Этот эффект также подтверждается в работе [32], где обнаружено, что в цилиндрических образцах растягивающие окружные напряжения (при сжимающих радиальных) ориентируют флокены преимущественно в радиальном направлении.

При давлении 12 МПа также проведены расчеты для других значений концентрации свободного водорода. Для значения $C_0 = 5 \text{ млн}^{-1}$ через 45 мин насыщения концентрация связанного водорода на внутренней поверхности стенки трубы достигала критического значения 5 млн^{-1} , что соответствовало зарождению пор. А через 1.5 ч, еще до выхода на стационарный режим, концентрация уже равнялась предельному значению 10 млн^{-1} . Следовательно, к этому моменту рост пор привел к образованию трещин, и далее проводить расчет некорректно. Важно подчеркнуть, что этот сценарий развития процесса похож на разрушение трубы при искусственном наводороживании.

Для значения $C_0 = 0.1 \text{ млн}^{-1}$ на рисунке 4 представлены функции модуля упругости и эквивалентные напряжения в стенке трубы в разные моменты времени. Расчет останавливался при $t_2 = 10$ ч, когда эквивалентные напряжения на радиусе $r = 703$ мм достигали предела текучести. В трубе появлялась возможность зарождения окружной трещины, при этом максимальное значение связанного водорода составляло 2.7 млн^{-1} , а значит, поры не зарождались. Через 112 ч насыщения в трубе становилась вероятной только трещина в глубине материала. Этот вариант развития похож на разрушение трубы при наводороживании во время эксплуатации. Нельзя не отметить, что в этом случае помимо ослабления внутреннего слоя ухудшаются механические характеристики в материале со стороны внешней поверхности трубы.

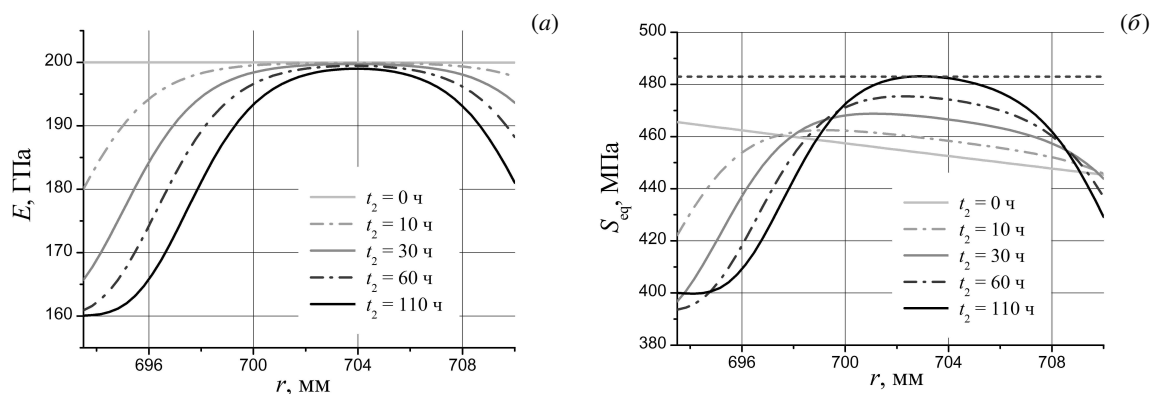


Рис. 4. Модуль упругости трубы (а) и эквивалентные напряжения (б) в разные моменты времени t_2 при $C_0 = 0.1 \text{ млн}^{-1}$

Таким образом, согласно проведенным расчетам, характер коррозионного воздействия водорода на стальную трубу под давлением, создаваемым наполняющей ее водородосодержащей средой, зависит от концентрации свободного водорода на внутренней поверхности стенки.

На каждой итерации функцию модуля упругости ослабленного водородом внутреннего слоя трубы можно аппроксимировать функцией вида:

$$\tilde{E}_j(r) = a_1 - a_2 \text{th}[-a_3(r - r_0)], \quad R_1 < r_0 < R_2,$$

где параметры a_1 , a_2 , a_3 , r_0 зависят от номера итерации. Такое представление удобно использовать в других исследованиях влияния водорода на НДС различных конструкций в процессе их эксплуатации.

Для концентрации $C_0 = 1 \text{ млн}^{-1}$ и при тех же значениях остальных параметров были проведены расчеты для различных значений давления на трубу. Вычисления показали, что при давлениях, меньших 11.8 МПа, пластическая деформация в трубе не возникает, поэтому разрушение возможно только из-за появления флокенов на внутренней стенке. Накопление связанного водорода и, соответственно, деградация механических свойств металла не развивается при давлениях ниже 1.1 МПа. Для всех промежуточных значений давления в трубе с течением времени происходит постепенное уменьшение модуля упругости одновременно по всей толщине стенки, как это показано на рисунке 5а для $p_1 = 8 \text{ МПа}$. При этом максимум эквивалентных напряжений смещается с внутренней стороны стенки трубы к ее внешней поверхности (см. Рис. 5б).

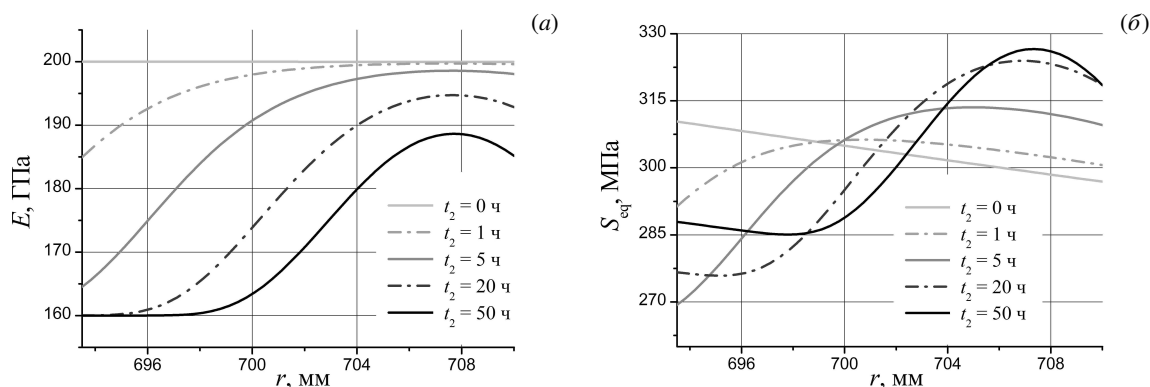


Рис. 5. Модуль упругости трубы (а) и эквивалентные напряжения (б) в разные моменты времени t_2 при $p_1 = 8 \text{ МПа}$

6. Заключение

Разработана модель взаимного влияния водорода и внешних нагрузок на НДС деформируемого твердого тела. Решена связанная задача теории упругости и диффузии для трубы под давлением и воздействием водорода. Расчеты показали, что некоторые сочетания заданных на внутренней поверхности стенки концентрации водорода и давления могут привести к зарождению трещин и пор и стать причиной аварийного разрушения трубы.

Математическая модель водородной деградации трубы хорошо описывает экспериментальные наблюдения и может быть использована для расчетов других напряженных конструкций, контактирующих с водородом, например, внутреннего кольца подшипника на валу или бандажа железнодорожного колеса.

Исследование выполнено в рамках государственного задания ИПМаш РАН FFNF-2024-0003 № 124041100005-4.

Литература

1. Яковлев Ю.А., Полянский В.А., Седова Ю.С., Беляев А.К. Модели влияния водорода на механические свойства металлов и сплавов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 3. С. 136–160. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.13
2. Djukic M.B., Bakic G.M., Zeravcic V.S., Rajicic B., Sedmak A., Mitrovic R., Miskovic Z. Towards a unified and practical industrial model for prediction of hydrogen embrittlement and damage in steels // Procedia Structural Integrity. 2016. Vol. 2. P. 604–611. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.078
3. Сергеев Н.Н., Сергеев А.Н., Кутепов С.Н., Журавлев Г.М., Гвоздев А.Е. Основы повышения долговечности высокопрочных сталей, эксплуатируемых в водородсодержащих средах. М.: Инфра-Инженерия, 2021. 352 с.
4. Кантюков Р.Р., Запечалов Д.Н., Ваганов Р.К. Исследование влияния водорода на стали в сероводородсодержащих и других средах на газовых объектах // Известия высших учебных заведений. Черная Металлургия. 2024. Т. 67, № 1. С. 53–64. DOI: 10.17073/0368-0797-2024-1-53-64
5. Овчинников И.И., Овчинников И.Г. Влияние водородосодержащей среды при высоких температурах и давлениях на поведение металлов и конструкций из них // Интернет-журнал «Науковедение». 2012. 60ТВН412.
6. Горчаков Л.Н., Добротворский А.М., Романова Л.М., Вальковская С.А. Влияние давления водорода на механизм водородной коррозии углеродистой стали // Химическая техника. 2016. № 1. С. 46–49.
7. Арчаков Ю.И. Водородная коррозия стали. М.: Металлургия, 1985. 192 с.
8. Зиновьева Т.В. Моделирование условий возникновения трещин в трубе под давлением водородосодержащей среды // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2023. № 3. С. 86–96. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.3.08
9. Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Yakovlev Y.A. Stresses in a pipeline affected by hydrogen // Acta Mechanica. 2012. Vol. 223, no. 8. P. 1611–1619. DOI: 10.1007/s00707-012-0670-8
10. Бекман И.Н. Математика диффузии. М.: Издательство «ОнтоПринт», 2016. 400 с.

11. Van den Eeckhout E., De Baere I., Depover T., Verbeken K. The effect of a constant tensile load on the hydrogen diffusivity in dual phase steel by electrochemical permeation experiments // Materials Science and Engineering: A. 2020. Vol. 773. 138872. DOI: 10.1016/j.msea.2019.138872
12. Reddy K.S., Govindaraj Y., Neelakantan L. Hydrogen diffusion kinetics in dual-phase (DP 980) steel: The role of pre-strain and tensile stress // Electrochimica Acta. 2023. Vol. 439. DOI: 10.1016/j.electacta.2022.141727
13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 1999. 798 с.
14. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
15. Horgan C.O., Chan A.M. The Pressurized Hollow Cylinder or Disk Problem for Functionally Graded Isotropic Linearly Elastic Materials // Journal of Elasticity. 1999. Vol. 55. P. 43–59. DOI: 10.1023/A:1007625401963
16. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. М.: Изд-во Московского университета, 1976. 368 с.
17. Елисеев В.В. Механика деформируемого твердого тела. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2006. 231 с.
18. Степанов А.В. О причинах преждевременного разрыва // Известия Академии наук СССР. Серия Физическая. 1937. № 6. С. 797–813.
19. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. М.: Металлургия, 1984. 280 с.
20. Мирзаев Д.А., Мирзоев А.А. Термодинамический аспект выделения растворенного водорода в микропорах металла // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. 2006. № 7. С. 117–123.
21. Колачев Б.А. Водородная хрупкость металлов. М.: Металлургия, 1985. 217 с.
22. Takakuwa O., Ogawa Y. Modeling hydrogen-assisted fatigue crack growth in low-carbon steel focusing on thermally activated hydrogen-dislocation interaction // Science and Technology of Advanced Materials. 2025. Vol. 26, no. 1. 2436345. DOI: 10.1080/14686996.2024.2436345
23. Hui L., Shanyong W. A Chemo-Damage-Mechanical Coupled Phase-Field Model for Three-Dimensional Hydrogen-Assisted Dynamic Cracking // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2025. Vol. 126. e70038. DOI: 10.1002/nme.70038
24. Bouledroua O., Zelmati D., Hafsi Z., Djukic M.B. Hydrogen embrittlement effects on remaining life and fatigue crack growth rate in API 5L X52 steel pipelines under cyclic pressure loading // Engineering Failure Analysis. 2024. Vol. 166, no. 19. 108917. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2024.108917
25. Башнин Ю.А., Ушаков Б.К., Секей А.Г. Технология термической обработки стали. М.: Металлургия, 1986. 424 с.
26. Шаповалов В.И., Трофименко В.В. Флокены и контроль водорода в стали. М.: Металлургия, 1987. 161 с.
27. Мирзаев Д.А., Шабуров А.Д., Чернявский А.О. Анализ термоупругих напряжений в поковках с учетом эффекта релаксации // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Металлургия. 2014. № 3. С. 40–47.
28. Dmytrakh I.M., Syrotyuk A.M., Leshchak R.L. Special Diagram for Hydrogen Effect Evaluation on Mechanical Characterizations of Pipeline Steel // Journal of Materials Engineering and Performance. 2024. Vol. 33. P. 3441–3454. DOI: 10.1007/s11665-023-08215-7
29. Borwein J.M., Skerritt M.P. An Introduction to Modern Mathematical Computing: With Mathematica®. Vol. XVI. Springer New York, 2012. 224 p. DOI: 10.1007/978-1-4614-4253-0
30. Warwick N.J., Archibald A.T., Griffiths P.T., Keeble J., O'Connor F.M., Pyle J.A., Shine K.P. Atmospheric composition and climate impacts of a future hydrogen economy // Atmospheric Chemistry and Physics. 2023. Vol. 23. P. 13451–13467. DOI: 10.5194/acp-23-13451-2023
31. Louthan M.R. Hydrogen Embrittlement of Metals: A Primer for the Failure Analyst // Journal of Failure Analysis and Prevention. 2008. Vol. 8. P. 289–307. DOI: 10.1007/s11668-008-9133-x
32. Мочалин Н.К., Кузнецов А.С., Штремель М.А., Волков В.А. Строение флокенов в стали 35ХНЗМФА // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 1977. № 9. С. 127–131.

Сведения об авторах:

Зиновьева Татьяна Владимировна (корр.), ктн, снс, Институт проблем машиноведения РАН (ИПМаш РАН), 199178, г. Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., д. 61; e-mail: tatiana.zinovieva@gmail.com; ORCID: 0000-0002-7953-6849

Беляев Александр Константинович, дфмн, гнс, проф., ИПМаш РАН; e-mail: vice.ipme@gmail.com; ORCID: 0000-0002-5934-8138

Research article

Modeling of hydrogen degradation of a metal pipe under pressure*T.V. Zinovieva, A.K. Belyaev**Institute for Problems in Mechanical Engineering RAS, Saint Petersburg, Russian Federation*

Modeling of hydrogen effect on the strength of a metal structure is an urgent problem. The hazard of detrimental action of hydrogen lies in the fact that it often has no visible external signs and reveals itself only at the instant of structure failure. The effect of hydrogen on the metal changes its mechanical properties and, as a result, leads to a redistribution of stresses inside the structure. This, in turn, affects the diffusion of hydrogen, creating a complex interrelation that must be taken into account when calculating the strength of real structures. The paper presents a mathematical model for computing the process of degradation of pipe material under pressure of hydrogen-containing medium. Two continua are considered: a deformable body and freely diffusing hydrogen, which, under certain conditions, attaches to metal atoms and becomes bound hydrogen. In this case, hydrogen absorbs energy from the crystal lattice, which causes deterioration of mechanical properties of the metal. Since the process of interaction between hydrogen and metal proceeds very slowly, it is considered as quasi-stationary. The mutual influence of hydrogen diffusion and stress-strain state of the pipe on the penetration of hydrogen into the metal and degradation of its mechanical properties is modeled numerically. An iterative algorithm has been developed to calculate the change in the stress-strain state of the pipe weakened by hydrogen. Numerical calculations have been carried out to evaluate mechanical stresses, concentrations of free and bound hydrogen in the pipe, as well as changes in the modulus of elasticity of the metal as a result of damage accumulation. The calculations show that some combinations of hydrogen concentration and pressure on the pipe wall can lead to the formation of pores and circumferential cracks in the pipe.

Keywords: hydrogen degradation of metal, hydrogen concentration, pipe stresses, diffusion, coupled problem, hydrogen cracking, iteration process

Received: 27.02.2026 / *Published online:* 05.08.2026

Acknowledgements

The research was made in the framework of the government task of Institute for Problems in Mechanical Engineering RAS FFNF-2024-0003 No. 124041100005-4.

References

1. Yakovlev Y.A., Polyanskiy V.A., Sedova Y.S., Belyaev A.K. Models of hydrogen influence on the mechanical properties of metals and alloys. PNRPU Mechanics Bulletin. 2020. No. 3. P. 136–160. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.13
2. Djukic M.B., Bakic G.M., Zeravcic V.S., Rajicic B., Sedmak A., Mitrovic R., Miskovic Z. Towards a unified and practical industrial model for prediction of hydrogen embrittlement and damage in steels. Procedia Structural Integrity. 2016. Vol. 2. P. 604–611. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.078
3. Sergeyev N.N., Sergeyev A.N., Kutepov S.N., Zhuravlev G.M., Gvozdev A.E. Osnovy povysheniya dolgovechnosti vysokoprochnykh staley, ekspluatiruyemykh v vodorodsoderzhashchikh sredakh. Moscow: Infra-Inzheneriya, 2021. 352 p.
4. Kanyukov R.R., Zapevalov D.N., Vagapov R.K. Effect of hydrogen on steels in hydrogen sulfide-containing and other environments at gas facilities. Izvestiya. Ferrous Metallurgy. 2024. Vol. 67, no. 1. P. 53–64. DOI: 10.17073/0368-0797-2024-1-53-64
5. Ovchinnikov I.I., Ovchinnikov I.G. Effect of hydrogen-containing environment at high temperature and pressure on the behavior of metals and structures. Online journal "Naukovedeniye". 2012. 60TBH412.
6. Gorchakov L.N., Dobrotvorskiy A.M., Romanova L.M., Val'kovskaya S.A. Vliyaniye davleniya vodoroda na mekhanizm vodorodnoy korrozii uglerodistoy stali. Khimicheskaya tekhnika. 2016. No. 1. P. 46–49.
7. Archakov Y.I. Vodorodnaya korroziya stali. Moscow: Metallurgiya, 1985. 192 p.
8. Zinovieva T.V. Modeling of the initiation conditions of cracks in a pipe under pressure of a hydrogenous medium. PNRPU Mechanics Bulletin. 2023. No. 3. P. 86–96. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.3.08
9. Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Yakovlev Y.A. Stresses in a pipeline affected by hydrogen. Acta Mechanica. 2012. Vol. 223, no. 8. P. 1611–1619. DOI: 10.1007/s00707-012-0670-8
10. Bekman I.N. Matematika diffuzii. Moscow: Izdatel'stvo "OntoPrint", 2016. 400 p.
11. Van den Eeckhout E., De Baere I., Depover T., Verbeken K. The effect of a constant tensile load on the hydrogen diffusivity in dual phase steel by electrochemical permeation experiments. Materials Science and Engineering: A. 2020. Vol. 773. 138872. DOI: 10.1016/j.msea.2019.138872

12. Reddy K.S., Govindaraj Y., Neelakantan L. Hydrogen diffusion kinetics in dual-phase (DP 980) steel: The role of pre-strain and tensile stress. *Electrochimica Acta*. 2023. Vol. 439. DOI: 10.1016/j.electacta.2022.141727
13. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki*. Moscow: Moscow State University, 1999. 798 p.
14. Lurie A.I. *Theory of Elasticity*. Springer Berlin, Heidelberg, 2005. 1050 p.
15. Horgan C.O., Chan A.M. The Pressurized Hollow Cylinder or Disk Problem for Functionally Graded Isotropic Linearly Elastic Materials. *Journal of Elasticity*. 1999. Vol. 55. P. 43–59. DOI: 10.1023/A:1007625401963
16. Lomakin V.A. *Teoriya uprugosti neodnorodnykh tel*. Moscow: Moscow State University, 1976. 368 p.
17. Yeliseyev V.V. *Mekhanika deformiruyemogo tverdogo tela*. St. Petersburg: Polytechnic University, 2006. 231 p.
18. Stepanov A.V. O prichinakh prezhdevremennogo razryva. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Seriya Fizicheskaya*. 1937. No. 6. P. 797–813.
19. Vladimirov V.I. *Fizicheskaya priroda razrusheniya metallov*. Moscow: Metallurgiya, 1984. 280 p.
20. Mirzaev D.A., Mirzoyev A.A. Termodinamicheskiy aspekt vydeleniya rastvorennoogo vodoroda v mikroporakh metalla. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematics. Mechanics. Physics*. 2006. No. 7. P. 117–123.
21. Kolachev B.A. *Vodorodnaya khrupkost' metallov*. Moscow: Metallurgiya, 1985. 217 p.
22. Takakuwa O., Ogawa Y. Modeling hydrogen-assisted fatigue crack growth in low-carbon steel focusing on thermally activated hydrogen-dislocation interaction. *Science and Technology of Advanced Materials*. 2025. Vol. 26, no. 1. 2436345. DOI: 10.1080/14686996.2024.2436345
23. Hui L., Shanyong W. A Chemo-Damage-Mechanical Coupled Phase-Field Model for Three-Dimensional Hydrogen-Assisted Dynamic Cracking. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2025. Vol. 126. e70038. DOI: 10.1002/nme.70038
24. Bouledroua O., Zelmati D., Hafsi Z., Djukic M.B. Hydrogen embrittlement effects on remaining life and fatigue crack growth rate in API 5L X52 steel pipelines under cyclic pressure loading. *Engineering Failure Analysis*. 2024. Vol. 166, no. 19. 108917. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2024.108917
25. Bashnin Y.U.A., Ushakov B.K., Sekey A.G. *Tekhnologiya termicheskoy obrabotki stali*. Moscow: Metallurgiya, 1986. 424 p.
26. Shapovalov V.I., Trofimenko V.V. *Flokeny i kontrol' vodoroda v stali*. Moscow: Metallurgiya, 1987. 161 p.
27. Mirzaev D.A., Shaburov A.D., Chernyavsky A.O. Analysis of thermoelastic stresses in forged products on account of the relaxation effect. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Metallurgy*. 2014. No. 3. P. 40–47.
28. Dmytrakh I.M., Syrotyuk A.M., Leshchak R.L. Special Diagram for Hydrogen Effect Evaluation on Mechanical Characterizations of Pipeline Steel. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2024. Vol. 33. P. 3441–3454. DOI: 10.1007/s11665-023-08215-7
29. Borwein J.M., Skerritt M.P. *An Introduction to Modern Mathematical Computing: With Mathematica®*. Vol. XVI. Springer New York, 2012. 224 p. DOI: 10.1007/978-1-4614-4253-0
30. Warwick N.J., Archibald A.T., Griffiths P.T., Keeble J., O'Connor F.M., Pyle J.A., Shine K.P. Atmospheric composition and climate impacts of a future hydrogen economy. *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2023. Vol. 23. P. 13451–13467. DOI: 10.5194/acp-23-13451-2023
31. Louthan M.R. Hydrogen Embrittlement of Metals: A Primer for the Failure Analyst. *Journal of Failure Analysis and Prevention*. 2008. Vol. 8. P. 289–307. DOI: 10.1007/s11668-008-9133-x
32. Mochalin N.K., Kuznetsov A.S., Shtremel' M.A., Volkov V.A. Stroyeniye flokenov v stali 35KHN3MFA. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1977. No. 9. P. 127–131.