

DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.2.13  
УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОСНАСТКИ НА КОНЕЧНУЮ ФОРМУ ИЗДЕЛИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИТА

М.В. Козлов, С.В. Шешенин, И.В. Макаренко, Д.А. Белов

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация*

Проводится теоретическое сравнение известных механических моделей, служащих для описания процесса отверждения композита с термореактивным связующим. Демонстрируется аппроксимация в них экспериментальной зависимости модуля упругости связующего от температуры. Определяющие соотношения моделей CHILE и Сванберга реализованы в виде собственных программных модулей для пакета конечно-элементного анализа. Выполнено моделирование отверждения участка композиционного лонжерона с учетом тела оснастки. Необходимые свойства композита получены с помощью метода осреднения. Особенностью проведенного моделирования является учет механического и теплового контакта между изделием и оснасткой, меняющего свое состояние в процессе решения. Предложена модель механического взаимодействия, включающая переход от проскальзывания к прилипанию в момент гелирования связующего. Нахождение заготовки в печи задается в виде условий конвекции на суммарной свободной поверхности оснастки и изделия. Для рассматриваемого цикла отверждения построена зависимость относительной ошибки решения от величины используемого шага по времени, а также выбрано оптимальное значение этого шага с целью минимизации вычислительных затрат и сохранения приемлемой точности решения. Необходимость данного исследования обусловлена большой длительностью изучаемого процесса. Приведены результаты численного расчета отверждения участка композиционного лонжерона на оснастках из стали, инвара, алюминия и композита. Получены и проанализированы различные виды возникающих отклонений моделируемой конструкции от заданной формы. Показано, что эти искажения обусловлены как усадкой связующего в процессе полимеризации, так и тепловым расширением оснастки, которое при этом существенно сказывается на качестве изготавливаемого композита. Для материалов оснастки с большими коэффициентами теплового расширения (КТР) обнаружены более сильные искажения формы готовой конструкции по сравнению с материалами, характеризующимися малыми КТР. Выявлено, что оснастки из инвара и композита приводят к результату, лучшему с точки зрения качества производимого на них изделия.

*Ключевые слова:* ПКМ, композит, ламинат, оснастка, отверждение, усадка смолы, искажение формы, остаточная деформация, теоретическое исследование, численное моделирование коробления, метод конечных элементов, коэффициент теплового расширения

## MODELING THE INFLUENCE OF TOOLING ON THE FINAL SHAPE OF POLYMER COMPOSITE PARTS

M.V. Kozlov, S.V. Sheshenin, I.V. Makarenko and D.A. Belov

*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation*

Theoretical comparison of mechanical models used to describe the curing process of a composite with thermosetting binder is given. An approximation of the experimental dependence of the elastic modulus of a binder on temperature is demonstrated for a number of models. Constitutive relations of CHILE and Svanberg models are implemented as self-made computational modules for a finite element analysis package. Simulation of the curing of a composite spar section is carried out taking into account the tooling body. The required composite properties were obtained by the homogenization method. The significant feature of the simulation is accounting for mechanical and thermal contacts between the part and the tooling, which changes its state during the solution process. A mechanical interaction model that considers the transition from slipping to sticking at binder's gelation point is proposed. Simulation of heating in an oven is accomplished by specifying the conditions of convection on the total free surface of the tooling and the part. For the curing cycle under consideration the dependence of the relative solution error on the value of the solution time step is obtained. Thus the optimal time step is chosen to minimize the computational cost and preserve the solution acceptable accuracy. This optimization is of importance because of long-duration simulations. The results of numerical simulation of a composite spar section are given. For tooling materials, steel, Invar, aluminum and composite were taken. Several types of deviations from the desired shape of the structure modeled were observed. It is shown that these deviations are caused by the binder shrinkage and the effect of thermal expansion of tooling, which contributes significantly to the distorted shape of a manufactured composite. The higher was the thermal expansion coefficient of tooling material, the higher distortions of the final structure were observed in numerical simulation. The simulations clearly demonstrate that the tooling made of both Invar and composite shows the best result in the context of the product quality.

*Key words:* polymer composite material, laminate, tooling, hardening, resin shrinkage, shape distortion, residual deformation, theoretical study, numerical simulation of warpage, finite element method, thermal expansion coefficient

### 1. Введение

За последние десятилетия произошел существенный рост использования полимерных композиционных материалов (ПКМ) при изготовлении ответственных силовых конструкций в авиастроении, космической технике и гражданской сфере. Пропорционально ему увеличился и объем научных исследований, направленных на изучение технологических процессов, применяемых при создании композиционных материалов (КМ). Главной целью при этом является снижение производственных дефектов и поиск оптимальных технологий изготовления КМ, выгодных экономически и технологически. Комплексный анализ механических моделей, описывающих различные стадии современных процессов получения

композитных конструкций с термореактивной матрицей, предпринят в [1], где рассмотрены некоторые модели процессов пропитки сухой преформы, пултрузии профилей и отверждения композита.

Одна из важнейших тем современных исследований — это моделирование отверждения изделия при высокой температуре. Широко наблюдаемым на практике остаточным эффектом является искажение формы конструкции, обусловленное процессами, сопровождающими отверждение связующего: его химической усадкой во время полимеризации и температурной усадкой при охлаждении до комнатной температуры.

Остаточные напряжения, возникшие в результате отверждения, могут быть настолько велики, что способны вызвать разрушение в матрице еще до приложения нагрузки [2]. Их величина растет с увеличением толщины ламината [3]. В некоторых случаях значительные напряжения фиксируются еще до охлаждения изделия [4, 5]. Показано, что они зависят от температуры, при которой происходит гелирование связующего [6]. На ранних этапах научного поиска для аналитического вычисления остаточных напряжений была предложена модель, описанная в [7].

В толстых ламинатах отмечается сильная зависимость искаженной формы изделия от параметров процесса отверждения [3]. Авторами [8] изучены эффекты температурного цикла. Влияние скорости охлаждения рассмотрено в работах [9, 10]. На данный момент экспериментально прослежена зависимость изменения внутреннего угла детали типа «уголок» от многих параметров, таких как начальная величина угла, толщина ламината, укладка, поверхность оснастки, цикл отверждения [11–13]. Авторы [14] продемонстрировали, как воздействуют давление в автоклаве и скорость охлаждения на деформированную форму тонких ламинатов с асимметричной выкладкой. В статье [15] объяснены механизмы, отвечающие за изменение угла изделия типа «уголок» при отверждении. Авторами [12] классифицированы и экспериментально изучены различные механизмы искажения формы ламината. Отмечено, что влияние химической усадки матрицы при этом значительно [6, 15].

Существует обширный список работ по термомеханическому поведению термореактивных полимеров и композитов на их основе в условиях релаксационных и фазовых переходов [16–20]. Исследование отверждения конкретного связующего проведено в [21]. Множество авторов опираются в своих работах на уравнение кинетики полимеризации в форме Аррениуса [7, 22, 23]. В [24] прослежена эволюция механических и деформационных свойств материала при полимеризации. Часто свойства материала слоя, зависящие от параметров процесса, получают осреднением [25–27].

Упругие определяющие соотношения, в которых модуль Юнга связующего меняется в процессе отверждения кусочно-линейно, рассмотрены в [25, 26]. Модель, учитывающая релаксацию напряжений при обратном фазовом переходе, построена в [22] и применена в [28] для нахождения технологических деформаций. Данные подходы сравнивались авторами работы [29].

Вязкоупругие модели [9, 30–32] используются многими авторами, но недостаток этих моделей заключается в необходимости знать большое число параметров материала. Соответствующие свойства связующего изучались в работах [6, 21]. Авторами [26, 33] приводятся процедуры представления вязкоупругих определяющих соотношений в приращениях.

В большинстве публикаций моделируется композит, состоящий из слоев с однонаправленными волокнами, однако существуют работы, посвященные и текстильным композитам [34, 35]. В настоящее время разработанные модели годятся как для тонких [2, 5], так и для толстых ламинатов [30, 35]. Авторами [32] рассматривались композиционные цилиндры, произведенные намоткой на металлическую основу. Показано, что для таких конструкций упругая модель дает чрезмерное завышение остаточных напряжений, поэтому должны учитываться эффекты вязкоупругости. В работах [23, 36] исследовался участок панели, подкрепленной стрингером. Авторы экспериментальных работ [29, 37] измеряли остаточные деформации в ламинате с помощью оптоволоконных датчиков.

В работе [28] моделирование отверждения позволило продемонстрировать влияние технологических деформаций на величину нагрузки, при которой в композите начинается расслоение. В [38] аналогичная механическая модель описывала деформации, приобретаемые изделием в процессе пултрузии.

Авторы [39] применили двухмерный анализ отверждения, но трехмерный анализ деформирования и таким образом уменьшили вычислительные затраты. В статье [10] для тех же целей была использована комбинированная конечно-элементная сетка, состоящая из оболочечных элементов в плоских областях и твердотельных — в местах скруглений.

В работе [12] перечислены факторы, сказывающиеся на искажении формы изделий из композита. Одним из них является взаимодействие изделия с технологической оснасткой. В процессе отверждения композита она придает требуемую форму конструкции и принимает участие в процессе теплопереноса. Кроме того, оснастка, вследствие эффекта теплового расширения, оказывает механическое воздействие на конструкцию на этапе изготовления. В статье [5] отмечено, что тип оснастки (внутренняя или внешняя) вносит вклад в величину искажения формы изделия. Авторы [13] показали, что условие на границе контакта является важным. Вопросы взаимодействия изделия с оснасткой также изучались в [8]. В [29] сделан вывод о том, что для адекватного представления нужна схема контакта с учетом проскальзывания и прилипания.

В данной работе с помощью численного моделирования рассматривается влияние материала оснастки на конечную форму изделия, приобретаемую им в процессе отверждения. Предложена модель контакта, учитывающая переход от проскальзывания к прилипанию в момент гелирования связующего. Выявлены и проанализированы различные виды нарушений геометрии исследуемой конструкции и продемонстрирована их связь с величиной коэффициента теплового расширения (КТР) материала оснастки.

## 2. Описание моделей отверждения

В то время как армирующие волокна сохраняют свои свойства в процессе отверждения, изначально жидкое связующее в результате проходящей полимеризации последовательно сменяет несколько состояний. Его первая значительная трансформация — это гелирование: полимер превращается из жидкого в высокоэластичный твердый материал, проявляющий вязкоупругие свойства и способный нести малые нагрузки. В ходе полимеризации также растет температура стеклования связующего. В момент, когда ее значение превышает температуру в изделии, происходит второе изменение свойств полимера, связанное с переходом в стеклообразное состояние, которое характеризуется значительным повышением упругого модуля матрицы.

Процесс отверждения композита в каждой точке среды можно описать монотонно возрастающей функцией  $X(t)$ , называемой степенью полимеризации связующего в текущий момент времени. Значение  $X = 0$  соответствует неполимеризованному связующему, а значение  $X = 1$  — полностью полимеризованному. Зависимость  $X(t)$  является решением дифференциального уравнения

$$dX/dt = f(X, T, t),$$

называемого уравнением кинетики полимеризации. В нем через  $T$  обозначена температура в рассматриваемой точке пространства в текущий момент времени, а через  $t$  — время от начала процесса отверждения. Конкретная запись этого соотношения выбрана здесь как уравнение Аррениуса:

$$dX/dt = A e^{-E/(RT)} (1 - X)^n X^a, \quad (1)$$

где  $A$ ,  $n$ ,  $a$  — параметры,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Распределение температур в сплошной среде находится из решения уравнения теплопроводности:

$$\rho(\partial(cT)/\partial t) = -\operatorname{div} \mathbf{q} + q,$$

где  $\rho$  — плотность,  $c$  — удельная теплоемкость материала,  $q$  — удельная мощность тепловыделения. Вектор потока тепла  $\mathbf{q}$  связан с градиентом температуры законом Фурье

$$q_i = -k_{ij}(\partial T/\partial x_j),$$

в правую часть выражения для которого входят компоненты тензора теплопроводности  $k_{ij}$ .

В процессе отверждения вследствие химической реакции, протекающей в связующем, происходит выработка тепла пропорционально скорости полимеризации. Для чистого связующего удельная мощность тепловыделения определяется по формуле:

$$q = \rho_m H_{tot} (dX/dt),$$

где  $\rho_m$  — плотность связующего, а  $H_{tot}$  — удельная теплота, отвечающая полной полимеризации. Для осредненного материала принято считать, что

$$q = V_m \rho_m H_{tot} (dX/dt),$$

где  $V_m$  — объемная доля связующего.

Механические деформации  $\varepsilon_{ij}^M$  равняются разности полных деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и деформаций немеханической природы  $\xi_{ij}$ :

$$\varepsilon_{ij}^M = \varepsilon_{ij} - \xi_{ij}.$$

Для нахождения полных деформаций используются соотношения Коши:

$$\varepsilon_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2.$$

Деформации немеханической природы складываются из вкладов от действия теплового расширения  $\xi_{ij}^T$  и химической усадки  $\xi_{ij}^C$ :

$$\xi_{ij} = \xi_{ij}^T + \xi_{ij}^C.$$

Необходимостью учета истории процесса полимеризации объясняется интегральный вид соотношений для их вычисления:

$$\xi_{ij}^T = \int_0^t \alpha_{ij}(T(t'), X(t')) (\partial T / \partial t') dt',$$

$$\xi_{ij}^C = \int_0^t \beta_{ij}(T(t'), X(t')) (\partial T / \partial t') dt'.$$

Сюда входят компоненты тензоров теплового расширения ( $\alpha_{ij}$ ) и химической усадки ( $\beta_{ij}$ ) материала, зависящие от температуры и степени полимеризации. Упрощенный вид зависимостей для них предложен в [22]:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij}^L, & X < X_{gel}, \quad T \geq T_g(X), \\ \alpha_{ij}^R, & X \geq X_{gel}, \quad T \geq T_g(X), \\ \alpha_{ij}^G, & T < T_g(X), \end{cases}$$

$$\beta_{ij} = \begin{cases} \beta_{ij}^L, & X < X_{gel}, \quad T \geq T_g(X), \\ \beta_{ij}^R, & X \geq X_{gel}, \quad T \geq T_g(X), \\ \beta_{ij}^G, & T < T_g(X). \end{cases}$$

Здесь индексами  $L$ ,  $R$  и  $G$  обозначены постоянные КТР и коэффициенты химической усадки, соответствующие жидкому ( $L$ ), резиноподобному ( $R$ ) и стеклообразному ( $G$ ) состояниям. Величина  $X_{gel}$  равняется такой степени полимеризации, при которой происходит гелирование связующего, то есть существенное повышение его вязкости. Зависимость температуры стеклования  $T_g$  от степени полимеризации может быть задана как явно, так и аппроксимирована любым подходящим образом. В частности, для этих целей здесь используется гипербола, построенная по двум характерным значениям и некоторому параметру  $\lambda$  [6]:

$$\frac{T_g - T_g^0}{T_g^1 - T_g^0} = \frac{\lambda X}{1 - (1 - \lambda)X},$$

где  $T_g^0$  — температура стеклования непolyмеризованного связующего;  $T_g^1$  — аналогичный параметр для полностью полимеризованной матрицы;  $\lambda$  играет роль подгоночного параметра, отвечающего за вид участка гиперболы (выпуклостью вверх или вниз), а также за степень его кривизны: так, значение  $\lambda = 1,5$  соответствует выпуклой вверх, а  $\lambda = 0,5$  выпуклой вниз гиперболе; при  $\lambda = 1$  гипербола вырождается в прямую.

В литературе приводится несколько вариантов определяющих соотношений, служащих для описания процесса отверждения композита. Чаще всего они принадлежат или упругой модели с кусочно-постоянными модулями упругости, или модели с кусочно-линейными упругими модулями [3, 25, 26], или вязкоупругим моделям в различных модификациях [4, 10, 36], а также их упрощениям, например, модели Сванберга [22]. Указанные модели описывают материал в резиноподобном и стеклообразном состояниях.

Определяющие соотношения модели упругости, в которой модули кусочно-постоянны, записываются в виде:

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} C_{ijkl}^R \varepsilon_{kl}^M, & T \geq T_g(X), \\ C_{ijkl}^G \varepsilon_{kl}^M, & T < T_g(X), \end{cases} \quad (2)$$

где  $C_{ijkl}^R$  и  $C_{ijkl}^G$  — компоненты тензора модулей упругости в резиноподобном и стеклообразном состояниях соответственно.

Модель с кусочно-линейными модулями, называемая также CHILE (Cure Hardening Instantaneous Linear Elastic), предполагает, что в окрестности температуры стеклования упругие модули изменяются линейно, в то время как в полностью резиноподобном и полностью стеклообразном состояниях они постоянны [3, 25, 26]. В названных работах приводятся формулы для модуля Юнга связующего, которые легко обобщаются на весь тензор модулей упругости:

$$C_{ijkl}(T^*) = \begin{cases} C_{ijkl}^R, & T^* < T_{C1}, \\ C_{ijkl}^R + \frac{T^* - T_{C1}}{T_{C2} - T_{C1}} (C_{ijkl}^G - C_{ijkl}^R), & T_{C1} \leq T^* \leq T_{C2}, \\ C_{ijkl}^G, & T^* > T_{C2}. \end{cases}$$

Здесь введено обозначение  $T^* = T_g(X) - T$ . Константы  $T_{C1}$  и  $T_{C2}$  являются параметрами материала. Способ определения данных параметров, а также характерная зависимость модуля упругости связующего от температуры и ее аппроксимации в упругой модели и в модели CHILE показаны на рисунке 1.

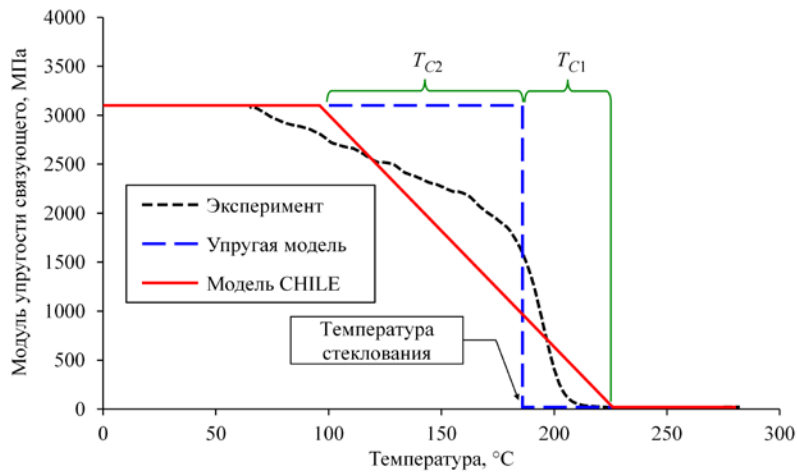


Рис. 1. Характерная зависимость модуля упругости связующего от температуры и ее аппроксимации

Модель Сванберга [22] — это компромисс между упругой (2) и вязкоупругой [4, 10, 36] моделями. Ее определяющие соотношения имеют вид:

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} C_{ijkl}^R \varepsilon_{kl}^M, & T \geq T_g(X), \\ C_{ijkl}^G (\varepsilon_{kl}^M - \varepsilon_{kl}^M(t_{tr})) + \sigma_{ij}(t_{tr}), & T < T_g(X), \end{cases}$$

где через  $t_{tr}$  обозначено время последнего перехода из резиноподобного в стеклообразное состояние. Из приведенных выражений видно, что приращение напряжений, полученное материалом в стеклообразном состоянии, исчезает при обратном фазовом переходе. Поэтому в области резиноподобного состояния  $T \geq T_g(X)$  справедлив закон упругости независимо от того, по какому пути на плоскости фазовых параметров можно попасть в эту область. При новом фазовом переходе стеклования напряжения, соответствующие твердому состоянию, накапливаются заново. Таким образом, упрощенно учитывается зависимость от истории процесса отверждения и деформирования.

Поскольку переход связующего из жидкого в резиноподобное состояние в разных частях композита происходит в различные моменты времени, то для решения задач, в которых наряду с твердым рассматривается и жидкое состояние матрицы, целесообразно прибегнуть к методу «сквозного счета». С его помощью во всей области, занимаемой изделием, решаются одинаковые по структуре уравнения

при любом фазовом состоянии материала. В силу того, что в процессе изготовления композита жидкое связующее между волокнами находится в гидростатическом состоянии, достаточно знать только величину давления вне зависимости от поля перемещений. Для нахождения гидростатического давления может быть задействована модель упругости, в которой для изотропного связующего принимается, что  $K \gg G$ , где  $K$  и  $G$  — модули объемного сжатия и сдвига соответственно. Такая упругая среда, моделирующая жидкость между волокнами, используется далее в процедуре осреднения однонаправленного волокнистого композита.

Задачи отверждения решаются, как правило, в квазистатической постановке со следующими уравнениями равновесия:

$$\partial \sigma_{ij} / \partial x_j = 0.$$

Граничными условиями являются поля перемещений и напряжений на поверхности тела, а также поля температур и потоков тепла. Завершают постановку задачи известные в начальный момент времени распределения температур и степеней полимеризации в рассматриваемом теле.

Изложенный подход применим как отдельно к связующему (при решении микромеханических задач), так и к осредненному материалу на уровне монослоя или ламината.

### 3. Свойства материала

В данной работе использован послойный подход к моделированию композита, при котором материал каждого слоя предполагался однородным и ортотропным. Необходимые свойства материала получены методом осреднения [40]. В таблице 1 приведены рассчитанные свойства однонаправленного материала слоя с объемной долей связующего 37% в стеклообразном и резиноподобном состояниях.

Таблица 1. Рассчитанные свойства осредненного материала слоя

Параметр	Значение	
	Стеклообразное состояние	Резиноподобное состояние
$E_1$ , ГПа	152	151
$E_2, E_3$ , МПа	6365	140
$G_{12}, G_{13}$ , МПа	4238	74
$G_{23}$ , МПа	2254	45
$\nu_{12}, \nu_{13}$	0,31	0,36
$\nu_{23}$	0,44	0,49
$\alpha_{11}$ , $K^{-1}$	$3,96 \cdot 10^{-7}$	$-9,2 \cdot 10^{-8}$
$\alpha_{22}, \alpha_{33}$ , $K^{-1}$	$3,25 \cdot 10^{-5}$	$3,62 \cdot 10^{-5}$
$\beta_{11}$	$-1,73 \cdot 10^{-4}$	$-2,82 \cdot 10^{-6}$
$\beta_{22}, \beta_{33}$	$-1,14 \cdot 10^{-2}$	$-1,27 \cdot 10^{-2}$
$k_{11}$ , Вт/(м·К)	6,37	6,37
$k_{22}, k_{33}$ , Вт/(м·К)	0,52	0,52

В работе рассматривались оснастки из различных материалов: стали, инвара, алюминия и композита. В случае композитной оснастки предполагалось, что она выполнена из того же материала, что и моделируемое изделие, и имеет квазиизотропную укладку. Свойства материалов металлических оснасток, взятые из открытых источников, приведены в таблице 2. Характеристики материала композитной оснастки для уровня ламината и указанной укладки находились путем осреднения свойств из таблицы 1 [26, 40].

Таблица 2. Свойства материалов металлических оснасток

Параметр	Сталь	Инвар	Алюминий
Модуль Юнга, ГПа	200	145	71
Коэффициент Пуассона	0,3	0,3	0,3
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	7800	8130	2700
Теплоемкость, Дж/(кг·К)	462	510	880
Коэффициент теплового расширения, $K^{-1}$	$1,26 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-6}$	$2,36 \cdot 10^{-5}$
Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)	29	11	210

#### 4. Численное моделирование

Определяющие соотношения моделей CHILE и Сванберга были реализованы как собственные программные модули для пакета конечно-элементного анализа Abaqus. С этой целью написаны пользовательские процедуры с названиями UMAT, EUXPAN и HETVAL, каждой из которых при моделировании отверждения отводится своя функция. Так, в теле процедуры UMAT на каждом шаге решается уравнение кинетики полимеризации, рассчитываются мощность внутреннего тепловыделения, деформации теплового расширения и химической усадки, а также механические напряжения. Процедура EUXPAN служит для сообщения программному пакету вычисленных значений деформаций немеханической природы, а процедура HETVAL — для сообщения мощности внутреннего тепловыделения. Обмен данными между процедурами производится через параметры состояния материалов. Пользовательские процедуры, написанные на языке FORTRAN, компилируются в динамически загружаемые библиотеки на этапе решения задачи.

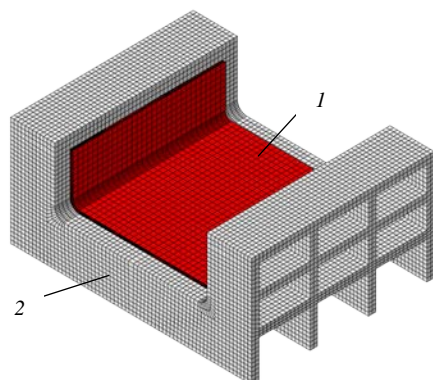


Рис. 2. Конечно-элементная модель участка лонжерона на оснастке: лонжерон (1), оснастка (2)

Для численного моделирования был выбран образец, представляющий собой участок лонжерона авиационной конструкции размерами  $120 \times 120 \times 40$  мм, с толщиной стенки 2,4 мм и последовательностью укладки  $[+45/-45/90/0/+45/-45]_S$ , где цифры означают градусы, а символ  $S$  — симметрию укладки. Такой образец является весьма представительным в силу того, что на нем одновременно можно наблюдать эффекты, связанные с уменьшением прямого угла изделия [12], увеличением кривизны его изначально плоских поверхностей [25, 41] и непосредственным влиянием расширения оснастки [5, 8, 13]. Рабочая поверхность оснастки соответствовала внешней поверхности лонжерона. Моделировался каждый слой изделия. Созданная конечно-элементная модель показана на рисунке 2.

В процессе решения для области контакта изделия и оснастки применялось два типа граничных условий. Предполагалось, что до момента гелирования связующего изделие может без трения проскальзывать по оснастке, а после этого момента прилипает без возможности самостоятельного отделения. Такой выбор граничных условий обусловлен выводами, сделанными в ходе экспериментальных наблюдений.

Нахождение изделия в печи моделировалось заданием условия конвекции на суммарной свободной поверхности системы изделие–оснастка. После завершения отверждения и охлаждения происходило извлечение изделия из оснастки и его окончательное остывание до комнатной температуры, которая принималась равной  $20^\circ\text{C}$ . Между оснасткой и изделием полагался идеальный тепловой контакт. Цикл отверждения изделия с отметками моментов прилипания и отделения от оснастки демонстрируется на рисунке 3.

Особенностью рассматриваемой задачи является длительное время прохождения процесса, что при большом числе конечных элементов в модели приводило к продолжительному численному расчету. Для минимизации вычислительных затрат и сохранения приемлемой точности решения проведена оценка оптимальной величины шага по времени для исследуемого цикла отверждения. С этой целью произведены расчеты отверждения с различными значениями шага по времени на моделях изделий с разнообразной геометрией и разными толщинами ламината. Установленные значения максимальных отклонений от заданной формы сравнивались с «точными» решениями, найденными экстраполяцией полученных

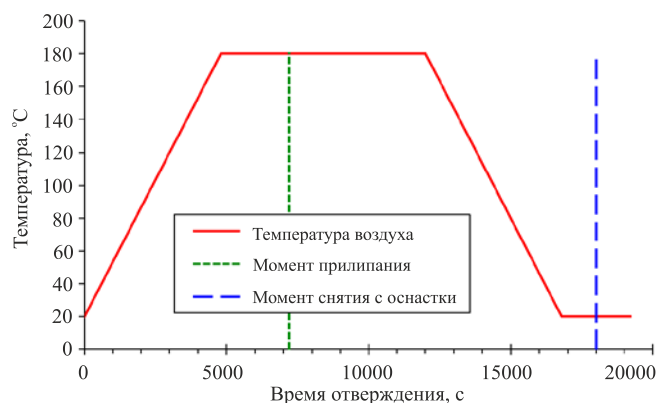


Рис. 3. Цикл отверждения изделия

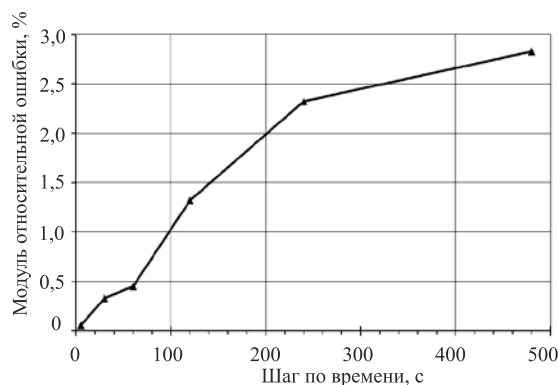


Рис. 4. Зависимость относительной ошибки от величины шага по времени

кривых в область уменьшения шага по времени до нуля. «Точные» решения использовались далее для отыскания абсолютных величин относительных ошибок при различных значениях шага по времени. Наконец, по точкам, соответствующим этим величинам, была построена огибающая кривая, показанная на рисунке 4. Видно, что с ростом размера шага относительная ошибка увеличивается. Эта зависимость стала основой для выбора приемлемой величины шага, который в данной работе составлял 120 с.

Существенную вычислительную трудность создавала также большая поверхность контакта изделия и оснастки, соизмеримая с характерными размерами всей модели. Реализация контактных условий является достаточно ресурсоемкой задачей, поэтому в целях экономии процессорного времени применялась модель контакта с малыми относительными перемещениями и взаимодействием узла со своей проекцией на контактной поверхности.

В ходе работы были произведены расчеты отверждения лонжерона на оснастках из различных материалов по моделям CHILE и Сванберга. Следует, однако, отметить тот факт, что в силу характера рассматриваемого цикла отверждения фазовый переход стеклования в каждой точке конструкции происходил всего один раз. Поэтому в модели Сванберга не действовал механизм «релаксации» напряжений при обратном фазовом переходе. Фактически это означает, что расчет был осуществлен по упругой модели с разрывными модулями.

## 5. Результаты расчета

На рисунке 5 показаны картины распределения температуры в модели для различных материалов оснасток через один час после начала цикла отверждения — в момент времени, когда температура воздуха в печи составляла 140°C. Максимальные перепады температуры в оснастке в этот же момент времени приведены в таблице 3.

В процессе нагрева до температуры формования качественная картина распределения температуры в моделях практически не меняется. Как алюминиевая оснастка, так и изделие на ней прогреваются достаточно равномерно в силу большого значения коэффициента теплопроводности алюминия (Рис. 5а). В случае оснасток из стали и инвара прогрев их тела становится более неравномерным, а у изделий отмечается заметное повышение температуры свободных углов (Рис. 5б, в). Композитная оснастка претерпевает самый большой перепад температуры среди перечисленных (Табл. 3), что объясняется сильной анизотропией коэффициентов теплопроводности в плоскости ламината по отношению к ортогональному направлению. Это приводит к затруднению теплопередачи через толщу ламината оснастки (Рис. 5г) и является предпосылкой к локальному перегреву изделия в активной фазе полимеризации.

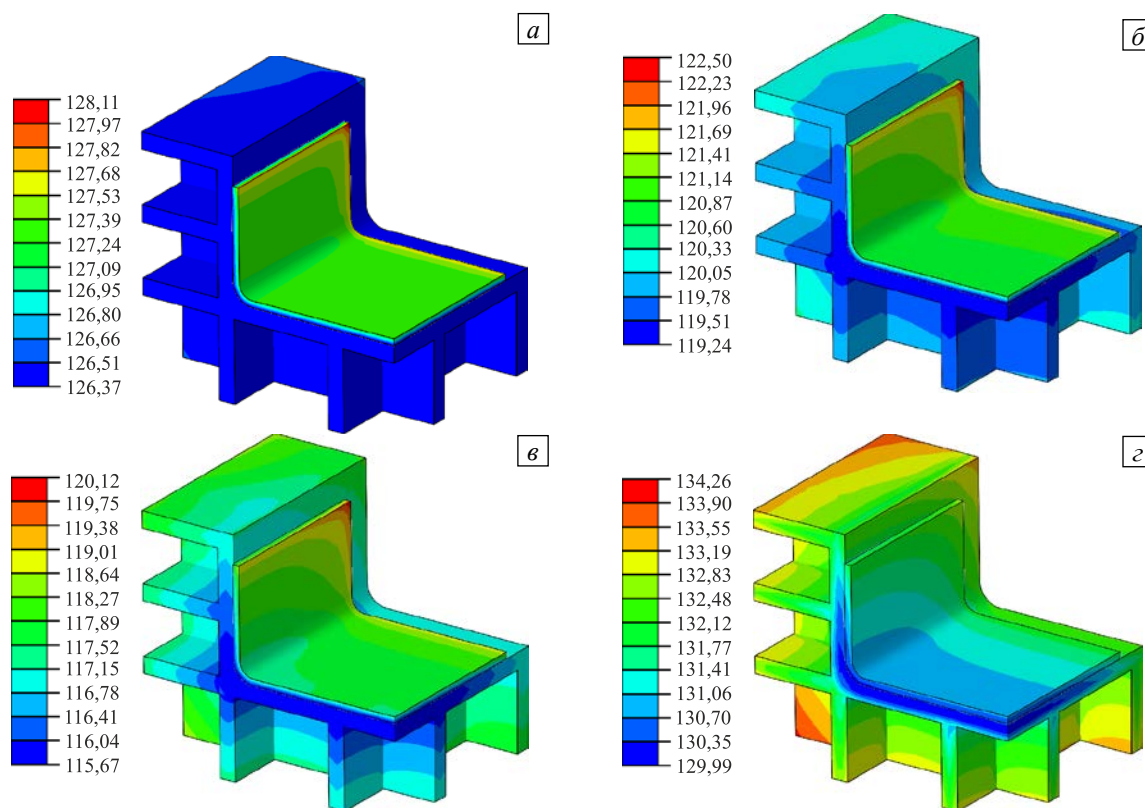


Рис. 5. Распределение температуры (°C) в модели через один час после начала отверждения при использовании различных материалов оснасток: алюминий (а), сталь (б), инвар (в), композит (г)



Таблица 3. Максимальный перепад температуры оснастки через один час после начала отверждения и максимальный локальный перегрев изделия в активной фазе полимеризации

Материал оснастки	Перепад температуры оснастки, °C	Локальный перегрев изделия, °C
Алюминий	0,16	0,78
Сталь	1,41	0,77
Композит	4,27	2,44
Инвар	3,42	0,89

Вскоре после установления в печи температуры формирования у изделия и оснасток из всех рассмотренных материалов имеет место выравнивание температуры, после чего наступает активная фаза полимеризации связующего, характеризующаяся значительной скоростью тепловыделения. Картины на рисунке 5 дают представление об эффективности рассеивания оснасткой избыточного тепла в этом процессе.

В таблице 3 приведены также максимальные значения локального перегрева изделия, зарегистрированные во время активной фазы полимеризации. Наибольший перегрев наблюдается на оснастке из композита. Картину распределения температур в соответствующий момент времени для этой модели содержит рисунок 6. Затруднение отвода тепла через толщу ламината оснастки заметно повышает температуру изделия в его центре, что становится причиной ускоренного протекания реакции полимеризации в данной зоне в силу зависимости скорости реакции от температуры связующего (см. (1)).

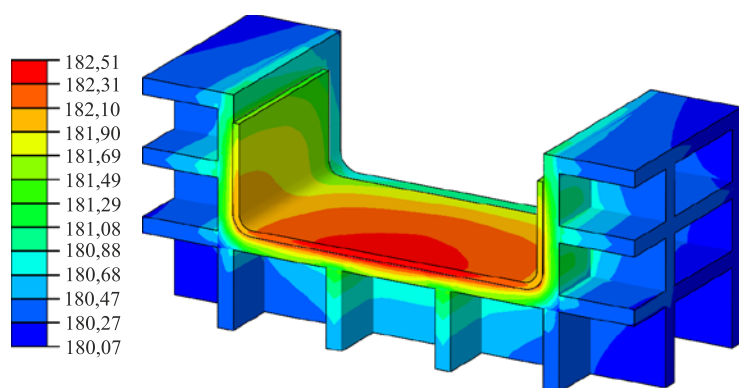


Рис. 6. Распределение температуры (°C) в момент максимального локального перегрева изделия на оснастке из композита

Эволюция степени полимеризации связующего в изделии, располагающемся на композитной оснастке, показана на рисунке 7. Распространение фронта полимеризации начинается со свободных углов изделия в силу их большего прогрева на начальном этапе цикла отверждения. Затем фронт переходит на свободную поверхность изделия, и, наконец, сосредоточивается в центре модели, в области локального перегрева.

Эволюция степени полимеризации связующего в изделии, располагающемся на композитной оснастке, показана на рисунке 7. Распространение фронта полимеризации начинается со свободных углов изделия в силу их большего прогрева на начальном этапе цикла отверждения. Затем фронт переходит на свободную поверхность изделия, и, наконец, сосредоточивается в центре модели, в области локального перегрева.

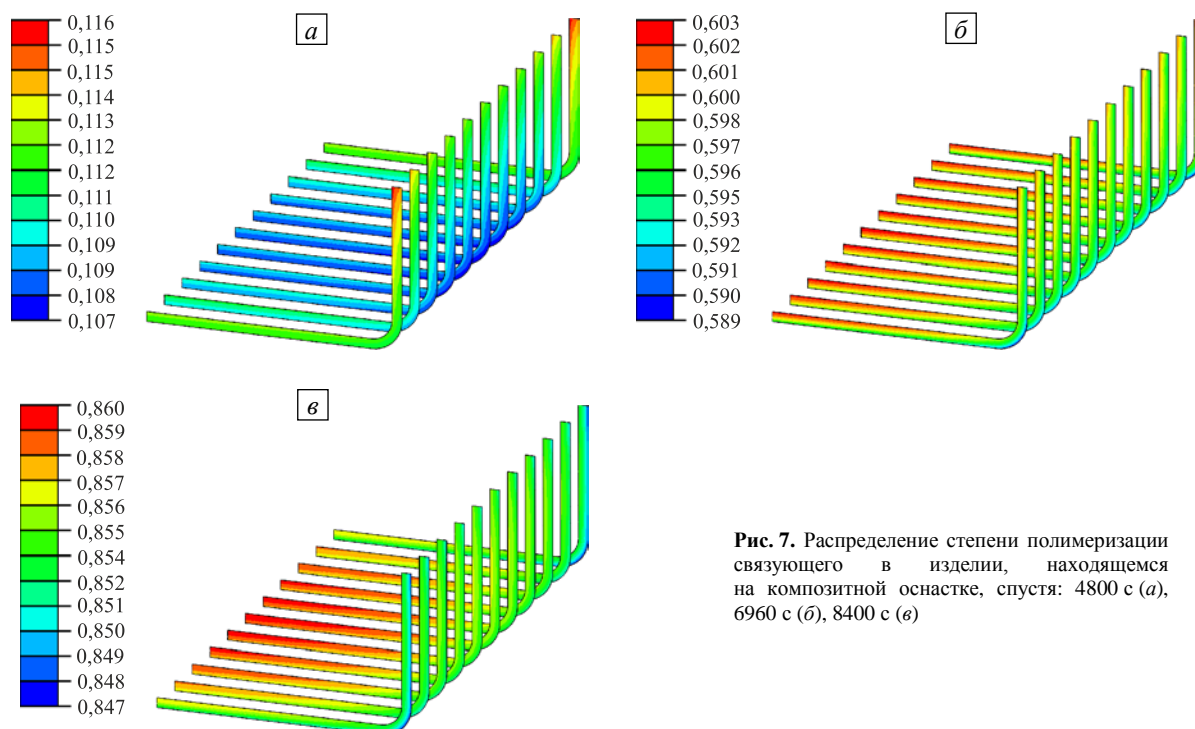
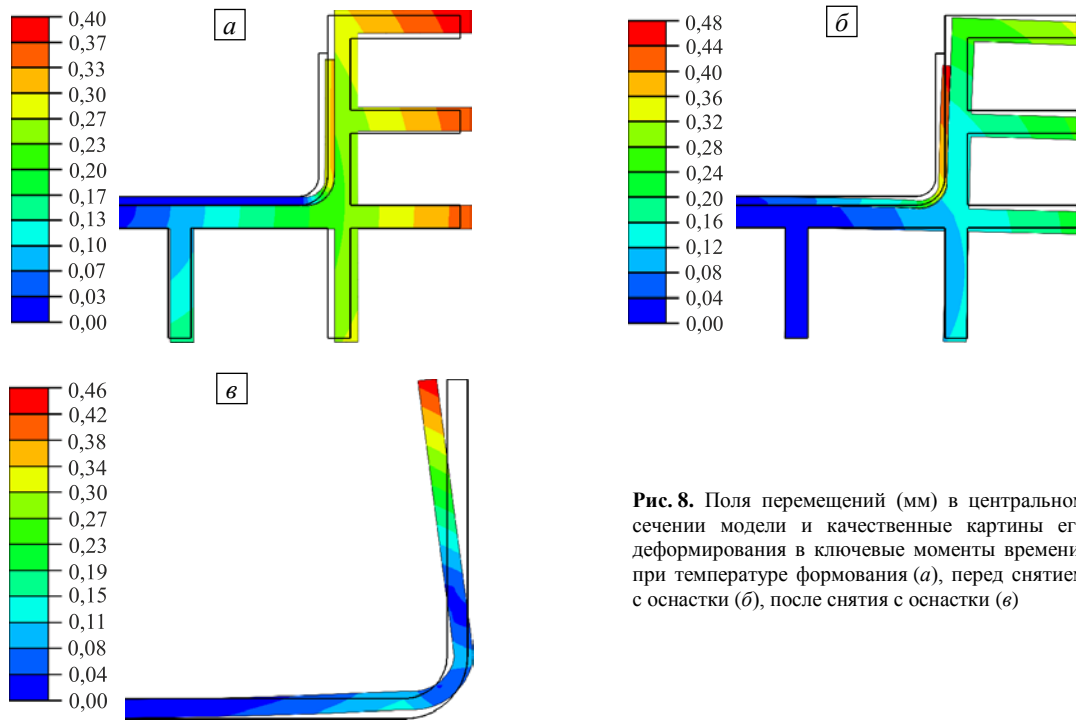


Рис. 7. Распределение степени полимеризации связующего в изделии, находящемся на композитной оснастке, спустя: 4800 с (а), 6960 с (б), 8400 с (в)



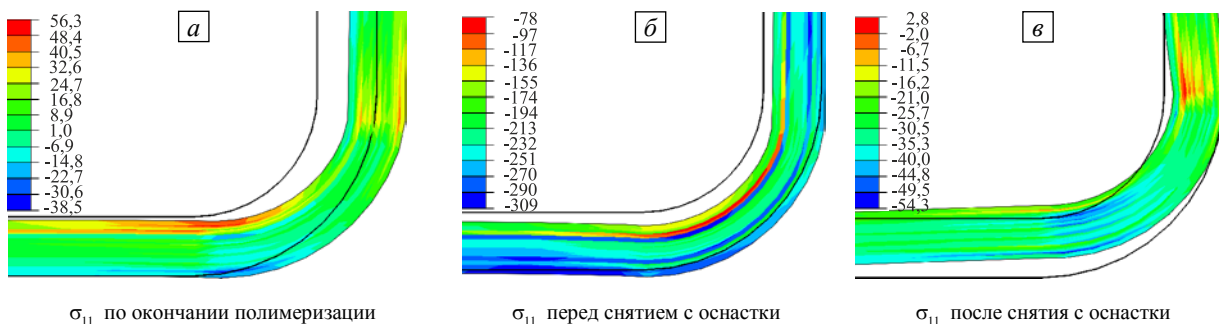
**Рис. 8.** Поля перемещений (мм) в центральном сечении модели и качественные картины его деформирования в ключевые моменты времени: при температуре формования (а), перед снятием с оснастки (б), после снятия с оснастки (в)

Подводя итог, следует отметить, что эффекты неоднородности температурного поля и распределения степени полимеризации не столь ярко выражены в тонких изделиях, таких как исследуемый лонжерон. Но с ростом толщины изготавливаемого ламината они могут стать значительными по величине и послужить причиной дополнительного искажения формы [23].

Распределения перемещений в модели в ключевые моменты времени, а также качественный вид ее деформированного сечения содержит рисунок 8. Рассмотрен случай оснастки из алюминия. Контур недеформированного сечения изображен сплошной линией.

На этапе нагрева до температуры формования изделие практически не сопротивляется температурному расширению оснастки в силу эффекта проскальзывания (Рис. 8а), а также своей податливости, обусловленной состоянием связующего до момента его гелирования. Таким образом, отверждение лонжерона целиком происходит в той форме, которую определяет тепловое расширение оснастки. В процессе охлаждения до комнатной температуры связующее оказывается в полностью застеклованном состоянии, что выражается в значительном увеличении жесткости лонжерона. Поэтому к моменту полного остывания оснастка оказывается деформированной из-за наличия сопротивления ее сжатию со стороны изделия (Рис. 8б). Наконец, при снятии лонжерона с оснастки происходит переход в новое равновесное состояние, накопленные напряжения перераспределяются, вызывая искажение его формы (Рис. 8в).

Эволюция напряженного состояния в окрестности угла изделия показана на рисунке 9. Приведены картины распределения в слоях композита нормальных напряжений, возникающих в центральном сечении модели на различных этапах отверждения. Напряжения  $\sigma_{11}$  соответствуют направлению волокон,  $\sigma_{22}$  — поперечные напряжения в слое,  $\sigma_{33}$  — трансверсальные по отношению к слою. Рассматриваются случай стальной оснастки и модель отверждения CHILE. Контур недеформированного сечения изображен сплошной линией.



$\sigma_{11}$  по окончании полимеризации

$\sigma_{11}$  перед снятием с оснастки

$\sigma_{11}$  после снятия с оснастки

**Рис. 9.** Распределение нормальных напряжений (МПа) в окрестности угла изделия и качественная картина деформирования в ключевые моменты времени

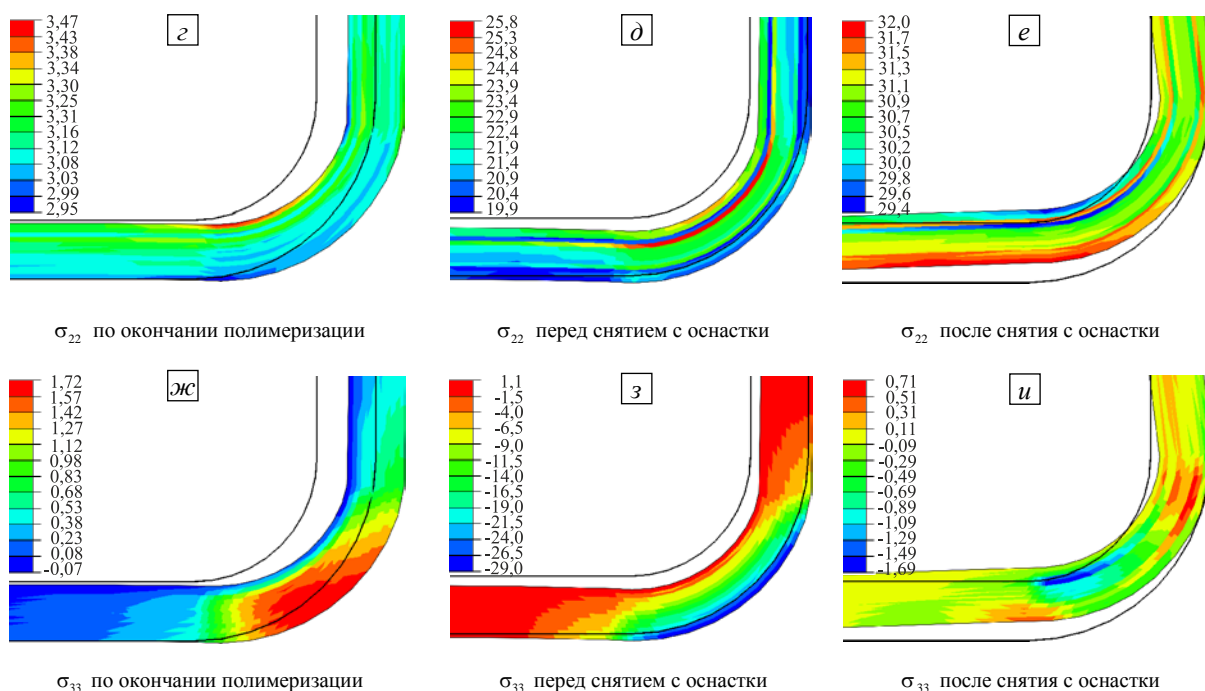


Рис. 9. Продолжение

К моменту завершения полимеризации в слоях изделия накапливаются незначительные по величине напряжения. При остывании до комнатной температуры происходят процессы стеклования, а также теплового сжатия материалов оснастки и композита, что выражается в повышении уровня действующих напряжений к моменту полного остывания конструкции. Особенно сильно возрастают продольные сжимающие напряжения (Рис. 9б). Их пик достигается в пограничных слоях. При снятии с оснастки конструкция частично разгружается, что вызывает искажения ее формы. Особенно сильно падает уровень продольных сжимающих напряжений  $\sigma_{11}$  (Рис. 9в). Следует отметить, что в готовой конструкции уровень остаточных напряжений является ненулевым.

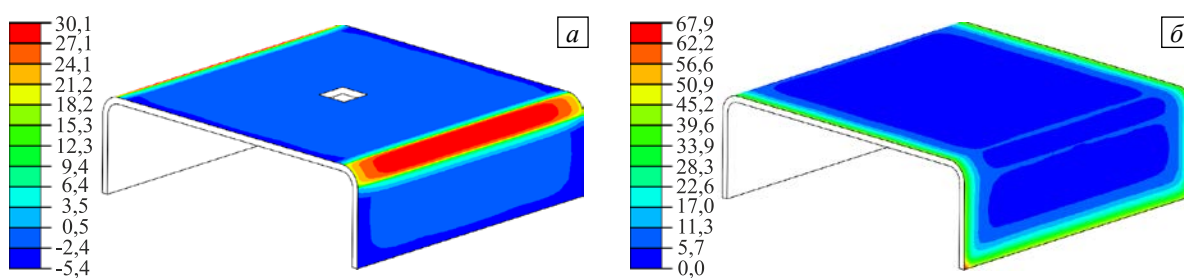


Рис. 10. Распределение контактных напряжений (МПа) перед снятием изделия с оснастки: нормальные напряжения (а), касательные напряжения (б)

На рисунке 10 показаны распределения нормальных контактных напряжений, а также абсолютных величин касательных контактных напряжений перед снятием изделия со стальной оснастки. В расчете использована модель CHILE. Положительный знак нормальных напряжений соответствует прижатию изделия к оснастке.

Перед снятием с оснастки на контактной поверхности существуют области как прижимных напряжений, которые наблюдаются в местах скруглений лонжерона, так и напряжений отрыва на плоских поверхностях. Максимальные величины нормальных напряжений достигаются в области скруглений. Касательные напряжения имеют при этом значительную концентрацию около свободной кромки изделия. Пик касательных напряжений отмечается в свободных углах. При расчете по модели Сванберга распределения контактных напряжений аналогичны представленным на рисунке 10 с разницей лишь в максимальных значениях, которые в данном случае составляют 30,7 МПа у нормальных и 70,9 МПа у касательных напряжений. Это отличие является, в частности, иллюстрацией того, что уровни напряжений в отвержденном изделии при расчете по моделям CHILE и Сванберга получаются разными.

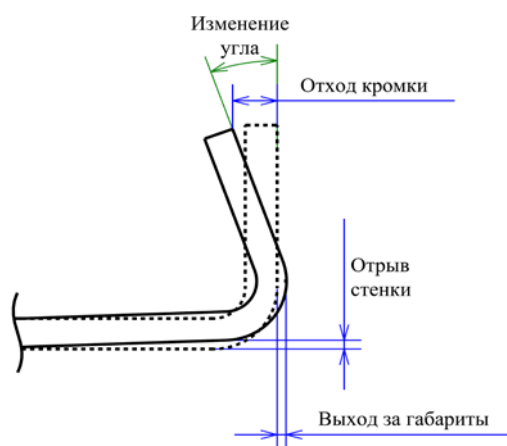


Рис. 11. Параметры искажения формы лонжерона

Типичное искажение формы лонжерона по окончании процесса отверждения характеризуется несколькими параметрами, показанными на рисунке 11. Дефект «отрыва» стенки лонжерона обусловлен взаимодействием изделия с оснасткой в процессе отверждения. Измеренные величины этого дефекта для различных материалов оснасток и моделей отверждения приведены в таблице 4.

Выход за габариты проявляется в увеличении или уменьшении высоты стенки лонжерона по сравнению с теоретическим размером. Количественно этот дефект определяется отношением степени расширения материала оснастки при нагреве и усадки изделия по толщине в процессе отверждения и охлаждения. Таблица 4 содержит измеренные значения. Положительный знак соответствует увеличению габаритов изделия, отрицательный — их уменьшению.

Таблица 4. Искажения формы лонжерона по окончании процесса отверждения

Материал оснастки	Величина «отрыва» стенки (мм)		Выход за габариты (мм)		Абсолютный отход кромки		Относительный отход кромки		Изменение угла (град)	
	Модель		Модель		Модель		Модель		Модель	
	CHILE	Сванберга	CHILE	Сванберга	CHILE	Сванберга	CHILE	Сванберга	CHILE	Сванберга
Алюминий	0,144	0,124	0,087	0,101	-0,48	-0,35	-0,57	-0,45	-0,99	-0,79
Сталь	0,086	0,073	0,017	0,024	-0,45	-0,36	-0,46	-0,39	-0,81	-0,68
Композит	0,044	0,046	-0,045	-0,053	-0,40	-0,39	-0,36	-0,33	-0,61	-0,58
Инвар	0,027	0,026	-0,046	-0,048	-0,41	-0,40	-0,36	-0,35	-0,62	-0,59

Отход кромок лонжерона в большей мере обусловлен усадкой композита при отверждении в областях скругления, что также приводит к изменению углов изделия [12]. Данная величина может быть оценена в абсолютном и относительном вариантах. Абсолютный отход изображен на рисунке 11 и предполагает замер отклонения от теоретического положения. Относительное значение соответствует отходу кромки от конфигурации, возникшей в результате отверждения, и равняется разности величин абсолютного отклонения и выхода лонжерона за габариты. Последний вариант отбрасывает вклад изменения габаритов лонжерона, поэтому является более показательным. Величины отхода кромки в абсолютном и относительном измерениях приведены в таблице 4. Все значения имеют отрицательный знак, так как кромка лонжерона во всех случаях отклонялась вовнутрь.

Изменение внутренних углов характеризуется поворотом полок лонжерона относительно теоретического положения на определенный угол, который схематично показан на рисунке 11. Величины углов искажения изделий, полученных на оснастках из различных материалов и при разных моделях отверждения, представлены в таблице 4. Все значения отрицательны, так как первоначальный угол вследствие отверждения уменьшается.

## 6. Анализ влияния материала оснасток

Наименьший отрыв стенки лонжерона возник при использовании оснастки из инвара, наибольший — при оснастке из алюминия. Сталь и композит показали промежуточные результаты, при этом величина отрыва была меньше у конструкции, изготовленной на композитной оснастке.

У изделий, отвержденных на оснастках из алюминия и стали, произошел положительный выход за габариты, а на оснастках из композита и инвара — отрицательный. Дело в том, что на величине данного дефекта сказались два фактора. Первый — степень усадки изделия во время цикла отверждения; этот параметр во всех рассмотренных случаях был одинаков, а его влияние выразилось в стремлении к уменьшению итоговых габаритов изделия после снятия с оснастки. Второй фактор — степень расширения материала оснастки в результате перепада температуры; он проявлялся противоположно: на начальном этапе процесса отверждения вследствие нагрева оснастка увеличилась в размерах и тем самым определила габариты заготовки до начала полимеризации связующего. Процесс полимеризации целиком проходил при температуре, близкой к 180°, и завершился стеклованием, в результате чего конструкция «застыла» в той форме, которую обусловила оснастка.

Из перечисленных материалов алюминий обладает самым большим КТР. По этой причине выход за габариты изделия, изготовленного на алюминиевой оснастке, характеризуется положительным знаком и самым большим значением, поскольку эффект расширения оснастки значительно перекрывает эффект усадки композита. У стали КТР ниже, чем у алюминия, поэтому величина рассматриваемого дефекта у изделия, отвержденного на стальной оснастке, заметно меньше, чем в случае использования алюминиевой. Выход за габариты имеет здесь положительный знак и самую малую абсолютную величину. Это говорит о том, что эффект расширения стальной оснастки преобладает над эффектом усадки композита несущественно, и они в значительной степени компенсируют друг друга. Порядки величин КТР композита (в плоскости ламината) и инвара одинаковы, но сами значения коэффициентов достаточно малы по сравнению со значениями КТР для алюминия и стали. Поэтому выход за габариты у конструкций, полученных на указанных оснастках, примерно одинаков, с отрицательным знаком, и свидетельствует о преобладании в них усадки при отверждении над степенью расширения оснасток из названных материалов.

Для качественной оценки влияния материала оснастки на форму изделия важна разность величин выхода за габариты и абсолютного отхода кромки, которая в данной работе определена как относительный отход кромки. Дефект достигал наименьшей абсолютной величины при использовании в процессе изготовления изделия оснасток из композита и инвара. Худший результат показала алюминиевая оснастка.

Изменение угла лонжерона есть интегральный параметр. По нему можно достоверно судить о степени искажения изделия оснасткой из того или иного материала. Как композитная, так и инваровая оснастки вызывали изменения угла с наименьшей абсолютной величиной, а оснастка из алюминия — с наибольшей.

Из анализа величин перечисленных дефектов вытекает, что по совокупности факторов оснастка из инвара является лучшей с точки зрения качества производимого изделия. Композитная оснастка лишь по одному параметру уступает инваровой, поэтому с равным успехом применима для изготовления высокоточных композитных конструкций при гораздо меньших материальных затратах по сравнению с оснасткой из инвара. Стальная оснастка наиболее доступна, но уровень величин сопутствующих дефектов при этом выше при сопоставлении с названными выше материалами. Оснастка из алюминия — худшая по всем исследованным параметрам; ее использование негативно сказывается на качестве изделия. Поэтому данный материал не рекомендуется для производства композитных конструкций с жесткими требованиями к точности соблюдения формы.

Легко видеть, что материалы оснасток, перечисленные в порядке ухудшения качества изделия, располагаются в той же последовательности, что и с увеличением их КТР (Табл. 5). Из этого обстоятельства, а также из описанных выше механизмов искажения формы, следует вывод о том, что качество создаваемого изделия связано не только со свойствами композита, но и с величиной КТР оснастки. Эту закономерность можно сформулировать так: чем ниже КТР оснастки, тем более качественным (с меньшими искажениями формы) получается изделие.

Таблица 5. Связь качества изделия с КТР оснастки

Материал оснастки	Качество изделия	КТР·10 <sup>-6</sup> , К <sup>-1</sup>
Инвар	Лучшее	1,20
Композит	Хорошее	2,02
Сталь	Среднее	12,6
Алюминий	Плохое	23,6

В заключение необходимо отметить, что у оснасток из рассмотренных материалов имеются и свои недостатки. Так, слабое место оснастки из композита — ее небольшой ресурс, а также деградация свойств из-за высоких перепадов температуры. Инвар же достаточно дорог и труден в обработке. Поэтому выбор материала оснастки на практике определяется в большей степени технологическими и экономическими соображениями, а также величинами разрешенных допусков для того или иного типа изделия.

## 7. Заключение

В статье обсуждается моделирование отверждения композитных конструкций с учетом оснастки. Проведено теоретическое сравнение моделей отверждения композита с терморезистивным связующим. Предложена модель контакта, включающая переход от проскальзывания к прилипанию в момент гелирования связующего. Созданы программные модули для реализации расчета по моделям CHILE и Сванберга в пакете конечно-элементного анализа Abaqus.

Известные из литературы идеи моделирования отверждения нашли в данной работе дальнейшее развитие, характерными особенностями которого являются:

- решение термомеханической задачи отверждения изделия с учетом тела оснастки;
- введение в модель механического и теплового контакта между оснасткой и изделием;
- смена условия контакта в процессе решения задачи;
- описание нагрева системы изделие–оснастка посредством граничных условий типа конвекции;
- оценка оптимального шага по времени;
- моделирование каждого слоя композита в изделии.

С помощью разработанного программного модуля осуществлены расчеты отверждения участка лонжерона на оснастках из различных материалов. Вычислены поля температуры в процессе нагрева до температуры формования, продемонстрированы эволюции степени полимеризации и напряженно-деформированного состояния изделия в процессе отверждения. Даны типичные картины распределения контактных напряжений перед снятием с оснастки. Показано, что эффект теплового расширения оснастки вносит существенный вклад в качество изготавливаемого композита. Так, для материалов с большими КТР наблюдались более сильные искажения формы конструкции по сравнению с материалами, характеризуемыми малыми КТР. Сделан вывод о том, что оснастки из инвара и композита дают лучший результат с точки зрения качества изготавливаемого изделия.

На данном этапе авторами проделан лишь сравнительный анализ влияния материала оснастки на форму изделия, опирающийся только на результаты численного расчета. Полученные искажения формы качественно согласуются с результатами для деталей аналогичной конфигурации, многообразие которых доступно в открытых информационных источниках. Количественное сравнение на основе собственных экспериментальных сведений планируется выполнить и представить на обсуждение в будущем.

Авторы благодарят А.В. Кепмана, А.В. Бабкина, А.В. Солопченко и Е.С. Афанасьеву за помощь в проведении исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (договор № 02.G25.31.0114 от 14 августа 2014 г. в составе мероприятий по реализации Постановления Правительства РФ № 218, шифр 2014-218-05-8228).

## Литература

1. Щеглов Б.А., Сафонов А.А. Теоретические основы и прикладные задачи технологии композитов. – М.: Ленанд, 2015. – 112 с.
2. White S.R., Hahn H.T. Process modeling of composite materials: residual stress development during cure. Part I. Model formulation // *J. Compos. Mater.* – 1992. – Vol. 26, no. 16. – P. 2402-2422. DOI
3. Bogetti T.A., Gillespie J.W., Jr. Process-induced stress and deformation in thick-section thermoset composite laminates // *J. Compos. Mater.* – 1992. – Vol. 26, no. 5. – P. 626-660. DOI
4. White S.R., Kim Y.K. Process-induced residual stress analysis of AS4/3501-6 composite material // *Mech. Compos. Mater. St.* – 1998. – Vol. 5, no. 2. – P. 153-186. DOI
5. Zhu Q., Geubelle Ph.H., Li M., Tucker III Ch.L. Dimensional accuracy of thermoset composites: simulation of process-induced residual stresses // *J. Compos. Mater.* – 2001. – Vol. 35, no. 24. – P. 2171-2205. DOI
6. Prasatya P., McKenna G.B., Simon S.L. A viscoelastic model for predicting isotropic residual stresses in thermosetting materials: effects of processing parameters // *J. Compos. Mater.* – 2001. – Vol. 35, no. 10. – P. 826-848. DOI
7. Adolf D., Martin J.E. Calculation of stresses in crosslinking polymers // *J. Compos. Mater.* – 1996. – Vol. 30, no. 1. – P. 13-34. DOI
8. Fernlund G., Rahman N., Courdji R., Bresslauer M., Poursatip A., Willden K., Nelson K. Experimental and numerical study of the effect of cure cycle, tool surface, geometry, and lay-up on the dimensional fidelity of autoclave-processed composite parts // *Compos. Part A-Appl. S.* – 2002. – Vol. 33, no. 3. – P. 341-351. DOI
9. Sunderland P., Yu W., Manson J.-A. A thermoviscoelastic analysis of process-induced internal stresses in thermoplastic matrix composites // *Polym. Composite.* – 2001. – Vol. 22, no. 5. – P. 579-592. DOI
10. Clifford S., Jansson N., Yu W., Michaud V., Manson J.-A. Thermoviscoelastic anisotropic analysis of process induced residual stresses and dimensional stability in real polymer matrix composite components // *Compos. Part A-Appl. S.* – 2006. – Vol. 37, no. 4. – P. 538-545. DOI
11. Huang C.K., Yang S.Y. Study on accuracy of angled advanced composite tools // *Mater. Manuf. Process.* – 1997. – Vol. 12, no. 3. – P. 473-486. DOI
12. Radford D.W., Rennie T.S. Separating sources of manufacturing distortion in laminated composites // *J. Reinf. Plast. Comp.* – 2000. – Vol. 19, no. 8. – P. 621-641. DOI
13. Albert C., Fernlund G. Spring-in and warpage of angled composite laminates // *Compos. Sci. Technol.* – 2002. – Vol. 62, no. 14. – P. 1895-1912. DOI
14. Tarsha-Kurdi K.E., Olivier P. Thermoviscoelastic analysis of residual curing stresses and the influence of autoclave pressure on these stresses in carbon/epoxy laminates // *Compos. Sci. Technol.* – 2002. – Vol. 62, no. 4. – P. 559-565. DOI
15. Holmberg J.A. Influence of chemical shrinkage on shape distortion of RTM composites // *Proceedings of the 19th International SAMPE European Conference of the Society for the Advancement of Material and Process Engineering, Paris, France, 22-24 April, 1998.* – P. 621-632.
16. Бегшеев В.П., Матвеев В.П., Писцов Н.В., Шардаков И.Н. Моделирование термомеханических процессов в кристаллизующемся полимере // *МТТ.* – 1997. – № 4. – С. 120-132. (English version DOI).
17. Завьялова Т.Г., Труфанов Н.А. Определяющие соотношения для вязкоупругого тела в условиях кристаллизации // *ПМТФ.* – 2005. – Т. 46, № 4. – С. 78-87. DOI
18. Сметанников О.Ю., Труфанов Н.А. Численный анализ технологических и остаточных напряжений в стеклющихся телах // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2008. – Т. 1, № 1. – С. 92-108. DOI
19. Матвеев В.П., Сметанников О.Ю., Труфанов Н.М., Шардаков И.Н. Термомеханика полимерных материалов в условиях релаксационного перехода. – М.: Физматлит, 2009. – 176 с.
20. Тихомирова К.А., Труфанов Н.А., Шардаков И.Н. Численное и экспериментальное исследование термомеханического поведения стеклющихся полимеров в случае больших деформаций // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2013. – Т. 6, № 4. – С. 475-482. DOI

21. Simon S.L., McKenna G.B., Sindt O. Modeling the evolution of the dynamic mechanical properties of a commercial epoxy during cure after gelation // *J. Appl. Polym. Sci.* – 2000. – Vol. 76, no. 4. – P. 495-508. DOI
22. Svanberg J.M. Predictions of manufacturing induced shape distortions – high performance thermoset composites / PhD Dissertation. – Lulea University of Technology, 2002. – 131 p. (URL: <http://epubl.ltu.se/1402-1544/2002/40/LTU-DT-0240-SE.pdf>).
23. Belov D.A., Makarenko I.V., Dunaev A.V., Babkin A.V., Solopchenko A.V., Yablokova M.Y., Kepman A.V., Tretyakov A.V., Ulyanov A.V., Gromashev A.G. Curing processes simulation of complex shape carbon fiber reinforced composite components produced by vacuum infusion // *Polym. Composite.* – 2015. DOI
24. Zarrelli M., Partridge I.K., D'Amore A. Warpage induced in bi-material specimens: Coefficient of thermal expansion, chemical shrinkage and viscoelastic modulus evolution during cure // *Compos. Part A-Appl. S.* – 2006. – Vol. 37, no. 4. – P. 565-570. DOI
25. Johnston A., Vaziri R., Poursartip A. A plane strain model for process-induced deformation of laminated composite structures // *J. Compos. Mater.* – 2001. – Vol. 35, no. 16. – P. 1435-1469. DOI
26. Zobeiry N. Viscoelastic constitutive models for evaluation of residual stresses in thermoset composites during cure / PhD Dissertation. – Vancouver: The University of British Columbia, 2006. – 276 p.
27. Causse P., Ruiz E., Trochu F. Spring-in behavior of curved composites manufactured by Flexible Injection // *Compos. Part A-Appl. S.* – 2012. – Vol. 43, no. 11. – P. 1901-1913. DOI
28. Ушаков А.Е., Сафонов А.А., Сергеевич И.В., Константинов А.Ю., Антонов Ф.К. Моделирование технологических деформаций конструктивных элементов из композитных материалов // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* – 2014. – № 1. – С. 46-52. (English version DOI)
29. Nielsen M.W., Hattel J.H., Andersen T.L., Branner K., Nielsen P.H. Experimental determination and numerical modelling of process induced strains and residual stresses in thick glass/epoxy laminate // *Proceedings of the 15th European Conference on Composite Materials (ECCM 15)*, 24-28 June, 2012, Venice, Italy. – 1 USB, 2012. – 6 p.
30. Kim Y.K., White S.R. Viscoelastic analysis of processing-induced residual stresses in thick composite laminates // *Mechanics of Advanced Materials and Structures.* – 1997. – Vol. 4, no. 4. – P. 361-387. DOI
31. Yi S., Hilton H.H., Ahmad M.F. Cure-cycle simulations of composites with temperature- and cure-dependent anisotropic viscoelastic properties and stochastic delaminations // *Mechanics of Advanced Materials and Structures.* – 1998. – Vol. 5, no. 1. – P. 81-101. DOI
32. Hwang H.Y., Kim Y.K., Kwon Y.D., Choi W. Thermo-viscoelastic residual stress analysis of metal liner-inserted composite cylinders // *KSME International Journal.* – 2003. – Vol. 17, no. 2. – P. 171-180. DOI
33. Zocher M.A., Groves S.E., Allen D.H. A three-dimensional finite element formulation for thermoviscoelastic orthotropic media // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 1997. – Vol. 40, no. 12. – P. 2267-2288. DOI
34. D'Amato E. Numerical modeling and experimental studies for shape and dimensional control in the curing process of textile composites // *Compos. Struct.* – 2007. – Vol. 81, no. 1. – P. 11-20. DOI
35. Huang X., Gillespie J.W., Bogetti T. Process induced stress for woven fabric thick section composite structures // *Compos. Struct.* – 2000. – Vol. 49, no. 3. – P. 303-312. DOI
36. Jun L., Feng Y.X., Hua L.Y., Zhi C.Z., Jun K.Z., Cai H.X., Di D. Thermo-viscoelastic analysis of the integrated T-shaped composite structures // *Compos. Sci. Technol.* – 2010. – Vol. 70, no. 10. – P. 1497-1503. DOI
37. Mülle M., Collombet F., Olivier P., Grunevald Y.-H. Assessment of cure residual strains through the thickness of carbon-epoxy laminates using FBGs, Part I: Elementary specimen // *Compos. Part A-Appl. S.* – 2009. – Vol. 40, no. 1. – P. 94-104. DOI
38. Константинов А.Ю., Сафонов А.А. Математическое моделирование остаточных технологических деформаций при пултрузии профилей сложного сечения из полимерных композиционных материалов // *Проблемы прочности и пластичности.* – 2014. – Т. 76, № 4. – С. 310-319.
39. Fernlund G., Osooly A., Poursartip A., Vaziri R., Courdi R., Nelson K., George P., Hendrickson L., Griffith J. Finite element based prediction of process-induced deformation of autoclaved composite structures using 2D process analysis and 3D structural analysis // *Compos. Struct.* – 2003. – Vol. 62, no. 2. – P. 223-234. DOI
40. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. – М: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.
41. Semmler E., Michaeli W., Maurer S. Simulation of shrinkage and warpage for complex compression-moulded parts with reinforced thermoplastic material // *Proceedings of the 42nd International SAMPE Symposium and Exhibition, Anaheim, California, May 4-8, 1997.* – Vol. 42. – P. 1426-1438.

## References

1. Shcheglov B.A., Safonov A.A. *Teoreticheskie osnovy i prikladnye zadachi tekhnologii kompozitov* [Theoretical foundations and applied problems of composites technology]. Moscow: Lenand, 2015. 112 p.
2. White S.R., Hahn H.T. Process modeling of composite materials: residual stress development during cure. Part I. Model formulation. *J. Compos. Mater.*, 1992, vol. 26, no. 16, pp. 2402-2422. DOI
3. Bogetti T.A., Gillespie J.W., Jr. Process-induced stress and deformation in thick-section thermoset composite laminates. *J. Compos. Mater.*, 1992, vol. 26, no. 5, pp. 626-660. DOI
4. White S.R., Kim Y.K. Process-induced residual stress analysis of AS4/3501-6 composite material. *Mech. Compos. Mater. St.*, 1998, vol. 5, no. 2, pp. 153-186. DOI
5. Zhu Q., Geubelle Ph.H., Li M., Tucker III Ch.L. Dimensional accuracy of thermoset composites: simulation of process-induced residual stresses. *J. Compos. Mater.*, 2001, vol. 35, no. 24, pp. 2171-2205. DOI
6. Prasatya P., McKenna G.B., Simon S.L. A viscoelastic model for predicting isotropic residual stresses in thermosetting materials: effects of processing parameters. *J. Compos. Mater.*, 2001, vol. 35, no. 10, pp. 826-848. DOI
7. Adolf D., Martin J.E. Calculation of stresses in crosslinking polymers. *J. Compos. Mater.*, 1996, vol. 30, no. 1, pp. 13-34. DOI

8. Fernlund G., Rahman N., Courdji R., Bresslauer M., Poursatip A., Willden K., Nelson K. Experimental and numerical study of the effect of cure cycle, tool surface, geometry, and lay-up on the dimensional fidelity of autoclave-processed composite parts. *Compos. Part A-Appl. S.*, 2002, vol. 33, no. 3, pp. 341-351. DOI
9. Sunderland P., Yu W., Manson J.-A. A thermoviscoelastic analysis of process-induced internal stresses in thermoplastic matrix composites. *Polym. Composite*, 2001, vol. 22, no. 5, pp. 579-592. DOI
10. Clifford S., Jansson N., Yu W., Michaud V., Manson J.-A. Thermoviscoelastic anisotropic analysis of process induced residual stresses and dimensional stability in real polymer matrix composite components. *Compos. Part A-Appl. S.*, 2006, vol. 37, no. 4, pp. 538-545. DOI
11. Huang C.K., Yang S.Y. Study on accuracy of angled advanced composite tools. *Mater. Manuf. Process.*, 1997, vol. 12, no. 3, pp. 473-486. DOI
12. Radford D.W., Rennick T.S. Separating sources of manufacturing distortion in laminated composites. *J. Reinf. Plast. Comp.*, 2000, vol. 19, no. 8, pp. 621-641. DOI
13. Albert C., Fernlund G. Spring-in and warpage of angled composite laminates. *Compos. Sci. Technol.*, 2002, vol. 62, no. 14, pp. 1895-1912. DOI
14. Tarsha-Kurdi K.E., Olivier P. Thermoviscoelastic analysis of residual curing stresses and the influence of autoclave pressure on these stresses in carbon/epoxy laminates. *Compos. Sci. Technol.*, 2002, vol. 62, no. 4, pp. 559-565. DOI
15. Holmberg J.A. *Proceedings of the 19th International SAMPE European Conference of the Society for the Advancement of Material and Process Engineering, Paris, France, April 22-24, 1998*, pp. 621-632.
16. Shardakov I.N., Matveenko V.P., Pistsov N.V., Begishev V.P. Simulation of thermomechanical processes in crystallizing polymer. *Polym. Eng. Sci.*, 1997, vol. 37, no. 8, pp. 1270-1279. DOI
17. Zav'yalova T.G., Trufanov N.A. Constitutive relations for a viscoelastic body under crystallization conditions. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2005, vol. 46, no. 4, pp. 523-530. DOI
18. Smetannikov O.Y., Trufanov N.A. Numerical analysis of technological and residual stresses in vitrified media. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2008, vol. 1, no. 1, pp. 92-108. DOI
19. Matveenko V.P., Smetannikov O.Yu., Trufanov N.M., Shardakov I.N. *Termomekhanika polimernykh materialov v usloviyakh relaksatsionnogo perekhoda* [Thermomechanics of polymeric materials in conditions of relaxation transition]. Moscow: Fizmatlit, 2009. 176 p.
20. Tikhomirova K.A., Trufanov N.A., Shardakov I.N. Numerical and experimental study of thermomechanical behavior of glassy polymers in the case of large deformations. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2013, vol. 6, no. 4, pp. 475-482. DOI
21. Simon S.L., McKenna G.B., Sindt O. Modeling the evolution of the dynamic mechanical properties of a commercial epoxy during cure after gelation. *J. Appl. Polym. Sci.*, 2000, vol. 76, no. 4, pp. 495-508. DOI
22. Swanberg J.M. *Predictions of Manufacturing Induced Shape Distortions – high performance thermoset composites*. PhD Dissertation, Lulea: Lulea University of Technology, 2002. 131 p. (URL: <http://epubl.ltu.se/1402-1544/2002/40/LTU-DT-0240-SE.pdf>).
23. Belov D.A., Makarenko I.V., Dunaev A.V., Babkin A.V., Solopchenko A.V., Yablokova M.Y., Kepman A.V., Tretyakov A.V., Ulyanov A.V., Gromashev A.G. Curing processes simulation of complex shape carbon fiber reinforced composite components produced by vacuum infusion. *Polym. Compos.*, 2015. DOI
24. Zarrelli M., Partridge I.K., D'Amore A. Warpage induced in bi-material specimens: Coefficient of thermal expansion, chemical shrinkage and viscoelastic modulus evolution during cure. *Compos. Part A-Appl. S.*, 2006, vol. 37, no. 4, pp. 565-570. DOI
25. Johnston A., Vaziri R., Poursartip A. A Plane Strain Model for Process-Induced Deformation of Laminated Composite Structures. *Journal of Composite Materials*, 2001, vol. 35, no. 16, pp. 1435-1469. DOI
26. Zobeiry N. *Viscoelastic constitutive models for evaluation of residual stresses in thermoset composites during cure*. PhD Dissertation, Vancouver: The University of British Columbia, 2006. 276 p.
27. Causse P., Ruiz E., Trochu F. Spring-in behavior of curved composites manufactured by Flexible Injection. *Compos. Part A-Appl. S.*, 2012, vol. 43, no. 11, pp. 1901-1913. DOI
28. Ushakov A.E., Safonov A.A., Sergeichev I.V., Konstantinov A.Yu., Antonov F.K. Modeling process-induced deformations of structural elements made of composite materials. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2014, vol. 43, no. 1, pp. 36-41. DOI
29. Nielsen M.W., Hattel J.H., Andersen T.L., Branner K., Nielsen P.H. experimental determination and numerical modelling of process induced strains and residual stresses in thick glass/epoxy laminate. *Proceedings of the 15th European Conference on Composite Materials (ECCM 15), 24-28 June, 2012, Venice, Italy*. 1 USB, 2012, 6 p.
30. Kim Y.K., White S.R. Viscoelastic analysis of processing-induced residual stresses in thick composite laminates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 1997, vol. 4, no. 4, pp. 361-387. DOI
31. Yi S., Hilton H.H., Ahmad M.F. Cure-cycle simulations of composites with temperature- and cure-dependent anisotropic viscoelastic properties and stochastic delaminations. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 1998, vol. 5, no. 1, pp. 81-101. DOI
32. Hwang H.Y., Kim Y.K., Kwon Y.D., Choi W. Thermo-viscoelastic residual stress analysis of metal liner-inserted composite cylinders. *KSME International Journal*, 2003, vol. 17, no. 2, pp. 171-180. DOI
33. Zocher M.A., Groves S.E., Allen D.H. A three-dimensional finite element formulation for thermoviscoelastic orthotropic media. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 1997, vol. 40, no. 12, pp. 2267-2288. DOI
34. D'Amato E. Numerical modeling and experimental studies for shape and dimensional control in the curing process of textile composites. *Compos. Struct.*, 2007, vol. 81, no. 1, pp. 11-20. DOI
35. Huang X., Gillespie J.W., Bogetti T. Process induced stress for woven fabric thick section composite structures. *Compos. Struct.*, 2000, vol. 49, no. 3, pp. 303-312. DOI
36. Jun L., Feng Y.X., Hua L.Y., Zhi C.Z., Jun K.Z., Cai H.X., Di D. Thermo-viscoelastic analysis of the integrated T-shaped composite structures. *Compos. Sci. Technol.*, 2010, vol. 70, no. 10, pp. 1497-1503. DOI



37. Mulle M., Collombet F., Olivier P., Grunevald Y.-H. Assessment of cure residual strains through the thickness of carbon–epoxy laminates using FBGs, Part I: Elementary specimen. *Compos. Part A-Appl. S.*, 2009, vol. 40, no. 1, pp. 94-104. DOI
38. Konstantinov A.Yu., Safonov A.A. Mathematical modeling of residual technological deformation of complex cross-section profiles during pultrusion of the polymeric composite materials. *Problemy prochnosti i plastichnosti – Problems of Strength and Plasticity*, 2014, vol. 76, no. 4, pp. 310-319.
39. Fernlund G., Osooly A., Poursartip A., Vaziri R., Courdji R., Nelson K., George P., Hendrickson L., Griffith J. Finite element based prediction of process-induced deformation of autoclaved composite structures using 2D process analysis and 3D structural analysis. *Composite Structures*, 2003, vol. 62, no. 2, pp. 223-234. DOI
40. Pobedrya B.E. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of composite materials]. Moscow: Moscow State University, 1984. 336 p.
41. Semmler E., Michaeli W., Maurer S. Simulation of shrinkage and warpage for complex compression-moulded parts with reinforced thermoplastic material. *Proceedings of the 42nd International SAMPE Symposium and Exhibition, Anaheim, California, May 4-8, 1997. Vol. 42, pp. 1426-1438.*

Поступила в редакцию 25.12.2015; опубликована в электронном виде 30.06.2016

---

*Сведения об авторах*

Козлов Михаил Владимирович, асп., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова (МГУ), 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1; e-mail: my\_skyline@mail.ru

Шешенин Сергей Владимирович, дфмн, проф., зам. зав. каф., МГУ; e-mail: sheshenin@mech.math.msu.su

Макаренко Ирина Витальевна, кфмн, снс, Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (НИИЯФ МГУ), 119234, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2; e-mail: makarenkoirina@gmail.com

Белов Дмитрий Александрович, кхн, снс, МГУ; e-mail: studd\_belov@list.ru