

DOI: [10.7242/1999-6691/2016.9.3.27](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2016.9.3.27)  
УДК 532.546

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ ОБЪЕКТЫ С ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ

Н.А. Луценко

*Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Российская Федерация  
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Российская Федерация*

Исследуются течения газа в поле силы тяжести через пористые объекты с источниками энерговыделения при саморегуляции расхода проходящего через объект газа, то есть когда задано давление на границах пористого объекта, а расход проходящего через него газа заранее неизвестен и должен находиться в результате решения задачи. Такие процессы в пористых средах характерны для очагов тепловыделения, возникающих в результате природных или техногенных катастроф (подобно аварийному энергоблоку Чернобыльской АЭС). В настоящей работе для описания нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся трехмерных объектах предложена математическая модель и разработан оригинальный численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Достоинством численной модели является её возможность рассчитывать нестационарные процессы в условиях как принудительной фильтрации, так и естественной конвекции. Посредством вычислительного эксперимента проведено изучение воздушного охлаждения пористых трехмерных объектов с различным распределением очагов тепловыделения при постоянном суммарном выделении энергии и показано, что в числе других факторов на общий разогрев объекта влияет также распределение в его горизонтальном сечении источников энерговыделения заданной интенсивности.

*Ключевые слова:* пористые среды, энерговыделение, газовое охлаждение, численное моделирование

## NUMERICAL MODELING OF THREE DIMENSIONAL TIME-DEPENDENT GAS FLOW THROUGH POROUS OBJECTS WITH ENERGY-RELEASING SOURCES

N.A. Lutsenko

*Institute of Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, Russian Federation  
Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation*

The gas flow in the gravity field through porous objects with energy sources is investigated when the self-regulation of flow rate of the gas passing through the porous object takes place. In other words, in the investigated porous objects the gas pressure on the object borders is known, but the flow rate of the gas passing through the object is unknown a priori and has to be found from the solution of the problem. Such processes are typical for the heat sources in porous media, which result from natural or man-made disasters (like the exploded unit of the Chernobyl NPP). In the present work the mathematical model and the original numerical method, based on a combination of explicit and implicit finite difference schemes, have been developed for studying the time-dependent processes in the three-dimensional porous self-heating objects. The advantage of the numerical model is its ability to describe unsteady processes under both natural convection and forced filtration. Using computational experiment, the air cooling of porous three-dimensional objects with different heat distribution at a constant total energy release is studied. It is shown that among other factors the distribution of energy-releasing sources with fixed intensity in horizontal sections has an influence on the total heating of the object.

*Key words:* porous media, energy release, gas cooling, numerical modeling

### 1. Введение

В результате различных природных и техногенных катастроф часто возникают очаги горения и иного выделения энергии; такие источники саморазогрева могут появляться и в пористых средах. Пожары на торфяниках, возгорания угольных отвалов, зернохранилищ и полигонов твердых отходов, а также последствия взрывов на атомных и промышленных объектах могут моделироваться с точки зрения механики как очаги энерговыделения в пористых средах. Значительный ущерб, наносимый такими источниками тепловыделения, требует эффективной организации их локализации и ликвидации. Пример аварийного энергоблока Чернобыльской АЭС показал, что единственно приемлемым средством противодействия катастрофе может оказаться охлаждение подобных объектов проходящим через них газом (воздухом) [1]. С точки зрения практической реализации эмпирический анализ охлаждения источников саморазогрева в пористых средах затруднителен, поэтому наиболее перспективным для этих целей видится математическое моделирование с использованием методов механики сплошных гетерогенных сред. Следует заметить, что изучение рассматриваемых течений газа в пористых средах может также оказаться полезным при разработке новых технологий и устройств в энергетике, металлургии, химической и добывающей промышленности.

Более полувека назад начались исследования в области фильтрационного горения — одной из разновидностей процесса течения газа через пористые среды с источниками энерговыделения. При фильтрационном горении выделение тепла происходит в результате экзотермических реакций в твердой или газовой фазах [2]. Катастрофа на ЧАЭС привлекла внимание к охлаждению пористых сред с очагами

тепловыделения радиоактивного типа посредством газа [1]; в этом случае изменения объема и массы твердой фазы пренебрежимо малы, а интенсивность энерговыделения не зависит от наличия окислителя. Такие процессы во многом близки фильтрационному горению, но не требуют учета химической кинетики. В [1] обсуждается стационарный режим воздушного охлаждения пористых тепловыделяющих элементов при естественной конвекции и показано, что он осуществим только при выполнении определенного критерия. В [3–7] проведен аналитический анализ стационарных режимов охлаждения открытых в атмосферу пористых слабопроводящих сред с источниками энерговыделения и получены оценки критериев, обуславливающих условия перехода системы от стационарного режима к локальному и глобальному перегреву. Следует заметить, что открытость в атмосферу пористых саморазогревающихся объектов приводит к саморегуляции расхода проходящего через них газа, то есть можно считать известным давление на границах объектов, а расход и скорость втекающего газа являются величинами, которые устанавливаются в результате решения задачи. В то же время использование в качестве граничных условий давления газа на границах пористого объекта позволяет моделировать процессы как при естественной конвекции, когда давление на открытых границах объекта соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, так и при вынужденной фильтрации. В [8] рассмотрены стационарные режимы охлаждения одномерных пористых тепловыделяющих элементов принудительно нагнетаемым потоком газа при саморегуляции его расхода и показано, что здесь критерий существования решения зависит также от перепада давления газа на входе и выходе из элемента.

Для исследования нестационарных одномерных течений газа через пористые тепловыделяющие объекты с саморегуляцией расхода проходящего через них газа в [9, 10] предложен и апробирован численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. В [10, 11] показано, что учет температурной зависимости вязкости газа при моделировании его движения через пористые тепловыделяющие среды может качественно изменять решение. В [10] обнаружено явление неограниченного разогрева пористого тепловыделяющего элемента при докритических краевых условиях, приводящее к перегреву и разрушению такого объекта при условиях, удовлетворяющих критерию стационарности. В [12] обнаружено аномальное влияние теплопроводности на разогрев пористых саморазогревающихся объектов. В [13–15] выявлены некоторые особенности одномерных стационарных течений газа через пористые среды с источниками тепла. В [16, 17] предложены численные методы для моделирования двумерных (плоских и осесимметричных) нестационарных течений газа через пористые тепловыделяющие объекты с саморегуляцией расхода проходящего через них газа. Посредством вычислительного эксперимента в [18–20] изучаются процессы в пористых объектах разной конфигурации с различным распределением источников энерговыделения внутри. В [21, 22] разработаны MPI и OpenMP-версии параллельных алгоритмов расчета нестационарных течений газа через пористую саморазогревающуюся среду сложной формы. Так как процесс течения газа через пористые тепловыделяющие среды радиоактивного типа схож с процессом гетерогенного горения пористых сред, то используемые в указанных выше работах модель и численный метод для расчета газового охлаждения пористых тепловыделяющих объектов были соответствующим образом модифицированы и успешно применены при моделировании одномерных нестационарных волн горения в пористых объектах с саморегуляцией расхода проходящего через них окислителя [23].

В настоящей работе рассматриваются трехмерные нестационарные течения газа через пористые саморазогревающиеся объекты при саморегуляции расхода проходящего через них газа, то есть когда известно давление на границах пористого объекта, а расход проходящего газа заранее не определен и должен находиться при решении. Для исследования таких процессов без учета химической кинетики предложена математическая модель и разработан оригинальный численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Метод является результатом модификации и расширения вычислительных алгоритмов, описанных в [16, 17], на трехмерный случай. С помощью разработанного метода проводятся вычислительные эксперименты, в которых изучается воздушное охлаждение пористых трехмерных объектов с различным распределением очагов тепловыделения при постоянном суммарном выделении энергии и показано, что в числе других факторов на общий разогрев объекта может влиять также распределение в его горизонтальном сечении источников энерговыделения заданной интенсивности.

## 2. Математическая модель

Рассмотрим неподвижный пористый объект, часть стенок которого непроницаема и не теплопроводна, а оставшаяся часть — открытые стенки, и через них может втекать (принудительно или в результате естественной конвекции) или вытекать газ. Объект представляет собой прямоугольный параллелепипед высотой  $H$  с открытыми верхними и нижними горизонтальными гранями и непроницаемыми боковыми. Пусть в результате протекания некоторых процессов выделяется тепло в твердой фазе. В нижнюю часть объекта подается с заданным давлением холодный газ, который движется снизу вверх через пористую среду, нагреваясь в результате теплообмена, и вытекает в свободное пространство.

Модель строится в рамках предположения, что имеются два взаимодействующих взаимопроникающих континуума [24], и включает в себя уравнения энергии, движения, неразрывности и состояния для каждого компонента системы «твердая фаза – газ». Интенсивность межфазного теплообмена считается пропорциональной разности фазовых температур, тепловыделение — прямо пропорциональным концентрации реагирующего вещества, скорость убывания концентрации — прямо пропорциональной самой концентрации. В уравнениях энергии учитываются теплопроводность твердого компонента и работа внутренних сил в газе, а теплопроводность газа исключается из рассмотрения вследствие её малости. Для описания динамики газа используется уравнение сохранения импульса для пористых сред [24], которое является более корректным, чем классическое уравнение Дарси, и может применяться в большом диапазоне чисел Рейнольдса. Учитывая результаты работ [10, 11], возьмем динамическую вязкость газа зависящей от температуры по формуле Сазерленда. Будем считать, что объем и масса конденсированной фазы изменяются незначительно, и этими изменениями можно пренебречь, поэтому, в силу неподвижности и однородности твердой среды, уравнения неразрывности и движения для нее вырождаются. При условии справедливости уравнения состояния совершенного газа запишем систему уравнений, моделирующую нестационарные течения газа через пористые саморазогревающиеся объекты:

$$\begin{aligned}
 (1-a)\rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} &= -\alpha(T_c - T_g) + Q_0(1-a)C + (1-a)\lambda_c \Delta T_c, \\
 a\rho_g c_{gp} \left( \frac{\partial T_g}{\partial t} + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) T_g \right) &= \alpha(T_c - T_g) + a \left( \frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) p \right) + a^2 \frac{\mu}{k_1} \mathbf{v}_g^2, \\
 \rho_g (1 + \chi(1-a)) \left( \frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial t} + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \mathbf{v}_g \right) &= -\nabla p + \rho_g \mathbf{g} - a \frac{\mu}{k_1} \mathbf{v}_g, \\
 a \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla (a \rho_g \mathbf{v}_g) &= 0, \quad p = \rho_g R T_g, \\
 \mu &= c_{s1} \frac{T_g^{1.5}}{c_{s2} + T_g}, \quad \frac{\partial C}{\partial t} = -k_2 C.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь и далее приняты обозначения:  $a$  — пористость;  $c$  — теплоемкость;  $c_{s1}$  и  $c_{s2}$  — константы в формуле Сазерленда;  $C$  — относительная концентрация реагирующего вещества (то есть отношение концентраций реагента в заданный и в начальный моменты времени);  $\mathbf{g}$  — ускорение силы тяжести;  $k_1$  — коэффициент проницаемости конденсированной фазы;  $k_2$  — коэффициент, определяющий уменьшение тепловыделения;  $p$  — давление газа;  $Q$  — интенсивность тепловыделения;  $R$  — газовая постоянная;  $t$  — время;  $T$  — температура;  $\mathbf{v}$  — скорость среды;  $\alpha$  — константа, определяющая интенсивность межфазового теплообмена;  $\lambda$  — теплопроводность;  $\mu$  — динамическая вязкость газа;  $\rho$  — плотность;  $\chi$  — коэффициент, учитывающий инерционное взаимодействие фаз при их ускоренном относительном движении [24];  $\nabla$  — оператор набла;  $\Delta$  — оператор Лапласа. Индексы в обозначениях указывают на следующее: 0 — начальный момент,  $c$  — конденсированная фаза,  $g$  — газовая фаза,  $p$  — значение при постоянном давлении.

Введем обозначение  $\mathbf{u} = a \mathbf{v}_g$  для скорости фильтрации газа. Из последнего уравнения системы (1) найдем выражение для концентрации реагирующего вещества:  $C = \exp(-k_2 t)$ . Далее следующим образом перейдем к безразмерным переменным:  $\tilde{x} = x/H$ ,  $\tilde{t} = t/t_*$ ,  $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}/u_*$ , где  $t_*$  и  $u_*$  — характерные значения времени и скорости фильтрации газа,  $x$  — эйлера координата;  $\tilde{p} = p/p_*$ ,  $\tilde{\rho} = \rho_g/\rho_*$ ,  $\tilde{T}_c = T_c/T_*$ ,  $\tilde{T}_g = T_g/T_*$ , где  $p_*$ ,  $\rho_*$ ,  $T_*$  — соответственно давление, плотность, температура газа при «нормальных» условиях. Будем использовать следующие критерии подобия:

$$\begin{aligned}
 \text{Sh} &= \frac{u_* t_*}{H}, & \text{St}_1 &= \frac{\alpha H}{\rho_c c_c u_*}, & \text{St}_2 &= \frac{\alpha H}{\rho_* c_{gp} u_*}, & \text{Eu} &= \frac{p_*}{\rho_* u_*^2}, \\
 \text{Ec} &= \frac{u_*^2}{c_{gp} T_*}, & \text{Re} &= \frac{\rho_* u_* H}{c_{s1} \sqrt{T_*}}, & \text{Pe}_1 &= \frac{u_* \rho_c c_c H}{\lambda_c}, & \text{Fr} &= \frac{u_*^2}{gH}, \\
 \pi &= \frac{k_1}{H^2}, & \tilde{Q} &= \frac{Q_0 t_*}{\rho_c c_c T_*}, & \varepsilon &= k_2 t_*, & \tilde{c}_{s2} &= \frac{c_{s2}}{T_*}.
 \end{aligned}$$

Обозначая горизонтальные координаты —  $x_1$  и  $x_2$ , и высоту —  $x_3$ , перепишем систему (1) в безразмерных декартовых переменных для трехмерного случая, опуская при этом тильду и суммируя по повторяющимся индексам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_c}{\partial t} &= -\frac{\text{Sh St}_1}{1-a}(T_c - T_g) + Q \exp(-\varepsilon t) + \frac{\text{Sh}}{\text{Pe}_1} \sum_i \frac{\partial^2 T_c}{\partial x_i^2}, \\ \rho \left( \frac{\partial T_g}{\partial t} + \frac{\text{Sh}}{a} u_i \frac{\partial T_g}{\partial x_i} \right) &= \frac{\text{Sh St}_2}{a}(T_c - T_g) + \text{Eu Ec} \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\text{Sh}}{a} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \frac{\text{Sh Ec}}{a \text{Re } \pi} \sum_i u_i^2 \frac{T_g^{1.5}}{\bar{c}_{s2} + T_g}, \\ \frac{1 + \chi(1-a)}{a} \rho \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\text{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) &= -\text{Eu Sh} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\text{Sh}}{\text{Re } \pi} u_1 \frac{T_g^{1.5}}{\bar{c}_{s2} + T_g}, \\ \frac{1 + \chi(1-a)}{a} \rho \left( \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\text{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \right) &= -\text{Eu Sh} \frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{\text{Sh}}{\text{Re } \pi} u_2 \frac{T_g^{1.5}}{\bar{c}_{s2} + T_g}, \\ \frac{1 + \chi(1-a)}{a} \rho \left( \frac{\partial u_3}{\partial t} + \frac{\text{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} \right) &= -\text{Eu Sh} \frac{\partial p}{\partial x_3} - \frac{\text{Sh}}{\text{Fr}} \rho - \frac{\text{Sh}}{\text{Re } \pi} u_3 \frac{T_g^{1.5}}{\bar{c}_{s2} + T_g}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\text{Sh}}{a} \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} &= 0, \quad p = \rho R T_g. \end{aligned} \quad (2)$$

Настоящая работа посвящена исследованию течения газа через пористые саморазогревающиеся объекты при саморегуляции расхода проходящего через объект газа, то есть расход и скорость фильтрации газа на входе в пористый объект являются искомыми из решения задачи величинами. В этом случае можно считать, что на открытых границах объекта, через которые может втекать или вытекать газ, известны давление и температура втекающего газа, а также условия теплообмена как на открытых, так и на непроницаемых границах пористого объекта. Таким образом, краевые условия для системы (2) в общем виде можно записать так:

$$\begin{aligned} p|_{x \in G_1} &= p_0(x), \quad \partial T_c / \partial n|_{x \in G_1} = \text{Bi} (T_{g0} - T_c|_{x \in G_1}), \\ T_g|_{x \in G_1} &= T_{g0}, \quad \text{если } \mathbf{u}|_{x \in G_1} \cdot \mathbf{n}|_{x \in G_1} \leq 0, \\ \partial T_g / \partial n|_{x \in G_1} &= 0 \quad \text{если } \mathbf{u}|_{x \in G_1} \cdot \mathbf{n}|_{x \in G_1} > 0, \\ \partial T_c / \partial n|_{x \in G_2} &= 0, \quad u_n|_{x \in G_2} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь:  $G_1$  — поверхности объекта, открытые в атмосферу;  $G_2$  — непроницаемые поверхности объекта;  $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности  $G_1$  или  $G_2$ ; число Био  $\text{Bi} = \beta H / \lambda_c$ , где  $\beta$  — коэффициент теплоотдачи;  $p_0$  и  $T_{g0}$  — соответственно давление и температура газа в окрестности объекта. Для решения системы (2) необходимо также задать значения искомым величин в начальный момент времени.

### 3. Численный метод

Система уравнений (2), моделирующая нестационарные трехмерные течения газа через пористые саморазогревающиеся объекты, является нелинейной смешанной гиперболически-параболической системой уравнений и в общем случае не может быть решена аналитически. В данной работе для ее решения с краевыми условиями (3) разработан оригинальный численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Метод базируется на разработанных ранее вычислительных алгоритмах расчета плоских и осесимметричных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения [16, 17]. Уравнения энергии и сохранения импульса преобразуются в явные конечно-разностные уравнения, из которых определяются температура газа, температура твердой среды и компоненты скорости фильтрации газа. Уравнение неразрывности превращается в неявное конечно-разностное уравнение, из которого, с учетом уравнения состояния совершенного газа, методом прогонки находится давление газа. Плотность газа рассчитывается из уравнения состояния совершенного газа.

Рассмотрим равномерную сетку с шагом  $h$  по пространству и шагом по времени  $\tau$ , равным  $rh^2$ , где  $r = \text{const}$ . Нижние индексы при искомым сеточных функциях обозначают продвижение по пространству ( $m$  — вдоль координаты  $x_1$ ,  $k$  — вдоль  $x_2$ ,  $l$  — вдоль вертикальной оси  $x_3$ ), а верхний индекс ( $n$ ) —

продвижение по времени. Тогда вместо исходной системы (2) можно записать следующую систему конечно-разностных уравнений:

$$T_{cm,k,l}^{n+1} = T_{cm,k,l}^n \left( 1 - \frac{\text{Sh St}_1 \tau}{1-a} \right) + \frac{\text{Sh}}{\text{Pe}_1} r \left( T_{cm+1,k,l}^n - 6T_{cm,k,l}^n + T_{cm-1,k,l}^n + T_{cm,k,l+1}^n + T_{cm,k-1,l}^n + T_{cm,k,l+1}^n + T_{cm,k,l-1}^n \right) + \frac{\text{Sh St}_1 \tau}{1-a} T_{gm,k,l}^n + \tau Q \exp(-\varepsilon n \tau), \quad 1$$

$$T_{gm,k,l}^{n+1} = T_{gm,k,l}^n \left( 1 - \frac{\text{Sh St}_2 \tau}{a \rho_{m,k,l}^n} \right) + \frac{\text{Sh St}_2 \tau}{a \rho_{m,k,l}^n} T_{cm,k,l}^n - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{1m,k,l}^n \left( \pm 3T_{gm,k,l}^n \mp 4T_{gm\mp 1,k,l}^n \pm T_{gm\mp 2,k,l}^n \right) - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{2m,k,l}^n \left( \pm 3T_{gm,k,l}^n \mp 4T_{gm,k,l\mp 1}^n \pm T_{gm,k,l\mp 2}^n \right) - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{3m,k,l}^n \left( \pm 3T_{gm,k,l}^n \mp 4T_{gm,k,l\mp 1}^n \pm T_{gm,k,l\mp 2}^n \right) + \frac{\left( T_{gm,k,l}^n \right)^{1,5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,k,l}^n} \cdot \frac{\text{Ec Sh} \tau}{a \text{Re} \pi \rho_{m,k,l}^n} \left[ \left( u_{1m,k,l}^n \right)^2 + \left( u_{2m,k,l}^n \right)^2 + \left( u_{3m,k,l}^n \right)^2 \right] + \frac{\text{Eu Ec}}{\rho_{m,k,l}^n} \left[ p_{m,k,l}^n - p_{m,k,l}^{n-1} \right] + \frac{\text{Eu Ec}}{\rho_{m,k,l}^n} \cdot \frac{\text{Shrh}}{2a} \left[ u_{1m,k,l}^n \left( p_{m+1,k,l}^n - p_{m-1,k,l}^n \right) + u_{2m,k,l}^n \left( p_{m,k,l+1}^n - p_{m,k,l-1}^n \right) + u_{3m,k,l}^n \left( p_{m,k,l+1}^n - p_{m,k,l-1}^n \right) \right], \quad 2$$

$$u_{1m,k,l}^{n+1} = u_{1m,k,l}^n \left( 1 - \frac{\text{Shrh}}{2a} \left( u_{1m+1,k,l}^n - u_{1m-1,k,l}^n \right) - \frac{a \text{Sh} \tau}{\left( 1 + \chi(1-a) \right) \text{Re} \pi \rho_{m,k,l}^n} \cdot \frac{\left( T_{gm,k,l}^n \right)^{1,5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,k,l}^n} \right) - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{2m,k,l}^n \left( u_{1m,k+1,l}^n - u_{1m,k-1,l}^n \right) - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{3m,k,l}^n \left( u_{1m,k,l+1}^n - u_{1m,k,l-1}^n \right) - \frac{a \text{Eu Shrh}}{2 \left( 1 + \chi(1-a) \right) \rho_{m,k,l}^n} \left( p_{m+1,k,l}^n - p_{m-1,k,l}^n \right), \quad 3 \quad (4)$$

$$u_{2m,k,l}^{n+1} = u_{2m,k,l}^n \left( 1 - \frac{\text{Shrh}}{2a} \left( u_{2m,k+1,l}^n - u_{2m,k-1,l}^n \right) - \frac{a \text{Sh} \tau}{\left( 1 + \chi(1-a) \right) \text{Re} \pi \rho_{m,k,l}^n} \cdot \frac{\left( T_{gm,k,l}^n \right)^{1,5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,k,l}^n} \right) - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{1m,k,l}^n \left( u_{2m+1,k,l}^n - u_{2m-1,k,l}^n \right) - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{3m,k,l}^n \left( u_{2m,k,l+1}^n - u_{2m,k,l-1}^n \right) - \frac{a \text{Eu Shrh}}{2 \left( 1 + \chi(1-a) \right) \rho_{m,k,l}^n} \left( p_{m,k,l+1}^n - p_{m,k,l-1}^n \right), \quad 4$$

$$u_{3m,k,l}^{n+1} = u_{3m,k,l}^n \left( 1 - \frac{\text{Shrh}}{2a} \left( u_{3m,k,l+1}^n - u_{3m,k,l-1}^n \right) - \frac{a \text{Sh} \tau}{\left( 1 + \chi(1-a) \right) \text{Re} \pi \rho_{m,k,l}^n} \cdot \frac{\left( T_{gm,k,l}^n \right)^{1,5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,k,l}^n} \right) - \frac{a \text{Sh} \tau}{\left( 1 + \chi(1-a) \right) \text{Fr}} - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{1m,k,l}^n \left( u_{3m+1,k,l}^n - u_{3m-1,k,l}^n \right) - \frac{\text{Shrh}}{2a} u_{2m,k,l}^n \left( u_{3m,k+1,l}^n - u_{3m,k-1,l}^n \right) - \frac{a \text{Eu Shrh}}{2 \left( 1 + \chi(1-a) \right) \rho_{m,k,l}^n} \left( p_{m,k,l+1}^n - p_{m,k,l-1}^n \right), \quad 5$$

$$p_{m,k,l-1}^{n+1} \left( -\frac{\text{Shrh}}{2a T_{gm,k,l-1}^{n+1}} u_{3m,k,l-1}^{n+1} \right) + \frac{p_{m,k,l}^{n+1}}{T_{gm,k,l}^{n+1}} + p_{m,k,l+1}^{n+1} \left( \frac{\text{Shrh}}{2a T_{gm,k,l+1}^{n+1}} u_{3m,k,l+1}^{n+1} \right) = \rho_{m,k,l}^n - \frac{\text{Shrh}}{2a} \left( \rho_{m+1,k,l}^n u_{1m+1,k,l}^n - \rho_{m-1,k,l}^n u_{1m-1,k,l}^n + \rho_{m,k,l+1}^n u_{2m,k+1,l}^n - \rho_{m,k,l-1}^n u_{2m,k-1,l}^n \right) - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3, \quad 6$$

$$\rho_{m,k,l}^{n+1} = p_{m,k,l}^{n+1} / T_{gm,k,l}^{n+1}. \quad 7$$

Система (4) аппроксимирует исходную систему (2) с краевыми условиями (3) со вторым порядком точности по пространству и первым порядком по времени. В уравнении (4)<sub>2</sub> знак «±» обусловлен возможным изменением направления движения газа: в каждой скобке «+» выбирается при положительной компоненте скорости фильтрации газа, умножаемой на данную скобку, а «-» — при отрицательной компоненте. Так как для схем четного порядка точности типично преобладание дисперсионной ошибки [25], которая в данном случае может приводить к колебаниям получаемого решения и к неустойчивости, то для нивелирования ошибки в систему (4) введем демпфирующие члены  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ,

которые обладают диссипативным свойством, при этом имеют, в отличие от классической искусственной вязкости, четвертый порядок и не изменяют формальную точность метода:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{1}{\omega_1^*} \left( p_{m+2,k,l}^n - 4p_{m+1,k,l}^n + 6p_{m,k,l}^n - 4p_{m-1,k,l}^n + p_{m-2,k,l}^n \right), & \omega_1^* &= \text{const}, \\ \omega_2 &= \frac{1}{\omega_2^*} \left( p_{m,k+2,l}^n - 4p_{m,k+1,l}^n + 6p_{m,k,l}^n - 4p_{m,k-1,l}^n + p_{m,k-2,l}^n \right), & \omega_2^* &= \text{const}, \\ \omega_3 &= \frac{1}{\omega_3^*} \left( p_{m,k,l+2}^n - 4p_{m,k,l+1}^n + 6p_{m,k,l}^n - 4p_{m,k,l-1}^n + p_{m,k,l-2}^n \right), & \omega_3^* &= \text{const}.\end{aligned}\quad (5)$$

Краевые условия для сеточных функций зададим с использованием аппроксимаций производных конечными разностями второго порядка. Для сокращения записей здесь и далее будем предполагать, что открытые границы объекта являются только горизонтальными, а непроницаемые границы — только вертикальными. На открытых границах объекта давление и температуры фаз получим из (3), для чего прибегнем к следующей трехточечной конечно-разностной аппроксимации первой производной:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial x_3} \right)_{m,k,l}^n = \frac{\pm 3f_{m,k,l}^n \mp 4f_{m,k,l\mp 1}^n \pm f_{m,k,l\mp 2}^n}{2h}, \quad (6)$$

где вместо  $f$  подставляется соответствующая сеточная функция, верхний знак выбирается при наибольшем значении индекса  $l$  в граничном узле сетки, нижний — при наименьшем  $l$  на границе. Необходимо также добавить фиктивные точки (узлы сетки), расположенные за пределами открытых границ, и задать в них значения давления и температуры газа. Для нахождения температуры и давления газа в фиктивной точке приравняем нулю первую производную температуры, записанную в виде (6), и вторую производную давления, записанную следующим образом:

$$\left( \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} \right)_{m,k,l}^n = \frac{p_{m,k,l+1}^n - 2p_{m,k,l}^n + p_{m,k,l-1}^n}{h^2}.$$

Краевые условия для компонент скорости фильтрации газа на открытых границах зададим, полагая равными нулю их первые производные (6). Заметим, что добавление таких искусственных краевых условий, не уменьшающих формальную точность метода, оказывается необходимым, так как значения скорости фильтрации и расхода газа на открытых границах априори неизвестны.

На непроницаемых границах объекта температуры фаз, давление, плотность и компоненты скорости фильтрации, за исключением нормальной компоненты, определим исходя из равенства нулю их первых производных по нормали:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_{m,k,l}^n = \frac{\pm 3f_{m,k,l}^n \mp 4f_{m\mp 1,k,l}^n \pm f_{m\mp 2,k,l}^n}{2h}, \quad \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)_{m,k,l}^n = \frac{\pm 3f_{m,k,l}^n \mp 4f_{m,k,l\mp 1}^n \pm f_{m,k,l\mp 2}^n}{2h},$$

где, как и в (6), вместо  $f$  подставляется соответствующая сеточная функция, верхний знак выбирается при наибольшем значении соответствующего индекса в граничном узле сетки, нижний — при наименьшем. Нормальная компонента скорости фильтрации на непроницаемой стенке приравнивается нулю в силу (3). В добавляемых фиктивных точках, расположенных за пределами непроницаемой границы, давление и температура газа задаются совпадающими с их значениями в приграничных узлах сетки (см. условие отражения в [25]).

Обращаем внимание, что данный численный метод, в отличие от описанных в [16, 17], не содержит демпфирующих членов с компонентами скорости фильтрации. От них удалось избавиться благодаря выбору более удачных искусственных краевых условий для компонент скорости фильтрации газа. Оказалось, что задание скорости фильтрации на границе со вторым порядком точности приводит к существенному снижению дисперсионной ошибки по сравнению с экстраполяцией более высоких порядков. Проведенные тестовые расчеты показали, что использование демпфирующих членов вида (5) в трехмерной численной модели оказывается вполне достаточным.

Алгоритм нахождения искомых величин на каждом временном слое следующий.

Организуются циклы по «горизонтальным» индексам  $m$  и  $k$ , один из которого вложен в другой. Внутри последнего вложенного цикла совершаются следующие действия: решаются уравнения системы (4)<sub>1</sub>–(4)<sub>5</sub> при последовательном изменении «вертикального» индекса  $l$ ; рассчитываются краевые

условия вдоль индекса  $l$  для найденных функций температур фаз и компонент скорости; методом прогонки решается уравнение (4)<sub>6</sub> и далее, тривиально, — уравнение (4)<sub>7</sub>; рассчитываются краевые условия вдоль индекса  $l$  для давления и плотности. По завершению циклов по индексам  $m$  и  $k$  вдоль этих индексов определяются краевые условия. На этом расчет на текущем временном слое заканчивается, и при необходимости можно вывести числовые данные в файл и перейти к следующему временному слою. Таким образом, задавая начальные условия и последовательно продвигаясь по временным слоям, можно определить искомые величины в требуемый момент времени.

Доказать аналитически сходимость системы (4) к (2) не представляется возможным, экспериментальный же анализ, проделанный на ряде модельных задач, показал, что сходимость имеет место при наложении некоторого ограничения на значение константы  $r$ , причем с уменьшением шага  $h$  ее допустимое значение, как правило, увеличивается. В частности, при расчетах с шагами  $h=0,025$  и  $h=0,0125$  в настоящей работе использовалось  $r=0,2$ , при дальнейшем уменьшении шага в 2 раза  $r$  увеличивалось в 2 раза. Обнаруженное экспериментально ограничение на шаг по времени оказывается более жестким, чем полученное аналитически из анализа устойчивости уравнений системы (4), реализованного спектральным методом Неймана [25] с учетом принципа замороженных коэффициентов.

Исследование точности предлагаемого метода проводилось как на последовательности сгущающихся сеток, так и путем сравнения полученных результатов с известными тестовыми решениями. В случае, когда конфигурация пористого объекта позволяла свести задачу к одномерной, выбирались параметры и начально-краевые условия, которые приводили к установлению стационарного режима. После этого результаты расчетов, проделанных предлагаемым в данной работе методом, сравнивались с решением стационарной задачи из [8], полученным численно-аналитическим способом с использованием метода Рунге–Кутты. Такое сравнение показало практически полное совпадение решений даже на сетке с шагом  $h=0,05$ . Для двумерных конфигураций пористого объекта сравнивались расчеты, проведенные с помощью предлагаемого метода и методов, описанных в [16, 17]. В результате получено полное совпадение данных. Для пористых объектов, имеющих существенно трехмерную конфигурацию, точность проверялась на последовательности сгущающихся сеток. Вычислительный эксперимент показал, что точность расчетов предлагаемым методом зависит от геометрии пористого объекта. Так, для различных конфигураций на сетке с шагом  $h=0,025$  вычисления давали погрешность в основном не превышающую нескольких процентов. Поэтому все расчеты, полученные в настоящей работе, осуществлены на сетке с шагом  $h=0,025$ .

#### 4. Результаты вычислительных экспериментов

Описанный выше численный метод позволяет проводить исследования трехмерных течений газа в различных пористых саморазогревающихся объектах. Для примера применим его к задаче воздушного охлаждения пористых трехмерных объектов с различным распределением очагов тепловыделения при постоянном суммарном выделении энергии. Пусть пористые объекты имеют форму куба со стороной  $H$ , при этом верхние и нижние горизонтальные грани являются открытыми, а боковые стенки — непроницаемыми. Рассмотрим два пористых объекта, в каждом из которых по-разному располагаются четыре источника энерговыведения, имеющие форму прямоугольных параллелепипедов высотой  $H/2$  и остальными сторонами, равными  $H/4$  (Рис. 1). Пусть все источники имеют одинаковую интенсивность энерговыведения. Тогда суммарное тепловыделение в любом горизонтальном сечении обоих пористых объектов совпадает. Далее будем называть пористым объектом «первого типа» объект, изображенный на рисунке 1а, и пористым объектом «второго типа» объект на рисунке 1б.

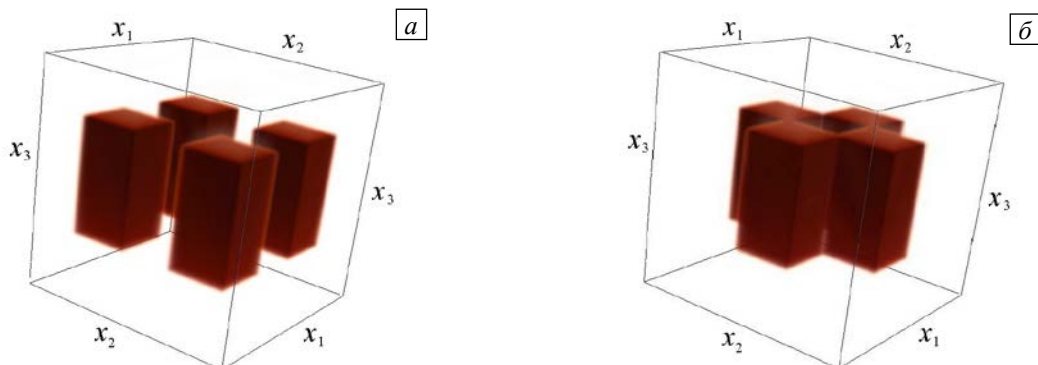


Рис. 1. Схемы пористых объектов с источниками энерговыведения «первого типа» (а) и «второго типа» (б)

Решим для таких пористых объектов задачу течения газа с включением принудительной фильтрации в момент зарождения тепловыделения в твердой фазе. Пусть до начального момента времени энергосыделения не происходит, давление на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте отсутствует. В начальный момент времени возникает тепловыделение в твердой фазе и одновременно быстро возрастает давление газа на входе в объект.

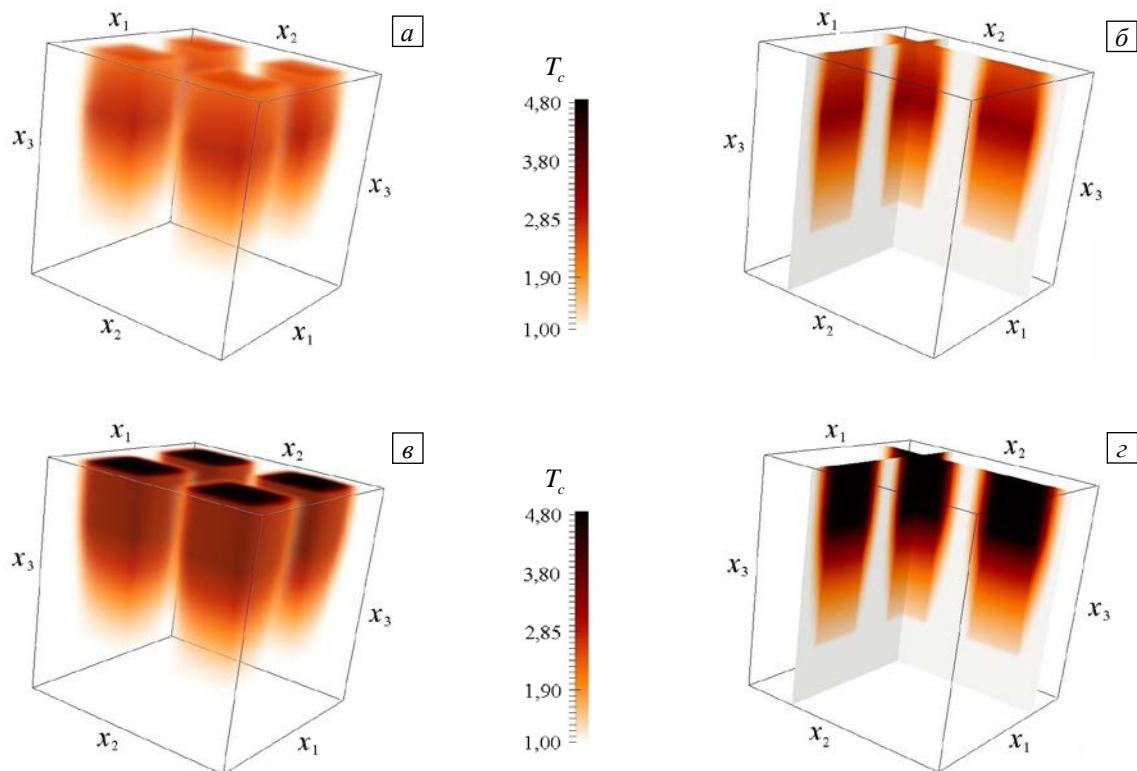
Пусть свойства твердой среды близки к свойствам бетона, а газ — это воздух. Будем рассматривать, таким образом, систему (2) со следующими безразмерными критериями и параметрами:  $Sh = 3,6 \cdot 10^2$ ;  $St_1 = 4,94 \cdot 10^{-3}$ ;  $St_2 = 8,33$ ;  $Eu = 8,33 \cdot 10^4$ ;  $Ec = 3,33 \cdot 10^{-6}$ ;  $Re = 4,75 \cdot 10^5$ ;  $Pe_1 = 1,687 \cdot 10^7$ ;  $Fr = 1,02 \cdot 10^{-2}$ ;  $Vi = 83,33$ ;  $\pi = 10^{-10}$ ;  $Q = 0,5929$ ;  $\varepsilon = 3,6 \cdot 10^{-4}$ ;  $\hat{c}_{s2} = 0,368$ ;  $a = 0,3$ ;  $\chi = 0,5$ . Эти данные соответствуют следующим размерным величинам:  $H = 10$  м;  $t_* = 3,6 \cdot 10^3$  с;  $u_* = 1$  м/с;  $T_* = 3 \cdot 10^2$  К;  $p_* = 10^5$  Па;  $\rho_* = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_c = 2,2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_c = 9,2 \cdot 10^2$  Дж/(кг·К);  $\alpha = 10^3$  Дж/(м<sup>3</sup>·К·с);  $c_{gp} = 10^3$  Дж/(кг·К);  $c_{s1} = 1,458 \cdot 10^{-6}$  кг/(м·с·√К);  $c_{s2} = 1,104 \cdot 10^2$  К;  $k_1 = 10^{-8}$  м<sup>2</sup>;  $Q_0 = 10^5$  Дж/(м<sup>3</sup>·с);  $\lambda_c = 1,2$  Дж/(м·К·с);  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>;  $k_2 = 10^{-7}$  1/с;  $\beta = 10$  Дж/(м<sup>2</sup>·К·с).

Пусть давление на входе в объект быстро достигает значения 1,2 и после этого остается постоянным. Тогда краевые условия получаются из (3) при следующих значениях:

$$p_0 = 1,2, \quad T_{g0} = 1, \quad p_h = 1.$$

При указанных параметрах и краевых условиях в пористых объектах как «первого типа», так и «второго типа» через определенное время ( $t > 45$ ) устанавливаются стационарные состояния (точнее — квазистационарные, так как энергосыделение со временем медленно убывает из-за «выгорания» реагирующего вещества, что приводит к медленному изменению всех искомых величин). Обращаем внимание, что одна единица безразмерного времени соответствует здесь одному часу.

Рассмотрим подробнее процессы в пористом объекте «первого типа». На рисунке 2 показана температура твердой среды через  $t = 6$  и  $t = 48$  после начала процесса. Здесь и далее при построении объемных изображений использовалось программное средство ParaView.



**Рис. 2.** Температура твердой среды в пористом объекте «первого типа» через  $t = 6$  (а, б) и  $t = 48$  (в, г) после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а, в) и двух плоскостей сечений (б, г)



Из рисунков видно, что интенсивный нагрев происходит только в областях энерговыделения и выше их, под ними же температура остается практически неизменной. Несмотря на отсутствие теплооттока через боковые стенки, в их окрестностях пористая среда также остается достаточно холодной. И даже в области между очагами тепловыделения значительного нагрева не наблюдается. Наибольший разогрев твердого пористого скелета имеет место на верхних границах зон энерговыделения, температура здесь максимальна.

Состояние системы при сильном нагреве газа наглядно демонстрирует рисунок 3, на котором показаны температура и плотность газа в пористом объекте «первого типа» через  $t = 48$  после начала процесса. В очагах саморазогрева твердой фазы проходящий газ подвергается сильному нагреву, за счет чего его температура в этих областях и над ними оказывается немногим меньше температуры твердой среды. Там, где газ разогрет, его плотность сильно падает. Поэтому через зоны энерговыделения газ течет разреженным, что ухудшает теплоотвод от твердого пористого скелета. Давление газа убывает с высотой монотонно (Рис. 4а), тепловыделение не приносит заметных локальных изменений в профили давления, в связи с чем степень падения плотности газа соответствует степени его нагрева.

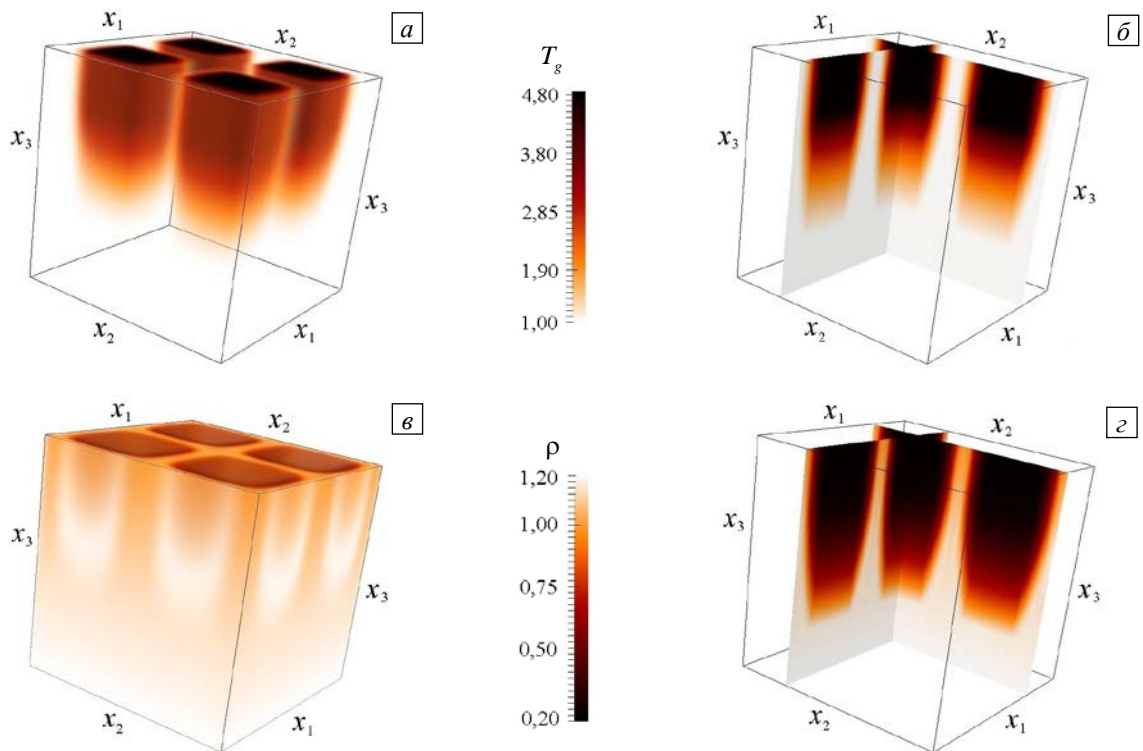


Рис. 3. Температура (а, б) и плотность (в, г) газа в пористом объекте «первого типа» через  $t = 48$  после начала процесса, изображаемые посредством объемного рендеринга (а, в) и двух плоскостей сечений (б, г)

На рисунке 4б показано поле скорости фильтрации газа через  $t = 48$  после начала процесса. Однако в данном случае интерпретировать такое векторное поле трудно, и более простым оказывается анализ изображений компонент вектора скорости фильтрации газа, которые показаны на рисунках 5 и 6.

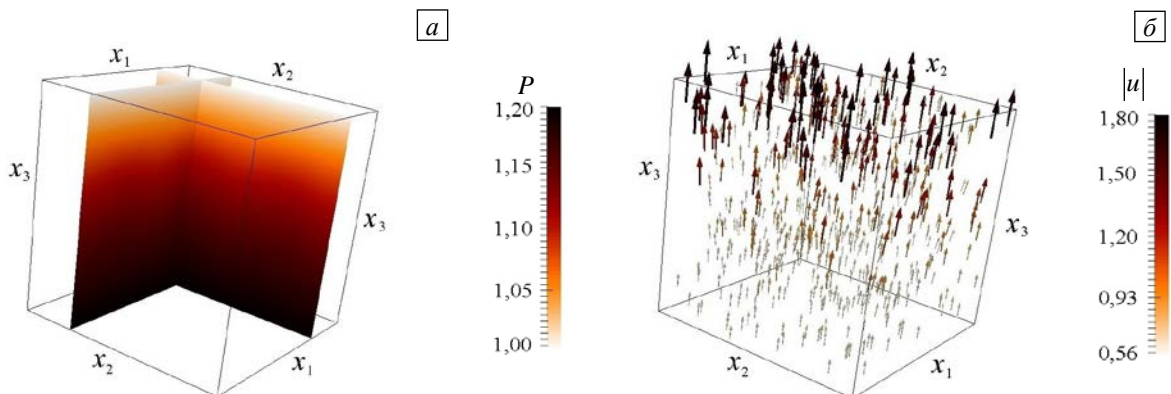
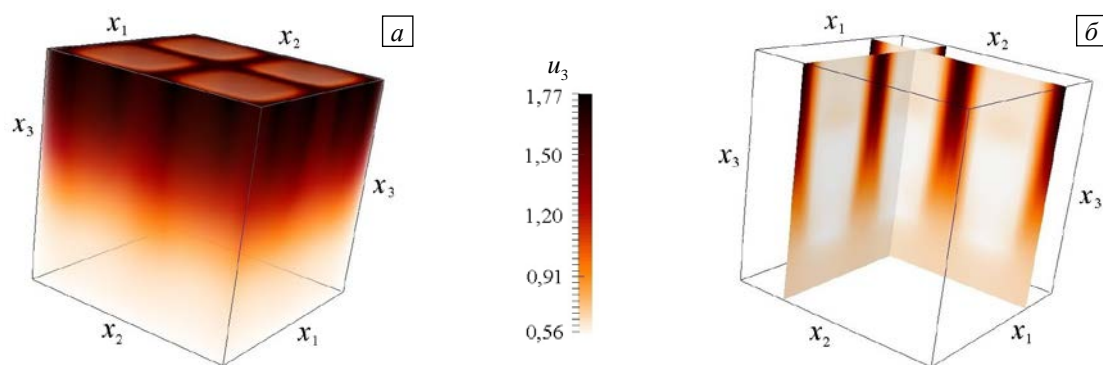
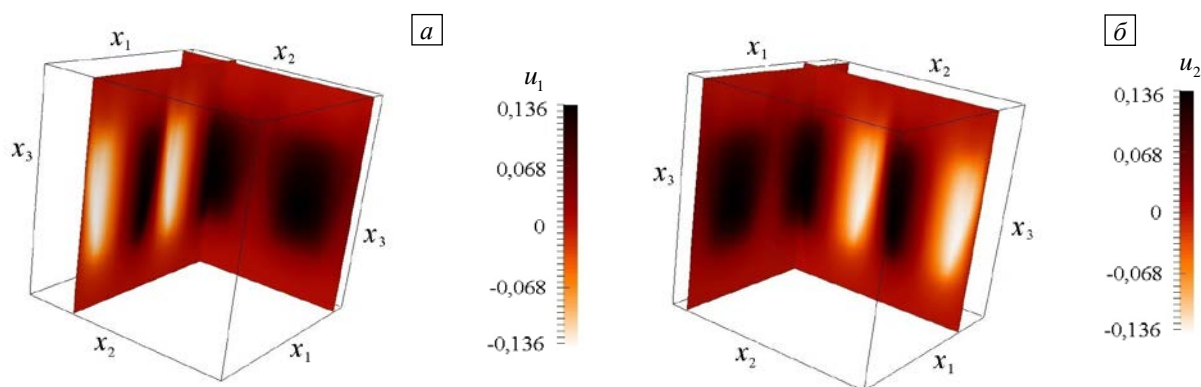


Рис. 4. Давление газа (а), изображаемое посредством двух плоскостей сечений, и векторное поле скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «первого типа» через  $t = 48$  после начала процесса



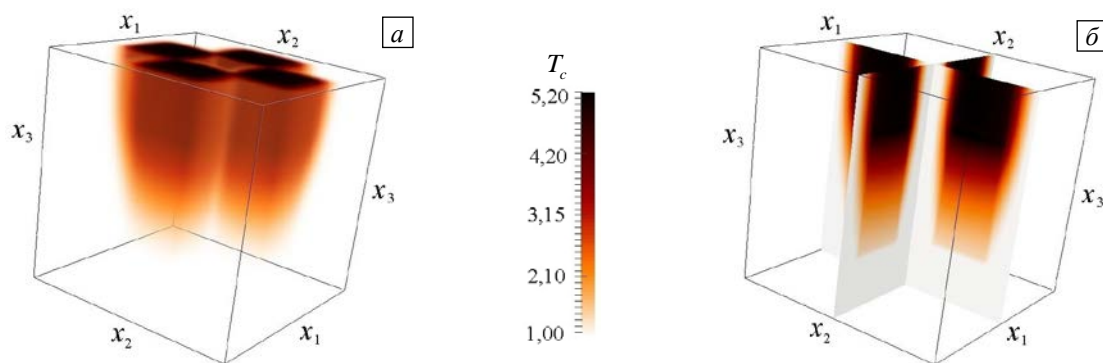
**Рис. 5.** Компонента вектора скорости фильтрации газа, направленная вдоль  $x_3$ , в пористом объекте «первого типа» через  $t = 48$  после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)



**Рис. 6.** Компоненты вектора скорости фильтрации газа, направленные вдоль  $x_1$  (а) и  $x_2$  (б), в пористом объекте «первого типа» через  $t = 48$  после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

Из данных рисунков видно, что газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится обогнуть нагретые зоны и течь по более холодным областям. Из-за этого в очагах энерговыделения и выше их скорость фильтрации значительно падает, а в окрестностях боковых стен и в области между зонами тепловыделения газ течет намного быстрее. Таким образом, газ движется через очаги энерговыделения не только более разреженным, но и с меньшей скоростью, что ещё более негативно влияет на теплоотвод от твердого пористого скелета.

Перейдем к обсуждению результатов для пористого объекта «второго типа». На рисунке 7а, б показана температура твердой среды в таком объекте через  $t = 48$  после начала процесса. Здесь, как и в объекте «первого типа» интенсивный нагрев происходит только в областях энерговыделения и выше их, а в окрестностях боковых стен и в области между зонами тепловыделения пористая среда остается достаточно холодной. Проходящий через пористый объект газ разогревается в очагах энерговыделения до температур, близких к температурам твердого пористого скелета (Рис. 7в, г). При этом ниже зон тепловыделения и с боков от них газ, как и твердая среда, не нагревается. Как и в рассмотренном выше случае, в областях разогрева газа его плотность падает (Рис. 7д, е). Причем степень падения плотности газа



**Рис. 7.** Температура твердой среды (а, б), температура газа (в, г) и плотность газа (д, е) в пористом объекте «второго типа» через  $t = 48$  после начала процесса, изображаемые посредством объемного рендеринга (а, в, д) и двух плоскостей сечений (б, г, е)

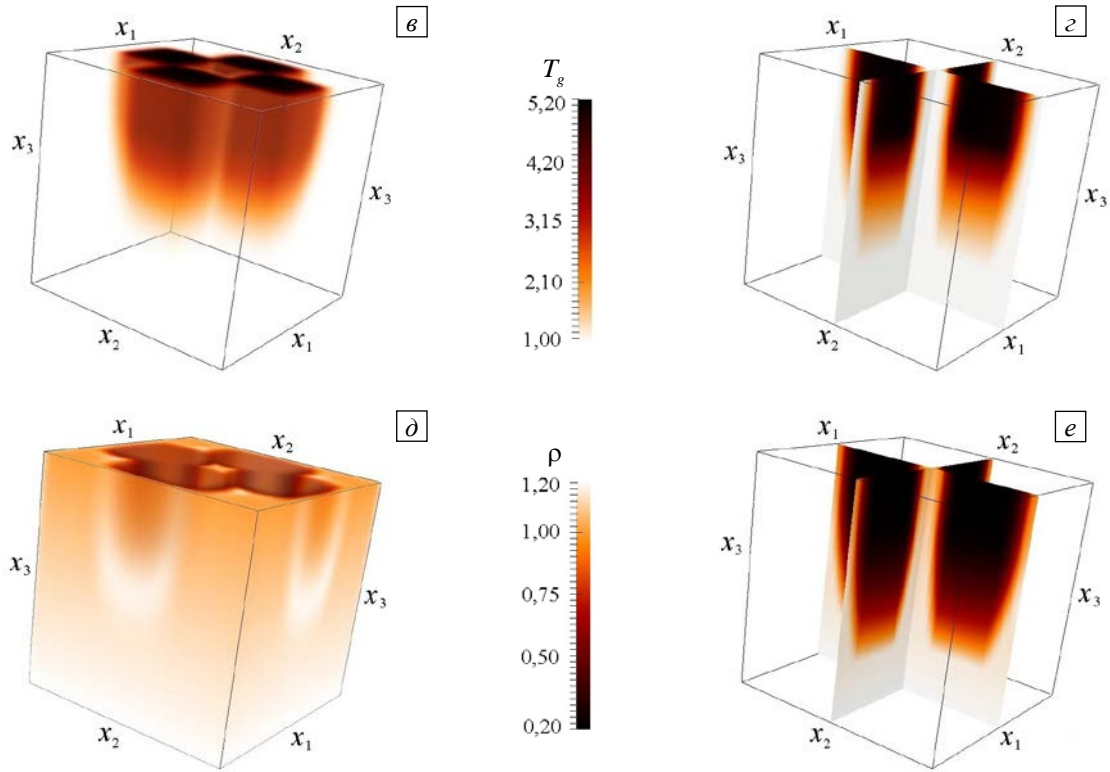


Рис. 7. Продолжение

соответствует степени его нагрева, так как давление газа плавно убывает с высотой (Рис. 8а) и не имеет локальных экстремумов в местах выделения энергии.

Из изображения поля скорости фильтрации газа, представленного на рисунке 8б также трудно сделать однозначные выводы. Но анализ изображений компонент вектора скорости фильтрации (Рис. 9 и 10)

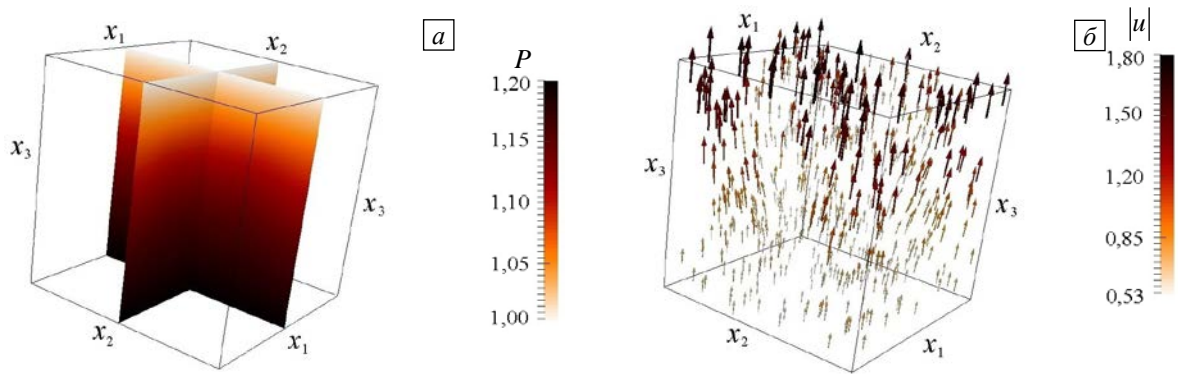


Рис. 8. Давление газа (а), изображаемое посредством двух плоскостей сечений, и векторное поле скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «второго типа» через  $t = 48$  после начала процесса

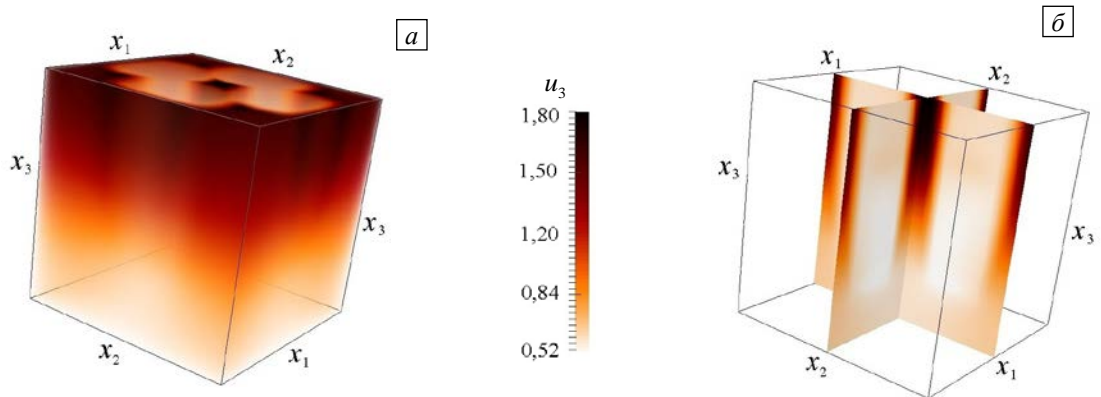


Рис. 9. Компонента вектора скорости фильтрации газа, направленная вдоль  $x_3$ , в пористом объекте «второго типа» через  $t = 48$  после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

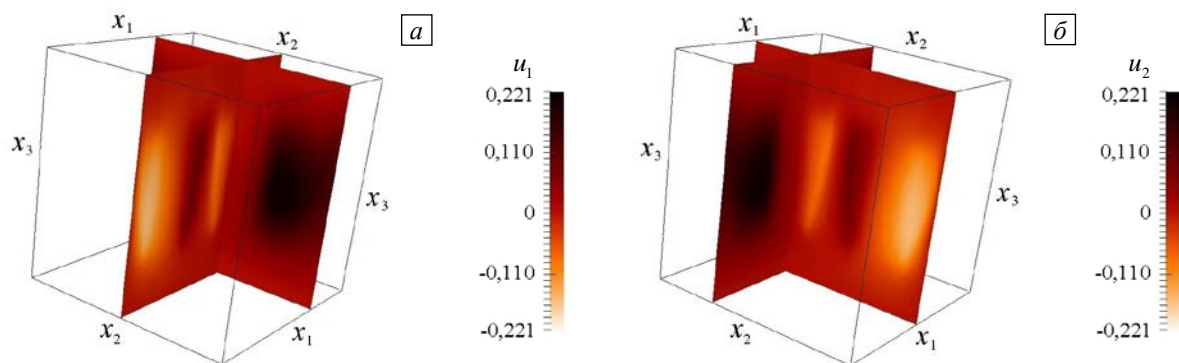


Рис. 10. Компоненты вектора скорости фильтрации газа, направленные вдоль  $x_1$  (а) и  $x_2$  (б), в пористом объекте «второго типа» через  $t = 48$  после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

позволяет заключить, что газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится обтекать нагретые зоны и двигаться по более холодным областям в окрестностях боковых стен и в области между очагами энерговыделения. Можно заметить, что максимальные значения компонент скорости в этом случае оказываются выше, чем у пористого объекта «первого типа». Однако минимальное значение вертикальной компоненты скорости становится меньше. То есть в пористом объекте «второго типа» еще большая часть газа огибает зоны тепловыделения, что напрямую связано с их более высоким разогревом.

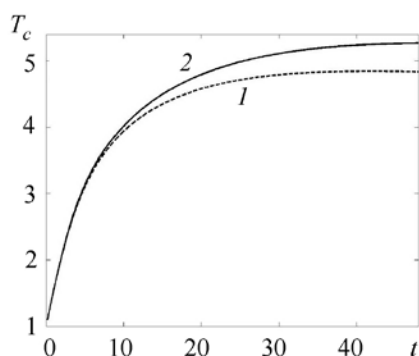


Рис. 11. Изменение со временем максимальной температуры твердой среды в пористых объектах «первого типа» (1) и «второго типа» (2)

Действительно, при сравнении максимальных температур в пористых объектах «первого типа» и «второго типа» видно их заметное отличие (Рис. 11). Несмотря на то, что суммарное тепловыделение в любом горизонтальном сечении обоих пористых объектов совпадает, а различаются лишь распределения энерговыделения по их сечениям, этого оказывается достаточно для заметного изменения температур.

Таким образом, на общий разогрев пористого объекта влияют не только высота, ширина и удаленность очагов тепловыделения заданной интенсивности от входа в объект, как показано в [18], но и распределение в его горизонтальном сечении источников энерговыделения.

## 5. Заключение

Для исследования нестационарных процессов в трехмерных пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции расхода проходящего через объект газа предложены математическая модель и оригинальный численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Достоинством данной численной модели является её способность описывать нестационарные процессы не только при принудительной фильтрации, но и в условиях естественной конвекции, которые характерны для очагов тепловыделения в пористых средах, возникающих в результате природных или техногенных катастроф.

Посредством вычислительного эксперимента проведен анализ воздушного охлаждения пористых трехмерных объектов с различным распределением очагов тепловыделения при постоянном суммарном выделении энергии. Показано, что интенсивный нагрев как твердой среды, так и газа происходит только в областях энерговыделения и выше их. В разогретых зонах наблюдается уменьшение плотности газа и падение скорости его фильтрации — газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится обойти нагретые зоны и имеет тенденцию течь по более холодным областям. Показано, что в числе других факторов на общий разогрев объекта влияет также распределение в его горизонтальном сечении источников энерговыделения заданной интенсивности.

Автор благодарен академику В.А. Левину за поддержку и ценные замечания, поспособствовавшие успеху работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00103-а).



## Литература

1. Маслов В.П., Мясников В.П., Данилов В.Г. Математическое моделирование аварийного блока Чернобыльской АЭС. – М.: Наука, 1987. – 144 с.
2. Алдущин А.П., Мержанов А.Г. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах / Под ред. Ю.Ш. Матроса. – Новосибирск: Наука, 1988. – С. 9-52.
3. Маслов В.П., Молотков И.А. Условие отсутствия перегрева в реакторе, оценка критической константы // ДАН. – 2007. – Т. 415, № 4. – С. 475-477. (English version DOI).
4. Маслов В.П., Молотков И.А. Переход от стационарного охлаждения к перегреву в аварийном реакторе // ДАН. – 2008. – Т. 418, № 4. – С. 482-485. (English version DOI).
5. Маслов В.П., Молотков И.А. Аварийный реактор в режиме перегрева // ДАН. – 2008. – Т. 421, № 4. – С. 482-485. (English version DOI).
6. Молотков И.А. Локализация тепловой энергии в аварийном реакторе в процессе его перегрева // ДАН. – 2008. – Т. 422, № 5. – С. 608-611. (English version DOI).
7. Маслов В.П., Молотков И.А. Высокотемпературные процессы в пористой среде // Теплофизика высоких температур. – 2009. – Т. 47, № 2. – С. 242-246. (English version DOI).
8. Луценко Н.А. Одномерный стационарный режим фильтрации газа через слой неподвижного тепловыделяющего конденсированного материала // Дальневосточный математический журнал. – 2002. – Т. 3, № 1. – С. 123-130.
9. Луценко Н.А. Нестационарные режимы охлаждения пористого тепловыделяющего элемента // Матем. моделирование. – 2005. – Т. 17, № 3. – С. 120-128.
10. Левин В.А., Луценко Н.А. Возникновение неустойчивых режимов охлаждения пористого тепловыделяющего элемента при докритических краевых условиях // Горение и плазмохимия. – 2005. – Т. 3, № 2. – С. 81-92.
11. Левин В.А., Луценко Н.А. Течение газа через пористую тепловыделяющую среду при учете температурной зависимости вязкости газа // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, № 1. – С. 35-40. (English version DOI).
12. Левин В.А., Луценко Н.А. Неоднозначное влияние теплопроводности при движении газа через пористые среды с очагами энерговыделения // ДАН. – 2015. – Т. 462, № 4. – С. 418-421. (English version DOI).
13. Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. Термомеханика тепловыделяющего зернистого слоя // Инженерно-физический журнал. – 2008. – Т. 81, № 4. – С. 637-645. (English version DOI).
14. Ковенский Г.И., Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. О свободной конвекции в тепловыделяющем зернистом слое // Инженерно-физический журнал. – 2010. – Т. 83, № 2. – С. 229-234. (English version DOI).
15. Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. О термомеханике тепловыделяющего слоя при переменном размере частиц // Инженерно-физический журнал. – 2011. – Т. 84, № 5. – С. 933-937. (English version DOI).
16. Левин В.А., Луценко Н.А. Численное моделирование двумерных нестационарных течений газа через пористые тепловыделяющие элементы // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11, № 6. – С. 44-58.
17. Левин В.А., Луценко Н.А. Нестационарные течения газа через осесимметричные пористые тепловыделяющие объекты // Матем. моделирование. – 2010. – Т. 22, № 3. – С. 26-44. (English version DOI).
18. Левин В.А., Луценко Н.А. Движение газа через пористые объекты с неравномерным локальным распределением источников тепловыделения // Теплофизика и аэромеханика. – 2008. – Т. 15, № 3. – С. 407-417. (English version DOI).
19. Левин В.А., Луценко Н.А. Моделирование двумерных нестационарных течений газа в саморазогревающихся полигонах твердых бытовых отходов // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2011. – Т. 4, № 1. – С. 55-64. DOI
20. Lutsenko N.A. Numerical modeling of unsteady gas flow through porous heat-evolutional objects with partial closure of the object's outlet // Int. J. Heat Mass Tran. – 2014. – Vol. 72. – P. 602-608. (English version DOI).
21. Луценко Н.А., Мирошниченко Т.П., Одякова Д.С., Харитонов Д.И. Параллельная реализация алгоритма для расчета двумерных нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками тепловыделения // Вычислительные технологии. – 2011. – Т. 16, № 2. – С. 98-110.
22. Луценко Н.А., Тарасов Г.В., Гырник К.А. OpenMP-версия параллельного алгоритма расчета нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения: анализ и применение // СибЖВМ. – 2014. – Т. 17, № 3. – С. 229-244. (English version DOI).
23. Lutsenko N.A., Levin V.A. Effect of gravity field and pressure difference on heterogeneous combustion in porous media // Combust. Sci. Technol. – 2014. – Vol. 186, no. 10-11. – P. 1410-1421. (English version DOI).
24. Нигматуллин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
25. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: в 2-х т. – М.: Мир, 1990. – Т. 1. – 384 с.

## References

1. Maslov V.P., Myasnikov V.P., Danilov V.G. *Matematicheskoe modelirovanie avarijnogo bloka Chernobylskoy AES* [Mathematical modeling of the exploded unit of the Chernobyl nuclear power plant]. Moscow: Nauka, 1987. 144 p.
2. Aldushin A.P., Merzhanov A.G. *Rasprostranenie teplovykh voln v geterogennykh sredakh* [Heat wave propagation in heterogeneous media], ed. by Yu.S. Matros. Novosibirsk: Nauka, 1988. Pp. 9-52.
3. Maslov V.P., Molotkov I.A. Condition for the absence of reactor superheating: estimation of the critical constant. *Dokl. Phys.*, 2007, vol. 52, no. 8, pp. 415-417. DOI
4. Maslov V.P., Molotkov I.A. Passage from stationary cooling to heating in an emergency reactor. *Dokl. Phys.*, 2008, vol. 53, no. 2, pp. 93-96. DOI
5. Maslov V.P., Molotkov I.A. Superheating behavior in a breakdown reactor. *Dokl. Phys.*, 2008, vol. 53, no. 8, pp. 454-457. DOI
6. Molotkov I.A. Localization of heat energy in an emergency reactor under overheating. *Dokl. Math.*, 2008, vol. 78, no. 2, pp. 791-794. DOI

7. Maslov V.P., Molotkov I.A. High-temperature processes in a porous medium. *High Temp.*, 2009, vol. 47, no. 2, pp. 223-227. DOI
8. Lutsenko N.A. One-dimensional stationary conditions of gas filtration through layer of motionless condensed substance with heat evolution. *Dal'nevostochniy matematicheskii zhurnal – Far Eastern Mathematical Journal*, 2002, vol. 3, no. 1, pp. 123-130.
9. Lutsenko N.A. Unsteady conditions of cooling of the porous fuel element. *Matematicheskoe Modelirovanie – Mathematical Modelling*, 2005, vol. 17, no. 3, pp. 120-128.
10. Levin V.A., Lutsenko N.A. Vozniknovenie neustoychivykh rezhimov okhlazhdeniya poristogo teplovydelyayushchego elementa pri dokriticheskikh kraevykh usloviyakh [Appearance of unsteady conditions of cooling of porous heat-evolutional element on undercritical boundary conditions]. *Gorenie i plazmohimiya – Combustion and Plasmochemistry*, 2005, vol. 3, no. 2, pp. 81-90.
11. Levin V.A., Lutsenko N.A. Gas flow through a porous heat-releasing medium with allowance for the temperature dependence of gas viscosity. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2006, vol. 79, no. 1, pp. 33-39. DOI
12. Levin V.A., Lutsenko N.A. The ambiguous effect of thermal conductivity in a gas flow through porous media with energy-release sources. *Dokl. Phys.*, 2015, vol. 60, no. 6, pp. 255-258. DOI
13. Teplitskii Yu.S., Kovenskii V.I. Thermomechanics of a heat-releasing grained layer. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2008, vol. 81, no. 4, pp. 659-669. DOI
14. Kovenskii G.I., Teplitskii Yu.S., Kovenskii V.I. On free convection in a heat-releasing granular bed. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2010, vol. 83, no. 2, pp. 243-249. DOI
15. Teplitskii Yu.S., Kovenskii V.I. On the thermomechanics of a heat-releasing layer with particles of variable size. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2011, vol. 84, no. 5, pp. 1003-1008. DOI
16. Levin V.A., Lutsenko N.A. Numerical modeling of two-dimensional time-dependent gas flow through porous heat-evolutional elements. *Vychislitel'nye tekhnologii – Computational Technologies*, 2006, vol. 11, no. 6, pp. 44-58.
17. Levin V.A., Lutsenko N.A. Time-dependent gas flows through axisymmetrical porous heat-evolutional bodies. *Math. Models Comput. Simul.*, 2010, vol. 2, no. 5, pp. 635-647. DOI
18. Levin V.A., Lutsenko N.A. Gas motion through porous objects with nonuniform local distribution of heat-release sources. *Thermophys. Aeromech.*, 2008, vol. 15, no. 3, pp. 381-391. DOI
19. Levin V.A., Lutsenko N.A. Modeling unsteady two-dimensional gas flows in self-heating solid waste dumps. *Fluid Dyn.*, 2011, vol. 46, no. 5, pp. 826-834. DOI
20. Lutsenko N.A. Numerical modeling of unsteady gas flow through porous heat-evolutional objects with partial closure of the object's outlet. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 2014, vol. 72, pp. 602-608. DOI
21. Lutsenko N.A., Miroshnichenko T.P., Odyakova D.S., Kharitonov D.I. A parallel implementation of an algorithm for calculation of a two-dimensional unsteady gas flow through porous objects with heat sources. *Vychislitel'nye tekhnologii – Computational Technologies*, 2011, vol. 16, no. 2, pp. 98-110.
22. Lutsenko N.A., Tarasov G.V., Gyrynik K.A. An OpenMP version of the parallel algorithm for calculation of unsteady gas flow through porous objects with energy sources: Analysis and application. *Numerical Analysis and Applications*, 2014, vol. 7, no. 3, pp. 191-203. DOI
23. Lutsenko N.A., Levin V.A. Effect of gravity field and pressure difference on heterogeneous combustion in porous media. *Combust. Sci. Technol.*, 2014, vol. 186, no. 10-11, pp. 1410-1421. DOI
24. Nigmatulin R.I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Principles of the mechanics of heterogeneous media]. Moscow: Nauka, 1978. 336 p.
25. Tannehill J.C., Anderson D.A., Pletcher R.H. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Washington, DC: Taylor&Francis, 1997. 792 p.

Поступила в редакцию 19.05.2016; опубликована в электронном виде 30.09.2016