

DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.3.29

УДК: 539.3

## ПРОЯВЛЕНИЕ ЭФФЕКТА РАЗМЯГЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ИЗМЕНЕНИИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ШИНЫ

А.К. Соколов<sup>1</sup>, А.Л. Свистков<sup>1,2</sup>, Л.А. Комар<sup>1</sup>, В.В. Шадрин<sup>1,2</sup>, В.Н. Терпугов<sup>2</sup><sup>1</sup>*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация*<sup>2</sup>*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация*

Цель работы состоит в изучении влияния эффекта размягчения (эффекта Маллинза) на изменение полей напряжений в движущемся колесе автомобиля в условиях разгона и торможения. Этому эффекту в шинной промышленности уделяется, с точки зрения авторов данного исследования, недостаточное внимание. Компьютерное моделирование размягчения материала в шине автомобильного колеса при движении само по себе является сложной математической задачей. Здесь предлагается алгоритм расчета, в котором принимается во внимание эффект Маллинза и его воздействие на напряженно-деформированное состояние автомобильной шины в процессе движения. С помощью этого алгоритма определяется размягчение шины в разных ее точках при первом обороте колеса в условиях разгона автомобиля. Результаты проведенных численных расчетов показали важность включения в постановку задачи данного эффекта даже на упрощенной модели автомобильного колеса, в которой материал шины рассматривался как изотропный. В ходе вычислительных экспериментов установлено, что деформации на боковой поверхности шины с учетом эффекта Маллинза значительно выше, чем полученные в расчетах, в которых этот эффект оставался вне поля зрения. Для представления механических свойств эластомерной матрицы колеса использовалась гиперупругая модель Огдена четвертого порядка. Степень размягчения описывалась с помощью модели Огдена–Роксбурга. Для получения необходимых констант модели материала проведен эксперимент на циклическое растяжение с остановками продолжительностью 30 минут через каждые 5% приращения деформации.

*Ключевые слова:* эффект Маллинза, размягчение резины, гиперупругий материал, модель Огдена–Роксбурга, автомобильная шина, метод конечного элемента, вычислительный эксперимент

## STRESS SOFTENING EFFECT ON CHANGES IN THE STRESS-STRAIN STATE OF A TIRE

А.К. Sokolov<sup>1</sup>, А.Л. Svistkov<sup>1,2</sup>, L.A. Komar<sup>1</sup>, V.V. Shadrin<sup>1,2</sup> and V.N. Terpugov<sup>1</sup><sup>1</sup>*Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation*<sup>2</sup>*Perm State University, Perm, Russian Federation*

The paper reports on a study of the influence of the Mullins softening effect on changes in the stress fields of a rotating car wheel under acceleration and braking conditions. In our opinion, this effect has received little attention in tire industry until recently. Computer modeling of car tire softening is a complex mathematical problem. Therefore, we have developed an algorithm to evaluate changes in the stress-strain of the wheel of the moving car taking into account the Mullins effect. With the algorithm proposed one can study the softening effect in different points of the tire during the first turn of a wheel under acceleration conditions. The results of numerical simulations demonstrate that the softening effect should be taken into account even when developing a simplified model of a car wheel, in which the tire material is considered as isotropic, and the model tire has a simpler geometry than the real tire. It has been found that the deformation of the lateral surface of the tire calculated with the Mullins effect is significantly higher than the deformation obtained in calculations where this effect has been ignored. The hyperelastic fourth-order Ogden model is applied to describe the mechanical properties of an elastomeric matrix of the tire. The degree of softening is evaluated in terms of the Ogden–Roxburgh model. Constants for the model proposed were determined during the cyclic tension test interrupted every 30 minutes after reaching a 5% deformation of the tire.

*Key words:* Mullins effect, rubber softening, hyperelastic material, Ogden–Roxburgh model, car tire, finite-element method, computational experiment

### 1. Введение

Улучшение механических свойств протекторной резины, широко используемой в шинной промышленности, осуществляется за счет наполнения каучуковой (эластомерной) матрицы наноразмерными частицами технического углерода [1–3]. При этом механические испытания образцов получающегося композита демонстрируют такой эффект, как размягчение (снижение упругих характеристик материала после нескольких циклов нагружения), и гистерезисные потери. Эффект размягчения в литературе принято называть эффектом Маллинза [4–6]. Он подробно изучается как с экспериментальной, так и с теоретической точек зрения [7–21].

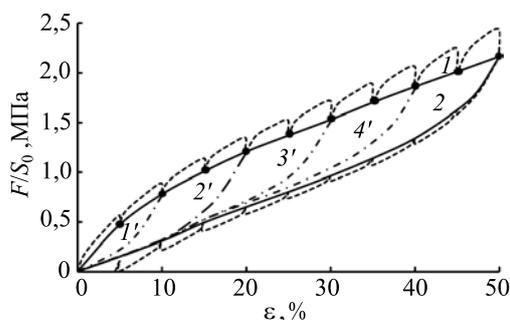
Из экспериментов хорошо известно, что в процессе эксплуатации в изделии из резины происходит неоднородное размягчение материала, и степень размягчения связана с максимальными напряжениями, наблюдавшимися в предыдущей истории деформирования. В результате получается, что в каждой точке изделия механические свойства определяются новой зависимостью напряжений от деформаций. С этой точки зрения интерес представляет исследование влияния размягчения на напряженно-деформированное состояние (НДС) шины автомобиля при таких режимах работы, как разгон и торможение. В эти моменты колесо подвергается наибольшим нагрузкам, поэтому возникают следующие вопросы: может ли

размягчение материала быть настолько существенным, что скажется на эксплуатационных свойствах шины; в каких частях изделия оно проявится наиболее ярко?

Внимание в работе акцентируется на важности включения в постановку задачи описания эффекта Маллинза и изучении последствий его проявления, поэтому взята модель колеса без рассмотрения анизотропных и вязкоупругих свойств эластомерной матрицы. Проведенные вычисления показали, что даже упрощенное представление задачи позволяет получить заметное отличие в НДС, рассчитанных с учетом и без учета эффекта Маллинза.

## 2. Экспериментальные данные

Для определения параметров модели, применяемой в численных расчетах НДС шины, были использованы данные испытаний на одноосное циклическое нагружение образцов, изготовленных из экспериментального материала, созданного в процессе отработки рецептуры резины для резинокордного композита (Рис. 1). Растяжение образца проводилось с остановками через каждые достигнутые 5% деформации и выдержкой по времени в течение 30 мин. Под деформацией здесь понимается величина  $\varepsilon = \lambda - 1$ , где  $\lambda$  — кратность удлинения образца. После достижения деформацией 50%-ной величины начиналась разгрузка с остановками через каждые 5% сокращения деформации и той же, что и при нагружении, временной выдержкой для восстановления структуры материала [22, 23]. Продолжительность остановок захватов в течение 30 минут нужна для того, чтобы осуществилась большая часть процесса релаксации напряжений, и можно было приближенно считать, что по их окончанию состояние материала близко к равновесному.



**Рис. 1.** Кривые циклического растяжения резины с нарастающей амплитудой: штриховая линия — кривая, полученная из эксперимента; сплошные линии — равновесная кривая нагружения 1 и равновесная кривая разгрузки 2; штрихпунктирные линии — теоретические кривые размягчения 1'-4', построенные с помощью модели Огдена-Роксбурга;  $F$  — приложенная сила;  $S_0$  — площадь начального сечения образца,  $\varepsilon$  — деформация; точками обозначены моменты окончания выдержек

Испытания проводились на универсальной испытательной машине Zwick Z-250. Скорость растяжения-сокращения равнялась 1 процент/мин. На рисунке 1 штриховой линией показана кривая, построенная на основе экспериментальных данных. Процессу растяжения отвечает ее верхняя часть, разгрузению — нижняя. Точки на кривой, соответствующие каждому моменту из 30-минутной выдержки по времени, приближенно можно рассматривать как равновесные состояния материала. Полагалось, что при соблюдении условия постоянства деформаций изменения в состоянии материала с течением времени незначительны. В результате соединения этих точек получают кривые, называемые равновесными кривыми нагружения 1 и разгрузки 2 (см. сплошные линии на Рис. 1). Существенное отличие этих кривых говорит о снижении упругих свойства материала после нагружения, то есть демонстрируется проявление эффекта размягчения. На основе кривых 1 и 2 были получены, соответственно, значения физико-механических характеристик гиперупругого материала и значения констант для модели размягчения материала Огдена-Роксбурга [27]. При найденных константах с помощью этой модели были построены промежуточные теоретические кривые размягчения 1'-4', которым соответствовали случаи, когда разгрузка материала начиналась при деформациях 10, 20, 30 и 40%.

## 3. Модель размягчения резины

Механическое поведение материала колеса автомобильной шины без учета эффекта Маллинза удовлетворительно описывается потенциалом Огдена четвертого порядка [24]

$$U = \sum_{i=1}^4 \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) + \frac{1}{D} (J - 1)^2, \quad (1)$$

где  $U$  — плотность упругой энергии деформации;  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  — кратности удлинения (собственные значения левого тензора растяжения);  $D$  — коэффициент, отвечающий за изменение объема;  $\mu_i, \alpha_i$  — константы материала ( $i = 1, 2, 3, 4$ );  $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$  — объемная деформация.

Тензор напряжений Коши для упругого материала имеет вид:

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \frac{\partial U}{\partial \lambda_i} \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i,$$

где  $\bar{n}_i$  — собственные векторы левого тензора растяжения. Это общий вид формулы. Если подставить в нее выражение для левого тензора растяжения или левого тензора Коши–Грина, то можно представить тензор напряжений Коши в удобном для расчетов виде. В данном случае следует выражение:

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \lambda_i^{\alpha_i} \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i + \frac{2J}{D} (J-1) \hat{I} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \hat{B}^{\alpha_i/2} + \frac{2J}{D} (J-1) \hat{I},$$

где левый тензор Коши–Грина записывается как  $\hat{B} = \hat{F} \hat{F}^T = \sum_{i=1}^3 \lambda_i^2 \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i$ ;  $\hat{I}$  — единичный тензор.

Учет эффекта Маллинза осуществляется с помощью параметра  $\eta$ , который отражает степень размягчения материала. Процедура введения эффекта размягчения в постановку задачи показана в работах [25, 26]. В данном исследовании с этой целью используется модель Огдена–Роксбурга [27]:

$$U = \eta U_1 + U_2 + \varphi(\eta), \quad (2)$$

где  $U_1 = \sum_{i=1}^4 \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$  и  $U_2 = \frac{1}{D} (J-1)^2$ .

Для нахождения функции  $\varphi(\eta)$  служит дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = -U_1. \quad (3)$$

Параметр размягчения  $\eta \in (0; 1]$  является безразмерным, его значение вычисляется по формуле:

$$\eta = \begin{cases} 1, & [U_1 = U_{\max}], \\ 1 - \frac{1}{r} \operatorname{erf} \left( \frac{U_{\max} - U_1}{m + \beta U_{\max}} \right), & [U_1 < U_{\max}]; \end{cases} \quad (4)$$

(значение  $\eta = 1$  соответствует состоянию материала, в котором отсутствует размягчение). В (4) приняты обозначения:  $U_{\max}$  — максимальное значение потенциала  $U_1$  из предыдущей истории нагружения;  $\operatorname{erf}(x)$  — функция ошибок. Разрешая соотношение (4) относительно  $-U_1$ , имеем:

$$-U_1 = (m + \beta U_{\max}) \operatorname{erf}^{-1}(r(1-\eta)) - U_{\max},$$

и в результате уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{\partial \varphi(\eta)}{\partial \eta} = (m + \beta U_{\max}) \operatorname{erf}^{-1}(r(1-\eta)) - U_{\max}.$$

Важно отметить тот факт, что тензор напряжений Коши для материала с размягчением представляется как

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^3 \eta \lambda_i \frac{\partial U_1}{\partial \lambda_i} \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i + \sum_{i=1}^3 \lambda_i \frac{\partial U_2}{\partial \lambda_i} \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i = \sum_{i=1}^3 \eta \lambda_i \frac{\partial U_1}{\partial \lambda_i} \bar{n}_i \otimes \bar{n}_i + \frac{2J}{D} (J-1) \hat{I}. \quad (5)$$

Это следует из особенностей вычисления производных плотности энергии по  $\lambda_i$ :

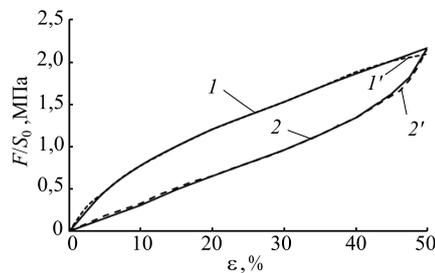
$$\frac{\partial U(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} = \frac{\partial \eta(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} U_1(\lambda_i) + \eta(\lambda_i) \frac{\partial U_1(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} + \frac{\partial U_2(\lambda_i)}{\partial \lambda_i} + \frac{\partial \varphi(\eta)}{\partial \eta} \frac{\partial \eta(\lambda_i)}{\partial \lambda_i}.$$

На основании (3) сокращаются первое и последнее слагаемые, и тензор напряжений Коши таким образом сводится к (5).

#### 4. Вычислительный эксперимент

Значения констант  $\mu_i$ ,  $\alpha_i$  и  $D$  потенциала Огдена (1) были получены из условия минимума среднеквадратичного отклонения теоретических данных от экспериментальных (их значения см. в Табл. 1). При этом  $\mu_i$  и  $\alpha_i$  определялись с помощью экспериментальной кривой нагружения материала. Некоторые из констант, входящих в (1), отрицательные, но в диапазоне деформаций от 0% до 40% потенциал с хорошей точностью позволяет получить экспериментальную равновесную кривую  $I$ , показанную на рисунке 2. Материал рассматривался как несжимаемый. Значение константы  $D$  в потенциале было взято близким к нулю, что позволило считать, что с высокой степенью точности выполняется условие  $J = 1$ , то есть справедливо соотношение  $\lambda_3 = 1/(\lambda_1\lambda_2)$ .

В варианте вычислений, в котором учитывался эффект Маллинза, значения констант  $r$ ,  $m$ ,  $\beta$  для модели Огдена–Роксбурга (2), описывающие размягчение материала, определялись из условия минимума среднеквадратичного отклонения теоретических значений от экспериментальной кривой разгрузки 2 на рисунке 2, отражающей размягчение резины. Их значения приведены в таблице 2.



**Рис. 2.** Экспериментальные равновесные кривые, построенные при помощи потенциала Огдена 4-го порядка и модели размягчения Огдена–Роксбурга:  $I$  – экспериментальная равновесная кривая нагружения;  $2$  – экспериментальная равновесная кривая разгрузки;  $I'$  – теоретическая кривая нагружения;  $2'$  – теоретическая кривая размягчения

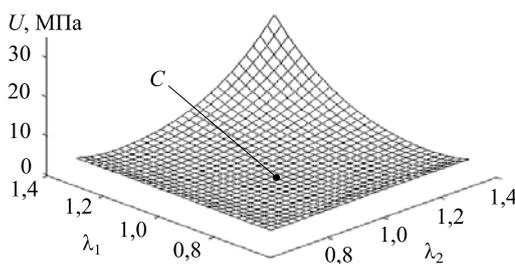
Таблица 1. Константы модели Огдена (1)

$i$	$\mu_i$ , МПа	$\alpha_i$
1	15,5	2
2	-6,27	4
3	-38,51	-2
4	33,14	-4

Таблица 2. Константы модели Огдена–Роксбурга (2)

$r$	$m$ , МН·м	$\beta$
2,5	0,09	0,37

Тот факт, что некоторые из параметров  $\mu_i$  имеют отрицательные значения, оказался неожиданным. Вследствие этого необходимо было убедиться, что потенциал, с полученными значениями параметров,



**Рис. 3.** Значение потенциала в рассматриваемой области;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – кратность удлинения;  $U$  – упругая энергия деформации

не противоречит физическому смыслу в области реальных значений кратностей удлинений. В шинах кратности удлинений не превышают значения 1,4. Проведенные вычисления показали, что в области, представляющей практический интерес, потенциал правильно отражает состояние материала. При росте деформаций энергия  $U$  увеличивается (Рис. 3). В точке  $C$ , в которой кратности удлинений составляют  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ , а минимум потенциала равен нулю.

Движение автомобильного колеса моделировалось в трехмерной постановке.

Для задания характеристик модели колеса был выбран автомобиль массой 1600 кг и одной ведущей осью, которому для разгона 0 до 100 км/ч необходимо 12 секунд. Значение силы, действующей в этом случае на автомобиль, составляло примерно 3700 Н. На одно ведущее колесо действовала горизонтальная сила 1850 Н. Вертикальная сила от веса автомобиля компенсировалась вертикальной составляющей силы, действующей со стороны дороги. Уравновешивание шины происходило в результате совместного действия в ней давления воздуха и деформаций. Благодаря имеющемуся давлению воздуха шина не сплющивалась, а лишь слегка деформировалась. В расчетах давление в шине было взято равным 0,17 МПа. Дорога представлялась в виде жесткого прямоугольного параллелепипеда. Шина имела наружный диаметр 0,76 м и следующие геометрические характеристики в сечении, перпендикулярном ободу и проходящем через ось вращения колеса: высоту —  $l_1 = 0,18$  м; ширину —  $l_2 = 0,26$  м (Рис. 4).

Следует заметить, что, несмотря на использование упрощенной модели колеса, решение поставленной задачи существенно усложняется за счет ярко выраженных нелинейных свойств резины. В случаях, когда колесо, будучи вертикально нагруженным, находится в неподвижном состоянии или равномерно движется, изменение полей деформации вследствие эффекта размягчения резины составляет около 1%. Это связано с тем, что на колесо действует только вертикальная сила  $F_1$ , обусловленная весом автомобиля; нагрузка на колесо компенсируется внутренним давлением в шине, и возникающие в резине деформации незначительны. Однако при неравномерном перемещении автомобиль подвергается многократным разгонам и торможениям, в результате чего кроме горизонтальной силы  $F_2$  (Рис. 5), появляется еще и крутящий момент, стремящийся провернуть колесо и сдвинуть автомобиль на дороге; нагрузка при этом не возмещается внутренним давлением в шине, и шина испытывает большие (более 10%) деформации.

Компьютерное моделирование особенностей размягчения материала представляет сложную математическую задачу. Материал меняет свои свойства при первом же обороте колеса. В разных точках материала это происходит по-разному. Соответственно иной становится и картина распределения напряжений в шине. Для получения полей деформаций и напряжений с учетом накопления размягчений материала в разных частях шины, предложен специальный алгоритм, в котором принято, что ось колеса закреплена, а сдвиг испытывает дорога (см. Рис. 6).

Алгоритм состоит из следующих шагов для первого оборота колеса, при этом каждый шаг заканчивается перерасчетом НДС:

1. Дорога сдвигается на величину  $l$ ; в результате появляется вращательный момент в шине, и на некоторой ее части наблюдается заметное размягчение материала.
2. Если колесо не сделало оборот; дорога возвращается в исходное состояние, вращательный момент исчезает.
3. Дорога исключается из рассмотрения, и колесо поворачивается на угол  $\Delta\varphi$ .
4. Дорога возвращается в исходное положение.
5. Если колесо не сделало полный оборот, дорога вновь сдвигается на величину  $l$ . Как следствие, возникает вращательный момент в шине, и происходит дополнительное размягчение.
6. На последнем шаге (когда колесом сделан полный оборот) в НДС шины учитываются изменения, вносимые эффектом Маллинза во время разгона.

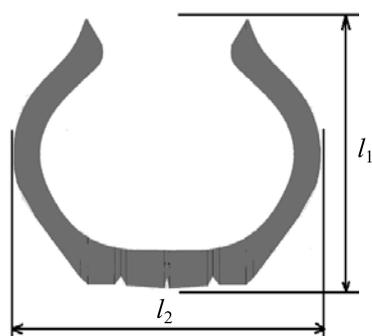


Рис. 4. Геометрические характеристики автомобильной шины:  $l_1$  – высота сечения;  $l_2$  – ширина сечения



Рис. 5. Схема нагружения шины

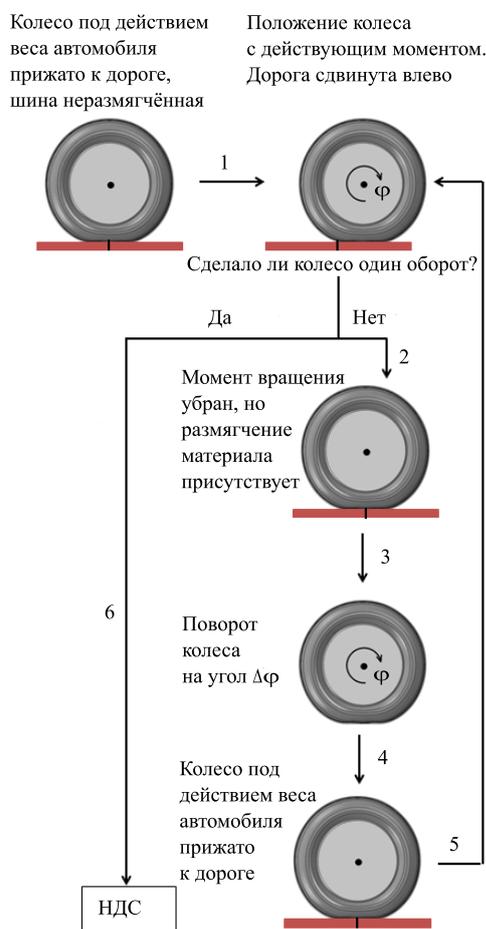


Рис. 6. Алгоритм нагружения автомобильной шины

В приведенном в статье расчете шина каждый раз поворачивалась на 13 град. Такой величины угла оказалось достаточно для того, чтобы получить приближенное решение. При выборе меньшего значения  $\Delta\varphi$  результаты вычисления менялись незначительно. Сдвиг дороги на величину  $l$  осуществлялся до значения, при котором действующая на ось колеса горизонтальная сила не становилась равной заданной величине 1850 Н, определяемой из условия разгона автомобиля. На границе контакта колеса с дорогой принималось условие полного прилипания.

При расчете использовалась регулярная гексаэдральная конечно-элементная сетка с элементами 2-го порядка (Рис. 7). Размер элементов в колесе был в пять раз меньше, чем размер элементов в дороге. Более подробная сетка в области колеса была обусловлена тем, что деформации, возникающие в колесе, значительно выше, чем деформации в области дороги.

### 5. Результаты вычислительного эксперимента

Так как приложенные к колесу силы не зависят от угла его поворота, то без учета эффекта размягчения резины значения интенсивности деформации будут одинаковыми для любого угла  $\varphi$ . Рисунок 8 содержит распределение максимальной интенсивности деформаций, возникающих в колесе, при расчете с учетом эффекта Маллинза. Полученная кривая показывает, что после первого полного оборота материал размягчается, и наблюдается существенное изменение максимальных деформаций в изделии. На рисунке 9 представлено распределение интенсивности деформаций в колесе на втором обороте с учетом и без учета эффекта размягчения резины. Следует отметить, что интенсивность деформации на боковой поверхности шины при наличии эффекта размягчения резины значительно выше, чем в расчетах, в которых этот эффект не принимается во внимание.

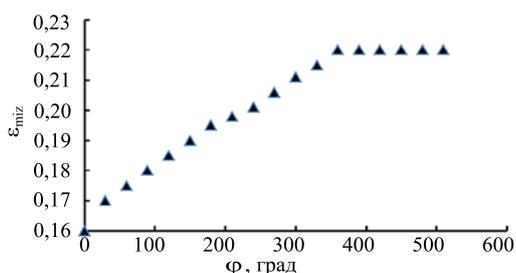


Рис. 8. Зависимость максимального значения интенсивности деформации в шине от угла поворота колеса;  $\epsilon_{miz}$  – максимальные значения интенсивности деформации;  $\varphi$  – угол поворота (градусы)

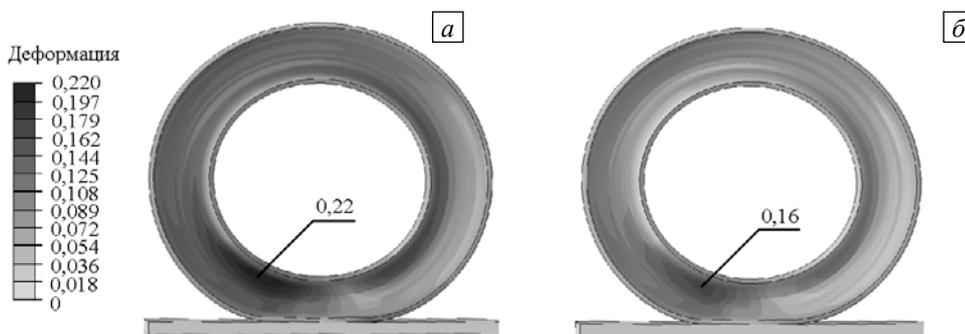


Рис. 9. Распределение интенсивности деформаций в колесе: с учетом эффекта Маллинза (а) и без учета (б); цифры 0,22 и 0,16 – это значения интенсивности деформаций, соответственно, с учетом и без учета эффекта Маллинза



Рис. 10. Шина с трещинами на боковой поверхности, выделенными на фотографии овалами. В данной шине износ протектора допускает ее дальнейшую эксплуатацию

Вычислительные эксперименты показали, что, в отличие от деформаций, эффект Маллинза незначительно влияет на поля напряжений в шине. Объясняется это следующими противоположно действующими механизмами: с одной стороны, имеет место увеличение деформаций, с другой, происходит размягчение материала. Однако рост деформаций может стать одной из причин появления трещин. При этом трещины на боковых поверхностях шины могут образоваться гораздо раньше, чем износится протектор в области его контакта с дорогой. На рисунке 10 приведена фотография реальной шины, на которой области растрескивания выделены овалом.

## 6. Заключение

В рамках данного исследования предложен алгоритм расчета изменения напряженно-деформированного состояния автомобильной шины вследствие размягчения материала (эффекта Маллинза) при движении автомобиля. В ходе вычислительного моделирования поведения колеса при разгоне установлено, что наибольшие изменения происходят в распределении деформаций по объему шины. Максимальные значения интенсивности деформации наблюдаются на ее боковой поверхности, что, с точки зрения авторов, может служить одной из возможных причин, ускоряющих появление трещин в материале. Поля напряжений изменяются незначительно, поскольку действуют два противоположных механизма: с одной стороны, увеличиваются деформации, а с другой — размягчается материал.

Полученные результаты демонстрируют необходимость и важность анализа напряженно-деформированного состояния колеса автомобиля с учетом неоднородного по объему материала проявления эффекта Маллинза. Это позволит правильно прогнозировать эксплуатационные особенности шин.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-01-96016-р\_урал\_а, № 14-08-96013-р\_урал\_а) и в рамках госбюджетной темы с номером государственной регистрации 115030510005.

## Литература

1. Печковская К.А. Сажа как усилитель каучука. – М.: Химия, 1968. – 214 с.
2. Krauss G. Reinforcement of elastomers by carbon-black // Rubber. Chem. Technol. – 1978. – Vol. 51, no. 2. – P. 297-324. DOI
3. Куперман Ф.Е. К вопросу о механике усиления каучуков туглеродом // Материалы 24-го симпозиума «Проблемы шин и резинордных композитов». – М.: ООО «Научно-технический центр «НИИШП», 2013. – С. 171-190.
4. Mullins L., Tobin N.R. Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler reinforced vulcanized rubber // J. Appl. Polym. Sci. – 1965. – Vol. 9, no. 9. – P. 2993-3009. DOI
5. Harwood J.A.C., Mullins L., Payne A.R. Stress softening in natural rubber vulcanizates. Part II. Stress softening effects in pure gum and filler loaded rubbers // J. Appl. Polym. Sci. – 1965. – Vol. 9, no. 9. – P. 3011-3021. DOI
6. Общая химическая технология / Под ред. С.И. Вольфовича, А.П. Егорова, В.К. Кускова. – М.: Академия, 1946. – Т. 2. – С. 407.
7. Passera S., Baylón K., Fiorentino A., Ceretti E., Elías A., Rodríguez C. A preliminary material model to predict stress softening and permanent set effects of human vaginal tissue // Procedia Engineering. – 2013. – Vol. 59. – P. 150-157. DOI
8. Rachid D., Mohand O. On the numerical simulation of damage for the visco-hyperelastic anisotropic behavior of the biomaterials in cyclic loading: relationship of the Mullins effect and fibers reinforcement // Procedia Engineering. – 2015. – Vol. 101. – P. 126-134. DOI
9. Chai A.B., Verron E., Andriyana A., Johan M.R. Mullins effect in swollen rubber: Experimental investigation and constitutive modeling // Polym. Test. – 2013. – Vol. 32, no. 4. – P. 748-759. DOI
10. Safadi M.M., Rubin M.B. Modeling rate-independent hysteresis in large deformations of preconditioned soft tissues // Int. J. Solids Struct. – 2014. – Vol. 51, no. 18. – P. 3265-3272. DOI
11. Machado G., Chagnon G., Favier D. Theory and identification of a constitutive model of induced anisotropy by the Mullins effect // J. Mech. Phys. Solids. – 2014. – Vol. 63. – P. 29-39. DOI
12. Lin S., Zhou Y., Zhao X. Designing extremely resilient and tough hydrogels via delayed dissipation // Extreme Mechanics Letters. – 2014. – Vol. 1. – P. 70-75. DOI
13. Martínez J.R., Le Cam J.-B., Balandraud X., Toussaint E., Caillard J. New elements concerning the Mullins effect: A thermomechanical analysis // Eur. Polym. J. – 2014. – Vol. 55. – P. 98-107. DOI
14. Zhang T., Lin S., Yuk H., Zhao X. Predicting fracture energies and crack-tip fields of soft tough materials // Extreme Mechanics Letters. – 2015. – Vol. 4. – P. 1-8. DOI
15. Loo Mee S., Andriyana A., Verron E., Chagnon G., Afifi A.M. Experimental investigation of the Mullins effect in swollen elastomers // 8th European Conference on Constitutive Models for Rubbers, June 2013, San Sebastian, Spain. – P. 437-442.
16. Diani J., Brieu M., Batzler K., Zerlauth P. Effect of the Mullins softening on mode I fracture of carbon-black filled rubbers // Int. J. Fracture. – 2015. – Vol. 194, no. 1. – P. 11-18. DOI
17. Buffel B., Desplentere F., Bracke K., Verpoest I. Modelling open cell-foams based on the Weaire–Phelan unit cell with a minimal surface energy approach // Int. J. Solids Struct. – 2014. – Vol. 51, no. 19-20. – P. 3461-3470. DOI
18. Diaz R., Diani J., Gilormini P. Physical interpretation of the Mullins softening in a carbon-black filled SBR // Polymer. – 2014. – Vol. 55, no. 19. – P. 4942-4947. DOI
19. Dargazany R., Itskov M. Constitutive modeling of Mullins effect and cyclic Stress softening in filled elastomers // Phys. Rev. E. – 2013. – Vol. 88. – 012602. DOI
20. Cantournet S., Desmorat R., Besson J. Mullins effect and cyclic stress softening of filled elastomers by internal sliding and friction thermodynamics model // Int. J. Solids Struct. – 2009. – Vol. 46, no. 11-12. – P. 2255-2264. DOI
21. Chai A.B., Verron E., Andriyana A., Johan M.R. Mullins effect in swollen rubber: Experimental investigation and constitutive modelling // Polym. Test. – 2013. – Vol. 32, no. 4. – P. 748-759. DOI
22. Шадрин В.В. Восстановление механических свойств резин в результате термостатирования // ВМС. Серия Б. – 2005. – Т. 47, № 7. – С. 1237-1240.
23. Шадрин В.В., Корнев Ю.В., Гамлицкий Ю.А. Изменение свойств резины в результате модификации поверхности частиц углеродного наполнителя // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. – Т. 15, № 3. – С. 401-410.
24. Ogden R.W. Non-linear elastic deformations. New York: Dover Publications, 1998.

25. Mullins L. Engineering with rubber // *Rubber Chem. Technol.* – 1986. – Vol. 59, no. 3. – P. 69-83. DOI
26. Diani J., Fayolle B., Gilormini P. A review on the Mullins effect // *Eur. Polym. J.* – 2009. – Vol. 45, no. 3. – P. 601-612. DOI
27. Ogden R.W., Roxburgh D.G. A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber // *P. Roy. Soc. Lond. A Mat.* – 1999. – Vol. 455. – P. 2861-2877. DOI

## References

1. Pechkovskaya K.A. *Sazha kak usilitel' kauchuka* [Carbon-black as a rubber intensifier]. Moscow: Himiya, 1968. 214 p.
2. Krauss G. Reinforcement of elastomers by carbon-black. *Rubber. Chem. Technol.*, 1978, vol. 51, no. 2, pp. 297-324. DOI
3. Kuperman F.E. *Materiyaly XXIV simpoziuma «Problemy shin i rezinokordnykh kompozitov* [Proceedings of the XXIV Symposium “Problems of tires and rubber-cord composites”]. Moscow: OOO «Nauchno-tehnicheskiiy tsentr «NIIShP», 2013. Pp. 171-190.
4. Mullins L., Tobin N.R. Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler reinforced vulcanized rubber. *J. Appl. Polym. Sci.*, 1965, vol. 9, no. 9, pp. 2993-3009. DOI
5. Harwood J.A.C., Mullins L., Payne A.R. Stress softening in natural rubber vulcanizates. Part II. Stress softening effects in pure gum and filler loaded rubbers. *J. Appl. Polym. Sci.*, 1965, vol. 9, no. 9, pp. 3011-3021. DOI
6. *Obshchaya khimicheskaya tekhnologiya* [General chemical engineering], ed. by S.I. Vol'fkovich, A.P. Egorov, V.K. Kuskov. Moscow: Akademia, 1946, vol. 2. P. 407.
7. Passera S., Baylón K., Fiorentino A., Ceretti E., Elías A., Rodríguez C. A preliminary material model to predict stress softening and permanent set effects of human vaginal tissue. *Procedia Engineering*, 2013, vol. 59, pp. 150-157. DOI
8. Rachid D., Mohand O. On the numerical simulation of damage for the visco-hyperelastic anisotropic behavior of the biomaterials in cyclic loading: relationship of the Mullins effect and fibers reinforcement. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 101, pp. 126-134. DOI
9. Chai A.B., Verron E., Andriyana A., Johan M.R. Mullins effect in swollen rubber: Experimental investigation and constitutive modeling. *Polym. Test.*, 2013, vol. 32, no. 4, pp. 748-759. DOI
10. Safadi M.M., Rubin M.B. Modeling rate-independent hysteresis in large deformations of preconditioned soft tissues. *Int. J. Solids Struct.*, 2014, vol. 51, no. 18, pp. 3265-3272. DOI
11. Machado G., Chagnon G., Favier D. Theory and identification of a constitutive model of induced anisotropy by the Mullins effect. *J. Mech. Phys. Solids.*, 2014, vol. 63, pp. 29-39. DOI
12. Lin S., Zhou Y., Zhao X. Designing extremely resilient and tough hydrogels via delayed dissipation. *Extreme Mechanics Letters*, 2014, vol. 1, pp. 70-75. DOI
13. Martinez J.R., Le Cam J.-B., Balandraud X., Toussaint E., Caillard J. New elements concerning the Mullins effect: A thermomechanical analysis. *Eur. Polym. J.*, 2014, vol. 55, pp. 98-107. DOI
14. Zhang T., Lin S., Yuk H., Zhao X. Predicting fracture energies and crack-tip fields of soft tough materials. *Extreme Mechanics Letters*, 2015, vol. 4, pp. 1-8. DOI
15. Loo Mee S., Andriyana A., Verron E., Chagnon G., Afifi A.M. Experimental investigation of the Mullins effect in swollen elastomers. *8th European Conference on Constitutive Models for Rubbers, June 2013, San Sebastian, Spain*, pp. 437-442.
16. Diani J., Brieu M., Batzler K., Zerlauth P. Effect of the Mullins softening on mode fracture of carbon-black filled rubbers. Effect of the Mullins softening on mode I fracture of carbon-black filled rubbers. *Int. J. Fracture*, 2015, vol. 194, no. 1, pp. 11-18. DOI
17. Buffel B., Desplentere F., Bracke K., Verpoest I. Modelling open cell-foams based on the Weaire–Phelan unit cell with a minimal surface energy approach. *Int. J. Solids Struct.*, 2014, vol. 51, no. 19-20, pp. 3461-3470. DOI
18. Diaz R., Diani J., Gilormini P. Physical interpretation of the Mullins softening in a carbon-black filled SBR. *Polymer*, 2014, vol. 55, no. 19, pp. 4942-4947. DOI
19. Dargazany R., Itskov M. Constitutive modeling of Mullins effect and cyclic Stress softening in filled elastomers. *Phys. Rev. E*, 2013, vol. 88, 012602. DOI
20. Cantournet S., Desmorat R., Besson J. Mullins effect and cyclic stress softening of filled elastomers by internal sliding and friction thermodynamics model. *Int. J. Solids Struct.*, 2009, vol. 46, no. 11-12, pp. 2255-2264. DOI
21. Chai A.B., Verron E., Andriyana A., Johan M.R. Mullins effect in swollen rubber: Experimental investigation and constitutive modeling. *Polym. Test.*, 2013, vol. 32, no. 4, pp. 748-759. DOI
22. Shadrin V.V. Recovery of the mechanical properties of rubber under thermal treatment. *Polymer Science. Series B*, 2005, vol. 47, no. 7-8, pp. 220-222.
23. Shadrin V.V., Kornev Yu.V., Gamlitsky Yu.A. Variation of properties of rubber compounds due to surface modification of carbon filler particles. *Journal on Composite Mechanics and Design*, 2009, vol. 15, no. 3, pp. 401-410.
24. Ogden R.W. *Non-linear elastic deformations*. New York: Dover Publications, 1998.
25. Mullins L. Engineering with rubber. *Rubber Chem. Technol.*, 1986, vol. 59, no. 3, pp. 69-83. DOI
26. Diani J., Fayolle B., Gilormini P. A review on the Mullins effect. *Eur. Polym. J.*, 2009, vol. 45, no. 3, pp. 601-612. DOI
27. Ogden R.W., Roxburgh D.G. A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber. *P. Roy. Soc. Lond. A Mat.*, 1999, vol. 455, pp. 2861-2877. DOI

Поступила в редакцию 03.12.2015; опубликована в электронном виде 30.09.2016

## Сведения об авторах

Соколов Александр Константинович, асп., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; e-mail: aleksandr\_sokol@mail.ru

Свистков Александр Львович, дфмн, проф., зав. лаб., ИМСС УрО РАН; e-mail: svistkov@icmm.ru

Комар Людмила Андреевна, кфмн, снс, ИМСС УрО РАН; e-mail: komar@icmm.ru

Шадрин Владимир Васильевич, вед. инж., ИМСС УрО РАН; e-mail: shadrin@icmm.ru

Терпугов Виктор Николаевич, ктн, доц., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614990, Пермь, ул. Букирева, д. 15; e-mail: terpugov@psu.ru