

DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.2.19

УДК 532.5

МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦУНАМИ ОПОЛЗНЕВОГО ТИПА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА

А.С. Козелков

*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,
Нижний Новгород, Российская Федерация
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики РФЯЦ – ВНИИЭФ
Саров, Нижегородская обл., Российская Федерация*

В работе представлена единая технология расчета всех стадий цунами оползневого типа. Технология основана на численном решении системы уравнений Навье–Стокса для многофазных течений. Численный алгоритм решения построен на базе полностью неявного метода аппроксимации, в котором связь уравнения неразрывности и уравнений сохранения количества движения осуществляется за счет неявных слагаемых градиента давления и массового потока. Предложенный метод снимает жесткие ограничения на шаг по времени и позволяет моделировать распространение цунами на сколь угодно большие расстояния. Оползневой источник имеет вид отдельной фазы – ньютоновской жидкости со своей плотностью и вязкостью и отделенной поверхностью раздела от водной и воздушной фаз. В статье приводятся основные формулы дискретизации уравнений и вид коэффициентов, а также ключевые шаги вычислительной процедуры. Для возможности расчета распространения цунами в больших акваториях создан параллельный алгоритм реализации технологии с помощью алгебраического многосеточного метода, использующего алгоритмы глобального уровня и каскадного сбора, которые не накладывают ограничений на масштаб распараллеливания и делают разработанную технологию применимой к системам петафлопсного класса. Показана возможность рассмотрения всех стадий цунами оползневого типа – образование, распространение и накат. Верификация технологии проведена на задачах, имеющих экспериментальную информацию. Описан механизм учета батиметрических данных для моделирования цунами в реальных акваториях Мирового океана. Представлены результаты сравнения с нелинейно-дисперсионной теорией на примере расчета исторического цунами, возникшего в результате извержения вулкана на острове Монтсеррат Карибского моря, которые продемонстрировали хорошее согласование.

Ключевые слова: уравнения Навье–Стокса, многофазные течения, цунами, оползни, свободная поверхность, многосеточный метод, моделирование

NUMERICAL TECHNOLOGY FOR LANDSLIDE TSUNAMI SIMULATIONS BASED ON NAVIER–STOKES EQUATIONS

A.S. Kozelkov

*Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russian Federation
All-Russian Research Institute of Experimental Physics FSUE RFNC-VNIIEF,
Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russian Federation*

The paper presents an integral technology simulating all phases of a landslide-driven tsunami. The technology is based on the numerical solution of a set of Navier–Stokes equations for multi-phase flows. The numerical algorithm uses a fully implicit approximation method, in which the equations of continuity and momentum conservation are coupled through implicit summands of pressure gradient and mass flow. The method we propose removes strict constraints on the timestep and makes it possible to simulate tsunami propagation to arbitrarily large distances. The landslide origin is simulated as an individual phase being a Newtonian fluid with its own density and viscosity and separated from the water and air phases by an interface. The paper presents the basic equation discretization formulas and expressions for coefficients and describes the main steps of the computational procedure. To enable simulations of tsunami propagation across wide water areas, we propose a parallel technology implementation algorithm that employs an algebraic multi-grid method. The multi-grid method implementation is based on the global and cascade collection algorithms, which impose no limitations on the paralleling scale and make this technology applicable to petascale systems. We demonstrate the possibility of simulating all phases of a landslide-driven tsunami, including its generation, propagation and uprush. The technology has been verified against the problems supported by experimental data. The paper describes the mechanism of incorporating bathymetric data to simulate tsunamis in real water areas of the world ocean. Results of comparison with the non-linear dispersion theory, which demonstrated good agreement, are presented for the case of a historical tsunami of volcanic origin on the Montserrat island in the Caribbean Sea.

Key words: Navier–Stokes equations, multi-phase flow, tsunamis, landslides, free surface, multi-grid method, modeling

1. Введение

Банк данных о волнах цунами содержит более 2200 зарегистрированных на Земле событий и свыше 9000 наблюдений об их береговых высотах [1]. При этом более 10% составляют цунами, порожденные обвалами подводных и надводных оползней, а 5% — вулканогенными источниками, сходом пирокластических потоков, образующихся в результате вулканического взрыва. Согласно накопленным данным, волны цунами вследствие оползней имеют самую высокую амплитуду залеска на берег, она может достигать нескольких сотен метров. К наиболее известным цунами оползневого типа относятся случившиеся в заливе Литуйя на Аляске (1853, 1936, 1958 гг.), в Норвегии (1936 г.) и Гренландии (2000 г.) [2–5]. Самая большая волна цунами высотой 60 метров наблюдалась в бухте Литуйя 10-го июля 1958 года,

вызванная сходом сейсмогенного обвала, при этом максимальный заплеск в самой бухте составил 525 метров. Обзор исторических оползней и порожденных ими цунами приведен в [3, 6].

Волны, возбуждаемые подводными и надводными оползнями, достигают максимально возможных заплесков непосредственно около источника — на расстояниях 10–15 километров вдоль береговой линии [6]. Однако, если оползень является следствием землетрясения, цунами такого типа способно распространяться существенно дальше, и сохранять свой разрушительный потенциал на протяжении сотен километров.

Цунамигенные оползни условно можно поделить на три категории: надводные, частично погруженные в воду и подводные. Начальное положение оползня служит основой для выбора физико-математической модели, приемлемой для описания генерации и распространения цунами. Надводные и частично подводные оползни целесообразно изображать в виде трехфазной системы «жидкость – воздух – оползень», тогда как для подводного оползня достаточно ограничиться двухфазной или двухслойной моделью со слоями различных плотностей. При этом сам оползень моделируется как недеформируемое твердое тело или система таких тел, как несжимаемая жидкость, либо как отдельный слой со своими значениями коэффициентов плотности и вязкости [7–10].

Порождаемые сходом оползня поверхностные волны имеют свою специфику. Они возникают в прибрежной зоне с малой глубиной и формируются в течение достаточно длительного времени, сравнимого со временем перемещения оползня, а характерный размер оползня зачастую сопоставим с глубиной. В отличие от цунами сейсмического происхождения цунами оползневой типа более короткие по длительности [11], что обуславливает необходимость учета дисперсии волн. В таком случае для моделирования используются нелинейно-дисперсионные уравнения теории мелкой воды, способные воспроизводить дисперсию. Уравнения решаются конечно-разностными методами, построенными на базе схем второго порядка точности [7]. Однако по причине того, что системы подобного типа содержат смешанные производные высокого порядка, построение эффективных численных алгоритмов их реализации является нетривиальной задачей. Проблематика применения нелинейно-дисперсионных уравнений для моделирования цунами оползневой типа обсуждается в [7, 12].

Стоит отметить, что цунами оползневой типа уделяется пристальное внимание. Большая серия экспериментальных исследований [3, 8, 13–17] (в работе [15] приводится обширный библиографический список по проведенным экспериментальным и аналитическим исследованиям цунами оползневой типа), а также ряд теоретических работ [3, 6–8, 10–12, 18, 19] позволили существенно продвинуться в разработке численных методов расчета таких цунами. Для калибровки и тестирования разрабатываемых методов, кроме экспериментальных данных, доступны и аналитические решения [20, 21]. В многочисленных статьях обсуждаются результаты изучения исторических цунами оползневой типа [4, 5, 9, 13–15, 22] и различные эффекты, сопровождающие это явление [7, 8, 18–20, 23]. До недавнего времени, согласно [24], большинство моделей цунами оползневой типа опирались на нелинейную теорию мелкой воды (NLSW — Nonlinear Shallow Water), которая, вообще говоря, описывает неправильно взаимодействие оползня и образуемой волны на мелководье, то есть начальную стадию возмущения водной поверхности. Для наиболее близкого к реальности моделирования цунами оползневой типа (см. [24]) необходимо использовать два подхода: решать или полные трехмерные уравнения гидродинамики, или упрощенную систему на их основе, полученную интегрированием по глубине. Интегрирование по глубине, по сути, исключает вертикальную координату и сводит трехмерную систему к двумерной, на базе которой и строится класс NLSW моделей. Эти модели хорошо зарекомендовали себя при учете распространения сейсмических цунами на большие расстояния. В приложении к цунами оползневой типа NLSW модели приводят к неправильному представлению формы волны и времени её распространения, поскольку эти цунами генерируют волны, более короткие в сравнении с волнами от сейсмических источников [24]. Для большинства цунами оползневой типа наиболее рационально прибегать к уравнениям Буссинеска, хотя они также имеют ограничения [25]. Трехмерные модели генерации цунами оползневой типа, сводятся к специальным системам на базе уравнения Лапласа [26, 27]. Попытки применения трехмерных моделей, основанных на полных уравнениях Навье–Стокса, вследствие их вычислительной дороговизны, имеются пока в единичных работах [15, 28, 29]. Однако, с существенным развитием вычислительных ресурсов, наблюдающимся в последнее время, и их возрастающей доступностью разработка таких моделей становится актуальной задачей. Достаточно перспективным представляется использование уравнений Навье–Стокса совместно с уравнением расчета концентраций [28] для моделирования движения деформируемого оползня. LES (Large Eddy Simulation) подход для решения данного класса задач [29] выглядит пока сомнительным по причине весьма жестких требований к численным схемам для аппроксимации и расчета каскадного переноса кинетической энергии турбулентности вихревых структур различных масштабов [30, 31]. В [15] с помощью упрощенной трехмерной модели описывалась генерация цунами оползневой типа в Мексиканском заливе. Хорошая перспектива просматривается и в применении полной трехмерной модели для расчета всех стадий расчета волн цунами, включая накат. В настоящее время для расчета распространения (включая образование волн) и наката используются многослойные модели [32], для распространения — одна модель, а для расчета наката — другая. Обзор современных физико-математических моделей цунами оползневой типа, представлен в [17].

Главная проблема при применении уравнений Навье–Стокса в научных и промышленных приложениях — их существенная вычислительная дороговизна. В настоящее время ведутся системные исследования, направленные на разработку методов ускорения гидродинамических расчетов и повышения их точности [33–35]. В данной работе обсуждается технология расчета цунами оползневой типа на основе полностью неявного метода решения полных трехмерных уравнений Навье–Стокса, описывающих многофазные течения. При этом существенно ослабляются требования к шагу интегрирования по времени, что является одним из главных преимуществ предлагаемого подхода при моделировании распространения цунами на большие расстояния. Для аппроксимации уравнений привлекается полностью неявная схема, которая имеет весьма высокую устойчивость. Представлен алгоритм ускорения сходимости процесса счета с использованием многосеточных технологий. Приведены наиболее важные формулы дискретизации, этапы вычислительной процедуры, а также алгоритм учета батиметрических данных. Работоспособность технологии проверяется на известных экспериментальных данных. Демонстрируется возможность приложения технологии к расчету всех стадий цунами оползневой типа, а также к моделированию цунами на любой акватории Мирового океана.

2. Основные уравнения модели и способ численного решения

Рассмотрим систему «воздух – вода» как совокупность двух несжимаемых сред, имеющих границу раздела. Ограничимся односкоростным приближением, в котором уравнение неразрывности и уравнение сохранения импульса едины как для воды, так и для воздуха и решаются для обобщенной среды, свойства которой линейным образом зависят от объемной доли компонентов [36]. Такой подход достаточно распространен и дает хорошие результаты при решении задач со свободной поверхностью [37, 38], в том числе и для волн цунами [15]. В рамках этого приближения движение среды описывается уравнениями Навье–Стокса, включающими уравнения неразрывности, сохранения импульса, а также уравнением связи объемных долей фаз [39]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, & 1 \\ \frac{\partial}{\partial t} \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{u} = -\nabla \cdot \sum_k (\alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla \cdot \sum_k (\alpha^{(k)} \mu^{(k)} \nabla \mathbf{u}) - \nabla p + \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{g}, & 2 \\ \frac{\partial}{\partial t} \alpha^{(k)} \rho^{(k)} + \nabla \cdot (\alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{u}) = 0, & 3 \end{cases} \quad (1)$$

здесь: \mathbf{u} — трехмерный вектор скорости среды; $\rho^{(k)}$ и $\alpha^{(k)}$ — плотность фазы k и ее объемная доля ($\sum_k \alpha_k = 1$); p — давление; $\mu^{(k)}$ — молекулярная вязкость фазы k ; \mathbf{g} — вектор ускорения свободного падения. Система уравнений (1) решается напрямую, без использования осреднения по Рейнольдсу и последующего замыкания моделью турбулентности. Это позволяет рассматривать турбулентные структуры, минимальный масштаб которых сопоставим с сеточным разрешением.

Дискретизация системы (1) может быть осуществлена любым известным способом [39, 40]. Оптимальным для дискретизации является метод конечных объемов [40], обладающий хорошими консервативными свойствами и позволяющий дискретизировать сложные вычислительные области на неструктурированных сетках с ячейками произвольной формы.

При численном решении системы (1) главная сложность заключается в определении связи поля давления с полем скорости. Процедура согласования полей должна приводить к одновременному удовлетворению уравнений неразрывности и сохранения импульса. Наиболее приспособлены для этого методы типа SIMPLE, основанные на коррекции давления при переходе с одного временного слоя на другой (принципе расщепления неизвестных) [35, 40]. Для получения SIMPLE-процедуры опустим уравнение для объемных долей фаз и массовые силы. Рассмотрим объемную ячейку P с гранями f и запишем систему уравнений (1) в дискретном виде:

$$\begin{cases} \sum_{f=nb(P)} \mathbf{u}_f^n S_f = 0, \\ \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \frac{\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1}}{\tau} V = - \sum_{f=nb(P)} \sum_k \alpha^{(k)} \rho_f^{(k)} \mathbf{u}_f^{n-1} \mathbf{u}_f^n S_f + \sum_{f=nb(P)} \sum_k \alpha^{(k)} \mu_f^{(k)} \nabla \mathbf{u}_f^n S_f - \sum_{f=nb(P)} p_f^n S_f + \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{g} V, \end{cases} \quad (2)$$

где n — номер временного слоя, τ — временной шаг, S_f — площадь грани f , разделяющей контрольные объемы расчетной сетки (Рис. 1), \mathbf{u}_f — величина скорости на грани (здесь и далее индекс f означает принадлежность величины к грани), $f = nb(P)$ — количество граней ячейки (в данном случае ячейки P), V — объем ячейки интегрирования (см. Рис. 1).

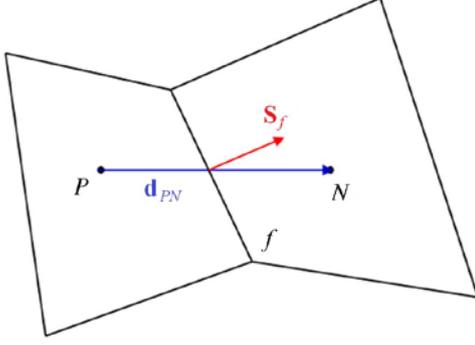


Рис. 1. Соседние контрольные объемы P и N расчетной сетки; \mathbf{d}_{PN} – вектор нормали, направленный из точки P в точку N , модуль которого равен расстоянию между этими точками; \mathbf{S}_f – вектор нормали к грани f , модуль которого равен площади грани

Решение системы (1), согласно алгоритму SIMPLE, подразумевает, что уравнение переноса объемных долей на $(n-1)$ -м временном слое для объемной доли $\alpha^{(n)} = 1 - \sum_{k \neq n} \alpha^{(k)}$ фаз k решается

отдельно от уравнений неразрывности и сохранения импульса.

В классической формулировке алгоритма SIMPLE скорость и давление связаны полуневяно за счет использования давления с предыдущего итерационного шага, что зачастую приводит к медленной сходимости решения. Для повышения эффективности работы и улучшения сходимости алгоритма SIMPLE разрабатываются его модификации, наиболее точно подстраивающие поля скорости и давления. Одной из таких модификаций является совместное решение уравнений для скоростей и давления [41].

Совмещение осуществляется посредством неявной

дискретизации слагаемых градиента давления и массового потока в уравнениях сохранения импульса и неразрывности, что позволяет избежать шагов предиктора и корректора. Получаемые таким образом неявные коэффициенты суммируются в одну общую диагонально-доминантную матрицу, решаемую с использованием многосеточных методов [33, 34].

Построим совмещенный алгоритм решения системы (1), для чего перепишем систему (2) в виде:

$$\begin{cases} \sum_{f=nb(P)} \left\{ \overline{\mathbf{u}}_f^n + \overline{\mathbf{D}}_f \left[\left(\overline{\nabla p}_f^{n-1} \right) - \left(\nabla p_f^n \right) \right] \right\} \mathbf{S}_f = 0, \\ \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \frac{(\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1})}{\tau} V = - \sum_{f=nb(P)} \sum_k \alpha^{(k)} \rho_f^{(k)} \mathbf{u}_f^{n-1} \mathbf{u}_f^n \mathbf{S}_f + \sum_{f=nb(P)} \sum_k \alpha^{(k)} \mu_f^{(k)} \nabla \mathbf{u}_f^n \mathbf{S}_f - \sum_{f=nb(P)} p_f^n \mathbf{S}_f + \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{g} V. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь: $\mathbf{D}_f = V_f / a_f$ — коэффициент, связывающий уравнения движения и неразрывности, где V_f и a_f — усреднённые на грани f , соответственно, объем ячеек P и N и арифметически усредненный диагональный коэффициент матриц трех компонент скоростей; черта сверху означает, что величина на грани найдена путем интерполяции из соседних контрольных объемов. В уравнении неразрывности системы (3) использована поправка Рхи–Чоу [42], нивелирующая разницу приближений градиента давления в уравнениях неразрывности и сохранения импульса и связывающая поля скорости и давления при одновременном решении уравнений неразрывности и движения.

Для реализации полностью неявного алгоритма решения системы (3) удобно переписать ее в алгебраической форме:

$$\begin{cases} \sum_{j \in \{p,u,v,w\}} a_p^{pj} j_p + \sum_{N=NB(P)} \left[\sum_{j \in \{p,u,v,w\}} a_N^{pj} j_N \right] = b_p^p, & 1 \\ \sum_{j \in \{p,u,v,w\}} a_p^{ij} j_p + \sum_{N=NB(P)} \left[\sum_{j \in \{p,u,v,w\}} a_N^{ij} j_N \right] = b_p^i & i = \{u, v, w\}, & 2 \end{cases} \quad (4)$$

Суммирование по индексу « j » в уравнении (4)₁ — уравнении неразрывности, дает коэффициенты общей матрицы системы для вычисления давления в контрольных объемах дискретной модели. Коэффициенты имеют вид:

$$\begin{aligned} a_N^{pp} &= \frac{(\overline{\mathbf{D}}_f \mathbf{S}_f) \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{PN}}, & a_p^{pp} &= - \sum_{f=nb(P)} a_f^{pp}, \\ a_N^{pu} &= (1 - \lambda_f) S_f^x, & a_N^{pv} &= (1 - \lambda_f) S_f^y, & a_N^{pw} &= (1 - \lambda_f) S_f^z, \\ a_p^{pu} &= \sum_{f=nb(P)} [\lambda_f S_f^x], & a_p^{pv} &= \sum_{f=nb(P)} [\lambda_f S_f^y], & a_p^{pw} &= \sum_{f=nb(P)} [\lambda_f S_f^z]. \end{aligned} \quad (5)$$

При записи данных коэффициентов использовался алгоритм неортогональной коррекции [43] для правильности расчета на произвольных неструктурированных сетках, а также формула для вычисления давления p_f на грани с помощью линейной интерполяции по значениям в центрах ячеек P и N [40]:

$$p_f = \lambda_f p_P + (1 - \lambda_f) p_N. \quad (6)$$

где λ_f — интерполяционный коэффициент, основанный на расстоянии от центров соседних ячеек до грани, $\lambda_f = \frac{d_{PN}}{d_{Pf} + d_{Nf}}$, здесь d_{PN} — расстояние от центра ячейки P до центра ячейки N , d_{Pf} — расстояние от центра ячейки P до грани f , d_{Nf} — расстояние от центра ячейки N до грани f . В результате правая часть уравнения (4₁) принимает вид:

$$b_P^p = \sum_{f=nb(P)} \overline{\mathbf{D}_f \nabla p_f} \cdot \mathbf{S}_f - \overline{\mathbf{D}_f \nabla p_f} \cdot \left(\mathbf{S}_f - \frac{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{PN}} \mathbf{d}_{PN} \right). \quad (7)$$

Суммирование по индексу « i » в уравнении (4₂) — уравнении сохранения импульса, дает следующие коэффициенты общей матрицы системы для вычисления компонент скорости:

$$a_N^{uu} = a_N^{vv} = a_N^{ww} = \sum_k \alpha_f^{(k)} \mu_f \frac{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{PN}} + \min \left(0, \sum_k \alpha_f^{(k)} \rho_f^{(k)} S_f \right). \quad (8)$$

Первое слагаемое в выражениях (8) есть диффузионная составляющая, и коэффициенты общей матрицы системы будут иметь вид:

$$\begin{aligned} a_N^{up} &= (1 - \lambda_f) S_f^x, & a_N^{vp} &= (1 - \lambda_f) S_f^y, & a_N^{wp} &= (1 - \lambda_f) S_f^z, \\ a_P^{up} &= \sum_{f=nb(P)} \lambda_f S_f^x, & a_P^{vp} &= \sum_{f=nb(P)} \lambda_f S_f^y, & a_P^{wp} &= \sum_{f=nb(P)} \lambda_f S_f^z. \end{aligned} \quad (9)$$

Для их записи, как и для коэффициентов (5), использовался алгоритм неортогональной коррекции.

Второе слагаемое в выражениях (7) — конвективная составляющая, которая аппроксимируется с помощью любой известной дифференциальной схемы, применимой на произвольных неструктурированных сетках [30, 31, 33–35, 44]. Обычно — это противопотоковая схема (Upwind Differences — UD), а также противопотоковая схема с линейной интерполяцией (Linear Upwind Differences — LUD), схема QUICK, центрально-разностная схема (Central Differences — CD), схемы семейства Normalized Variable Diagram — NVD, гибридная схема. Все перечисленные схемы являются смешанными с противопотоковой схемой для увеличения монотонности. Описание последних достижений в области численных методов и более подробную информацию о разностных схемах, распространенных в задачах вычислительной гидродинамики на неструктурированных сетках можно найти в [44].

Дискретизация нестационарного слагаемого осуществима по одной из известных неявных схем [45] — схеме Эйлера, схеме Адамса–Бэшфорта. Здесь использована схема Эйлера. Тогда диагональные коэффициенты общей матрицы системы с учетом нестационарного слагаемого и вкладов диффузионного и конвективного слагаемых уравнений сохранения импульса запишутся так:

$$\begin{aligned} a_P^{uu} &= - \sum_{N=NB(P)} a_N^{uu} + \sum_k \alpha_P^{(k)} \rho_P^{(k)} \frac{V}{\tau}, \\ a_P^{vv} &= - \sum_{N=NB(P)} a_N^{vv} + \sum_k \alpha_P^{(k)} \rho_P^{(k)} \frac{V}{\tau}, \\ a_P^{ww} &= - \sum_{N=NB(P)} a_N^{ww} + \sum_k \alpha_P^{(k)} \rho_P^{(k)} \frac{V}{\tau}. \end{aligned} \quad (10)$$

В уравнении (4₂) правая часть будет следующей:

$$\begin{aligned}
 b_p^u &= \sum_{f=nb(P)} \left[\nabla u \cdot \mu_f \cdot \left(\mathbf{S}_f - \frac{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{PN}} \mathbf{d}_{PN} \right) \right] + \sum_k \alpha_p^{(k)} \rho_p^{(k)} u_p \frac{V}{\tau} + \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} g_x V, \\
 b_p^v &= \sum_{f=nb(P)} \left[\nabla v \cdot \mu_f \cdot \left(\mathbf{S}_f - \frac{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{PN}} \mathbf{d}_{PN} \right) \right] + \sum_k \alpha_p^{(k)} \rho_p^{(k)} v_p \frac{V}{\tau} + \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} g_y V, \\
 b_p^w &= \sum_{f=nb(P)} \left[\nabla w \cdot \mu_f \cdot \left(\mathbf{S}_f - \frac{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_f}{\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{PN}} \mathbf{d}_{PN} \right) \right] + \sum_k \alpha_p^{(k)} \rho_p^{(k)} w_p \frac{V}{\tau} + \sum_k \alpha^{(k)} \rho^{(k)} g_z V,
 \end{aligned} \tag{11}$$

где μ_f — молекулярная вязкость на грани f .

Таким образом, совмещенная система линейных алгебраических уравнений полностью неявного алгоритма, моделирующего многофазный поток, имеет вид:

$$\begin{bmatrix} a_p^{pp} & a_p^{pu} & a_p^{pv} & a_p^{pw} \\ a_p^{up} & a_p^{uu} & a_p^{uv} & a_p^{uw} \\ a_p^{vp} & a_p^{vu} & a_p^{vv} & a_p^{vw} \\ a_p^{wp} & a_p^{wu} & a_p^{wv} & a_p^{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_p \\ u_p \\ v_p \\ w_p \end{bmatrix} + \sum_{N=NB(P)} \begin{bmatrix} a_N^{pp} & a_N^{pu} & a_N^{pv} & a_N^{pw} \\ a_N^{up} & a_N^{uu} & a_N^{uv} & a_N^{uw} \\ a_N^{vp} & a_N^{vu} & a_N^{vv} & a_N^{vw} \\ a_N^{wp} & a_N^{wu} & a_N^{wv} & a_N^{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_N \\ u_N \\ v_N \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_p^p \\ b_p^u \\ b_p^v \\ b_p^w \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Она позволяет вычислять общую скорость и общее давление многофазного потока, однако может быть обобщена и на случай, когда каждая фаза обладает собственной скоростью и физическими свойствами, такими как сжимаемость и турбулентность. Эти обобщения будут представлены в последующих публикациях.

Для моделирования границ раздела фаз вслед за системой (12) решается уравнение переноса объемных долей (уравнение (13)) для объемной доли фаз на $(n-1)$ -м временном слое. Его дискретизация методом конечных объемов осуществляется по схеме, полностью аналогичной той, что используется для уравнения сохранения импульса. Конвективное слагаемое уравнения переноса объемных долей аппроксимируется с помощью схемы M-CICSAM [46], которая относится к классу сжимающих схем высокого разрешения и обеспечивает сохранение как минимально возможной толщины границы раздела сред, так и формы распределения объемных долей при параллельном переносе и вращении. Дискретизация нестационарного слагаемого также осуществляется по схемам Эйлера или Адамса–Бэшфорта.

В алгебраической форме система уравнений (12) для k -й фазы имеет вид:

$$a_p^{(k)} \alpha_p^{(k)} + \sum_{N=NB(P)} a_N^{(k)} \alpha_N^{(k)} = b_p^{(k)}. \tag{13}$$

Коэффициенты матрицы неявного решения уравнения (13) вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned}
 a_N^{(k)} &= \min(0, u_f^{(n-1)} S_f), & a_p^{(k)} &= - \sum_{N=NB(P)} a_N^{(k)} + \frac{V}{\tau}, \\
 b_p^{(k)} &= -u_f^{(n-1)} S_f \cdot (\alpha_{MC}^{(k)} - \alpha_{UD}^{(k)}) + \frac{V}{\tau} \alpha_p^{(k),n-1},
 \end{aligned} \tag{14}$$

где $\alpha_{MC}^{(k)}$, $\alpha_{UD}^{(k)}$ — значения объемной доли на грани, найденной по схеме MCICSAM и по противоточной схеме соответственно, $\alpha_p^{(k),n-1}$ — значение объемной доли на предыдущем шаге по времени. Представленные слагаемые получены с помощью дискретизации методом отложенной коррекции [43].

Для осуществления численного решения итоговая система уравнений должна быть дополнена начальными и граничными условиями. На твердых стенках (например, на дне бассейна) градиент давления и объемных долей, а также значение скорости полагаются равными нулю: $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial \alpha_k}{\partial n} = 0$, $\mathbf{u} = 0$. На «свободных» границах фиксируется статическое давление, градиенты скорости и объемных долей обнуляются:

$\frac{\partial u}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial w}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial \alpha_k}{\partial n} = 0$. При моделировании геофизических задач верхнюю границу необходимо располагать на высоте, достаточной для исключения «выплескивания» воды из расчетной области.

В начальный момент времени вода и воздух находятся в состоянии покоя: $u_0 = v_0 = w_0 = 0$, давление имеет гидростатическое распределение, то есть удовлетворяет уравнению:

$$\nabla p = \mathbf{g} \sum_k \rho^{(k)} \alpha^{(k)}. \tag{15}$$

Объемная доля фаз (например, воды и воздуха) определяется в соответствии с заданным уровнем положения свободной поверхности.

Расчет движения оползневых структур в рамках данной модели осуществляется с помощью отдельной фазы, имеющей свою плотность и вязкость, также как вода и воздух, то есть получается трехфазная гидродинамическая система. Дополнительных граничных условий для моделирования оползня не требуется — все взаимодействия с жидкостью и воздухом учитываются соответствующими слагаемыми исходной системы уравнений. Полностью неявная формулировка численной схемы снимает жесткие ограничения на шаг по времени и гарантирует устойчивость итерационного процесса при максимально возможном числе Куранта [47].

Представленная методика реализована в пакете ЛОГОС — программном продукте, предназначенном для решения сопряженных трехмерных задач конвективного теплопереноса, аэродинамики и гидродинамики на параллельных ЭВМ [30–35]. Пакет ЛОГОС успешно прошел верификацию и показал достаточно хорошие результаты в различных гидродинамических задачах [33, 35, 44, 48, 49], том числе при расчетах турбулентных и нестационарных течений [30, 31, 50], а также волн цунами космогенного происхождения [51–53].

3. Численные эксперименты

Валидация предложенной методики может быть осуществлена на множестве доступных экспериментальных данных [3, 8, 13–17, 54]. Здесь будем опираться на результаты работ [14, 16, 17], в которых описывается серия экспериментов, проведенная в трехмерном бассейне (NEES Tsunami Wave Basin) с пневматической установкой для генерации цунами деформируемыми гранулированными оползнями. Схематично конфигурации бассейна изображены на рисунке 2.

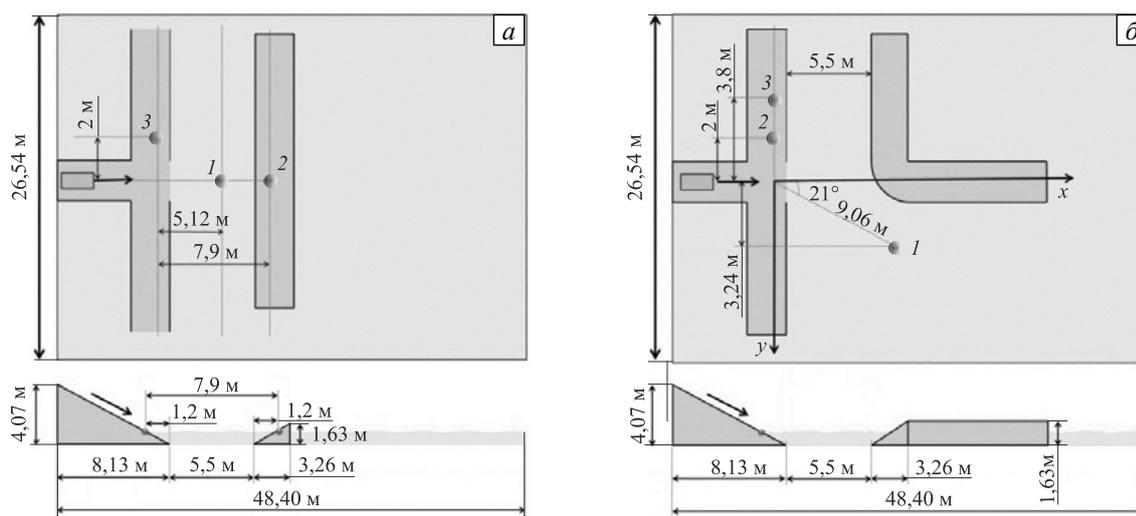


Рис. 2. Конфигурации бассейна для изучения цунами оползневого типа: 1-я (а), 2-я (б); (■) – расположение оползня, (●) – расположение мареографов; стрелкой показано направление движения оползня

Оползень начинает движение по наклонной плоскости с заданной начальной скоростью 3,8 м/с. Во время эксперимента измеряется скорость входа оползня в воду, а также высота поверхности воды в ряде точек фьорда, которые расположены как на «открытой» воде (фиксируют мареографы с номером 1), так и в непосредственной близости к искусственным препятствиям с целью установления заплеска (фиксируют мареографы с номерами 2, 3). При этом мареограф 1 в конфигурации 1 располагается непосредственно на пути распространения волны, а в конфигурации 2 он замеряет параметры огибающей препятствие волны.

Для моделирования использовалась расчетная сетка, состоящая из 10 млн. ячеек (Рис. 3). В области схода оползня и распространения волны сетка имела сгущение для более точного описания движения оползня и характеристик течения.

Параметры всех фаз — воды, воздуха и оползня, выбирались в соответствии с экспериментом (Табл.). Высота уровня воды от дна бассейна равнялась 0,6 м. Размеры оползня составляли 2,1×1,2×0,3 (м), причем его задний край находился на расстоянии 2,8 м от верхнего края наклонной плоскости.

Моделирование осуществлялось с автоматическим выбором шага по времени в соответствии с заданным числом Куранта, равным единице. Картина входа оползня в воду и распространения до преград для обеих конфигураций была одинаковой, поэтому ниже ограничимся демонстрацией результатов для конфигурации 1.

Таблица. Значения параметров воды, воздуха и оползня

Фаза	Молекулярная вязкость (кг/(м·с))	Плотность (кг/м ³)
Вода	0,001	1000
Воздух	1,85e-05	1,205
Оползень	26	2600

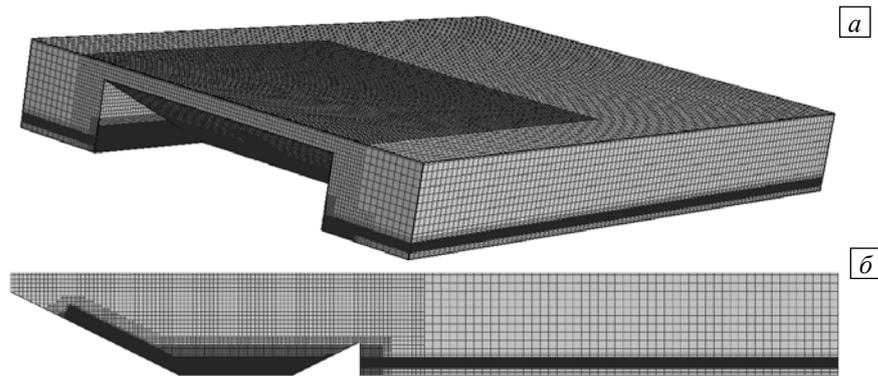


Рис. 3. Расчетная сетка для конфигурации 1: общий вид (а), в сечении Oxz (б)

На рисунке 4 представлено поле скорости среды в различные моменты времени входа оползня в воду. Из рисунка видно, что при $t = 0,6$ с оползень, как и в эксперименте, имеет скорость около 5,5 м/с. Максимальная скорость движения водной фазы наблюдается в момент опрокидывания волны ($t = 1,2$ с) и превышает 6 м/с. Картина распределения скоростей позволяет видеть возмущения и воздушной среды, которые совсем незначительны по сравнению с возмущениями других фаз (около 1 м/с), что говорит о правомерности пренебрежения сжимаемостью воздуха. В момент опрокидывания волна имеет амплитуду около 0,5 м, что практически соответствует уровню воды в бассейне (Рис. 5).

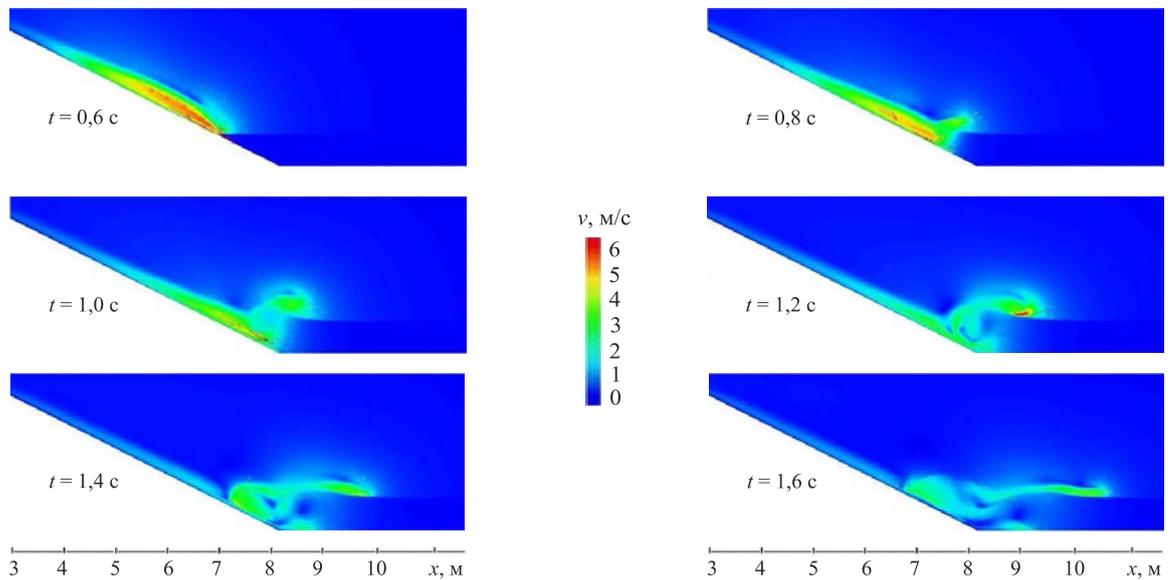


Рис. 4. Поле скорости среды в различные моменты времени

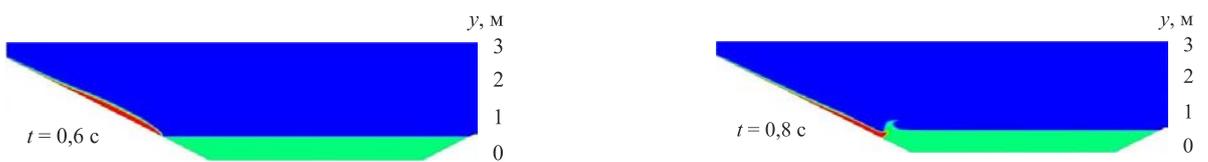


Рис. 5. Изменение уровня воды в бассейне в различные моменты времени

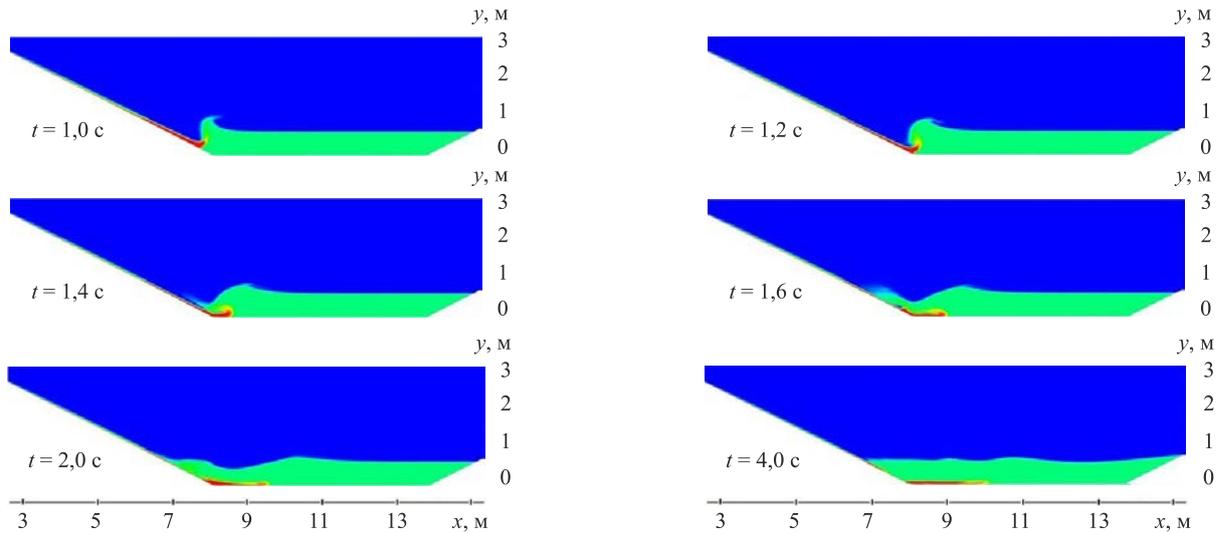


Рис. 5. Продолжение

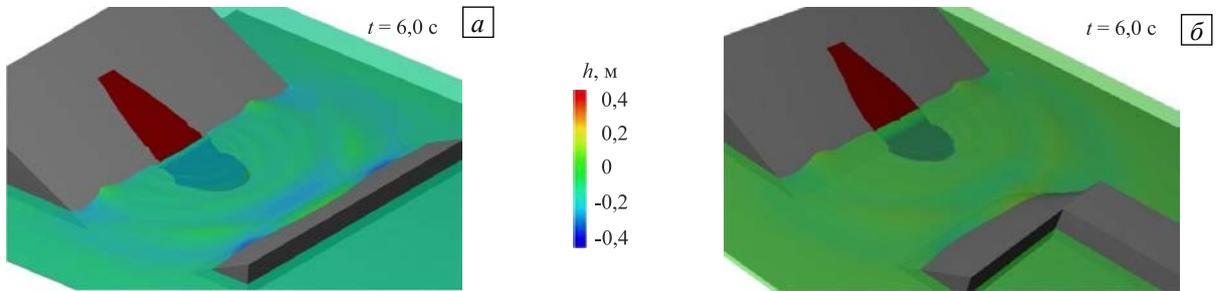


Рис. 6. Волновая картина при различных конфигурациях: 1-я (а) и 2-я (б)

После опрокидывания первой волны оползень еще продолжает движение по дну бассейна. Сход основной его массы в момент времени 2,0 с характеризуется образованием второй волны с амплитудой, в два раза меньшей, чем у первой волны. Ко времени $t = 4,0$ с оползень полностью сходит в бассейн, а по его поверхности друг за другом движутся две волны.

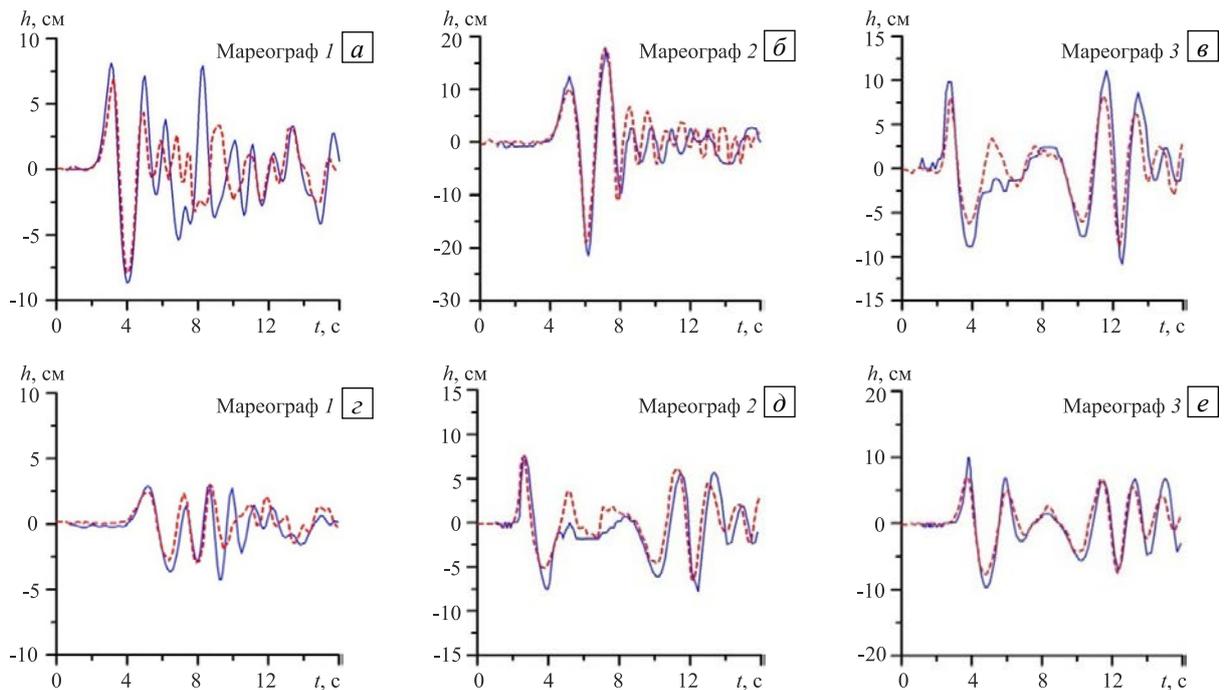


Рис. 7. Записи мареографов для различных конфигураций: 1-я (а–в) и 2-я (г–е); сплошные линии – расчет, штриховые – эксперимент

В момент времени $t = 6,0$ с наблюдается картина заплесков волн на препятствия, причем амплитуды заплесков примерно одинаковы и составляют около $0,10$ м (Рис. 6). Заплески происходят и на препятствия, с которых сошел оползень, и примерно с такой же амплитудой.

Получаемые в результате моделирования количественные характеристики волновой картины в бассейне можно оценить по мареографным данным. Как видно из рисунков, в численном расчете мареографами регистрируются все пришедшие волны, причем их амплитуды практически совпадают с полученными в эксперименте. Это касается как первых волн, так и последующих. Единственное существенное отличие в численном эксперименте было зарегистрировано мареографом 1 в конфигурации 1 для «средних» пришедших волн. Здесь в численном расчете процессы переотражения волны усилили, по сравнению с экспериментом, ее амплитуду, хотя и в эксперименте некое усиление тоже имело место, но оно было существенно слабее. Для конфигурации 2 все мареографы также дали хорошее совпадение по волновой картине. Небольшое отличие в высотах волн показал 3-й мареограф.

4. Учет батиметрических данных и технология ускорения расчетов

Численное моделирование цунами на реальной акватории Мирового океана возможно лишь при учете батиметрических данных, то есть распределения высот рельефа поверхности Земли в интересующих точках. Для использования этой информации, как правило, применяются специализированные форматы: она представляется в виде упорядоченного набора значений высот в каждой точке. Построение трехмерной расчетной модели с учетом этих сведений удобнее всего производить путем исключения из расчетной области ячеек, размещенных ниже батиметрической линии. Такой способ построения расчетной модели включает три этапа:

- построение расчетной сетки при условии плоского дна, положение которого определяется максимальной глубиной под рассматриваемым участком акватории согласно батиметрическим измерениям;
- вычисление локальной глубины в пределах акватории, то есть вертикальной координаты центра каждой расчетной ячейки путем интерполяции данных из ближайших батиметрических точек;
- исключение из расчетной модели ячеек, вертикальная координата центра которых лежит ниже уровня дна.

Такая технология проста в реализации, но приводит к ступенчатому изменению уровня дна (Рис. 8), степень ступенчатости определяется характерным размером ячеек находящихся вблизи дна и может быть уменьшена путем локального измельчения расчетной сетки. Очевидно, что чем мельче сетка около дна, тем точнее она описывает батиметрическую линию.

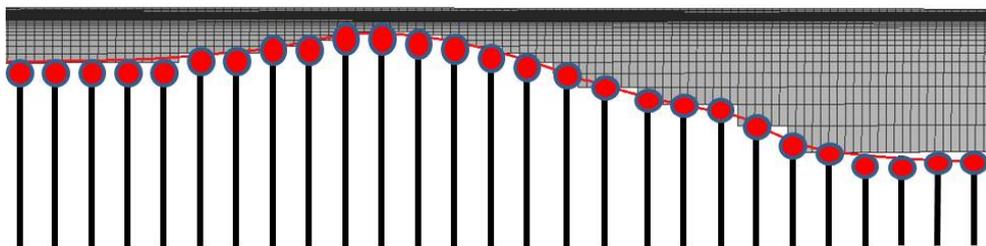


Рис. 8. Расчетная сетка вблизи дна, линия – батиметрическая линия, построенная на основе картографических точек (●)

Дискретизация уравнений осуществляется в каждом элементарном объеме. Для метода конечных объемов и метода дискретизации уравнений Навье–Стокса, представленного в разделе 2, элементарным объемом является сама ячейка сетки.

С помощью полученной дискретной модели для любой акватории Мирового океана может быть сформирована общая матрица системы линейных уравнений на основе неявных схем. Применение неявных схем, в том числе схемы, предложенной в настоящей работе, снимает ограничения на шаг интегрирования по времени, который выбирается исходя из соображений необходимой точности вычислений. Однако неявная дискретизация уравнений Навье–Стокса порождает систему разностных уравнений, которая решается тем или иным итерационным методом. Выбор подходящего итерационного метода и его реализации во многом определяют общую эффективность вычислительного алгоритма. На практике прибегают к классическим итерационным методам, таким как методы сопряженных и бисопряженных градиентов, метод глобальной минимизации невязки и другим.

В большинстве прикладных задач дискретизация уравнений Навье–Стокса дает систему разностных уравнений с плохо обусловленной матрицей, число обусловленности которой составляет $10^7 - 10^8$, а в некоторых случаях может приближаться к 10^{10} [34]. Это является причиной того, что наиболее затратным этапом оказывается решение матрицы СЛАУ, на реализацию которого классическими итерационными методами тратится около 90% вычислительного времени расчетного шага. При этом классические итерационные методы либо перестают работать, либо дают очень медленную скорость

сходимости. Один из универсальных методов решения систем разностных уравнений — это многосеточный метод Федоренко [55], основанный на использовании последовательности вложенных сеток и операторов перехода от одной сетки к другой, при этом различают алгебраический и геометрический подходы [33]. В алгебраическом подходе дискретные уравнения формируются без построения вложенных сеток, на матричном уровне, тогда как в геометрическом — иерархия сеток создается при помощи слияния контрольных объемов сетки верхнего уровня (подробной).

Простота построения сеточных уровней с исходными матрицами, порождаемыми неявной дискретизацией уравнений Навье–Стокса, приводит к упрощению построения операторов ограничения и продолжения, что делает алгебраический подход привлекательным с вычислительной точки зрения. Геометрический метод требует дополнительных алгоритмов перестроения расчетной сетки, что может быть оправдано для определенных классов задач. Преимущества и недостатки обоих подходов обсуждаются в [33].

Построение алгебраического многосеточного метода для геофизических задач подразумевает автоматическое огрубление исходной сетки на матричном уровне (Рис. 9). Организацию вычислений согласно системе уравнений (12) с помощью многосеточного метода можно представить следующим образом. Сначала (12) записывается в общем виде:

$$A_h x^h = b^h, \quad (16)$$

где h означает принадлежность к сетке h . Оператор интерполяции P с грубой (H) сетки на подробную (h) позволяет на грубой сетке изобразить оператор A_h в виде:

$$A_H = R A_h P, \quad (17)$$

где $R = P^T$ (верхний индекс обозначает операцию транспонирования). Далее осуществляется коррекция решения с шагом

$$x_{new}^h = x_{old}^h + P e^H. \quad (18)$$

Здесь e^H является точным решением уравнения:

$$A_H e^H = r^H, \quad (19)$$

где $r^H = R r^h$, $r^h = b^h - A_h x_{old}^h$.

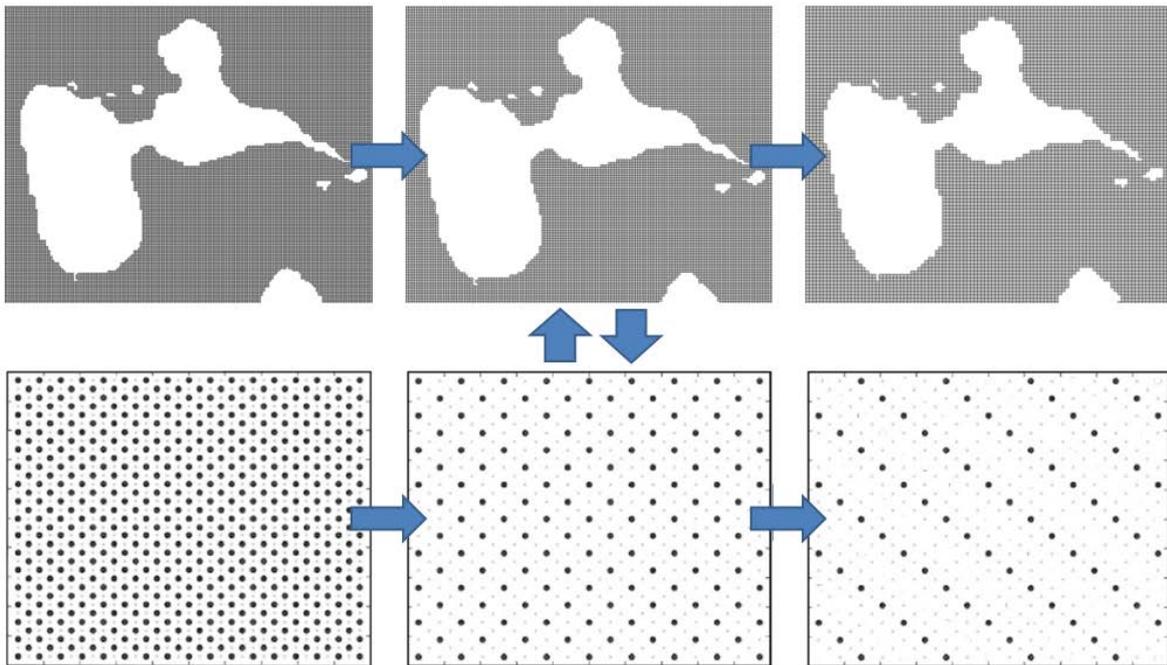


Рис. 9. Последовательность вложения сеток на матричном (снизу) и сеточном уровнях (сверху) (в верхней части рисунка изображен остров Гваделупа Малых Антильских островов Карибского моря)

Таким образом, многосеточный метод, использующий схему коррекции решения, включает следующие шаги (Рис. 10а):

1. Делается μ_1 приближений решения на сетке h при помощи метода Зейделя (предварительное сглаживание).
2. Невязка $r^h = b^h - A_h x_{old}^h \in V_h$ проецируется на пространство V_H , то есть $r^H = Rr^h$.
3. Находится приближенное решение $A_H e^H = r^H$ на грубой сетке, для этого рекурсивно совершается γ циклов многосеточного метода.

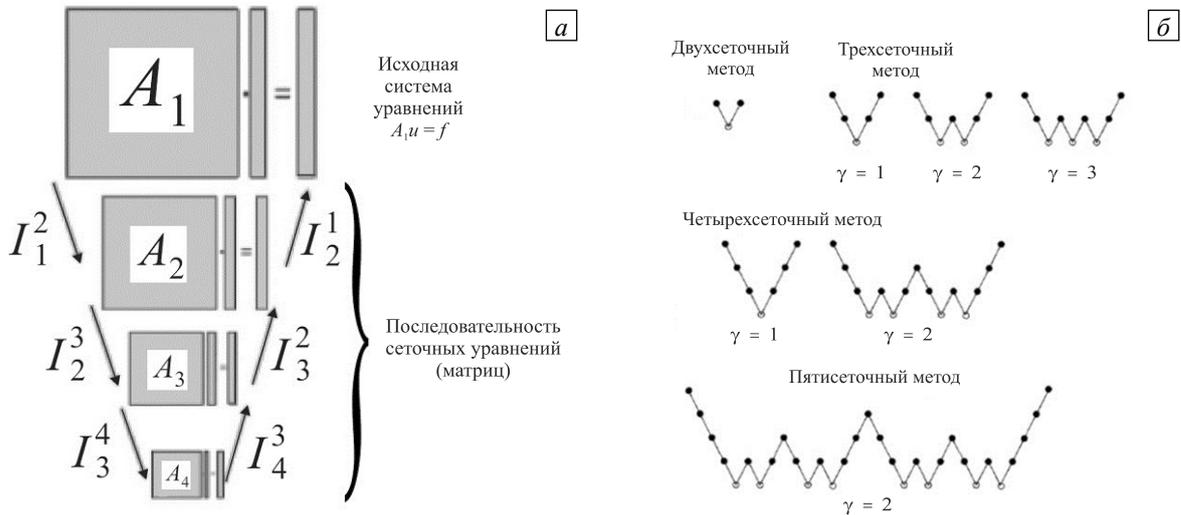


Рис. 10. Последовательность матриц (а); V- и W-циклы (б)

4. Коррекция e^H интерполируется на подробную сетку, и производится коррекция решения на подробной сетке $x_{new}^h = x_{old}^h + P e^H$.
5. Выполняется μ_2 приближений решения на подробной сетке для подавления ошибки интерполяции (заключительное сглаживание).

В зависимости от числа γ — рекурсивных вызовов метода, на каждом сеточном уровне выделяют различные типы циклов. При $\gamma = 1$ имеет место V-цикл, а при $\gamma = 2$ — W-цикл (Рис. 10б). Если на каждом уровне рекурсивно сначала вызывается один W-цикл, а затем V-цикл, получается F-цикл [33, 34, 49].

В агрегативном методе огрубления с постоянной интерполяцией [33, 34] все переменные разделяются на агрегаты I_k , содержащие все индексы i , соответствующие ячейкам, которые включены в агрегат k . Построение же оператора на грубой сетке производится при помощи соотношения:

$$A_H = R A_h P = (a_{kl}^H), \quad a_{kl}^H = \sum_{i \in I_k} \sum_{j \in I_l} a_{ij}^h \quad (k, l \in C) \quad (20)$$

(более подробную информацию об особенностях применения алгебраического многосеточного метода в задачах вычислительной механики можно найти в [48]).

Распараллеливание многосеточного метода подразумевает, что огрубление матриц при переходе от уровня к уровню происходит независимо в каждом MPI-процессе [34, 56]. Огрубление в параллельном режиме порождает две проблемы. Во-первых, оно останавливается в случае, если для рассмотрения остается одна ячейка. Во-вторых, на грубых уровнях, где размерность матриц невелика, время, затрачиваемое на межпроцессорные обмены, из-за латентности коммуникационной среды начинает многократно превосходить время, затрачиваемое на вычисления. Для решения данных проблем в [56] предложено выполнять сбор всех матриц небольшого размера в рамках одного процесса, формировать из них глобальный уровень, а затем продолжать огрубление и решение в последовательном режиме (Рис. 11а). Использование глобального уровня позволяет не только завершить процесс огрубления полностью в параллельном случае, но и из-за хранения глобального уровня на одном процессоре, удается избежать накладных расходов из-за избыточных межпроцессорных обменов при обработке уровней с самыми грубыми сетками.

Анализ эффективности предложенного алгоритма, проведенный в [34], показал, что в среднем скорость счета, по сравнению с классическими итерационными методами, увеличивается в 4–6 раз. Существенным недостатком при формировании глобального уровня является то, что оно выполняется в последовательном

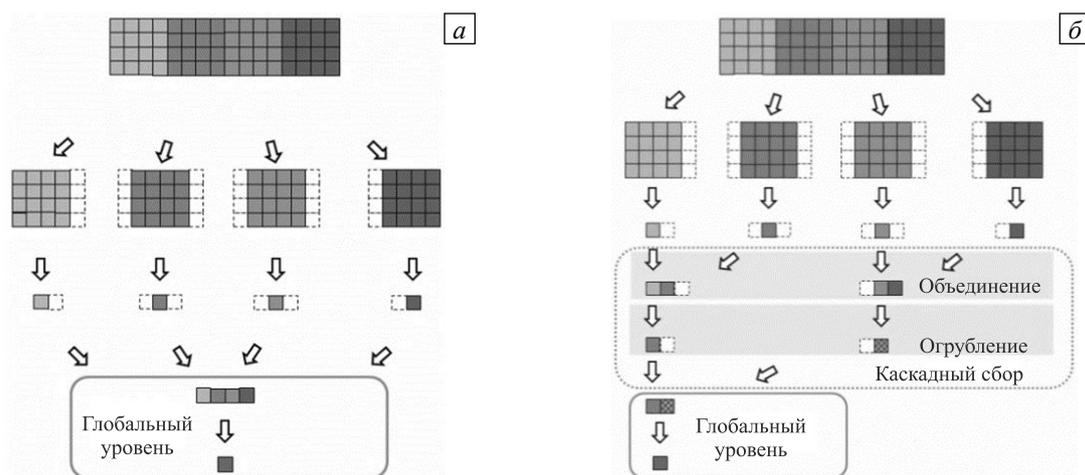


Рис. 11. Формирование глобального уровня (а) и его каскадный сбор (б)

режиме, поэтому при определенном размере решаемой задачи, необходимой памяти для узла, который обрабатывается основным процессором, может просто не хватить ресурсов. Этот аспект также может ограничить алгоритм в использовании масштабных сеток (сеток с сотнями миллионов ячеек; такие сетки характерны для геофизических задач).

Выход из ситуации найден в применении алгоритма каскадных уровней, позволяющего постепенно уменьшать число процессов, участвующих в счете, с сохранением при этом преимуществ глобального уровня. Алгоритм каскадных уровней представлен в [56]. Он включает в себя этап разбиения всего исходного набора остаточных после огрубления матриц на пары и выполнение их попарного объединения. На втором этапе операция повторяется до тех пор, пока не будет получена общая матрица грубого уровня (Рис. 11б).

Само по себе объединение уровней, помимо формирования информации о новом уровне, содержит в себе процедуру переопределения сведений о межпроцессорных обменах, которая при расчете также требует затрат какой-то части процессорного времени. Кроме того, параллельная процедура огрубления каскадного уровня нуждается в проведении дополнительных межпроцессорных обменов, которые в случае со скалярной реализацией сбора глобального уровня отсутствуют. Основным преимуществом каскадной схемы суммирования служит наличие масштабируемости алгоритма. При этом фактически снимается ограничение на максимальный размер решаемой задачи из-за возможной нехватки памяти для узла, в котором производится формирование глобального уровня. Кроме того, увеличивается скорость построения глобального уровня, поскольку его составные части формируются и огрубляются независимо друг от друга.

5. Моделирование распространения цунами

С целью проверки работоспособности представленной методологии был проведен расчет распространения цунами на реальной акватории Мирового океана. За основу взято цунами, сгенерированное сходом пирокластического потока в воду вследствие извержения вулкана Суфриер Хиллз на острове Монтсеррат в Карибском море [57–59]. В [59] данное цунами моделировалось с помощью двух подходов. В первом случае начальным приближением был модельный источник в виде конуса, а распространение цунами рассчитывалось по программе TUNAMI [60] (рекомендована ЮНЕСКО для исследования цунами), в основе которой лежит теория мелкой воды. Во втором случае пирокластический поток представлялся согласно модели, описанной в [61], а распространение вычислялось по программе FUNWAVE [62], базирующейся на нелинейно-дисперсионной теории (позднее, после добавления блока для расчета различных начальных возмущений, эта программа получила название GEOWAVE). В [59] показано достаточно существенное различие в результатах, полученных с помощью этих подходов, как в предсказании высот волн, так и в волновой картине в целом и отмечается, что наиболее правильно использовать нелинейно-дисперсионную теорию.

Учитывая то, что в обоих расчетах в [57–59] начальным приближением цунами служил конус, для адекватного сравнения распространения цунами здесь взят источник, генерируемый согласно модели из [61]. Этот источник также имеет вид конуса, геометрические параметры которого соответствуют сошедшему пирокластическому потоку. Амплитуда начальной волны цунами в источнике составляет 1,26 метра. Батиметрическая карта загружена с сайта международного центра данных по цифровой батиметрии [63]. Расстояние между узлами расчетной сетки имеет разрешение 500 метров.

На рисунке 12 представлены волновые картины, отвечающие различным подходам. Видно, что качественно картины практически идентичны.

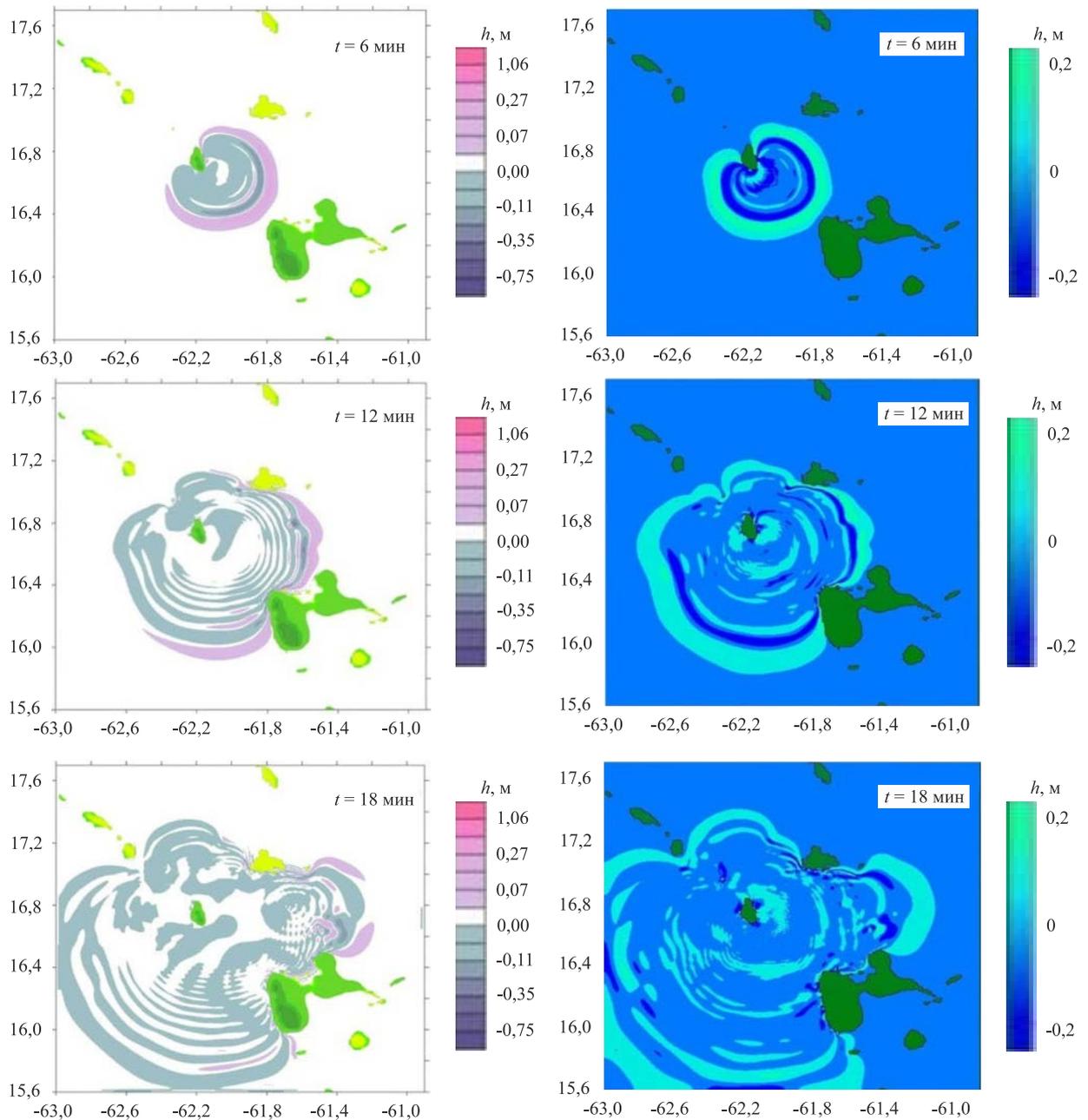


Рис. 12. Волновые картины распространения цунами в различные моменты времени, рассчитанные по программе GEOWAVE (слева – взяты из [59]) и в пакете ЛОГОС (справа)

Количественное сравнение по мареографным записям, приведенным на рисунке 13, также можно считать весьма удовлетворительным. Первые волны, пришедшие на северо-западную часть острова Гваделупа и на остров Антигуа, по характеру практически одинаковы. Рисунок свидетельствует, что

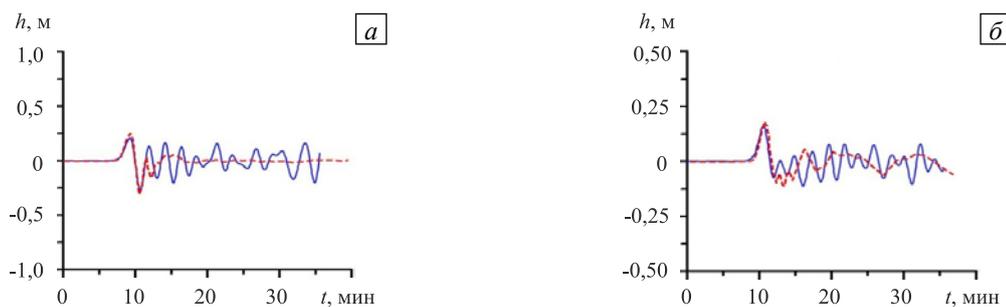


Рис. 13. Сравнение записей мареографов на острове Гваделупа (а) и Антигуа (б); сплошная линия – расчет в пакете ЛОГОС, пунктирная – результаты из [56]

первые три волны предсказываются обоими расчетами, хотя их высоты несколько отличаются. Последующие волны описываются уже по-другому, и уравнения Навье–Стокса дают более выраженный колебательный характер, тогда как волны, рассчитанные по нелинейно-дисперсионной модели (в пакете FUNWAVE), быстрее затухают.

Различия могут быть связаны со многими факторами и требуют дополнительного исследования. К этим факторам, в первую очередь, относятся сами модели — они разные и реализуются с помощью различных численных подходов (конечных разностей и конечных объемов). К второстепенным факторам можно отнести разрешение сеточных моделей и используемые численные схемы аппроксимации. Сеточная модель для программ, основанных на уравнениях мелкой воды и нелинейно-дисперсионных уравнениях всегда двумерная с фиксированной высотой над уровнем моря в каждой расчетной точке. Для представленной задачи общее количество точек составляет всего-то около 200 тысяч (при сетке 430×430). На такой сетке с помощью этих моделей рассчитывается только распространение цунами, для чего требуется около 3 часов машинного времени при 40 минутах физического на одном процессоре. В пакете программ ЛОГОС численное решение уравнений Навье–Стокса осуществляется исключительно в трехмерной постановке. На трехмерной сетке (Рис. 9) с учетом особенностей рельефа (Рис. 8) распространение цунами в течение 40 минут физического времени нуждается приблизительно в 15 часах на 96 процессорах, то есть счет почти в 5 раз продолжительнее, чем двумерный расчет, и занимает в 100 раз больший объем процессорного поля. Вся разница заключается, естественно, в моделях. Рассмотренные двумерные модели, описывают только распространение волн и не позволяют дополнить их расчетом наката и очага (см. Рис. 6). В этом плане трехмерная модель на базе уравнений Навье–Стокса универсальна: она включает в себя наличие этих стадий, а также не ограничивает учет физических свойств распространения, таких как вязкость, дисперсия и нелинейность.

Следует отметить, что в любом случае уравнения Навье–Стокса будут воспроизводить процесс более точно, однако они требуют больших ресурсов при реализации, то есть более затратны, чем упрощенные модели типа уравнений мелкой воды.

6. Заключение

В работе описана технология расчета цунами оползневого типа, основанная на численном решении системы уравнений Навье–Стокса. Оползневой источник моделируется отдельной фазой, являющейся ньютоновской жидкостью со своей плотностью и вязкостью. Для численного решения многофазной системы применяется полностью неявный метод, снимающий жесткие ограничения на шаг по времени и позволяющий моделировать распространение цунами на сколь угодно большие расстояния.

Приведены формулы дискретизации уравнений и вид коэффициентов. Для эффективного расчета распространения цунами на больших акваториях представлен алгоритм, использующий алгебраический многосеточный метод. Показаны результаты расчета натурального эксперимента, подтверждающие возможность моделирования с помощью разработанной технологии всех стадий цунами оползневого типа — образования, распространения и наката. Описан механизм учета батиметрических данных для моделирования цунами на реальных акваториях Мирового океана.

На примере моделирования исторического цунами вулканического происхождения проведено сравнение расчетных данных, полученных автором с помощью разработанной численной технологии и по нелинейно-дисперсионной теории, которое обнаружило их достаточно хорошее согласование.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00267-а).

Литература

1. <http://tsun.sccc.ru/hiwg> (дата обращения: 18.04.2016).
2. *Пелиновский Е.Н.* Гидродинамика волн цунами. – Н. Новгород: Институт прикладной физики РАН, 1996. – 277 с.
3. *Langford P.S.* Modeling of tsunamis generated by submarine landslides / PhD Dissertation. – New Zealand: University of Canterbury, 2007. – 410 p.
4. *Rabinovich A.B., Thomson R.E., Bornhold B.D., Fine I.V., Kulikov E.A.* Numerical modelling of tsunamis generated by hypothetical landslides in the strait of Georgia, British Columbia // *Pure Appl. Geophys.* – 2003. – Vol. 160, no. 7. – P. 1273-1313. DOI
5. *Fine I.V., Rabinovich A.B., Bornhold B.D., Thomson R.E., Kulikov E.A.* The Grand Banks landslide-generated tsunami of November 18, 1929: preliminary analysis and numerical modeling // *Mar. Geol.* – 2005. – Vol. 215, no. 1-2. – P. 45-57. DOI
6. *Papadopoulos G.A., Kortekaas S.* Characteristics of land-slide generated tsunamis from observational data // *Submarine mass movements and their consequences. Advances in natural and technological hazards research.* – 2003. – Vol. 19. – P. 267-374.
7. *Федотова З.И., Чубаров Л.Б., Шокин Ю.И.* Моделирование поверхностных волн, порожденных оползнями // *Вычислительные технологии.* – 2004. – Т. 9, № 6. – С. 89-96.
8. *Watts P., Grilli S.T.* Underwater landslide shape, motion, deformation, and tsunami generation // *Proc. of the 13th Intern. Offshore and Polar Eng. Conf., Honolulu, Hawaii, USA, 25-30 May 2003.* – Vol. 3. – P. 364-371.

9. Heinrich P., Schindele F., Guibourg S., Ihmlé P. Modeling of the February 1996 Peruvian tsunami // *Geophys. Res. Lett.* – 1998. – Vol. 25, no. 14. – P. 2687-2690. DOI
10. Imamura F., Imteaz M.M.A. Long waves in two-layers: Governing equations and numerical model // *Science of Tsunami Hazards.* – 1995. – Vol. 13, no. 1. – P. 3-24. (URL: <http://library.lanl.gov/tsunami/00394724.pdf>).
11. Dutych D., Dias F. Energy of tsunami waves generated by bottom motion // *Proc. Roy. Soc. A.* – 2009. – Vol. 465. – P. 725-744. DOI
12. Гусев О.И., Шокина Н.Ю., Кутергин В.А., Хакимзянов Г.С. Моделирование поверхностных волн, генерируемых подводным оползнем в водохранилище // *Вычислительные технологии.* – 2013. – Т. 18, № 5. – С. 74-90.
13. Sælevik G., Jensen A., Pedersen G. Experimental investigation of impact generated tsunami; related to a potential rock slide, Western Norway // *Coast. Eng.* – 2009. – Vol. 56, no. 9. – P. 897-906. DOI
14. Fritz H.M., Mohammed F., Yoo J. Lituya Bay landslide impact generated mega-tsunami 50th Anniversary // *Pure Appl. Geophys.* – 2009. – Vol. 166, no. 1. – P. 153-175. DOI
15. Horrillo J., Wood A., Kim G.-B., Parambath A. A simplified 3-D Navier–Stokes numerical model for landslide-tsunami: Application to the Gulf of Mexico // *J. Geophys. Res.-Oceans.* – 2013. – Vol. 118, no. 2. – P. 6934-6950. DOI
16. Mohammed F., Frits H.M. Experiments on tsunamis generated by 3D granular landslides // *Submarine mass movements and their consequences. Advances in natural and technological hazards research.* – 2010. – Vol. 28. – P. 705-718.
17. Mohammed F. Physical modeling of tsunamis generated by three-dimensional deformable granular landslides // PhD Dissertation. – Georgia Institute of Technology, 2010. – 212 p.
18. Beizel S.A., Chubarov L.B., Khakimzyanov G.S. Simulation of surface waves generated by an underwater landslide moving over an uneven slope // *Russ. J. Numer. Anal. M.* – 2011. – Vol. 26, no. 1. – P. 17-38. DOI
19. Harbitz C.B., Lovholt F., Pedersen G., Glimsdal S., Masson D.G. Mechanisms of tsunami generation by submarine landslides – a short review // *Norwegian Journal of Geology.* – 2006. – Vol. 86. – P. 255-264.
20. Pelinovsky E.N. Analytical models of tsunami generation by submarine landslides // *Submarine Landslides and Tsunamis. NATO Science Series.* – 2003. – Vol. 21. – P. 111-128. DOI
21. Didenkulova I., Nikolchina I., Pelinovsky E., Zahibo N. Tsunami waves generated by submarine landslides of variable volume: analytical solutions for a basin of variable depth // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* – 2010. – Vol. 10. – P. 2407-2419. DOI
22. Macías J., Vázquez J.T., Fernández-Salas L.M., González-Vida J.M., Bárcenas P., Castro M.J., Díaz-del-Río V., Alonso B. The Al-Borani submarine landslide and associated tsunami. A modelling approach // *Mar. Geol.* – 2015. – Vol. 361. – P. 79-95. DOI
23. Okal E.A., Synolakis C.E. A theoretical comparison of tsunamis from dislocations and landslides // *Pure Appl. Geophys.* – 2003. – Vol. 160, no. 10. – P. 2177-2188. DOI
24. Lynett P. Hydrodynamic modeling of tsunamis generated by submarine landslides: generation, propagation, and shoreline impact // *Submarine mass movements and their consequences. Advances in natural and technological hazards research.* – 2010. – Vol. 28. – P. 685-694.
25. Watts P., Grilli S.T., Kirby J.T., Fryer G.J., Tappin D.R. Landslide tsunami case studies using a Boussinesq model and a fully nonlinear tsunami generation model // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* – 2003. – Vol. 3. – P. 391-402. DOI
26. Cecioni C., Bellotti G. Modeling tsunamis generated by submerged landslides using depth integrated equations // *Appl. Ocean Res.* – 2010. – Vol. 32, no. 3. – P. 343-350. DOI
27. Grilli S.T., Vogelmann S., Watts P. Development of 3D numerical wave tank for modeling tsunami generation by underwater landslides // *Eng. Anal. Boun. Elem.* – 2002. – Vol. 26, no. 4. – P. 301-313. DOI
28. Ma G., Kirby J.T., Shi F. Numerical simulation of tsunami waves generated by deformable submarine landslides // *Ocean Modelling.* – 2013. – Vol. 69. – P. 146-165. DOI
29. Liu P.L.-F., Wu T.-R., Raichlen F., Synolakis C.E., Borrero J.C. Runup and rundown generated by three-dimensional sliding masses // *J. Fluid Mech.* – 2005. – Vol. 536. – P. 107-144. DOI
30. Козелков А.С., Курулин В.В., Тятюшкина Е.С., Пучкова О.Л. Моделирование турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости на неструктурированных сетках с использованием модели отсоединенных вихрей // *Математическое моделирование.* – 2014. – Т. 26, № 8. – С. 81-96.
31. Козелков А.С., Курулин В.В. Численная схема для моделирования турбулентных течений несжимаемой жидкости с использованием вихререзающих подходов // *ЖВММФ.* – 2015. – Т. 55, № 7. – С. 1255-1266. (English version DOI).
32. Lynett P., Liu P.L.-F. A numerical study of the run-up generated by three-dimensional landslides // *J. Geophys. Res.* – 2005. – Vol. 110, no. C3. DOI
33. Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н., Карпенко А.Г., Козелков А.С., Тетерина И.В. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. – М.: Физматлит, 2014. – 536 с.
34. Козелков А.С., Дерюгин Ю.Н., Лашкин С.В., Силаев Д.П., Симонов П.Г., Тятюшкина Е.С. Реализация метода расчета вязкой несжимаемой жидкости с использованием многосеточного метода на основе алгоритма SIMPLE в пакете программ ЛОГОС // *ВАНТ. Сер.: Математическое моделирование физических процессов.* – 2013. – № 4. – С. 44-56.
35. Козелков А.С., Шагалев Р.М., Дмитриев С.М., Куркин А.А., Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н., Пелиновский Е.Н., Легчанов М.А. Математические модели и алгоритмы для численного моделирования задач гидродинамики и аэродинамики: Учеб. пособие. – Нижний Новгород: НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2014. – 163 с.
36. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* – 1981. – Vol. 39, no. 1. – P. 201-225. DOI
37. Ubbink O. Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces // PhD Dissertation. – Department of Mechanical Engineering Imperial College of Science, Technology & Medicine, 1997. – 69 p.
38. Жайнаков А.Ж., Курбаналиев А.Б. Верификация открытого пакета OpenFOAM на задачах прорыва дамб // *Теплофизика и аэромеханика.* – 2013. – Т. 20, № 4. – С. 461-472.
39. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течения газа с частицами. – М.: Физматлит, 2008. – 600 с.

40. *Ferziger J.H., Peric M.* Computational methods for fluid dynamics. – Springer, 2001. 426 p.
41. *Chen Z.J., Przekwas A.J.* A coupled pressure-based computational method for incompressible/compressible flows // *J. Comput. Phys.* – 2010. – Vol. 229, no. 24. – P. 9150-9165. DOI
42. *Rhie C.M., Chow W.L.* A numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation // *AIAA Journal.* – 1983. – Vol. 21, no. 11. – P. 1525-1532. DOI
43. *Jasak H.* Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows / PhD Dissertation in Mechanical Engineering. – London: Imperial College of Science, 1996. – 394 p.
44. *Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н., Козелков А.С., Тетерина И.В.* Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. – М.: Физматлит, 2014. – 416 с.
45. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
46. *Waclawczyk T.* Remarks on prediction of wave drag using VOF method with interface capturing approach // *Archives of Civil and Mechanical Engineering.* – 2008. – Vol. 8, no. 1. – P. 5-14. (URL: <http://www.acme.pwr.wroc.pl/repository/177/online.pdf>).
47. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 616 с.
48. *Козелков А.С., Дерюгин Ю.Н., Циберева Ю.А., Корнев А.В., Денисова О.В., Стрелец Д.Ю., Куркин А.А., Курулин В.В., Шарипова И.Л., Рубцова Д.П., Легчанов М.А., Тятошкина Е.С., Лашкин С.В., Ялозо А.В., Яцевич С.В., Тарасова Н.В., Гиниятуллин Р.Р., Сизова М.А., Крутякова О.Л.* Минимальный базис задач для валидации методов численного моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости // *Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева.* – 2014. – № 4 (106). – С. 21-69.
49. *Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н., Козелков А.С., Тетерина И.В.* Алгебраический многосеточный метод в задачах вычислительной физики // *Вычислительные методы и программирование.* – 2014. – Т. 15, № 2. – С. 183-200.
50. *Козелков А.С., Курулин В.В., Пучкова О.Л., Лашкин С.В.* Моделирование турбулентных течений с использованием алгебраической модели рейнольдсовых напряжений с универсальными пристеночными функциями // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 40-51. DOI
51. *Козелков А.С., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н., Курулин В.В.* Моделирование цунами космогенного происхождения в рамках уравнений Навье–Стокса с источниками различных типов // *МЖГ.* – 2015. – № 2. – С. 142-150. (English version DOI)
52. *Козелков А.С.* Эффекты, сопровождающие вхождение метеорита в водную среду // *Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева.* – 2014. – № 3 (105). – С. 48-77.
53. *Козелков А.С., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н.* Цунами космогенного происхождения // *Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева.* – 2014. – № 2 (104). – С. 26-35.
54. *Елецкий С.В., Майоров Ю.Б., Максимов В.В., Нуднер И.С., Федотова З.И., Хажоян М.Г., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б.* Моделирование генерации поверхностных волн перемещением фрагмента дна по береговому склону // *Совместный выпуск журналов «Вычислительные технологии» и «Вестник КазНУ им. аль-Фараби».* – 2004. – Т. 9, ч. 2. – С. 194-206.
55. *Федоренко Р.П.* Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений // *ЖВММФ.* – 1961. – Т. 1, № 5. – С. 922-927.
56. *Козелков А.С., Курулин В.В., Лашкин С.В., Шагалиев Р.М., Ялозо А.В.* Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // *ЖВММФ.* – 2016. – Т. 56, № 8. – С. 154-165. (English version DOI)
57. *Пелиновский Е.Н., Заибо Н., Данкли П., Талипова Т.Г., Козелков А.С., Куркин А.А., Николкина И.Ф., Самарина Н.М.* Цунами, вызванные извержениями вулкана на острове Монтсеррат в Карибском море // *Известия АИН им. А.М. Прохорова. Прикладная математика и механика.* – 2004. – Т. 6. – С. 31-59.
58. *Pelinovsky E., Koselkov A., Zahibo N., Dunkly P., Edmonds M., Herd R., Talipova T., Nikolkina I.* Tsunami generated by the volcano eruption on July 12-13, 2003 at Montserrat, Lesser Antilles // *Science of Tsunami Hazards.* – 2004. – Vol. 22, no. 1. – P. 44-57.
59. *Козелков А.С.* Оценка цунамиопасности побережья Карибского моря // *Дисс... канд. физ.-мат. наук.* – Нижний Новгород, НГТУ им. Алексеева, 2006. – 171 с.
60. *Goto C., Ogawa Y., Shuto N., Imamura N.* Numerical method of tsunami simulation with the leap-frog scheme (IUGG/IOC Time Project), IOC Manual, UNESCO. – New York, 1997. – No. 35. – 96 p.
61. *Watts P., Waythomas C.F.* Theoretical analysis of tsunami generation by pyroclastic flows // *J. Geophys. Res.* – 2003. – Vol. 108, no. B12. – 21 p. DOI
62. *Kirby J., Wei G., Chen Q., Kennedy A., Dalrymple R.* Fully nonlinear Boussinesq wave model documentation and users manual // *Center for Applied Coastal Research Department of Civil Engineering University of Delaware, Research Report No. CACR-98-06, 1998.*
63. <https://www.ngdc.noaa.gov> (дата обращения: 20.04.2016).

References

1. <http://tsun.sccc.ru/hiwg> (accessed 3 July 2015).
2. *Pelinovsky E.* *Hydrodynamika voln tsunami* [Hydrodynamics of tsunami waves]. Nizhny Novgorod: Institute of Applied Physics RAS, 1996. 277 p.
3. *Langford P.S.* *Modeling of tsunami generated by submarine landslides.* PhD Dissertation, New Zealand: University of Canterbury, 2007. 410 p.
4. *Rabinovich A.B., Thomson R.E., Bornhold B.D., Fine I.V., Kulikov E. A.* Numerical modelling of tsunamis generated by hypothetical landslides in the strait of Georgia, British Columbia. *Pure Appl. Geophys.*, 2003, vol. 160, no. 7, pp. 1273-1313. DOI

5. Fine I.V., Rabinovich A.B., Bornhold B.D., Thomson R.E., Kulikov E.A. The Grand Banks landslide-generated tsunamis of November 18, 1929: preliminary analysis and numerical modeling. *Mar. Geol.*, 2005, vol. 215, no. 1-2, pp. 45-57. DOI
6. Papadopoulos G.A., Kortekaas S. Characteristics of land-slide generated tsunamis from observational data. *Submarine mass movements and their consequences. Advances in natural and technological hazards research*, 2003, vol. 19, pp. 267-374.
7. Fedotova Z.L., Chubarov L.B., Shokin Y.I. Simulation of surface waves caused by landslides. *Vychislitel'nye tehnologii – Computational Technologies*, 2004, vol. 9, no. 6, pp. 89-96.
8. Watts P., Grilli S.T. *Proc. of the 13th Intern. Offshore and Polar Eng. Conf., Honolulu, Hawaii, USA, 25-30 May 2003, vol. 3, pp. 364-371.*
9. Heinrich P., Schindele F., Guibourg S., Ihmlé P. Modeling of the February 1996 Peruvian tsunami. *Geophys. Res. Lett.*, 1998, vol. 25, no. 14, pp. 2687-2690. DOI
10. Imamura F., Imteaz M.M.A. Long waves in two-layers: Governing equations and numerical model. *Science of Tsunami Hazards*, 1995, vol. 13, no. 1, pp. 3-24. (URL: <http://library.lanl.gov/tsunami/00394724.pdf>).
11. Dutykh D., Dias F. Energy of tsunami waves generated by bottom motion. *Proc. Roy. Soc. A*, 2009, vol. 465, pp. 725-744. DOI
12. Gusev O.I., Shokina N.Yu., Kutergin V.A., Khakimzyanov G.S. Numerical modelling of surface waves generated by an underwater landslide in a reservoir. *Vychislitel'nye tehnologii – Computational Technologies*, 2013, vol. 8, no. 5, pp. 74-90.
13. Sælevik G., Jensen A., Pedersen G. Experimental investigation of impact generated tsunami; related to a potential rock slide, Western Norway. *Coast. Eng.*, 2009, vol. 56, no. 9, pp. 897-906. DOI
14. Fritz H.M., Mohammed F., Yoo J. Lituya Bay landslide impact generated mega-tsunami 50th Anniversary. *Pure Appl. Geophys.*, 2009, vol. 166, no. 1, pp. 153-175. DOI
15. Horrillo J., Wood A., Kim G.B., Parambath A. A simplified 3-D Navier-Stokes numerical model for landslide-tsunami: Application to the Gulf of Mexico. *J. Geophys. Res.-Oceans*, 2013, vol. 118, no. 2, pp. 6934-6950. DOI
16. Mohammed F., Frits H.M. Experiments on tsunamis generated by 3D granular landslides. *Submarine mass movements and their consequences. Advances in natural and technological hazards research*, 2010, vol. 28, pp. 705-718.
17. Mohammed F. *Physical modeling of tsunamis generated by three-dimensional deformable granular landslides*. PhD Dissertation, Georgia Institute of Technology, 2010. 212 p.
18. Beizel S.A., Chubarov L.B., Khakimzyanov G.S. Simulation of surface waves generated by an underwater landslide moving over an uneven slope. *Russ. J. Numer. Anal. M.*, 2011, vol. 26, no. 1, pp. 17-38. DOI
19. Harbitz C.B., Lovholt F., Pedersen G., Glimsdal S., Masson, D.G. Mechanisms of tsunami generation by submarine landslides: a short review. *Norwegian Journal of Geology*, 2006, vol. 86, pp. 255-264.
20. Pelinovsky E.N. Analytical models of tsunami generation by submarine landslides. *Submarine Landslides and Tsunamis. NATO Science Series*, 2003, vol. 21, pp. 111-128. DOI
21. Didenkulova I., Nikol'kina I., Pelinovsky E., Zahibo N. Tsunami waves generated by submarine landslides of variable volume: analytical solutions for a basin of variable depth. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 2010, vol. 10, pp. 2407-2419. DOI
22. Macias J., Vázquez J.T., Fernández-Salas L.M., González-Vida J.M., Bárcenas P., Castro M.J., Díaz-del-Río V., Alonso B. The Al-Borani submarine landslide and associated tsunami. A modelling approach. *Mar. Geol.*, 2015, vol. 361, pp. 79-95. DOI
23. Okal E.A., Synolakis C.E. A theoretical comparison of tsunamis from dislocations and landslides. *Pure Appl. Geophys.*, 2003, vol. 160, no. 10, pp. 2177-2188. DOI
24. Lynett P. Hydrodynamic modeling of tsunamis generated by submarine landslides: generation, propagation, and shoreline impact. *Submarine mass movements and their consequences. Advances in natural and technological hazards research*, 2010. Vol. 28, pp. 685-694.
25. Watts P., Grilli S.T., Kirby J.T., Fryer G.J., Tappin D.R. Landslide tsunami case studies using a Boussinesq model and a fully nonlinear tsunami generation model. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 2003, vol. 3, pp. 391-402. DOI
26. Cecioni C., Bellotti G. Modeling tsunamis generated by submerged landslides using depth integrated equations. *Appl. Ocean Res.*, 2010, vol. 32, no. 3, pp. 343-350. DOI
27. Grilli S.T., Vogelmann S., Watts P. Development of 3D numerical wave tank for modeling tsunami generation by underwater landslides. *Eng. Anal. Bound. Elem.*, 2002, vol. 26, no. 4, pp. 301-313. DOI
28. Ma G., Kirby J.T., Shi F. Numerical simulation of tsunami waves generated by deformable submarine landslides. *Ocean Modelling*, 2013, vol. 69, pp. 146-165. DOI
29. Liu P. L.-F., Wu T.-R., Raichlen F., Synolakis C.E., Borrero J.C. Runup and rundown generated by three-dimensional sliding masses. *J. Fluid Mech.*, 2005, vol. 536, pp. 107-144. DOI
30. Kozelkov A.S., Kurulin V.V., Tyatyushkina E.S., Puchkova O.L. Application of the detached eddy simulation model for viscous incompressible turbulent flow simulations on unstructured grids. *Matem. Mod.*, 2014, vol. 26, no. 8, pp. 81-96.
31. Kozelkov A.S., Kurulin V.V. Eddy-resolving numerical scheme for simulation of turbulent incompressible flows. *Comp. Math. Math. Phys.*, 2015, vol. 55, no. 7, pp. 1232-1241. DOI
32. Lynett P., Liu P. L.-F. A numerical study of the run-up generated by three-dimensional landslides. *J. Geophys. Res.*, 2005. vol. 110, no. C3. DOI
33. Volkov K.N., Deryugin Yu.N., Emelyanov V.N., Karpenko A.G., Kozelkov A.S., Teterina I.V. Metody uskorenuya gazodinamicheskikh raschetov na nestructurirovanykh setkakh [Methods of acceleration of gas-dynamical calculations on unstructured grids]. Moscow: Fizmatlit, 2014. 536 p.
34. Kozelkov A.S., Deryugin Yu.N., Lashkin S.V., Silaev D.P., Simonov P.G., Tyatyushkina E.S. Implementation in LOGOS software of a computational scheme for a viscous incompressible fluid using the multigrid method based on an algorithm SIMPLE. *VANT. Ser.: Mat. Mod. Fiz. Proc.*, 2013. no. 4, pp. 44-56.
35. Kozelkov A.S., Shagaliev R.M., Dmitriev S.M., Kurkin A.A., Volkov K.N., Deryugin Yu.N., Emelyanov V.N., Pelinovsky E., Legchanov M.A. *Matematicheskie modeli i algoritmy dlya chislennogo modelirovaniya zadach gidrodinamiki i aerodinamiki* [Mathematical models and algorithms for numerical modeling of hydrodynamics and aerodynamics]. Nizhny Novgorod State Technical University, 2014. 163 p.
36. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.*, 1981, vol. 39, no. 1, pp. 201-225. DOI

37. Ubbink O. *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*. PhD Dissertation, Department of Mechanical Engineering Imperial College of Science, Technology & Medicine, 1997. 69 p.
38. Zhainakov A.Zh., Kurbanaliev A.Y. Verification of the open package OpenFOAM on dam break problems. *Teplofizika i aeromekhanika – Thermophysics and Aeromechanics*, 2013, vol. 20, no. 4, pp. 461-472.
39. Volkov K.N., Emelyanov V.N. *Techeniya gaza c chastitsami* [Flows of gas with the particles]. Moscow: Fizmatlit, 2008. 600 p.
40. Ferziger J.H., Peric M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 2001. 426 p.
41. Chen Z.J., Przekwas A.J. A coupled pressure-based computational method for incompressible/compressible flows. *J. Comput. Phys.*, 2010, vol. 229, no. 24, pp. 9150-9165. DOI
42. Rhie C.M., Chow W.L. A numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, 1983, vol. 21, no. 11, pp. 1525-1532. DOI
43. Jasak H. *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*. PhD Dissertation in Mechanical Engineering, London: Imperial College of Science, 1996. 394 p.
44. Volkov K.N., Deryugin Yu.N., Emelyanov V.N., Kozelkov A.S., Teterina I.V. *Raznostnye skhemy v zadachakh gazovoy dinamiki na nestruturirovannykh setkhakh* [Difference schemes in gas dynamic problems on unstructured grids]. Moscow: Fizmatlit, 2014. 416 p.
45. Rouch P. *Computational fluid dynamics*. Hermosa Publishers, 1976, 446 p.
46. Waclawczyk T. Remarks on prediction of wave drag using VOF method with interface capturing approach. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 2008, vol. 8, no. 1, pp. 5-14. (URL: <http://www.acme.pwr.wroc.pl/repository/177/online.pdf>).
47. Samarsky A.A. *Teoriya raznostnykh skhem* [The theory of difference schemes]. Moscow: Nauka, 1989. 616 p.
48. Kozelkov A.S., Deryugin Yu.N., Tsibereva Yu.A., Kornev A.V., Denisova O.V., Strelets D.Yu., Kurkin A.A., Kurulin V.V., Sharipova I.L., Rubtsova D.P., Legchanov M.A., Tyatyushkina E.S., Lashkin S.V., Yalozo A.V., Yatsevich S.V., Tarasova N.V., Giniyatullin R.R., Sizova M.A., Krutyakova O.L. Minimal basis tasks for validation of methods of numerical simulation of turbulent flows of incompressible viscous fluids. *Transactions of Nizhni Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev*, 2014, no. 4 (106), pp. 21-69.
49. Volkov K.N., Deryugin Yu.N., Emelyanov V.N., Kozelkov A.S., Teterina I.V. An algebraic multigrid method in problems of computational physics. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye – Numerical Methods and Programming*, 2014, no. 15, pp. 183-200.
50. Kozelkov A.S., Kurulin V.V., Puchkova O.L., Lashkin S.V. Simulation of turbulent flows using an algebraic Reynolds stress model with universal wall functions. *Vychisl. meh. splos. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 1, pp. 40-51. DOI
51. Kozelkov A.S., Kurkin A.A., Pelinovskii E.N., Kurulin V.V. Modeling the cosmogenic tsunami within the framework of the Navier–Stokes equations with sources of different types. *Fluid Dynamics*, 2015, vol. 50, no. 2, pp. 306-313. DOI
52. Kozelkov A.S. Effects, accompanying entering of asteroid in the water medium. *Transactions of Nizhni Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev*, 2014, no. 3 (105), pp. 48-77.
53. Kozelkov A.S., Kurkin A.A., Pelinovsky E.N. Tsunami of cosmogenic origin. *Transactions of Nizhni Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev*, 2014, no. 2 (104), pp. 26-35.
54. Eletskii S.V., Maiorov Yu.B., Maksimov V.V., Nudner I.S., Fedotova Z.I., Khazhoyan M.G., Khakimzyanov G.S., Chubarov L.B. Modelirovaniye generatsii poverkhnostnykh voln peremeshcheniem fragmenta po beregovomu sklonu [Simulation of surface wave generation by moving a part of the bottom along the coastal slope]. *Computational and Informational Technologies for Research, Engineering and Education*, 2004, vol. 9, no. 2, pp. 194-206.
55. Fedorenko R.P. Relaksatsionnyy metod resheniya raznostnykh ellipticheskikh uravnenij [The relaxation method for solving difference elliptic equations]. *Journal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki – USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1962, vol. 1, no. 5, pp. 922-927.
56. Kozelkov A.S., Kurulin V.V., Lashkin S.V., Shagaliev R.M., Yalozo A.V. Investigation of supercomputer capabilities for the scalable numerical simulation of computational fluid dynamics problems in industrial applications. *Comp. Math. Math. Phys.*, 2016, vol. 56, no. 8, pp. 1506-1516. DOI
57. Pelinovsky E.N., Zahibo N., Dunkly P., Talipova T., Kozelkov A., Kurkin A.A., Nikolkina I.F., Samarina N.M. Tsunami, Tsunami induced by volcano eruptions on Montserrat, Caribbean Sea. *Izvestiya of Russian Academy of Engineering Sciences, Series: Applied Physics and Mathematics*, 2004, no. 6, pp. 31-59.
58. Pelinovsky E., Kozelkov A., Zahibo N., Dunkly P., Edmonds M., Herd R., Talipova T., Nikolkina I. Tsunami generated by the volcano eruption on July 12-13, 2003 at Montserrat, Lesser Antilles. *Science of Tsunami Hazards*, 2004, vol. 22, no. 1, pp. 44-57.
59. Kozelkov A.S. *Otsenka tsunamiopasnosti poberezhya Karibskogo morya* [Evaluation of tsunami hazard of Caribbean coast]. PhD Dissertation, Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, 2006. 171 p.
60. Goto C., Ogawa Y., Shuto N., Imamura N. *Numerical method of tsunami simulation with the leap-frog scheme* (IUGG/IOC Time Project). IOC Manual, UNESCO. New York, 1997, no. 35, 96 p.
61. Watts Ph., Waythomas C.F. Theoretical analysis of tsunami generation by pyroclastic flows. *J. Geophys. Res.*, 2003, vol.108, no. B12. 21 p. DOI
62. Kirby J., Wei G., Chen Q., Kennedy A., Dalrymple R. *Fully nonlinear Boussinesq wave model documentation and users manual*. Center for Applied Coastal Research Department of Civil Engineering University of Delaware, Newark DE 19716, Research Report no. CACR-98-06, 1998.
63. <https://www.ngdc.noaa.gov> (accessed 20 April 2016).

Поступила в редакцию 19.01.2016; опубликована в электронном виде 30.06.2016

Сведения об авторе

Козелков Андрей Сергеевич, кфмн, снс, нач. лаб., Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики РФЯЦ – ВНИИЭФ, 607188, Нижегородская обл., Саров, пр. Мира, д. 37; e-mail: A.S.Kozelkov@vniief.ru