

DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.4.42

УДК 532.5

## ПОТОКИ УГЛОВОГО МОМЕНТА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СЛОЕ С ЛОКАЛИЗОВАННЫМ НАГРЕВОМ

А.В. Евграфова<sup>1,2</sup>, Е.Н. Попова<sup>1</sup>, А.Н. Сухановский<sup>1</sup><sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация<sup>2</sup>Пермский научно-исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация

В работе рассмотрены потоки углового момента во вращающемся слое с локализованным источником тепла. Как известно, ключевым для формирования азимутальных течений во вращающемся слое является транспорт углового момента благодаря меридиональной циркуляции. Перенос углового момента, его стоки и источники существенно зависят от начальных и граничных условий. Основная цель работы заключается в анализе распределения и потоков углового момента в жидкости и на границах слоя при различных значениях управляющих параметров. Исследование проводилось путем лабораторного эксперимента и численного моделирования в отечественном CFD пакете FlowVision. Экспериментальная модель представляла собой цилиндрическую кювету радиусом 15 см, установленную на стенде, обеспечивающем строго равномерное вращение в широком диапазоне скоростей. Толщина слоя жидкости составляла 3 см, верхняя граница была свободной. В качестве рабочих жидкостей использовались различные силиконовые масла. Измерения полей скорости производились при помощи PIV системы «Полис». Экспериментальные измерения и численное моделирование показали, что их результаты хорошо согласуются между собой и подтверждают особую важность радиального переноса углового момента в формировании интенсивного вихря. Обнаружено, что распределение углового момента зависит от управляющих параметров. Так, в результате уменьшения вязкости жидкости, увеличения мощности нагрева или скорости вращения модели распределение углового момента становится неоднородным, что приводит к потере осесимметричности вихря или его распаду. Для описания эволюции структуры вихря проведено детальное изучение переноса углового момента меридиональной циркуляцией, определено расположение стоков и источников углового момента в вязких пограничных слоях вблизи дна и боковых стенок. Исследована структура локализованного циклонического вихря при уменьшении вязкости рабочей жидкости. Продемонстрировано, что потеря устойчивости циклонического вихря связана с перестройкой структуры радиального течения.

*Ключевые слова:* циклонический вихрь, локализованный нагрев, вращение, PIV, FlowVision, угловой момент

## FLUXES OF ANGULAR MOMENTUM IN A ROTATING LAYER WITH LOCALIZED HEAT SOURCE

A.V. Evgrafova<sup>1,2</sup>, E.N. Popova<sup>1</sup> and A.N. Sukhanovskii<sup>1</sup><sup>1</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation<sup>2</sup>Perm State University, Perm, Russian Federation

Fluxes of angular momentum in a rotating layer with localized heat source were studied by laboratory and numerical modeling. This study is motivated by the problem of tropical cyclogenesis. Despite decades of research, this problem is unsolved and attracts close attention of many scientific groups. It is known that the transport of angular momentum by meridional circulation is crucial for the formation of azimuthal flows. The transport of angular momentum, its sources and sinks essentially depend on initial and boundary conditions. The main goal of the study is to perform analyses of the transfer of angular momentum in a fluid layer and fluxes of angular momentum on solid boundaries for different values of governing parameters. The investigation was carried out experimentally and numerically. The experimental model is a cylindrical vessel with diameter of 15 cm. The model was placed on a rotating stand, which provided stable rotation in a wide interval of angular velocities. The depth of the layer was 3 cm, and different silicon oils were used as working fluids. Measurements of velocity fields were carried out by the PIV system "Polis". Numerical calculations were done by CFD software FlowVision. Experimental and numerical results are in good agreement. It has been shown that the radial transport of angular momentum is of crucial importance for intensive cyclonic vortex formation. Intensive cyclonic vortex exists in a short interval of governing parameters. A decrease in viscosity and an increase in heating or angular velocity lead to the vortex asymmetry and further to its breaking. A detailed study of angular momentum transport by meridional circulation was carried out to describe vortex structure evolution. The locations of sources and sinks of angular momentum on solid boundaries were found. The structure of cyclonic vortex with decreasing viscosity was studied. It was shown that the instability of the vortex is strongly related to changes in the structure of a radial flow.

*Key words:* cyclonic vortex, localized heating, rotation, PIV, FlowVision, angular momentum

### 1. Введение

Взаимодействие силы Кориолиса с массовыми силами, обусловленными горизонтальным градиентом температуры или концентрации, служит основной причиной развития крупномасштабных течений в атмосфере и океане. Их конвективная природа вызывает большой интерес к лабораторному и численному моделированию конвекции во вращающихся слоях жидкости. Горизонтальные слои с локализованными источниками тепла выделяются среди различных вращающихся конвективных систем в связи с исследованием тропического циклогенеза, приводящего к формированию интенсивных крупномасштабных вихревых образований в атмосфере. Проблема возникновения тропических циклонов привлекает внимание ученых на протяжении последних десятилетий и до сих пор далека от своего разрешения.

В настоящее время наиболее распространенным методом изучения и прогнозирования атмосферных вихрей является численное моделирование. В качестве основной тенденции в развитии математических моделей можно назвать стремление максимально приблизить параметры расчета к реальным условиям. Однако большое количество учитываемых в расчетах физических процессов делает определение основных параметров и механизмов, описывающих генезис вихревых структур, чрезвычайно сложным. Наряду с математическими моделями растет значимость лабораторного эксперимента геофизических систем. Его основное преимущество — возможность изучения реальной физической системы с небольшим числом управляющих параметров. Это позволяет понять роль самых значимых из них в процессах возбуждения и эволюции вихревых течений.

Первые эксперименты по формированию вихрей от локализованных источников плавучести во вращающихся цилиндрических сосудах были связаны с моделированием торнадоподобных вихрей. Так, в [1] источником плавучести служили впрыскиваемые вдоль оси вращения пузырьки воздуха, а в [2] — жидкости с различной плотностью. Наличие во вращающейся системе вертикальных движений привело к концентрации углового момента и формированию спирального вихря, что и наблюдалось в работах [1, 2]. Лабораторная модель урагана с выделением скрытого тепла представлена в [3]. Выделение скрытого тепла в атмосфере в результате конденсации водяных паров реализовано в эксперименте при помощи теплоты, образующейся в ходе химической реакции. Кювета, заполненная раствором кислоты, вращалась с постоянной угловой скоростью, а подвод реагента осуществлялся через отверстия в дне модели. Благодаря меридиональной циркуляции наибольшее выделение тепла происходило в центральной части кюветы, а возникающая структура была подобна центральной области урагана.

Формирование крупномасштабного вихря над нагретым диском в слое вращающейся жидкости наблюдалось в [4, 5], где основное внимание уделено изучению системы мелкомасштабных вихрей, формирующихся при более высокой скорости вращения модели. Качественное описание циклонического вихря для различных скоростей вращения и размеров нагревателя представлено в [6]. В серии работ [7–10], посвященной лабораторному моделированию тропического циклона, экспериментально исследовалось формирование крупномасштабного циклонического вихря. Рассматривался вращающийся слой жидкости, подогреваемый в центральной области дна. Принципиальным отличием этих экспериментов от описанных ранее было малое отношение высоты слоя к его диаметру (0,1) и более вязкие, чем вода, рабочие жидкости. Локальные измерения скорости показали, что общая структура циклонического вихря подобна структуре тропического циклона. Отметим, что большая часть измерений характеристик вихря проводилась при помощи поплавкового датчика. В результате использования поплавкового датчика удалось обнаружить зависимость интенсивности вращения циклонического вихря от чисел Рейнольдса и Рэлея. Однако датчик, в силу своих размеров, влиял на структуру течения в той области, которую он занимал, поэтому большая часть измерений носила скорее качественный характер. Детальное количественное исследование структуры и характеристик азимутального и радиального течений в широком интервале основных управляющих параметров, таких как нагрев, вращение и вязкость, проведено в [11].

Как известно, ключевым для формирования азимутальных течений во вращающемся слое является транспорт углового момента благодаря меридиональной циркуляции [12–15]. Изменение углового момента слоя и его распределение в постановке [7–10] экспериментально и численно изучено в [16, 17]. В этих работах показано, что при наличии твердых границ вязкие взаимодействия приводят к обмену угловым моментом между жидкостью и стенками. Стационарное распределение азимутальных течений возможно только в случае баланса источников и стоков углового момента на твердых границах полости. При этом распределение углового момента в жидкости и его потоков на границе жидкость–стенка определяется основными параметрами задачи — физическими свойствами жидкости, скоростью вращения слоя и мощностью нагрева. Варьирование этих параметров может приводить к заметным изменениям интенсивности циклонического вихря при сохранении общей структуры движения. Анализ переноса углового момента в жидкости и его потоков на границах для различных значений управляющих параметров может помочь в понимании того, как характеристики стационарного вихря зависят от начальных и граничных условий. Именно это и составляет основную цель данной работы.

## 2. Экспериментальная установка

Рабочая кювета представляет собой цилиндр радиусом 15 см с осью вращения, совпадающей с осью  $z$  цилиндрической системы координат, берущей начало в центре дна кюветы (Рис. 1а). Кювета установлена на стенде, обеспечивающем строго равномерное вращение в диапазоне скоростей  $0,04 \leq \Omega \leq 0,30 \text{ с}^{-1}$ . Подогрев жидкости осуществляется при помощи медного теплообменника радиусом 5,2 см, расположенного в начале координат заподлицо с дном модели. Питание нагревателя производится через источник постоянного тока. В качестве рабочих жидкостей используются силиконовые масла с различными значениями числа Прандтля:  $Pr = 38, 66, 108, 256$  при  $25^\circ\text{C}$ . Поверхность жидкости всегда свободна. Высота слоя жидкости  $h$  в экспериментах не меняется и составляет 3 см.

Две (горизонтальные) компоненты скорости измерялись PIV системой «Полис», разработанной и изготовленной в Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН (г. Новосибирск). Двойной импульсный Nd-YaG лазер, блок управления и компьютер располагались на неподвижной платформе. Цифровая видеокамера была закреплена во вращающейся системе координат (Рис. 1б), в которой для формирования лазерного луча монтировалась система из шести оптических зеркал.

Методика восстановления поля скорости состоит в следующем. В жидкость вводятся сферические светоотражающие частицы — трассеры, средний размер которых составляет 10 мкм. Исследуемая область жидкости освещается при помощи лазерного ножа. Лазер генерирует два импульса с заданной задержкой по времени. Цифровая камера регистрирует распределение интенсивности света в рассматриваемой области. Все регистрируемое поле разбивается на ячейки (опросные подобласти), внутри которых вычисляется корреляция изображений частиц и по расположению максимума коэффициента корреляции находится среднее для данной ячейки значение двумерного вектора смещения и скорости.

Погрешность метода PIV определяется рядом факторов, таких как плотность распределения трассеров, величина задержки по времени и других. В данной работе погрешность измерения скоростей не превышает 5%.

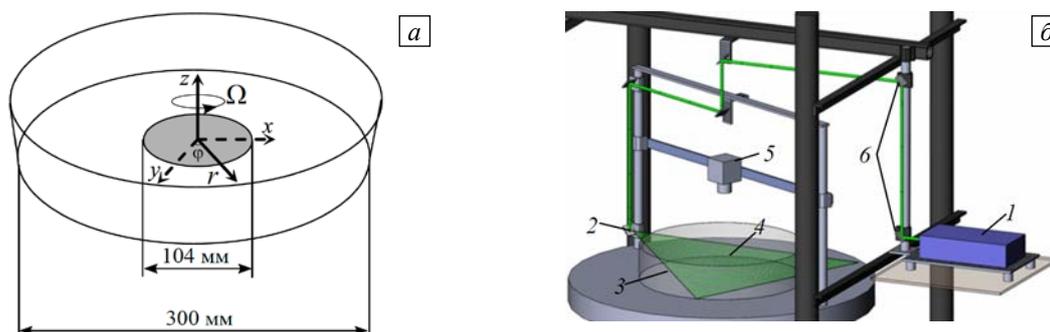


Рис. 1. Вид экспериментальной установки и положение системы координат (а); схема измерения скоростей (б): 1 – лазер, 2 – оптическая насадка, 3 – лазерный нож, 4 – светоотражающие частицы, 5 – цифровая видеокамера, 6 – оптические зеркала

Структура и интенсивность крупномасштабного течения во вращающемся слое существенно зависят от отношения силы плавучести к силе Кориолиса, которое характеризуется безразмерным параметром — конвективным числом Россби  $Ro_c$ . При увеличении скорости вращения возрастающая сила Кориолиса стремится подавить вертикальные движения и двумеризовать течение. Также на течение влияет толщина вязкого пограничного слоя, который формируется вблизи твердой поверхности. В нем происходит обмен импульсом и моментом импульса между твердой подложкой и жидкостью посредством вязких взаимодействий. Толщина этого слоя описывается числом Экмана, определенным через отношение вязких сил к силе Кориолиса. Обратное числу Экмана число Рейнольдса  $Re$  представляет собой безразмерную скорость вращения. В качестве параметра, характеризующего интенсивность конвективных движений, выбрано потоковое число Рэлея  $Ra_f$ :

$$Ro_c = \frac{B^{1/2}}{h(2\Omega)^{3/2}}, \quad B = \frac{g\beta}{\rho C_p} \cdot \frac{W}{S}, \quad E = \frac{\nu}{2\Omega h^2}, \quad Ra_f = \frac{g\beta h^4}{C_p \rho \chi^2 \nu} \cdot \frac{W}{S},$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $\beta$  — коэффициент температурного расширения,  $W$  — мощность нагрева,  $S$  — площадь поверхности нагревателя,  $\rho$  — плотность жидкости,  $C_p$  — теплоемкость рабочей жидкости при постоянном давлении,  $h$  — толщина слоя жидкости,  $\Omega$  — угловая скорость вращения платформы,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\chi$  — коэффициент теплопроводности.

### 3. Математическая постановка задачи и ее численная реализация

При помощи численного моделирования было исследовано формирование крупномасштабного течения во вращающемся цилиндрическом слое жидкости с твердыми боковыми стенками и дном, свободной верхней границей и при наличии на дне локализованного нагрева. Для проведения расчетов использовался коммерческий программный продукт FlowVision 3.09.02, разработанный для численного решения трехмерных стационарных и нестационарных уравнений динамики жидкости и газа.

Рабочая модель представляла собой цилиндрическую полость радиусом 15 см с осью вращения, совпадающей с осью  $z$  цилиндрической системы координат, имеющей начало в центре дна модели

(Рис. 1). Область нагрева в форме круга радиусом 5 см центрировалась с началом координат. Толщина слоя жидкости составляла  $h = 3$  см. При моделировании течений решалась система уравнений, состоящая из уравнения неразрывности в приближении несжимаемой жидкости, уравнения Навье–Стокса в приближении Буссинеска и уравнения теплопроводности:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \tag{1}$$

где  $\mathbf{V}$  — скорость жидкости;

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\rho^{-1} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{V} + \mathbf{g} \beta T, \tag{2}$$

где  $t$  — время,  $\rho$  — плотность жидкости,  $P$  — давление,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\mathbf{g}$  — вектор гравитационного ускорения,  $\beta$  — коэффициент температурного расширения,  $T$  — разница температур между начальной и мгновенной;

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi \Delta T, \tag{3}$$

где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности.

Физические свойства жидкости  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\beta$ ,  $\chi$  полагались постоянными. На боковых стенках и дне модели ставилось условие прилипания для скорости и адиабатичности для температуры, на свободной поверхности — условие проскальзывания и непроницаемости. В области нагрева и на свободной поверхности задавались постоянные потоки тепла. Расчеты проводились в инерциальной системе отсчета. Вращение боковых стенок и дна определялось при помощи граничных условий. Ось вращения совпадала с вертикальной осью  $z$ . Все результаты, приводимые в статье, относятся к установившемуся течению.

Расчетные узлы были равномерно распределены по всему объему с шагом 1 мм, их число составляло 2,8 млн. В FlowVision используется прямоугольная сетка, которая автоматически адаптируется на криволинейных границах расчетной области. Для определения влияния на решение разрешения сетки и времени дискретизации осуществлены тестовые расчеты для 6 различных комбинаций пространственного и временного шагов. Пространственный шаг 1 мм и временной шаг 0,1 с обеспечили оптимальное соотношение производительности и точности расчетов. Для вычислений на MPI кластере было задействовано 20 узлов (160 ядер). Неявная разностная схема обусловила второй порядок точности.

Численная реализация трехмерного течения с выбранным количеством расчетных узлов требует значительных вычислительных ресурсов. Режим с фиксированными значениями скорости вращения, вязкости жидкости и мощности нагрева занимает около недели машинного времени. Поэтому перебор параметров задачи становится затруднительным. В данной работе рассмотрены только два режима, в первом из которых формируется устойчивый, локализованный в центре, вихрь, а второй соответствует переходному режиму, в котором происходит существенная перестройка структуры вихря. В таблице 1 приведены значения безразмерных параметров для этих режимов. Характеристики жидкости, а также угловая скорость вращения  $\Omega$ , мощность нагрева  $W$  и начальная температура жидкости выбирались максимально приближенными к эксперименту. Начальная скорость равнялась скорости твердотельного вращения.

Таблица 1. Значения безразмерных параметров

|             | $Ro_c$  |         | $E$     |         | $Ra_f \cdot 10^8$ |         | $Pr$    |         |
|-------------|---------|---------|---------|---------|-------------------|---------|---------|---------|
|             | Режим 1 | Режим 2 | Режим 1 | Режим 2 | Режим 1           | Режим 2 | Режим 1 | Режим 2 |
| Эксперимент | 1,80    | 1,9     | 0,036   | 0,020   | 2,8               | 8,6     | 60      | 37      |
| FlowVision  | 1,89    | 2,3     | 0,035   | 0,020   | 2,7               | 7,7     | 61      | 36      |

#### 4. Результаты

Структура основного течения во вращающемся слое с локализованным нагревом подробно описана в [11]. Схематично вид течения показан на рисунке 2. Вследствие локализованного нагрева дна в слое возникает крупномасштабное конвективное течение с конвергентным (сходящимся) потоком в нижней части слоя и дивергентным (расходящимся) в верхней. Интенсивная радиальная циркуляция приводит к транспорту углового момента. Конвергентное течение в нижней части слоя переносит элементы

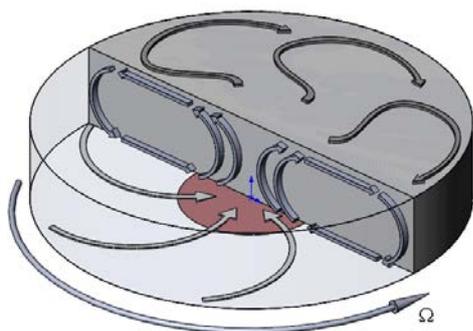


Рис. 2. Структура основного течения

жидкости с большим угловым моментом к центру, в результате чего там формируется циклоническое движение. Дивергентное течение, напротив, уносит жидкость с малых радиусов на большие, образуя антициклоническое движение.

На рисунке 3 представлены расчетные поля относительных (после вычета твердотельного вращения) азимутальной —  $V_\varphi$ , и радиальной —  $V_r$ , компонент скорости, средних по азимутальной координате и времени. Белая линия служит границей смены знака азимутальной скорости (циклоническому движению отвечают положительные значения скорости, антициклоническому — отрицательные).

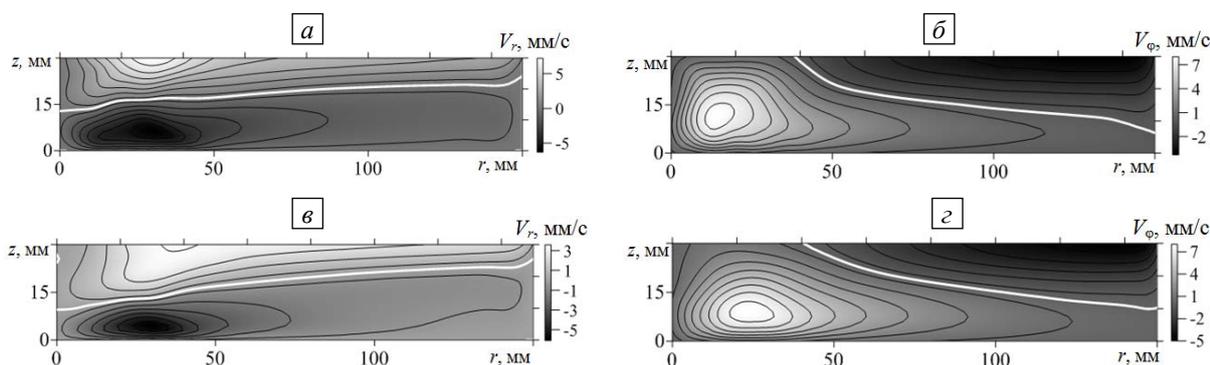


Рис. 3. Поля радиальной (а, в) и азимутальной (б, г) компонент скорости в вертикальном сечении, средние по азимутальной координате и времени, вычисленные в FlowVision: режим 1 (а, б); режим 2 (в, г)

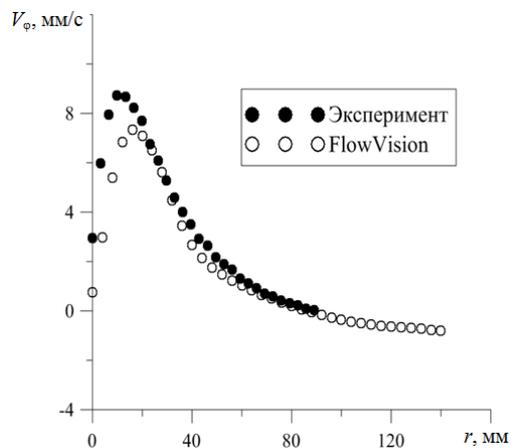


Рис. 4. Профиль азимутальной скорости вдоль радиальной координаты на высоте  $z = 15$  мм для режима 1

Для верификации численной модели проведено сравнение профилей азимутальной скорости вдоль радиальной координаты в середине слоя ( $z = 15$  мм) полученных в расчете и эксперименте (Рис. 4). Описанные в [11] эксперименты показали, что интенсивный циклонический вихрь в центральной части полости существует в достаточно узком диапазоне управляющих параметров. Уменьшение вязкости, рост мощности нагрева или скорости вращения сначала приводят к потере осесимметричности вихря, а затем к его распаду.

На рисунке 5 представлены мгновенные поля вертикальной компоненты завихренности в области нагрева на высоте  $z = 15$  мм, полученные экспериментально и численно, характеристики режимов указаны в таблице 1. При уменьшении вязкости жидкости (несмотря на то, что соотношение между плавучестью и силой Кориолиса остается прежним) структура течения кардинально меняется. Циклонический вихрь смещается от центра и движется

вокруг оси модели. Средние поля скорости, полученные в результате численных расчетов, качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными.

В данной работе предпринята попытка на основе набора расчетных данных понять, почему вихрь теряет свою устойчивость.

Из работы [13] следует, что необходимым условием для стационарного режима является баланс потоков углового момента, экспериментально это подтверждено в [14, 17]. Действительно, источником относительного вращения в центре полости служит угловой момент, приносимый конвергентным потоком. В области циклонического движения, где жидкость движется быстрее дна, трение в вязком приповерхностном слое приводит к стоку углового момента, а на периферии, где образовалось антициклоническое движение, наоборот наблюдается поток углового момента. В установившемся течении

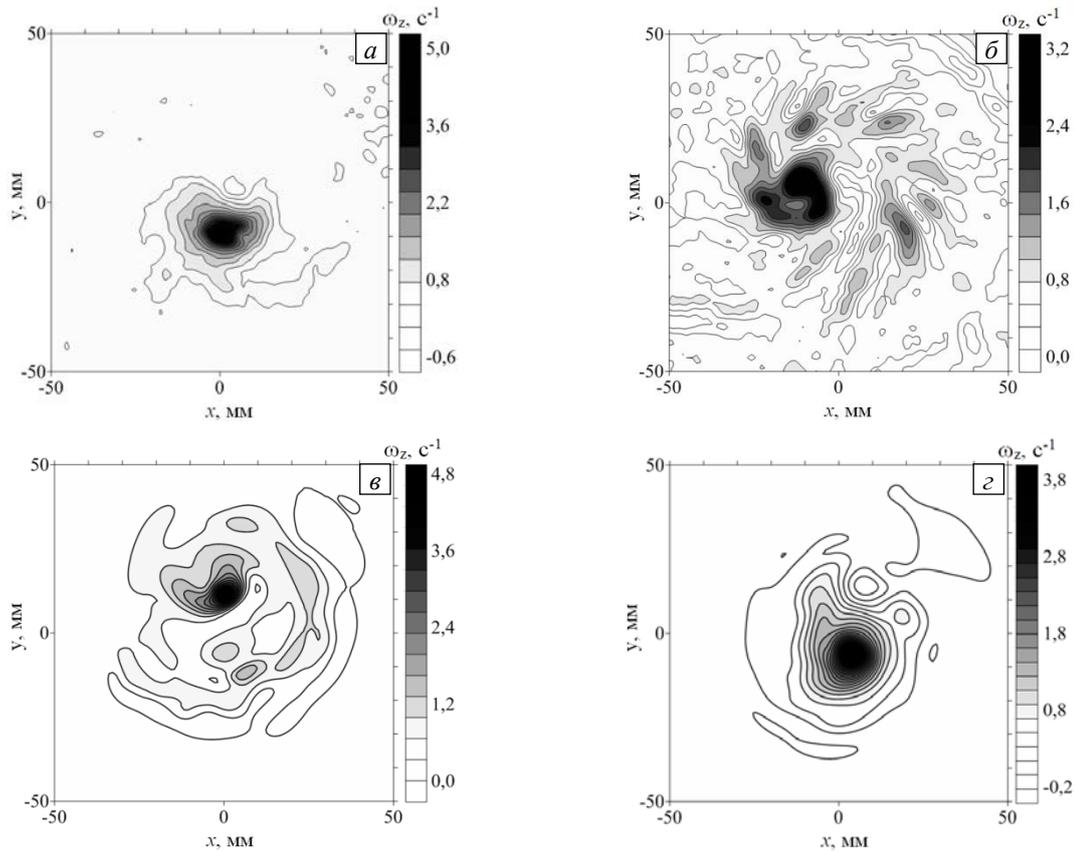


Рис. 5. Мгновенные поля вертикальной завихренности в области над нагревателем на высоте  $z = 15$  мм: режим 1 (а, б); режим 2 (в, г); эксперимент (а, в), FlowVision (б, г)

интегральный поток углового момента на границах равен нулю, что накладывает ограничения на структуру и интенсивность течения. В атмосфере формирование стационарных тропических циклонов невозможно, так как сток углового момента при взаимодействии циклона с поверхностью воды или суши всегда приводит к его затуханию.

В осесимметричном случае абсолютный угловой момент, приходящийся на единицу массы, определяется как  $m = r(\Omega r + V_\phi)$ , где  $\Omega$  — угловая скорость вращения. Соответственно для твердотельного вращения значение углового момента не превышает  $\Omega \cdot r_{\max}$ . Наличие нагрева приводит к перераспределению углового момента внутри слоя и установлению стационарного режима. Распределения относительного углового момента для режимов 1, 2 приведены на рисунке 6.

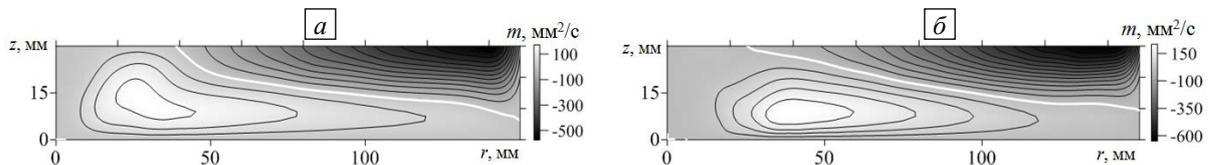


Рис. 6. Распределение углового момента: режим 1 (а), режим 2 (б)

Проанализируем потоки углового момента за счет циркуляции жидкости и вязких взаимодействий. Уравнение эволюции углового момента для несжимаемой жидкости предложено в работе [13]:

$$m_t + \nabla \cdot (m\mathbf{V}) = -\nabla \cdot \mathbf{F}, \tag{4}$$

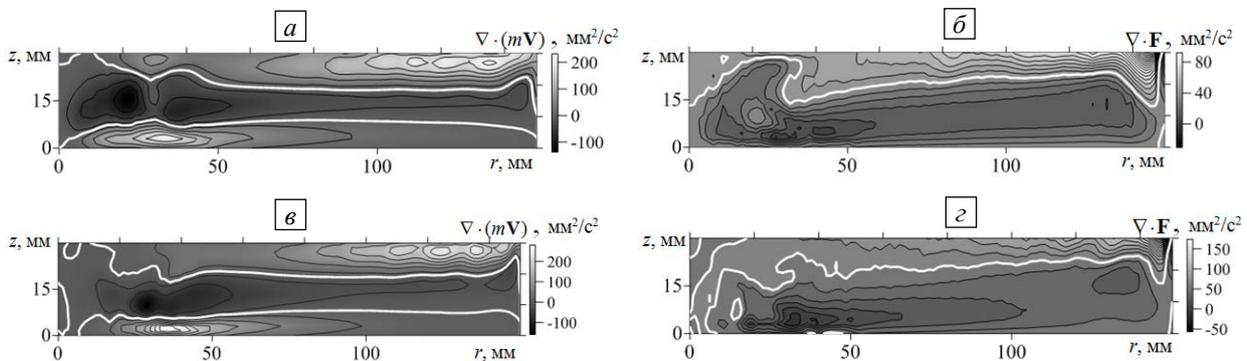
где  $\mathbf{V}$  — вектор скорости с компонентами  $\{V_r, V_\phi, V_z\}$  в координатах  $\{r, \phi, z\}$ ,  $\mathbf{F}$  — диффузионный поток углового момента за счет вязкости. Второй член в левой части уравнения (4) описывает перенос углового момента течением жидкости. Для стационарного режима условие сохранения углового момента требует выполнения следующего соотношения:

$$\iint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{n} = 0, \tag{5}$$

где  $d\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности. Другими словами, сохранение углового момента достигается за счет баланса источников и стоков момента и определяющим становится соотношение между потоками углового момента на дне модели и на боковой границе. Вектор  $\mathbf{F}$  параллелен градиенту относительной угловой скорости  $\gamma = V_\varphi / r$ , но направлен в противоположную сторону. Для цилиндрического слоя несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью  $\nu$  вектор  $\mathbf{F}$  введен в работе [14] как

$$\mathbf{F} = -\nu r^2 \nabla \gamma = -\nu r^2 \nabla \left( \frac{m}{r^2} \right). \quad (6)$$

В зависимости от начальных и граничных условий перенос момента может протекать по различным сценариям. Поля источников и стоков углового момента для устойчивого и неустойчивого спирального вихря, средних по азимутальной координате, показаны на рисунке 7. Слева представлено распределение дивергенции адвективного потока углового момента, а справа — его диффузионный поток. Белая линия является границей смены знака величины потока, то есть разделяет область источников и стоков. Поля источников и стоков демонстрируют, как именно происходит транспорт и перераспределение углового момента. Радиальное течение в нижней части слоя, как и предполагалось, служит основным источником углового момента и формирует вихрь. Вертикальное течение, а затем радиальное течение в верхней части слоя уносят избыточный (по сравнению с твердотельным) угловой момент из центральной области. Интересно, что верхняя часть слоя там, где существует антициклоническое движение, также служит источником углового момента, так как перенос элементов жидкости с малым угловым моментом к периферии аналогичен переносу элементов жидкости с избыточным моментом к центру. На поле дивергенции диффузионного потока  $m$  видно, что сток расположен в вязком (экмановском) пограничном слое там, где локализован циклонический вихрь, а источником служит небольшая область у боковой стенки, где существует антициклоническое движение. Толщина слоя Экмана зависит от вязкости жидкости, и при ее уменьшении слой становится тоньше. Поэтому области стока и притока углового момента за счет взаимодействия с твердой стенкой прижимаются к ней и становятся меньше (Рис. 7). Принципиальных изменений в структуре течений и потоков углового момента на представленных режимах не происходит. Таким образом, средние (по азимутальной координате) поля не позволяют определить причину потери устойчивости вихря. Это ожидаемый результат, так как и эксперименты, и расчеты показывают, что развитие неустойчивости связано с асимметрией течения в нижней части слоя.



**Рис. 7.** Распределение дивергенции потоков углового момента: режим 1 (а, б); режим 2 (в, г); адвективный поток углового момента (а, в), диффузионный (б, г); белая линия – граница между положительными и отрицательными значениями (источниками и стоками)

В связи с этим рассмотрим мгновенные распределения различных характеристик течения в горизонтальном сечении. На рисунке 8 показаны мгновенные поля радиальной компоненты скорости для двух рассматриваемых режимов. Еще в работах [7–9] было отмечено, что при натекании относительно холодного потока на нагреваемую поверхность формируются вторичные структуры в виде конвективных валов. В случае неподвижного слоя структура и характеристики вторичных течений подробно изучены в [16]. В отсутствие вращения вторичные структуры представляют суперпозицию радиальных (продольных) и поперечных (кольцевых или спиральных) валов. При наличии вращения [11] поперечные структуры не образуются, а радиальные валы выстраиваются в направлении основного закрученного вихревого потока, что хорошо видно и на рисунке 8а. Несмотря на пространственную неоднородность поля радиальной скорости в режиме 1, жидкость по всем направлениям движется к центру.

Отметим, что радиальное течение наблюдается и на малых радиусах, вблизи оси вращения. При уменьшении вязкости (числа Прандтля) происходит изменение структуры течения (Рис. 8б). Теперь жидкость движется в область нагрева в виде широкого рукава по выделенному направлению и не достигает

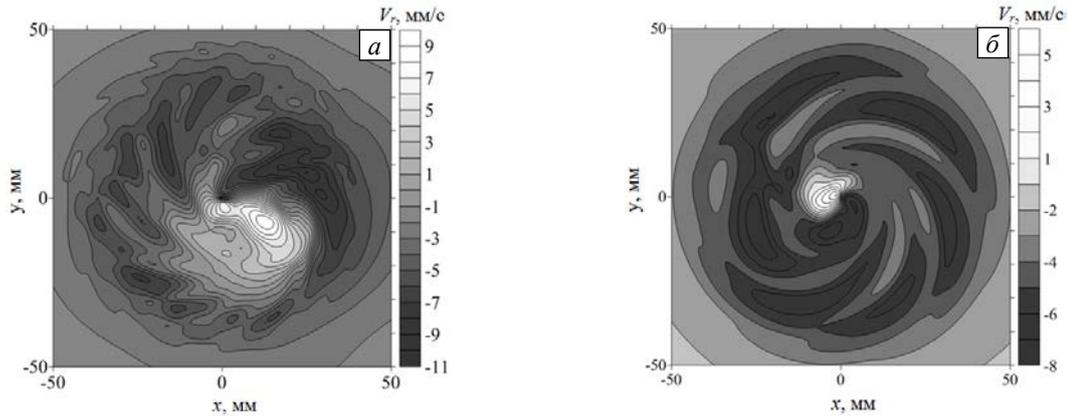


Рис. 8. Мгновенные распределения радиальной компоненты скорости при  $z = 3$  мм, вычисленные в FlowVision: режим 1 (а), режим 2 (б)

центра. Этот спиральный рукав медленно перемещается вокруг оси вращения. В данном режиме среднее по времени поле радиальной скорости имеет вид кольца [11].

Так как именно радиальное движение переносит избыточный угловой момент в центральную область, то перестройка структуры течения не может не повлиять на формирование вихря. Как хорошо видно на рисунке 9, циклоническое движение в режиме 1 локализовано в центральной части, а в режиме 2 сконцентрировано в области, удаленной от центра.

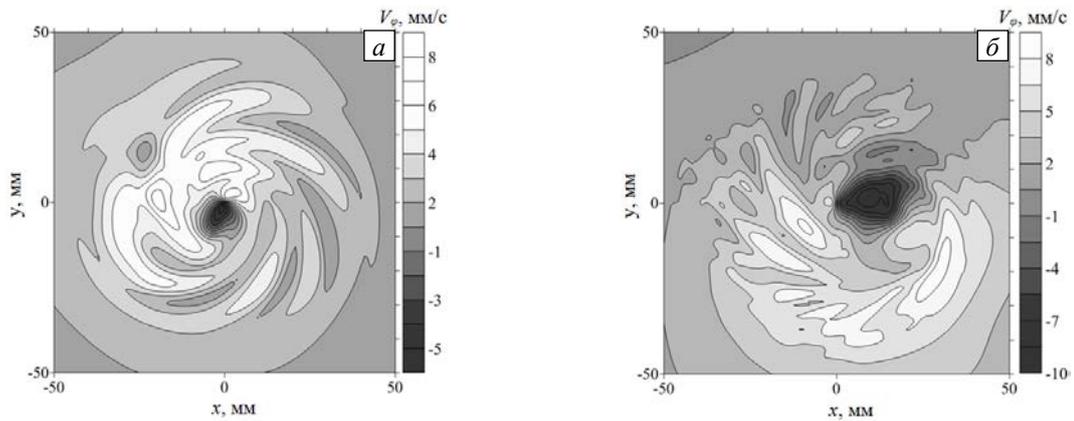


Рис. 9. Мгновенные распределения азимутальной компоненты скорости при  $z = 3$  мм, вычисленные в FlowVision: режим 1 (а), режим 2 (б)

Теперь рассмотрим потоки углового момента. На рисунках 10 и 11 показаны мгновенные распределения адвективного и диффузионного потоков углового момента в радиальном направлении при  $z = 3$  мм. Очевидна высокая корреляция распределения радиальной скорости и потока углового момента. Поток углового момента в режиме 2 характеризуется более высокими значениями и выделенным направлением. Неоднородность в его распределении обусловлена наличием вторичных течений.

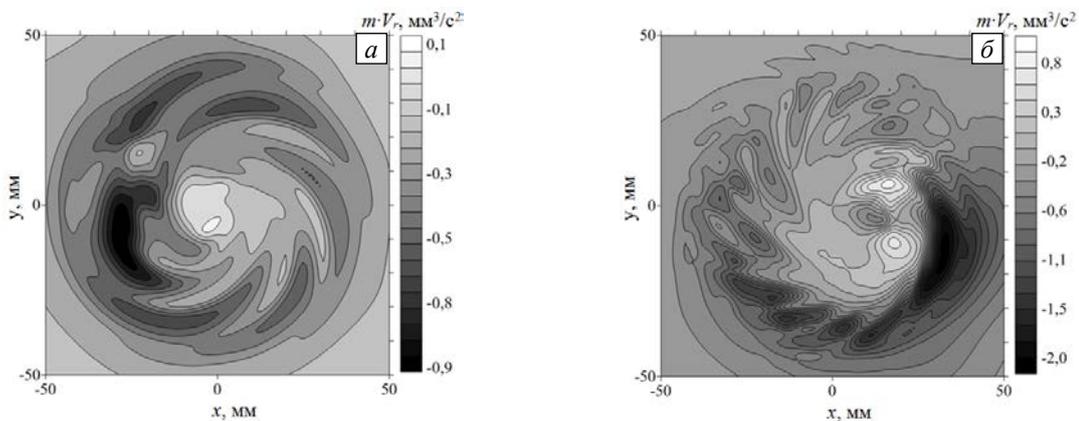


Рис. 10. Мгновенные распределения адвективного потока углового момента в радиальном направлении, при  $z = 3$  мм, вычисленные в FlowVision: режим 1 (а), режим 2 (б)

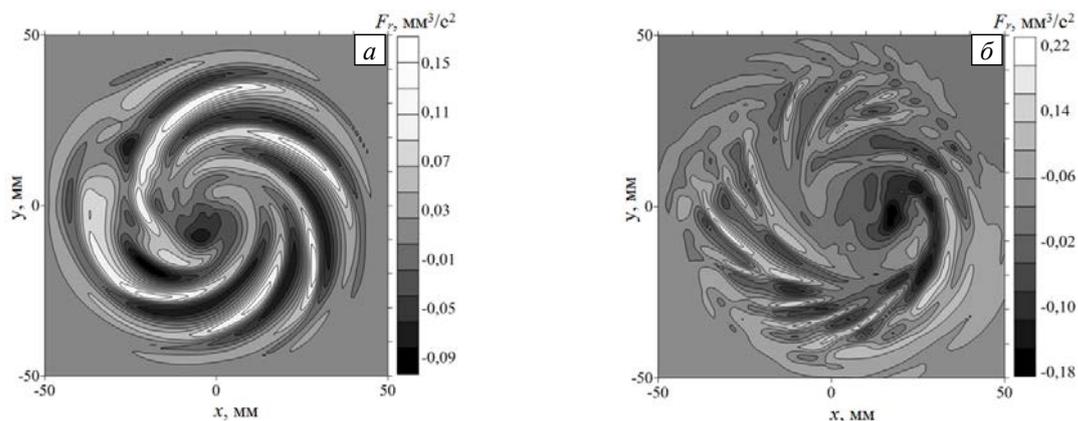


Рис. 11. Мгновенные распределения радиальной компоненты диффузионного потока углового момента при  $z = 3$  мм, вычисленные в FlowVision: режим 1 (а), режим 2 (б)

Этим подтверждается, что вторичные течения в пограничном слое влияют на обменные процессы. Так как в режиме 2 радиальное течение не достигает центра, то и формирование вторичных течений происходит только на периферии нагреваемой области. При этом характерный размер вторичных течений в режиме 2 меньше, чем в режиме 1, вследствие уменьшения толщины пограничного слоя (чем ниже вязкость, тем тоньше пограничный слой).

На основе приведенных результатов можно предложить следующий сценарий эволюции вихря при переходе от режима 1 к режиму 2. Уменьшение вязкости приводит к формированию более тонкого вязкого пограничного слоя, при этом возрастает скорость радиального движения, и конвергентный поток прижимается ко дну (Рис. 3в). Полагается, что благодаря росту скорости и, соответственно, сдвига скорости, как по высоте, так и в горизонтальном направлении радиальное течение меняет свою структуру: теперь жидкость доставляется к центру не по нескольким спиральным рукавам, а по одному достаточно широкому рукаву (Рис. 8б). Устойчивость радиального конвергентного течения в описываемой постановке является интересной задачей, требующей отдельного рассмотрения. Результатом изменения структуры радиального течения является концентрация потока углового момента в выделенном направлении. Элементы жидкости с большим избыточным угловым моментом не могут достигнуть центральной области из-за быстрого роста азимутальной скорости. Поэтому локализованный вихрь формируется не в центре, а на некотором расстоянии от него. По-видимому, неоднородное распределение вязких напряжений на периферии этого локализованного вихря является причиной его движения около центра. Дальнейшее уменьшение вязкости (например, при использовании воды в качестве рабочей жидкости) приводит к образованию нескольких локализованных вихрей на периферии нагреваемой области [4, 5].

## 5. Заключение

В работе экспериментально и численно исследованы потоки углового момента во вращающемся слое с локализованным источником тепла. Сравнение результатов экспериментальных измерений и численного моделирования показало их хорошее согласие. Основное внимание уделено переносу углового момента меридиональной циркуляцией, расположению стоков и источников углового момента в вязких пограничных слоях на дне и боковой стенке модели. Полученные результаты подтверждают первостепенную важность радиального переноса углового момента для формирования интенсивного циклонического вихря. Также показано, что вторичные структуры в пограничном слое над нагреваемой областью существенно влияют на обмен угловым моментом между жидкостью и твердым дном.

Изучен процесс потери устойчивости локализованного циклонического вихря при уменьшении вязкости рабочей жидкости. Обнаружено, что эволюция вихревого течения есть результат перестройки радиального течения. Уменьшение вязкости приводит к тому, что радиальное движение в нижней части слоя происходит вдоль выделенного направления, и элементы жидкости с большим избыточным угловым моментом не достигают центральной области, локализованный вихрь формируется не в центре, а на некотором расстоянии от него. Вопрос о том, как именно и за счет какой неустойчивости изменяется структура радиального течения, остается открытым. Выявленные эффекты носят трехмерный характер и не могут быть исследованы при помощи осесимметричных математических моделей в близких по постановке задачах.

Применимость полученных результатов к реальным атмосферным системам представляет серьезную проблему. Рассматриваемые лабораторные течения являются ламинарными, поэтому для сравнения с крупномасштабными атмосферными вихрями необходимо использовать гипотезу о средней турбулентной вязкости. Проведение расчетов при помощи специализированных пакетов, предназначенных

для моделирования крупномасштабных атмосферных течений, в представленной — идеализированной — постановке могло бы помочь в решении этого вопроса.

Авторы благодарны ООО «ТЕСИС» за предоставление комплекса FlowVision. Расчеты проводились на вычислительном кластере «Тритон» (ИМСС УрО РАН).

Работа выполнена при финансовой поддержке Комплексной программы фундаментальных исследований УрО РАН (проект № 15-10-1-16).

## Литература

1. Turner J.S., Lilly D.K. The carbonated-water tornado vortex // *J. Atmos. Sci.* – 1963. – Vol. 20. – P. 468-471. DOI
2. Morton B.R. Model experiments for vortex columns in the atmosphere // *Nature.* – 1963. – Vol. 197. – P. 840-842. DOI
3. Hadlock R.K., Hess S.L. A laboratory hurricane model incorporating an analog to release of latent heat // *J. Atmos. Sci.* – 1968. – Vol. 25, no. 2. – P. 161-177. DOI
4. Brickman D., Kelley D.E. Development of convection in a rotating fluid: scales and pattern of motion // *Dynam. Atmos. Oceans.* – 1993. – Vol. 19, no. 1-4. – P. 389-405. DOI
5. Brickman D. Heat flux partitioning in open-ocean convection // *J. Phys. Oceanogr.* – 1995. – Vol. 25. – P. 2609-2623. DOI
6. Boubnov V.M., van Heijst G.J.F. Experiments on convection from a horizontal plate with and without background rotation // *Exp. Fluids.* – 1994. – Vol. 16, no. 3. – P. 155-164. DOI
7. Богатырев Г.П. Возбуждение циклонического вихря или лабораторная модель тропического циклона // *Письма в ЖЭТФ.* – 1990. – Т. 51, № 11. – С. 557-559.
8. Богатырев Г.П., Попова Э.В. Исследование поля скорости в лабораторной модели тропического циклона // *Вестник ПГУ. Физика.* – 1994. – № 2. – С. 141-150.
9. Богатырев Г.П., Смородин Б.Л. Физическая модель вращения тропического циклона // *Письма в ЖЭТФ.* – 1996. – Т. 63, № 1. – С. 25-28. (English version DOI)
10. Богатырев Г.П., Колесниченко И.В., Левина Г.В., Сухановский А.Н. Лабораторная модель процесса образования крупномасштабного спирального вихря в конвективно-неустойчивой вращающейся жидкости // *Известия РАН. ФАО.* – 2006. – Т. 42, № 4. – С. 460-466. (English version DOI)
11. Sukhanovskii A., Evgrafova A., Popova E. Laboratory study of a steady-state convective cyclonic vortex // *Q. J. Roy. Meteor. Soc.* – 2016. – Vol. 142, no. 698. – P. 2214-2223. DOI
12. Williams G.P. Thermal convection in a rotating fluid annulus: Part 1. The basic axisymmetric flow // *J. Atmos. Sci.* – 1967. – Vol. 24. – P. 144-161. DOI
13. Williams G.P. Thermal convection in a rotating fluid annulus: Part 2. Classes of axisymmetric flow // *J. Atmos. Sci.* – 1967. – Vol. 24. – P. 162-174. DOI
14. Williams G.P. Thermal convection in a rotating fluid annulus: Part 3. Suppression of the frictional constraint on lateral boundaries // *J. Atmos. Sci.* – 1968. – Vol. 25. – P. 1034-1045. DOI
15. Read P.L. Super-rotation and diffusion of axial angular momentum: I. "Speed limits" for axisymmetric flow in a rotating cylindrical fluid annulus // *Q. J. Roy. Meteor. Soc.* – 1986. – Vol. 112, no. 471. – P. 231-252. DOI
16. Сухановский А.Н. Формирование дифференциального вращения в цилиндрическом слое жидкости // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2010. – Т. 2, № 2. – С. 103-115. DOI
17. Batalov V., Sukhanovsky A., Frick P. Laboratory study of differential rotation in a convective rotating layer // *Geophys. Astro. Fluid.* – 2010. – Vol. 104, no. 4. – P. 394-368. DOI
18. Sukhanovskii A., Evgrafova A., Popova E. Horizontal rolls over localized heat source in a cylindrical layer // *Physica D.* – 2016. – Vol. 316. – P. 23-33. DOI

## References

1. Turner J.S., Lilly D.K. The carbonated-water tornado vortex. *J. Atmos. Sci.*, 1963, vol. 20, pp. 468-471. DOI
2. Morton B.R. Model experiments for vortex columns in the atmosphere. *Nature*, 1963, vol. 197, pp. 840-842. DOI
3. Hadlock R.K., Hess S.L. A laboratory hurricane model incorporating an analog to release of latent heat. *J. Atmos. Sci.*, 1968, vol. 25, no. 2, pp. 161-177. DOI
4. Brickman D., Kelley D.E. Development of convection in a rotating fluid: scales and pattern of motion. *Dynam. Atmos. Oceans*, 1993, vol. 19, no. 1-4, pp. 389-405. DOI
5. Brickman D. Heat flux partitioning in open-ocean convection. *J. Phys. Oceanogr.*, 1995, vol. 25, pp. 2609-2623. DOI
6. Boubnov V.M., van Heijst G.J.F. Experiments on convection from a horizontal plate with and without background rotation *Exp. Fluids*, 1994, vol. 16, no. 3, pp. 155-164. DOI
7. Bogatyrev G.P. Excitation of a cyclonic vortex or laboratory model of tropical cyclone. *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. – JETP Lett.*, 1990, vol. 51, no. 11, pp. 557-559.
8. Bogatyrev G.P., Popova E.V. Issledovanie polya skorosti v laboratornoj modeli tropicheskogo tsyklona [Study of the velocity field in a laboratory model of tropical cyclone]. *Bulletin of Perm University. Physics*, 1994, no. 2, pp. 141-150.
9. Bogatyrev G.P., Smorodin B.L. Physical model of the rotation of a tropical cyclone. *JETP Lett.*, 1996, vol. 63, no. 1, pp. 28-32. DOI
10. Bogatyrev G.P., Kolesnichenko I.V., Levina G.V., Sukhanovsky A.N. Laboratory model of generation of a large-scale spiral vortex in a convectively unstable rotating fluid. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.*, 2006, vol. 42, no. 4, pp. 423-429. DOI
11. Sukhanovskii A., Evgrafova A., Popova E. Laboratory study of a steady-state convective cyclonic vortex. *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2016, vol. 142, no. 698, pp. 2214-2223. DOI
12. Williams G.P. Thermal convection in a rotating fluid annulus: Part 1. The basic axisymmetric flow. *J. Atmos. Sci.*, 1967, vol. 24, pp. 144-161. DOI

13. Williams G.P. Thermal convection in a rotating fluid annulus: Part 2. Classes of axisymmetric flow. *J. Atmos. Sci.*, 1967, vol. 24, pp. 162-174. [DOI](#)
14. Williams G.P. Thermal convection in a rotating fluid annulus: Part 3. Suppression of the frictional constraint on lateral boundaries. *J. Atmos. Sci.*, 1968, vol. 25, pp. 1034-1045. [DOI](#)
15. Read P.L. Super-rotation and diffusion of axial angular momentum: I. "Speed limits" for axisymmetric flow in a rotating cylindrical fluid annulus. *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1986, vol. 112, no. 471, pp. 231-252. [DOI](#)
16. Sukhanovsky A.N. Formation of differential rotation in a cylindrical fluid layer. *Vychisl. meh. splos. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2010, vol. 2, no. 2, pp. 103-115. [DOI](#)
17. Batalov V., Sukhanovsky A., Frick P. Laboratory study of differential rotation in a convective rotating layer. *Geophys. Astro. Fluid*, 2010, vol. 104, no. 4, pp. 394-368. [DOI](#)
18. Sukhanovskii A., Evgrafova A., Popova E. Horizontal rolls over localized heat source in a cylindrical layer. *Physica D*, 2016, vol. 316, pp. 23-33. [DOI](#)

*Поступила в редакцию 05.10.2016; опубликована в электронном виде 30.12.2016*

---

*Сведения об авторах*

*Евграфова Анна Валерьевна*, асп., инж.-исслед., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; e-mail: eav@icmm.ru

*Попова Елена Николаевна*, кфмн, инж.-исслед., ИМСС УрО РАН; e-mail: popovadu@icmm.ru

*Сухановский Андрей Николаевич*, кфмн, снс, ИМСС УрО РАН; e-mail: san@icmm.ru