

DOI: [10.7242/1999-6691/2020.13.4.29](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.4.29)

УДК 532.5:556.18

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СЛИЯНИЯ РЕК С РАЗЛИЧНЫМИ ПЛОТНОСТЯМИ ВОД

Т.П. Любимова^{1,3}, А.П. Лепихин^{2,3}, Я.Н. Паршакова¹, В.Ю. Колчанов^{1,3}, С. Gualtieri⁴, S. Lane⁵, B. Roux⁶¹ Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация² Горный институт УрО РАН, Пермь, Российская Федерация³ Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация⁴ University of Napoli Federico II, Napoli, Italy⁵ Institute of Earth Surface Dynamics, University of Lausanne, Lausanne, Switzerland⁶ Aix-Marseille Université and Ecole Centrale Marseille, Marseille, France

Слияния рек характеризуются сложными внутриводоемными процессами. Возникающие при этом гидродинамические аспекты в последние годы стали предметом весьма пристального внимания. При моделировании, как правило, принимается, что плотности вод рассматриваемых рек близки, и связанными с различием плотностными эффектами пренебрегают. В таком приближении ранее авторами изучалось слияние рек Вишера и Кама. Однако в ряде случаев температуры или минерализации вод сливающихся рек могут существенно различаться и вызывать изменение гидродинамических механизмов объединения водотоков. В настоящей работе исследуются и сопоставляются особенности слияния рек с учетом и без учета плотностных эффектов, используются как реальная, так и упрощенная (модельная) геометрии русел. Выполненные расчеты показали, что при плотностном числе Фруда ~ 1 (это наблюдается во взятых в качестве примера реках при различии минерализаций вод $\sim 0,3$ г/л) принципиально меняется характер смешения водотоков при их воссоединении. Более плотные воды реки Вишера начинают подтекать под менее минерализованные воды реки Кама. При превышении числом Фруда критического значения происходит кардинальная перестройка когерентных поперечных структур. Данные эффекты более рельефно проявляются для модельной конфигурации русла, так как учет неоднородности дна существенно усиливает вертикальное перемешивание. Ранее явление подтекания более плотного потока под менее плотный не наблюдалось и было описано авторами при анализе слияния находящихся в подпоре Камской ГЭС рек Чусовая и Сытва.

Ключевые слова: слияние рек, плотностная стратификация, вычислительный эксперимент

HYDRODYNAMIC ASPECTS OF RIVER CONFLUENCE WITH DIFFERENT WATER DENSITIES

T.P. Lyubimova^{1,3}, A.P. Lepikhin^{2,3}, Ya.N. Parshakova¹, V.Yu. Kolshanov^{1,3}, C. Gualtieri⁴, S. Lane⁵ and B. Roux⁶¹ Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation² Mining Institute UB RAS, Perm, Russian Federation³ Perm State University, Perm, Russian Federation⁴ University of Napoli Federico II, Napoli, Italy⁵ Institute of Earth Surface Dynamics, University of Lausanne, Lausanne, Switzerland⁶ Laboratoire Mécanique, Modélisation et Procédés Propres, Marseille, France

The confluence of rivers is characterized by highly complex internal processes. The hydrodynamic aspects of river confluences have received a lot of attention in recent years. For modeling purposes, it is generally assumed that the water densities of the rivers under consideration are close, and the density effects associated with their difference are neglected. In this approximation, we have previously investigated the confluence of the Vishera and Kama rivers. However, in some cases, the temperatures or salinity of the waters of merging rivers can differ significantly, and thereby the hydrodynamic mechanisms of mixing change considerably. In this paper, we examine the specific features of river confluences with and without taking into account density effects and by comparing both real and simplified channel (river) geometries. Simulations show that, at the density Froude number ~ 1 which is observed in the rivers under consideration at the difference in salt concentration ~ 0.3 g/L, the mixing characteristics of these flows significantly change when they merge. The denser waters of the Vishera river begin to move under the less mineralized waters of the Kama river. As the Froude number exceeds the critical value, a fundamental rearrangement of coherent transverse structures occurs. These effects are more pronounced for the simplified model channel configuration, since taking into account the bottom heterogeneity significantly enhances vertical mixing. Earlier, the phenomenon in which the denser flow moves under the less dense flow was discovered by the authors for the confluence of the Chusovaya and Sylva rivers located in the backwater from the Kama hydroelectric power station.

Keywords: river confluence, density stratification, computational experiment

1. Введение

Процессы слияния рек в последнее время являются предметом детального изучения. Это связано не только с хозяйственным использованием зон объединения водотоков, с особенностями переноса химических загрязнений, взвешенных и влекомых наносов, формирования водных масс при смешении, но также с информацией со ставших широкодоступными снимков зон слияния рек из космоса. На космоснимках отчетливо видно, что в одних случаях воды сливающихся рек очень быстро перемешиваются, а в других они текут, не смешиваясь практически, десятки километров. Описанию этих эффектов посвящен целый ряд исследований, см., например, [1–5].

В ранее опубликованной статье [6] рассмотрены возможные механизмы, препятствующие быстрому смешению вод сливающихся рек. На примере крупнейших рек Западного Урала Вишера и Кама показано, что в качестве эффективного механизма, существенно препятствующего перемешиванию, могут выступать формирующиеся в зоне слияния поперечные вихревые структуры, вторичные течения 2-го рода по Прандтлю [7]. При этом в качестве основного допущения принято, что плотности вод соединяющихся рек одинаковы. Данное условие достаточно хорошо выполняется во время большей части года. Однако в период глубокой зимней межени (низкого уровня воды в межпаводковый период) возможны ситуации, когда минерализации рек из-за особенностей их водосборных территорий могут существенно различаться.

Влияние разных плотностей сливающихся вод на характер их смешения ранее исследовалось на примере рек Чусовая и Сылва [8], для которых в зимний период характерны значительные различия в минерализации вод. Плотностная стратификация приводит к тому, что более плотные воды Сылвы «подтекают» под менее плотные воды Чусовой. При этом существенная вертикальная стратификация водных масс водотоков наблюдается не только ниже, но и выше их слияния на участках протяженностью 15–20 км. На основе наблюдаемого эффекта — устойчивой стратификации водных масс, предложена и реализована технология селективного забора воды на станции водоподготовки для города Перми — Чусовских очистных сооружениях [9]. Характерной особенностью слияния данных рек является то, что они находятся в подпоре Камской ГЭС. В то же время достаточно часто наблюдаются ситуации слияния рек с различными плотностями вод, не располагающихся в зонах подпора от нижестоящих ГЭС.

В настоящее время выполнено большое количество исследований по слиянию рек с существенно различающимися плотностями вод. При этом авторы одних из них доказывают, что плотностная стратификация соединяющихся вод замедляет процессы их перемешивания [10, 11], в других, наоборот, показывается, что она интенсифицирует процессы перемешивания [12, 13]. Как правило, в качестве интегральных критериев плотностной неоднородности водных масс используются число Ричардсона и плотностное число Фруда:

$$Ri \sim \frac{g}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right) / \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2, \quad (1)$$

$$Fr_p^2 \sim V^2 / \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} gh \right), \quad (2)$$

где g , ρ — соответственно, ускорение свободного падения и характерная плотность воды водотоков, $\Delta \rho$ — разность плотностей сливающихся рек, V — характерная скорость течения, h — глубина водотока. Нетрудно видеть, что в первом приближении: $Ri \sim 1/Fr_p^2$.

Достаточно полный обзор современных публикаций, посвященных слиянию рек с отличающимися плотностями вод, дан в [14]. При этом наряду с обширным анализом ранее выполненных исследований обсуждаются также результаты собственных натурных и вычислительных экспериментов авторов по слиянию водотоков. Но, в отличие от [8], в работе [14] плотностные эффекты обуславливаются не различием минерализации воды рассматриваемых водотоков, а их разными температурами, что значительно проще обеспечить при проведении экспериментальных исследований.

Принципиальное отличие ситуации, обсуждаемой в настоящей статье, от ситуации в [14] состоит в том, что в [14] рассматривается модельный экспериментальный объект с максимальными расходами сливающихся потоков $Q_1 = 0,78 \text{ м}^3/\text{с}$ и $Q_2 = 1,18 \text{ м}^3/\text{с}$. Характерная глубина на участке слияния $H \sim 0,4 \text{ м}$. В экспериментах, связанных с оценкой влияния плотностных эффектов, расход потоков снижается до $0,26 \text{ м}^3/\text{с}$ и $0,17 \text{ м}^3/\text{с}$ при температурах вод водотоков $16,4^\circ\text{C}$ и $23,6^\circ\text{C}$ соответственно. При этом характерная ширина участка слияния составляет $B \sim 22H \sim 9 \text{ м}$, а протяженность расчетного участка $200H = 80 \text{ м}$. В данной же статье протяженность расчетного участка равняется 10000 м , то есть 1667 характерным глубинам H в зоне слияния. В работе [14] путем изменения температуры отдельных сливающихся водотоков при стабильных минерализациях вод обеспечивается варьирование плотностного числа Фруда в интервале $1 \leq Fr_p \leq 5$. В тоже время при работе с естественными водотоками подобное варьирование числа Fr_p не представляется возможным. Поэтому в настоящей работе все оценки выполнены при $Fr_p \sim 1$; для реальных объектов (рек Кама и Вишера) принято значение числа Рейнольдса $Re \sim 10^6$, а в модельных исследованиях [14] $Re \sim 2 \cdot 10^5$. В [14] рассматриваются течения в небольших каналах на специально организованном полигоне, и для описания наблюдаемых на более мелких масштабах вихрей применяется DES модель турбулентности. При изучении реальных объектов с характерными линейными размерами — глубиной $\sim 6 \text{ м}$ и шириной потока $\sim 300 \text{ м}$, таких, как в настоящей работе, использование этой модели не представляется возможным, поскольку расчетная сетка содержит несколько сотен миллионов узлов.

2. Объект исследования

Итак, объектом изучения механизмов перемешивания вод двух крупных рек, как и в [6], является зона слияния рек Кама и Вишера. Рассматривается участок протяженностью 10 км ниже места слияния для реальной геометрии водотока (Рис. 1) и участок длиной 5 км для модельной прямоугольной области. Отличие от [6] заключается в том, что за основу берется зимний гидрологический режим, когда возможно значимое преобладание плотности воды реки Вишера над плотностью воды реки Кама вследствие наблюдаемой в этот период года повышенной минерализации.

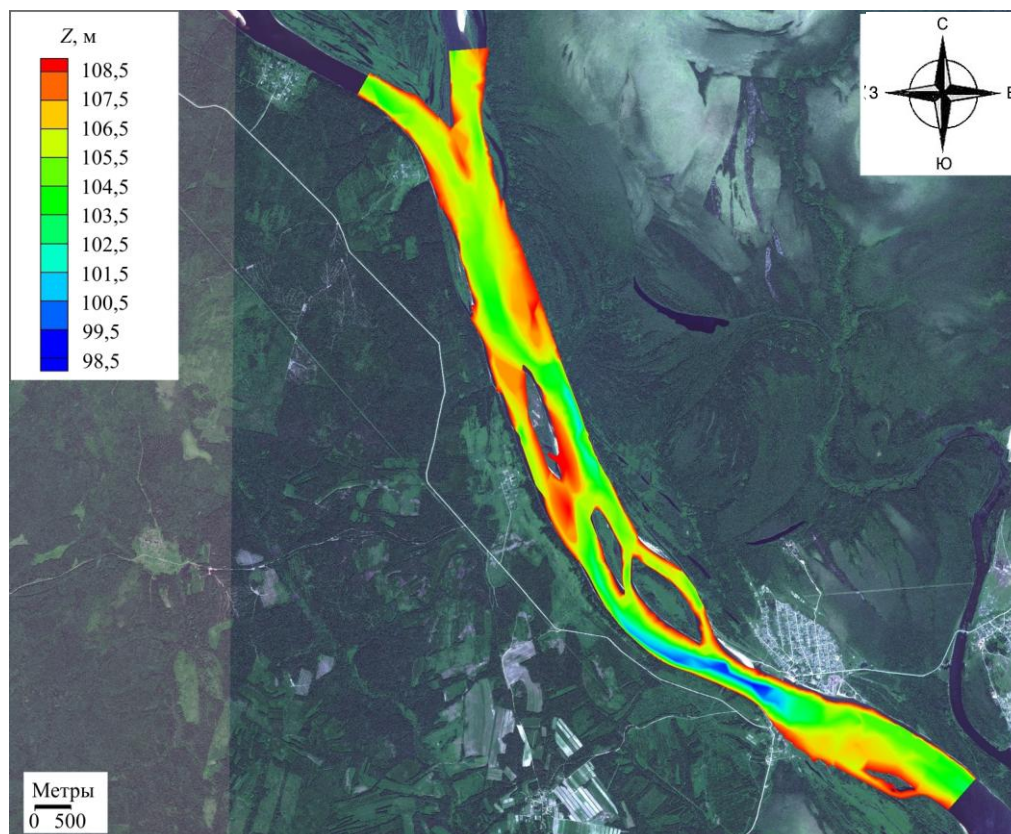


Рис. 1. Рассматриваемый участок слияния рек Кама и Вишера; Z – абсолютная гидрологическая отметка дна реки

Как показывают материалы многолетних наблюдений, в период зимней межени расход в Каме может снижаться до $75 \text{ м}^3/\text{с}$, а в Вишере до $135 \text{ м}^3/\text{с}$. Соответственно, расход воды из Камы ниже ее слияния с Вишерой составляет $210 \text{ м}^3/\text{с}$, а средняя скорость течения равняется $\sim 0,1 \text{ м/с}$. (Рис. 2). Характерной особенностью Камы на участке слияния является доминирование грядового сопротивления при формировании гидравлического потока. Благодаря грядовому сопротивлению, характер которого определяется не размерами частиц, образующих донных отложений, а параметрами самих донных гряд, для данного участка общего русла характерна высокая стабильность глубины потока (Рис. 3).

Поддержание достаточной стабильности глубин достигается за счет изменения коэффициента донной шероховатости n , формирующейся благодаря грядовому сопротивлению. В зимний период коэффициент равен: $n \sim 0,33$; при характерной глубине $H_{cp} \sim 6 \text{ м}$ средняя скорость течения составляет $\sim 0,1 \text{ м/с}$.

Как следует из рисунка 3, при изменении расхода воды в Каме более чем в 30 раз средняя глубина колеблется менее чем в 1,5 раза. Достаточно подробное объяснение этого явления дается в [15]. Благодаря этой особенности моделируемого водного объекта возникает возможность исследования вертикальной структуры потока, оценки вероятности проявления эффекта подтекания более минерализованных (плотных) вод реки Вишера под менее минерализованные воды Камы.

Плотностное число Фруда для выбранного для изучения гидрологического режима составляет, как уже отмечалось, $F_{r\rho} \sim 1$. Согласно оценкам [14] при данном значении $F_{r\rho}$ должно происходить подтекание одного потока под другой.

Для описания рассматриваемого процесса слияния рек используется гидродинамическая модель в 3D постановке в негидростатическом приближении.

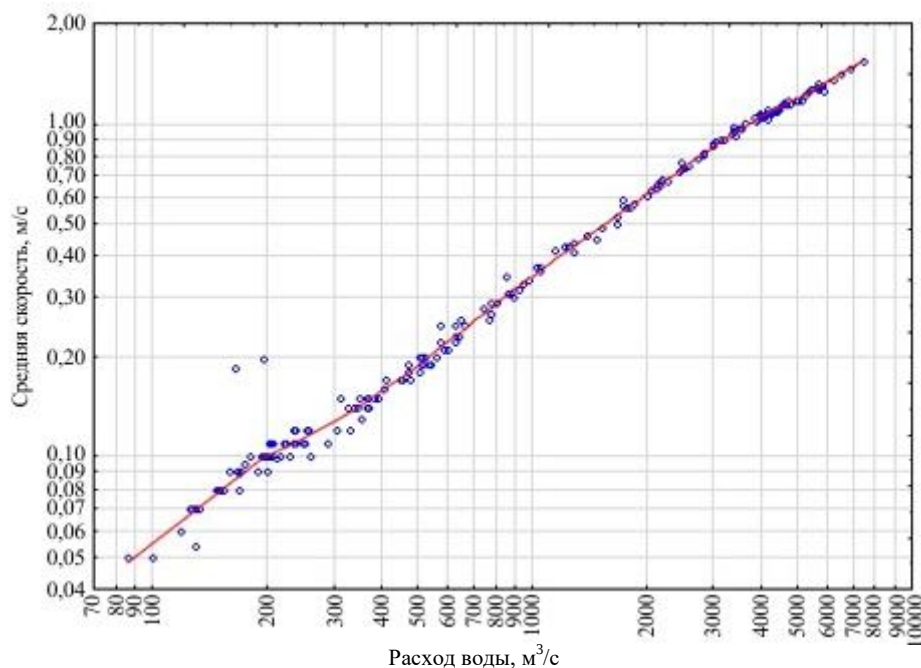


Рис. 2. Зависимость средней скорости воды в реке Кама у поселка Тюлькино (Пермский край) от расхода воды

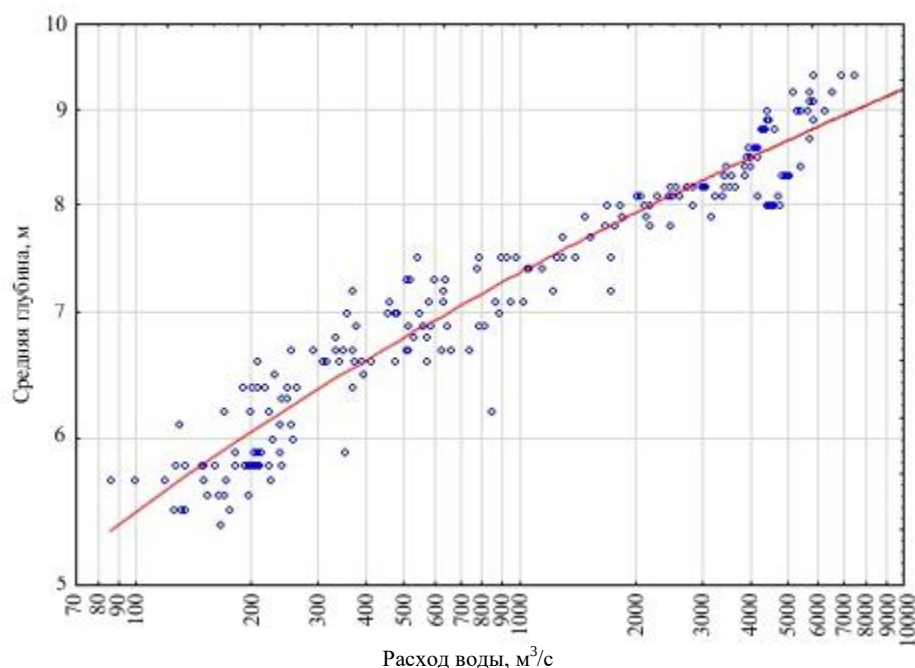


Рис. 3. Зависимость средней глубины реки Кама у поселка Тюлькино (Пермский край) от расхода воды; уровень воды рассчитывается по формуле: $Ur = H_{cp} + 105$

3. Математическая модель

Расчеты проводятся в рамках нестационарной изотермической задачи течения. Турбулентные пульсации представляется моделью напряжений Рейнольдса. Зависимость плотности жидкости ρ от концентрации c в общем случае считается квадратичной: $\rho = \rho_0 + A \cdot c + B \cdot c^2$, где $\rho_0 = 999,993$, $A = 667,8$, $B = -0,1229$. Вычисления осуществляются методом конечных объемов. Расчетная область разбивается на ячейки со сгущением вблизи дна. В качестве начальных данных берутся скорость и концентрация примеси, рассчитанные в рамках стационарного подхода.

В декартовых координатах уравнения баланса массы и импульса для осредненной по Рейнольдсу скорости v_i ($i = x, y, z$) имеют вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_t \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) \delta_{ij} \right] + \rho g_i, \end{aligned} \quad (4)$$

при этом координаты x, y — горизонтальные (основной поток направлен вдоль x), z — вертикальная координата. Уравнения (3) и (4) также содержат обозначения: t — время; μ — динамическая вязкость жидкости; δ_{ij} — символ Кронекера; μ_t — турбулентная вязкость, которая является функцией турбулентной кинетической энергии k и скорости ее диссипации ε : $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$, где C_μ — константа.

Уравнения замыкания (4) записываются для напряжений Рейнольдса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho v_i' v_j'}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho v_k v_i' v_j'}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{v_i' v_j'}}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{v_i' v_j'}) \right] - \\ - \rho \left(\overline{v_i' v_k'} \frac{\partial v_j}{\partial x_k} + \overline{v_j' v_k'} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) - C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{v_i' v_j'} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon, \end{aligned} \quad (5)$$

где $C_1 = 1,8$, надчеркивание означает осреднение. Турбулентная кинетическая энергия определяется как $k = \overline{v_i' v_i'} / 2$.

Чтобы получить граничные условия для напряжений Рейнольдса, необходимо решить уравнение переноса турбулентной кинетической энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{2} \rho \left(\overline{v_i' v_k'} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \overline{v_i' v_k'} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon, \quad (6)$$

и модельное уравнение переноса для скорости диссипации:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \varepsilon v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} \rho \left(\overline{v_i' v_k'} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \overline{v_i' v_k'} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (7)$$

В уравнениях (6) и (7) константы имеют значения: $C_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 0,82$, $\sigma_\varepsilon = 1,0$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, а также используются следующие обозначения: $G_k = \mu_t S^2$ — генерация турбулентной кинетической энергии за счет среднего градиента скорости; $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$ — норма тензора средней скорости деформации

потока, $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$. В уравнение (6) для турбулентной кинетической энергии входит член

$G_b = -\frac{g_j (\mu_t / \rho)}{\text{Pr}_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_j}$, описывающий генерацию турбулентной энергии за счет сил плавучести в поле силы

тяжести, при этом Pr_t — турбулентное число Прандтля. В случае устойчивой плотностной стратификации

$\left(\frac{\partial \rho}{\partial x_3} < 0 \right)$ вектор ускорения свободного падения $\mathbf{g}$ направлен вертикально вниз, и вышеуказанный член является отрицательным, что означает уменьшение турбулентной кинетической энергии вследствие плавучести.

Уравнение переноса примеси записывается в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho c) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} c) = -\nabla \cdot \mathbf{J}. \quad (8)$$

В уравнение (8) входят: ∇ — оператор набла, $\mathbf{J}$ — вектор диффузионного потока примеси, определяемый выражением

$$\mathbf{J} = -\rho(D_m + D_t)\nabla c, \quad (9)$$

в котором D_m — коэффициент молекулярной диффузии, D_t — эффективный коэффициент турбулентной диффузии, связанный с турбулентной вязкостью μ_t соотношением $D_t = (\mu_t/\rho)/Sc_t$, где Sc_t — турбулентное число Шмидта.

Параметры Pr_t , Sc_t , $G_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$, C_μ , σ_k и σ_ϵ в уравнениях (3)–(9) являются эмпирическими константами, их значения взяты из работы [16], некоторые из них приведены выше, а $Pr_t = 0,85$, $Sc_t = 0,7$. Кинематическая вязкость принимается равной $\mu = 9,34 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, коэффициент молекулярной диффузии — $D = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$. Для коэффициента шероховатости дна реки используется значение 0,035, которое соответствует однородной поверхности песчаных зерен и высоте шероховатости 0,001 м. Пространственная дискретизация уравнений осуществляется на основе схемы 2-го порядка точности. Временная эволюция аппроксимируется с помощью явной схемы 2-го порядка.

Далее приводятся граничные условия для уравнений (3)–(9) при различных ситуациях на границах исследуемой водной системы.

На твердых границах (на дне и берегах реки) в случае наложения условий прилипания и условия нулевого потока массы скорости обнуляются:

$$v_x = v_y = v_z = 0. \quad (10)$$

Значения напряжений Рейнольдса вычисляются с помощью пристеночных функций, которые наиболее распространены при моделировании природных потоков. В соответствии с работой [16] пристеночная функция для средней скорости имеет вид:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*), \quad (11)$$

где $U^* = \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w/\rho}$, $y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu}$, $\kappa = 0,4187$ — постоянная Кармана, $E = 9,793$ — эмпирическая константа. При этом U_P — средняя скорость жидкости в некоторой точке P в сечении потока, k_P — турбулентная кинетическая энергия в точке P , y_P — расстояние от точки P до дна потока. Логарифмический закон (11) применим, если выполняется неравенство: $11,225 < y^* < 300$.

В случае сетки, при которой в ячейках, прилегающих к стенке, $y^* < 11,225$, уравнение (11) становится следующим: $U^* = y^*$. Тогда напряжения Рейнольдса в пристеночных ячейках рассчитываются по формулам:

$$\frac{\overline{v_i'^2}}{k} = 1,098, \quad \frac{\overline{v_j'^2}}{k} = 0,247, \quad \frac{\overline{v_k'^2}}{k} = 0,655, \quad -\frac{\overline{v_i'v_j'}}{k} = 0,255.$$

Для примеси вблизи стенки закон (11) имеет вид:

$$\frac{(c_w - c)\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{J_w} = \begin{cases} Sc y^* & (y^* < y_c^*), \\ Sc_t \left[\frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) + P_c \right] & (y^* > y_c^*). \end{cases}$$

Здесь: Sc и Sc_t — молекулярное и турбулентное числа Шмидта; J_w и c_w — диффузионный поток и концентрация примеси на стенке;

$$P_c = 9,24 \left[\left(\frac{Sc}{Sc_t} \right)^{3/4} - 1 \right] \left[1 + 0,28 e^{-0,007 Sc/Sc_t} \right].$$

Уравнение (4) для k решается во всей области, включая пристеночные ячейки. Граничное условие для k на стенке следующее:

$$\frac{\partial k}{\partial \mathbf{n}} = 0,$$

где $\mathbf{n}$ — вектор нормали к стенке.

Производство кинетической энергии и скорость ее рассеивания в пристеночных ячейках берутся за исходные в уравнениях (6), (7) и вычисляются в предположении выполнения как гипотезы локального равновесия системы, так и равенства друг другу производства и диссипации энергии в контрольном объеме, прилегающем к стенке. Таким образом, производство энергии и скорость ее диссипации рассчитываются по формулам:

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \tau_w \left(\frac{\tau_w}{\kappa \rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P} \right),$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa y_P}.$$

На входе в расчетную область задается скорость основного потока (вектор скорости потока окружающей среды перпендикулярен входной границе: $\mathbf{U} = \{U, 0, 0\}$); концентрация устанавливается равной фоновой концентрации примеси в воде, и для каждой реки она своя:

$$v_x = U, \quad v_y = 0, \quad v_z = 0, \quad c = c_0. \quad (12)$$

Напряжения Рейнольдса на входе вычисляются при предположении изотропии турбулентности:

$$\overline{v_i'^2} = \frac{2}{3} k, \quad \overline{v_i' v_j'} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Здесь $k = \frac{3}{2} (v_{avg} I)^2$, v_{avg} — средняя скорость потока при интенсивности турбулентности $I = 0,16 \text{Re}^{-1/8}$.

Верхняя граница области, соответствующая свободной поверхности жидкости, полагается недеформируемой; на ней считаются выполненными условия отсутствия нормальной компоненты скорости, касательных напряжений и потока примеси

$$(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) = 0, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x_z} + \frac{\partial v_z}{\partial x_x} = 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial x_z} + \frac{\partial v_z}{\partial x_y} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial \mathbf{n}} = 0. \quad (13)$$

Условия на выходе вычислительной области заключаются в выполнении условия баланса массы:

$$\oint_{S_{in}} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} - \oint_{S_{out}} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = 0, \quad (14)$$

4. Результаты численного эксперимента

В осенне-зимний период расход воды в реках значительно снижается. Так, в реке Кама он составляет $75 \text{ м}^3/\text{с}$, а в Вишере — $135 \text{ м}^3/\text{с}$. Плотностная стратификация в этих реках реализуется за счет различия минерализации воды. По данным наблюдений Росгидромета, в Каме она может достигать $\sim 100 \text{ мг/л}$, а в Вишере — 400 мг/л , что объясняется существенным различием подстилающих поверхностей. Численное моделирование проведено для вышепредставленных условий и значений расходов вод и их минерализации.

Результаты выполненных расчетов для реальной геометрии русел рек представлены на рисунках 4 и 5. На рисунке 4 показаны поля концентрации примеси на поверхности (Рис. 4а) и на дне (Рис. 4б) расчетной области. После слияния рек смешение происходит на протяжении порядка 5 км, затем воды рек Кама и Вишера перемешиваются, концентрация становится практически однородной по всему объему. Расстояние, на протяжении которого имеют место плотностные эффекты, ограничено на рисунке прямой линией. Выше этой линии видно, что на дне (Рис. 4б) концентрация примеси больше, чем на поверхности.

А именно «тяжелые» воды реки Вишера подтекают под более легкие воды реки Кама, примесь стелется по дну после места слияния двух рек.

Отсутствие смешения можно видеть в случае, когда плотности вод являются одинаковыми и не зависят от концентрации примесей в них (см. Рис. 5). При этом на дне и на поверхности распределения плотности имеют одинаковый вид, то есть концентрация с глубиной не меняется. Реки текут, практически не перемешиваясь, почти 10 км от места слияния.

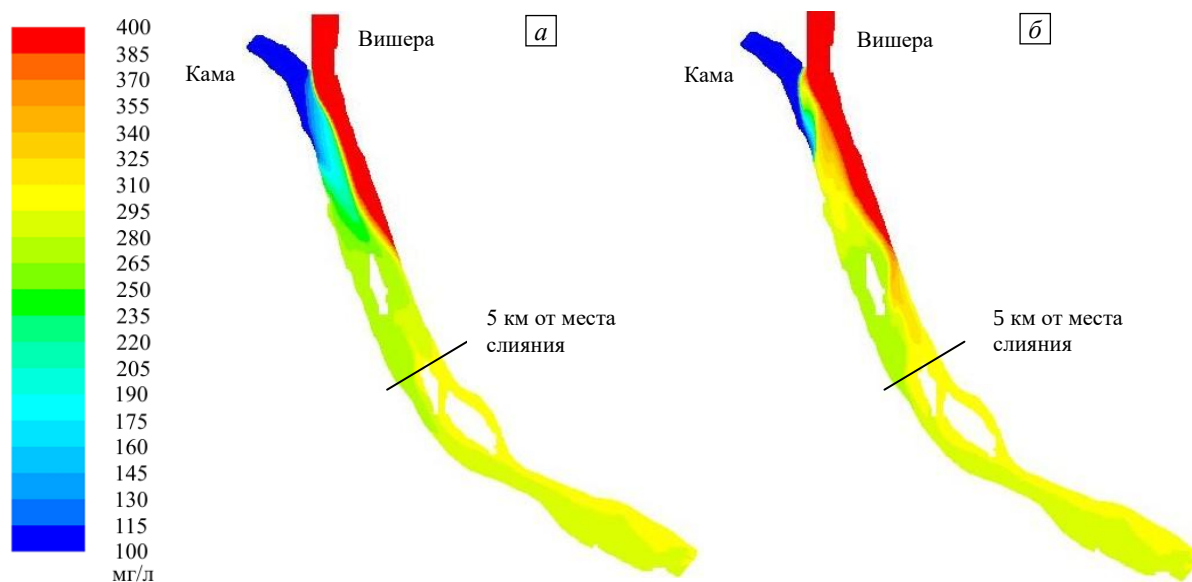


Рис. 4. Распределение минерализации воды после слияния рек Вишера и Кама (реальная геометрия) при учете плотностных эффектов и $F_r \sim 1$: на поверхности вод (а), на дне рек (б)

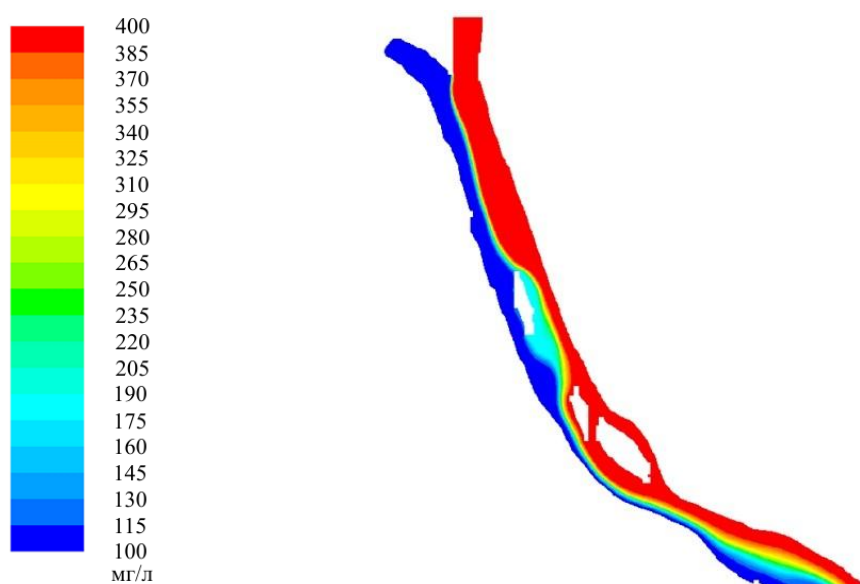


Рис. 5. Распределение минерализации воды после слияния рек Вишера и Кама без учета плотностных эффектов; $Ri \sim 0$

Как следует из сопоставления рисунков 4 и 5, даже при относительно небольшом различии минерализации вод сливающихся рек, но таком, что величина F_r становится ниже критического значения, а значение Ri выше критического, картина смешения этих рек принципиально изменяется. Когда плотности вод рек близки, то, как следует из рисунка 5, воды рек Кама и Вишера не перемешиваются на протяжении ~ 10 км. Механизм данного явления подробно представлен в [6].

В то же время, даже при относительно большом различии минерализаций (до ~ 300 мг/л) сливающихся водотоков, условия глубокой зимней межени обуславливают существенное снижение числа Фруда до $F_r \sim 1$. На рисунке 4 видно, что в этих условиях интенсивность перемешивания и характер смешения

становятся совершенно другими. Более минерализованные и, соответственно, более плотные воды реки Вишера подтекают под менее плотные воды реки Кама.

Картина процесса слияния водотоков выглядит еще более контрастной, если рассматривается упрощенная модельная геометрия (Рис. 6). Как уже говорилось ранее, на протяжении 5 км граница раздела является видимой (Рис. 4). Поэтому для проведения модельных расчетов была взята область протяженностью 5 км.

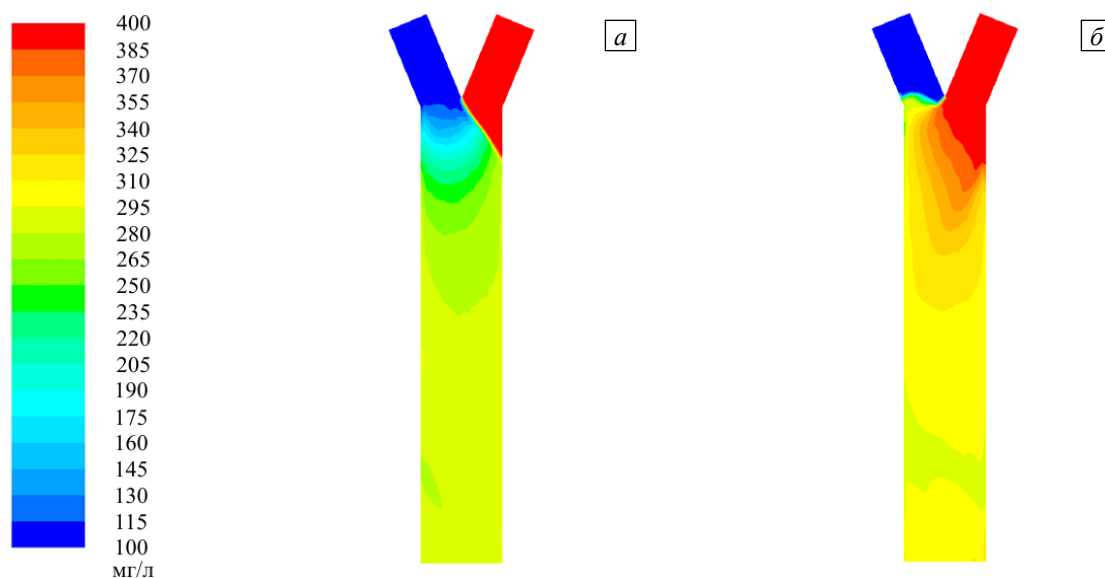


Рис. 6. Распределение минерализации воды на участке слияния рек Вишера и Кама (модельная геометрия) при учете плотностных эффектов на поверхности (а), на дне рек (б); $Fr_p \sim 1$

В модельной конфигурации руслу реки придавалась постоянная прямоугольная форма с прямой линией берегов и плоским дном, сохранялись средние значения ширины и глубины потока, его эффективной гидравлической шероховатости. Реальная морфометрия, неоднородность береговых полос и дна водотока, как видно из сопоставления рисунков 4 и 6, оказывает значительное влияние на процессы слияния, на характер перемешивания водных масс. Это влияние наглядно демонстрируется при сопоставлении распределения минерализации воды в поперечных сечениях, построенных на равных расстояниях от вершины слияния для реальной (Рис. 7а, б) модельной (Рис. 7в, г) геометрии.

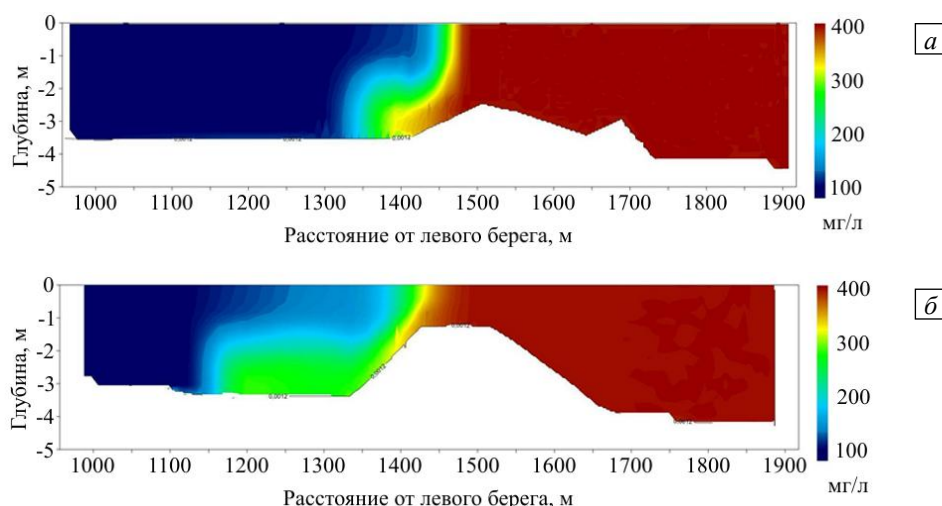


Рис. 7. Поперечные профили распределения минерализации в реке Кама для реальной (а), (б) и модельной (в), (г) геометрий на различных расстояниях от вершины слияния, м: 50 (а), (в); 500 (б), (г); $Fr_p \sim 1$

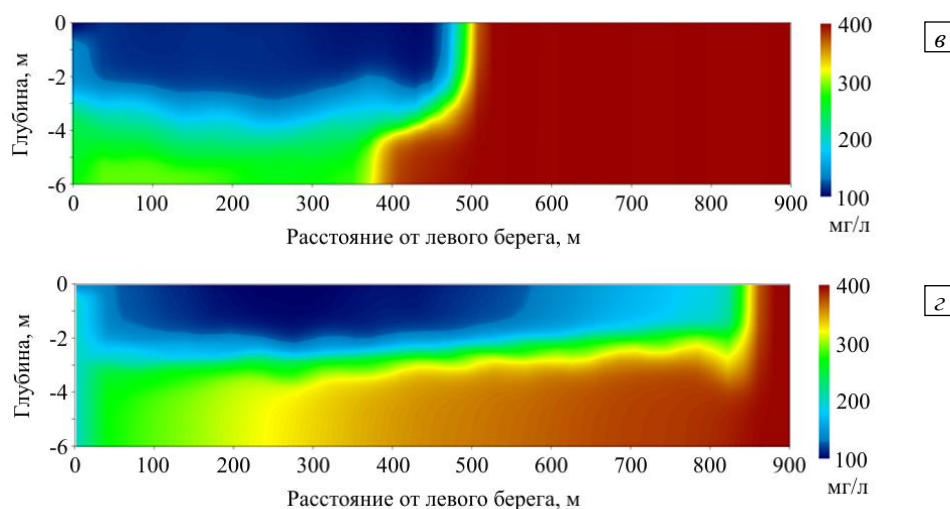
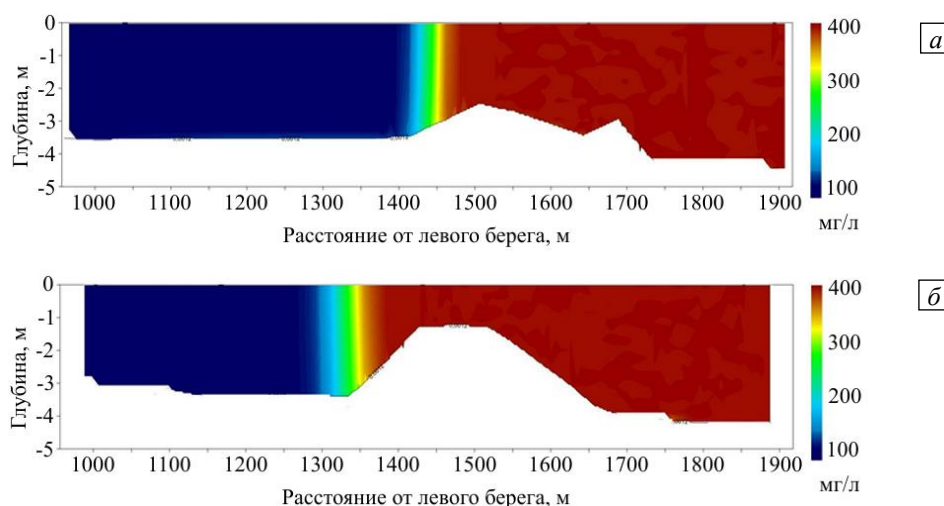


Рис. 7. Продолжение

Рис. 8. Поперечные профили распределения минерализации в реке Кама при $Ri \sim 0$ для реальной геометрии на различных расстояниях от вершины слияния, м: 50 (а), 500 (б)

Представленные поперечные профили распределения минерализации в реке Кама для реальной геометрии (см. Рис. 7а, б и Рис. 8) демонстрируют, что наличие значимой плотностной стратификации принципиально изменяет вид поперечных когерентных структур. Если при $Ri \sim 0$ развитость этих структур существенно затрудняет поперечное перемешивание потока, то при $Fr_p \sim 1$ и, соответственно, $Ri \sim 1$ эти когерентные структуры обуславливают формирование вертикальной неоднородности водных масс — подтекание более плотных водных масс под менее плотные. При этом, как следует из сопоставления на рисунке 7 профилей распределения минерализации для реальной и модельной геометрий, морфометрические особенности рассматриваемых потоков также существенно влияют на процессы их перемешивания.

5. Заключение

Выполненные вычислительные эксперименты на реальных водных объектах — реках Кама и Вишера, показали, что снижение плотностного числа Фруда до $Fr_p \sim 1$ и повышение числа Ричардсона до $Ri \sim 1$ принципиально меняют характер смешения водных масс при слиянии водотоков. При одних и тех же морфометрических и гидрологических характеристиках сливающихся рек процессы перемешивания происходят совершенно по-разному в случаях, когда плотностное число Фруда становится ниже критического значения за счет различия температур вод и их минерализаций. При достижении значения $Fr_p \sim 1$ более плотные воды начинают подтекать под менее плотные воды, формируется достаточно устойчивая граница раздела водных масс. Данные результаты согласуются с материалами натурных

наблюдений и вычислительными экспериментами, осуществленных в [14] на специально оборудованном экспериментальном полигоне.

Сопоставление результатов вычислительных экспериментов, полученных для реальной и модельной геометрий, показало, что неоднородности дна и берегов водотоков существенно сказываются на перемешивании водных масс тем, что интенсифицируют их вертикальный обмен. Поэтому, с одной стороны, к оценкам водотоков при модельной конфигурации русел необходимо относиться с повышенной осторожностью, а с другой, при проведении вычислительных экспериментов необходимо максимально детально задавать геометрию водного объекта.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-41-590013) и Министерства образования и науки Пермского края (соглашение № С-26/788).

Литература

1. Bouchez J., Lajeunesse E., Gaillardet J., France-Lanord C., Dutra-Maia P., Maurice L. Turbulent mixing in the Amazon River: The isotopic memory of confluences // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2010. Vol. 290. P. 37-43. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2009.11.054>
2. Lane S.N., Parsons D.R., Best J.L., Orfeo O., Kostaschuk R.A., Hardy R.J. Causes of rapid mixing at a junction of two large rivers: Rio Parana and Rio Paraguay, Argentina // *JGR: Earth Surface*. 2008. Vol. 113. F02024. <https://doi.org/10.1029/2006JF000745>
3. Mackay J.R. Lateral mixing of the Liard and Mackenzie rivers downstream from their confluence // *Canadian Journal of Earth Sciences*. 1970. Vol. 7. P. 111-124. <https://doi.org/10.1139/e70-008>
4. Rathbun R.E., Rostad C.E. Lateral mixing in the Mississippi River below the confluence with the Ohio River // *Water Resour. Res.* 2004. Vol. 40. W05207. <https://doi.org/10.1029/2003WR002381>
5. Umar M., Rhoads B., Greenberg J.A. Use of multispectral satellite remote sensing to asses mixing of suspended sediment downstream of large river confluences // *J. Hydrol.* 2018. Vol. 556. P. 325-338. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.11.026>
6. Любимова Т.П., Лепихин А.П., Паршакова Я.Н., Гуальтьери К., Лэйн С., Ру Б. Влияние гидродинамических режимов на смешение вод сливающихся рек // *Вычисл. мех. сплош. сред.* 2018. Т. 11, № 3. С. 354-361. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2018.11.3.26>
7. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 576 с.
8. Lyubimova T., Lepikhin A., Kononov V., Parshakova Ya., Tiunov A. Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers // *J. Hydrol.* 2014. Vol. 508. P. 328-342. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.10.041>
9. Лепихин А.П., Любимова Т.П., Возняк А.А., Паршакова Я.Н., Богомолов А.В., Ляхин Ю.С. Особенности регулирования качества воды при ее селективном заборе из водохранилищ // *Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление.* 2017. № 3. С. 56-68.
10. Brown G.L., Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers // *J. Fluid Mech.* 1974. Vol. 64. P. 775-816. <https://doi.org/10.1017/S002211207400190X>
11. Taira D.E., Schettini E.B., Silvestrini J.H. The influence of stratification and slope in mixing layers // *Proc. of the 14th IUTAM ABCM Symposium on Laminar Turbulent Transition.* Rio de Janeiro, Brazil, September 8-12, 2014. P. 536-542.
12. Cheng Z., Constantinescu G. Stratification effects on flow hydrodynamics and mixing at a confluence with a highly discordant bed and a relatively low velocity ratio // *Water Resour. Res.* 2018. Vol. 54. P. 4537-4562. <https://doi.org/10.1029/2017WR022292>
13. Cheng Z., Constantinescu G. Stratification effects on hydrodynamics and mixing at a river confluence with a discordant bed // *Environ. Fluid Mech.* 2020. Vol. 20. P. 843-872. <https://doi.org/10.1007/s10652-019-09725-6>
14. Horna-Munoz D., Constantinescu G., Rhoads B., Lewis Q., Sukhodolov A. Density effects at a concordant bed natural river confluence // *Water Resour. Res.* 2020. Vol. 56. e2019WR026217. <https://doi.org/10.1029/2019WR026217>
15. Лепихин А.П. К проблеме построения гидроморфометрических зависимостей для аллювиальных русел // *Географический вестник.* 2015. № 3(34). С. 115-125.
16. Launder B.E., Spalding D.B. Lectures in mathematical models of turbulence. London; New York: Academic Press, 1972. 169 p.

References

1. Bouchez J., Lajeunesse E., Gaillardet J., France-Lanord C., Dutra-Maia P., Maurice L. Turbulent mixing in the Amazon River: The isotopic memory of confluences. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 2010, vol. 290, pp. 37-43. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2009.11.054>
2. Lane S.N., Parsons D.R., Best J.L., Orfeo O., Kostaschuk R.A., Hardy R.J. Causes of rapid mixing at a junction of two large rivers: Rio Parana and Rio Paraguay, Argentina. *JGR: Earth Surface*, 2008, vol. 113, F02024. <https://doi.org/10.1029/2006JF000745>
3. Mackay J.R. Lateral mixing of the Liard and Mackenzie rivers downstream from their confluence. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 1970, vol. 7, pp. 111-124. <https://doi.org/10.1139/e70-008>
4. Rathbun R.E., Rostad C.E. Lateral mixing in the Mississippi River below the confluence with the Ohio River. *Water Resour. Res.*, 2004, vol. 40, W05207. <https://doi.org/10.1029/2003WR002381>
5. Umar M., Rhoads B., Greenberg J.A. Use of multispectral satellite remote sensing to asses mixing of suspended sediment downstream of large river confluences. *J. Hydrol.*, 2018, vol. 556, pp. 325-338. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.11.026>

6. Lyubimova T.P., Lepikhin A.P., Parshakova Ya.N., Gualtieri C., Lane S., Roux B. Influence of hydrodynamic regimes on mixing of waters of confluent rivers. *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2019, vol. 60, pp. 1220-1227. <https://doi.org/10.1134/S0021894419070083>
7. Prandtl L. *Führer durch die strömungslehre* [Fundamentals of Hydro- and Aeromechanics]. Braunschweig, Friedrich Vieweg u. Sohn, 1965. 523 p.
8. Lyubimova T., Lepikhin A., Konovalov V., Parshakova Ya., Tiunov A. Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers. *J. Hydrol.*, 2014, vol. 508, pp. 328-342. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.10.041>
9. Lepikhin A.P., Lyubimova T.P., Voznyak A.A., Parshakova Ya.N., Bogomolov A.V., Lyakhin Yu.S. Specific features of water quality regulation in process of its selective abstraction from reservoirs. *Vodnoye khozyaystvo Rossii: problemy, tekhnologii, upravleniye – Water Sector of Russia: Problems, Technologies, Management*, 2017, no. 3, pp. 56-68.
10. Brown G.L., Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.*, 1974, vol. 64, pp. 775-816. <https://doi.org/10.1017/S002211207400190X>
11. Taira D.E., Schettini E.B. Silvestrini J.H. *Proc. of the 14th IUTAM ABCM Symposium on Laminar Turbulent Transition. Rio de Janeiro, Brazil, September 8-12, 2014. P. 536-542.*
12. Cheng Z., Constantinescu G. Stratification effects on flow hydrodynamics and mixing at a confluence with a highly discordant bed and a relatively low velocity ratio. *Water Resour. Res.*, 2018, vol. 54, pp. 4537-4562. <https://doi.org/10.1029/2017WR022292>
13. Cheng Z., Constantinescu G. Stratification effects on hydrodynamics and mixing at a river confluence with a discordant bed. *Environ. Fluid Mech.*, 2020, vol. 20, pp. 843-872. <https://doi.org/10.1007/s10652-019-09725-6>
14. Horna-Munoz D., Constantinescu G., Rhoads B., Lewis Q., Sukhodolov A. Density effects at a concordant bed natural river confluence. *Water Resour. Res.*, 2020, vol. 56, e2019WR026217. <https://doi.org/10.1029/2019WR026217>
15. Lepikhin A.P. On the problem building of the morphometric relation for alluvial River channels. *Geograficheskiy vestnik – Geographical bulletin*, 2015, no. 3(34), pp. 115-125.
16. Launder B.E., Spalding D.B. *Lectures in mathematical models of turbulence*. London; New York, Academic Press, 1972. 169 p.

Поступила в редакцию 16.10.2020; после доработки 19.10.2020; принята к опубликованию 27.10.2020

Сведения об авторах

Любимова Татьяна Петровна, дфмн, проф., зав. лаб., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614018, г. Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; e-mail: lyubimovat@mail.ru

Лепихин Анатолий Павлович, дгн, проф., зав. лаб., Горный институт УрО РАН (ГИ УрО РАН), 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, д. 78а; e-mail: lepihin49@mail.ru

Паршакова Янина Николаевна, кфмн, нс, ИМСС УрО РАН; e-mail: parshakova@icmm.ru

Колчанов Вадим Юрьевич, студ., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15; e-mail: ikolchanov14@gmail.com

Гуальтьери Карло (Gualtieri Carlo), PhD, проф., Университет Неаполя им. Федерико II, Наполи, Италия (University of Napoli Federico II, Department of Civil, Architectural and Environmental Engineering (DICEA), Italy), Via Claudio 21, 80125, Napoli, Italy; e-mail: carlo.gualtieri@unina.it

Лэйн Стюарт Николас (Lane Stuart Nicholas), PhD, проф., дир., Институт динамики поверхности Земли, Университет Лозанны, Швейцария (Institute of Earth Surface Dynamics, University of Lausanne, Switzerland), CH-1015 Lausanne, Switzerland; e-mail: stuart.lane@unil.ch

Ру Бернар (Roux Bernard), д. математ. наук, проф., Университет Экс-Марсель и Высшая центральная школа Марселя, Марсель, Франция (Aix-Marseille Université and Ecole Centrale Marseille, Marseille, France), M2P2 UMR7340 Centrale Marseille Plot 6 38 rue Joliot-Curie 13451 Marseille, France; e-mail: broux@L3M.univ-mrs.fr