

DOI: [10.7242/1999-6691/2016.9.2.12](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2016.9.2.12)

УДК 536.25

ТЕЧЕНИЕ КОЛЛОИДА В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ПРИ ПОДОГРЕВЕ СБОКУ

И.Н. Черепанов

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация

На основе численного моделирования изучено влияние седиментации на конвективные течения коллоидных жидкостей, заполняющих подогреваемую сбоку горизонтальную ячейку. Решение системы нелинейных уравнений производилось методами конечных разностей с использованием явных схем. Обнаружено три конвективных режима, отличающихся пространственной структурой и поведением во времени. Переход между режимами сопровождается скачком безразмерного теплового потока. Приведены бифуркационные диаграммы режимов конвекции (зависимости интенсивности теплового потока от числа Релея). Показано, что при малом градиенте температуры существует слабое течение коллоидной суспензии, интенсивность которого на несколько порядков ниже течения в однородной жидкости при тех же параметрах. В течении со слабой интенсивностью концентрация перераспределяется так, что градиент плотности становится практически вертикальным, а тепловой поток в направлении поперек слоя при этом отсутствует. Переход от слабого течения к сильному, одновихревому, заполняющему всю ячейку, происходит жестким образом. Для порога перехода от слабого течения к интенсивному получена зависимость от числа Больцмана, характеризующего степень гравитационной стратификации. Еще одно течение — трехвихревое, имеющее промежуточную интенсивность, возникает при уменьшении числа Релея. Для всех обнаруженных типов течений демонстрируются поля функций тока и концентраций.

Ключевые слова: коллоид, конвекция, седиментация, метод конечных разностей, концентрационная конвекция

COLLOID FLOW IN A HORIZONTAL CELL SUBJECTED TO HEATING FROM SIDEWALL

I.N. Cherepanov

Perm State University, Perm, Russian Federation

The influence of sedimentation on the convective flow of colloidal liquids filling a horizontal cell subjected to heating from sidewall is considered. The system of nonlinear equations is solved by the finite-difference method using explicit schemes. Three convective modes differing in the spatial structure and temporal behavior are distinguished. The transition between modes is accompanied by a jump in a dimensionless heat flux. Bifurcation diagrams for convective regimes are given. It is shown that at low temperature gradient there is a weak movement of a colloidal suspension, whose intensity is a few orders of magnitude smaller than that of the flow in a homogeneous fluid at equal parameters. In the flow of weak intensity, the concentration is redistributed so that the density gradient becomes substantially vertical, and the heat flux across the layer is absent. The transition from weak to strong current proceeds abruptly. A relationship between the threshold of transition from weak to intensive flow and the Boltzmann number characterizing the degree of gravitational stratification is determined. Another three-roll flow with intermediate intensity occurs as the Rayleigh number decreases. Stream-function and concentration fields are obtained for all the types of flows.

Key words: colloid, convection, sedimentation, finite-difference method, solutal convection

1. Введение

В бинарных смесях, как молекулярных, так и коллоидных, наблюдается большое количество конвективных течений различной сложности [1–13]. Отличительными особенностями коллоидных смесей по отношению к молекулярным растворам является малый коэффициент диффузии, а также наличие гравитационной стратификации примесных частиц. В последнее десятилетие большое внимание уделяется исследованию коллоидных бинарных смесей [5–12, 14], в частности феррожидкостей (магнитных коллоидов) [8, 11–12].

При рассмотрении конвекции коллоида в замкнутой полости, когда все границы считаются твердыми и не проницаемыми для вещества, полагается, что неоднородность распределения примеси может быть вызвана воздействием нескольких механизмов: магнетофореза [8], гравитационного осаждения [6–7, 9–11, 15], термодиффузионного разделения [6, 7, 9–12]. Малые значения коэффициента диффузии, характерные для коллоидных жидкостей, обуславливают большие времена протекания процессов [15], что осложняет проведение как реальных [6], так и численных [10] экспериментов, поскольку установление течения может занимать продолжительное время.

Несмотря на большой объем исследований по данной тематике не существует единого мнения о влиянии того или иного явления на конвекцию. В условиях реального эксперимента присутствуют несколько факторов, благоприятствующих разделению смеси. При подогреве снизу данные факторы могут как усиливать [6, 10], так и компенсировать друг друга [16], что в значительной мере затрудняет анализ экспериментальных данных.

Теоретическое исследование взаимодействия термодиффузии и седиментации при подогреве снизу, когда сегрегационные силы коллинеарны, проделано в работе [16]. Показано, что конвективные свойства системы зависят от соотношения параметров термодиффузионного и гравитационного механизмов

разделения смеси. При положительной термодиффузии механизмы, вызывающие неоднородность концентрации, могут конкурировать между собой. Эффекты термодиффузии и седиментации способны полностью скомпенсировать друг друга при определенных условиях.

Методы математического моделирования позволяют изучить вклад каждого эффекта в отдельности, что дает возможность получить большее понимание конвективных процессов в коллоидной жидкости. Включением в модель слагаемых, характеризующих сегрегационный процесс, можно установить влияние каждого из них в отдельности, а также изучить их взаимодействие.

При численном моделировании конвекции на расчетный метод накладывается требование соблюдения закона сохранения массы. Как известно, при конечно-разностной дискретизации уравнений законы сохранения могут частично нарушаться [17]. При рассмотрении поведения системы при больших временах малые ошибки могут накапливаться и создавать заметное отклонение средней массы примеси от задаваемой в начальный момент времени. Это особенно важно при учете гравитационной стратификации потока, так как она пропорциональна полной концентрации примеси.

Кроме существенной разницы в значениях коэффициентов переноса (коэффициентах температуропроводности и диффузии), решения задач для тепловых и концентрационных полей отличаются типом граничных условий. Так, для концентрации на твердой границе ставится условие типа Неймана, а для температуры — условие Дирихле. Вследствие этого формируются дополнительные механизмы, вызывающие неустойчивость [18].

В данной работе проводится исследование конвекции при подогреве жидкости сбоку. Образующийся поток концентрации, обусловленный гравитационной стратификацией, перпендикулярен тепловому градиенту.

При боковом подогреве жидкости нарушается условие отсутствия конвекции [19], и механическое равновесие становится невозможным. При сколь угодно малой разности температур на боковых стенках возникает адвективное течение. При наличии примеси неоднородность плотности, вызванная концентрационным расширением, может частично компенсировать тепловое расширение, при этом результирующий градиент плотности может быть практически вертикальным.

2. Постановка задачи

Рассмотрим горизонтально ориентированную плоскую ячейку высотой d и длиной L_x (Рис. 1). Ячейка заполнена жидкостью с примесью коллоидных частиц и находится в поле силы тяжести g . Границы ячейки являются твердыми и идеально теплопроводными. На вертикальных границах поддерживаются постоянные температуры T_1 и T_2 .

Неоднородность концентрации в коллоидах может создаваться двумя механизмами: гравитационной стратификацией коллоида и эффектом термодиффузии Соре. Ввиду сложности течений, наблюдаемых в реальных экспериментах, довольно трудно определить вклад каждого из механизмов разделения смеси в изменение структуры течения. Математическое моделирование позволяет изучить данные эффекты индивидуально. В настоящей работе влияние механизма термодиффузии исключается из обсуждения, и исследуется только гравитационная стратификация.

В основу математической модели положим уравнения конвекции бинарной смеси в приближении Буссинеска, в котором предполагается линейная зависимость плотности от температуры и концентрации:

$$\rho = \rho_0 (1 - \alpha \delta T + \beta \delta C),$$

где ρ_0 — средняя плотность; $\delta T = T - T^*$ и $\delta C = C - C^*$ — отклонения температуры и массовой концентрации тяжелой компоненты от средних значений $T^* = (T_1 + T_2)/2$ и C^* ; α , β — коэффициенты теплового и концентрационного расширения соответственно.

Используем безразмерные переменные на основе следующих масштабов: расстояния — высоты ячейки d ; времени — d^2/χ ; скорости — d/χ ; температуры — $\bar{\theta} = (T_1 - T_2)d/L_x$; давления — $\rho \chi^2/d^2$; концентрации — C^*d/l_s (где χ — коэффициент температуропроводности, $l_s = k_B T^*/(\Delta \rho V g)$ — седиментационная длина [10], k_B — постоянная Больцмана, $\Delta \rho$ — разность плотности частиц и среды-носителя, V — объем частицы).

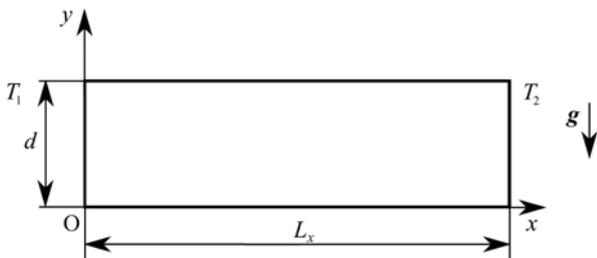


Рис. 1. Схема к постановке задачи

Система уравнений свободной тепловой конвекции суспензии в приближении Буссинеска [20] с учетом седиментации [9, 10], представленная в терминах функции тока и вихря скорости, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) &= \text{Pr} \Delta \varphi - \text{Pr} \left(\text{Ra} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \text{B} \frac{\partial C}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) &= \Delta \theta, \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial y} \right) &= \text{Le} \nabla \left(\nabla C + \frac{1}{l} C \mathbf{n}_g \right), \\ \varphi &= \Delta \psi, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{n}_g — единичный вектор, направленный вдоль силы тяжести. Функция тока связана со скоростью соотношениями:

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Здесь приняты обозначения: $\theta = T - T^*$ — отклонение температуры от среднего значения; C — полная концентрация; ψ — функция тока; φ — функция вихря скорости; $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля (где ν — коэффициент кинематической вязкости); $\text{Le} = D/\chi$ — число Льюиса (здесь D — коэффициент диффузии); $\text{Ra} = g\beta\bar{\theta}d^3/(\nu\chi)$ — число Релея; $\text{B} = g\beta C^*d^4/(\nu\chi l_s)$ — число Больцмана; $l = l_s/d$ — безразмерная длина седиментации; Δ — двумерный оператор Лапласа; ∇ — векторный дифференциальный оператор.

Запишем граничные условия:

$$\begin{aligned} \psi(x, 0) &= \psi(x, 1) = 0, \\ \psi(0, y) &= \psi(L, y) = 0, \\ \theta(x, 0) &= \theta(x, 1) = L/2 - x, \\ \theta(0, y) &= L/2; \quad \theta(L, y) = -L/2, \\ \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{1}{l}C &= 0 \quad \text{при } y = 0, 1, \\ \frac{\partial C}{\partial x} &= 0 \quad \text{при } x = 0, L. \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим ячейку с аспектным отношением $L = L_x/d = 4$. Начальные распределения температуры и концентрации зададим следующими:

$$\theta = L/2 - x, \quad (3)$$

$$C_0 = \frac{e^{-y/l}}{e^{-1/l} - 1}. \quad (4)$$

Здесь e — основание натурального логарифма.

Для функции тока выберем нулевое начальное значение во всех внутренних точках ячейки. Так как процессы переноса тепла протекают намного быстрее, нежели процессы перераспределения концентрации, положим, что начальный прогрев жидкости происходит мгновенно. Отметим также, что течение будем моделировать на временах порядка нескольких тысяч тепловых единиц времени, поэтому начальное распределение температуры не должно сказаться на конечном виде течения.

Градиент концентрации, вызванный гравитационной стратификацией частиц в поле силы тяжести, описывается числом Больцмана (B), которое зависит от размеров ячейки как d^4 . Таким образом, изменяя размеры ячейки, можем изменять концентрационный градиент, а, следовательно, и интенсивность влияния стратификации на конвективные течения.

3. Метод решения

Система уравнений (1) с граничными условиями (2) решалась методом конечных разностей. Так как для концентрации задавались граничные условия Неймана на всех границах, применение неявных схем, базирующихся на методе прогонки, было в таком случае невозможным [17]. Поэтому алгоритм

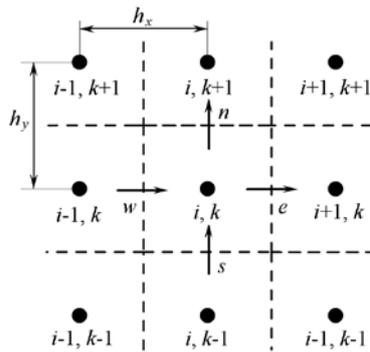


Рис. 2. Схема конечных объемов

для описания схем с высокой степенью точности. Стоит отметить, что схемы с высоким порядком аппроксимации [22, 23] оказались не эффективными ввиду большой нерегулярности искомых функций. Простые явные схемы нуждались в построении очень подробных сеток.

Для выхода из данной проблемы дискретизация уравнения эволюции концентрации проводилась методом конечных объемов [17]. Особенность метода заключается в специальном способе аппроксимации пространственных производных. Следуя идее метода, область моделирования разбивалась на конечные объемы, центры которых совпадали с узлами расчетной сетки (Рис. 2). Изменение полной массы примеси в элементарном объеме равнялось разности втекающих и вытекающих через границы потоков:

$$C^{t+\Delta t} \cdot V - C^t \cdot V = \frac{h_y}{2}(q_s - q_n) + \frac{h_x}{2}(q_w - q_e).$$

При этом потоки на границах w , s объемов, находящихся внутри ячейки, определялись так:

$$\begin{aligned} q_{i,k}^w &= v_{i,k}^w \left(\frac{C_{i,k} + C_{i+1,k}}{2} \right) - \text{Le} \frac{C_{i+1,k} - C_{i,k}}{h_x}, \\ q_{i,k}^s &= \left(v_{i,k}^s - \frac{\text{Le}}{l} \right) \left(\frac{C_{i,k} + C_{i,k-1}}{2} \right) - \text{Le} \frac{C_{i,k} - C_{i,k-1}}{h_y}, \\ v_{i,k}^w &= \frac{1}{2} \left(\frac{\Psi_{i,k+1} - \Psi_{i,k-1}}{2h_y} + \frac{\Psi_{i+1,k+1} - \Psi_{i+1,k-1}}{2h_y} \right), \\ v_{i,k}^s &= \frac{1}{2} \left(\frac{\Psi_{i+1,k} - \Psi_{i-1,k}}{2h_x} + \frac{\Psi_{i+1,k-1} - \Psi_{i-1,k-1}}{2h_x} \right), \\ q_{i,k}^e &= -q_{i+1,k}^w \quad q_{i,k+1}^n = -q_{i,k}^s. \end{aligned}$$

Для сохранения средней концентрации примеси потоки в объемах на границе рассчитывались также методом конечных объемов. При этом пограничные объемы были вдвое меньше, чем внутренние.

Вычислительный алгоритм реализован на языке FORTRAN. Для сокращения времени счета программа распараллеливалась согласно стандарту OpenMP на три потока, расчеты осуществлялись при помощи многоядерного процессора Intel Core i7 4790k.

Полученные результаты показали, что метод конечных объемов устойчив в большом диапазоне параметров. Результаты были получены на сетке, содержащей 265×65 узлов. При верификации задачи применялась сетка с числом узлов 384×97.

4. Анализ результатов

Возникновение течения в слое жидкости сопровождалось кризисом теплопередачи. Величина безразмерного теплового потока, проходящего через единицу длины верхней границы ячейки, определялась по формуле:

$$Q = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w dx,$$

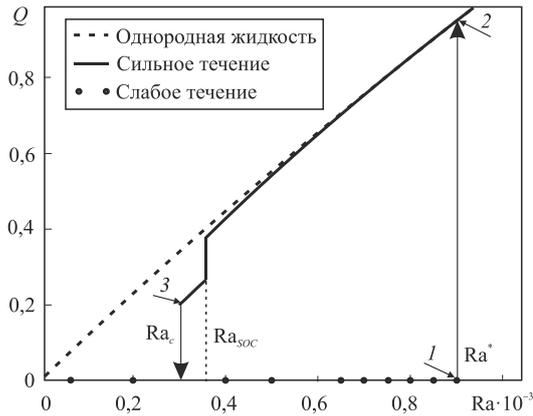


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма: штриховая линия – однородная жидкость; сплошная линия – коллоид при $B = 1,1 \cdot 10^4$

испытанных экспериментально [6, 14]. Несмотря на существенную разницу в размере и типе частиц, параметры гравитационного разделения (B , l) у исследованных коллоидов оказались аналогичными. Это обусловлено тем, что влияние стратификации на конвекцию зависит не только от размеров частиц примеси, но и от разности плотностей жидкости-носителя и коллоидных частиц. В работе [14] рассматриваются частицы размером 65 нм, при этом разность плотностей составляет $\Delta\rho = 0,056 \text{ г/см}^3$, для жидкости же эти параметры, соответственно, — 22 нм и $\Delta\rho = 1 \text{ г/см}^3$ [6]. Однако седиментационная длина имеет близкие значения 0,95 см (см. [6]) и 0,74 см (см. [14]).

Обнаружено, что в стратифицированной коллоидной жидкости при малых числах Релея течение обладает слабой интенсивностью, в нем, по существу, не происходит конвективный теплоперенос через горизонтальные границы ячейки. Так, при $Ra = 300$ в однородной жидкости безразмерный тепловой поток равняется $Q = 0,3$, в коллоиде при том же числе Релея и $B = 1,1 \cdot 10^4$ он практически отсутствует: $Q = 7 \cdot 10^{-9}$. Течение малой интенсивности наблюдается при условии $Ra < Ra^*$. Числу $B = 1,1 \cdot 10^4$ отвечает

где $(\partial T / \partial y)_w$ — градиент температуры на верхней горизонтальной границе w . Зависимость теплопотока Q от интенсивности нагрева Ra для различных типов конвективных режимов приведена на бифуркационной диаграмме $Q(Ra)$ (Рис. 3). Для сравнения на этом же рисунке пунктирной линией отображена зависимость $Q(Ra)$ для однородной жидкости. Важно отметить, что, как известно из [19], при продольном градиенте температуры в однородной жидкости невозможно установление состояния механического равновесия, при котором жидкость покоится.

Расчеты производились при следующих значениях параметров: $Pr = 10$; $Le = 1,5 \cdot 10^{-4}$; $l = 6$; $B = 1,1 \cdot 10^4$. Выбранные значения характерны для коллоидных растворов,

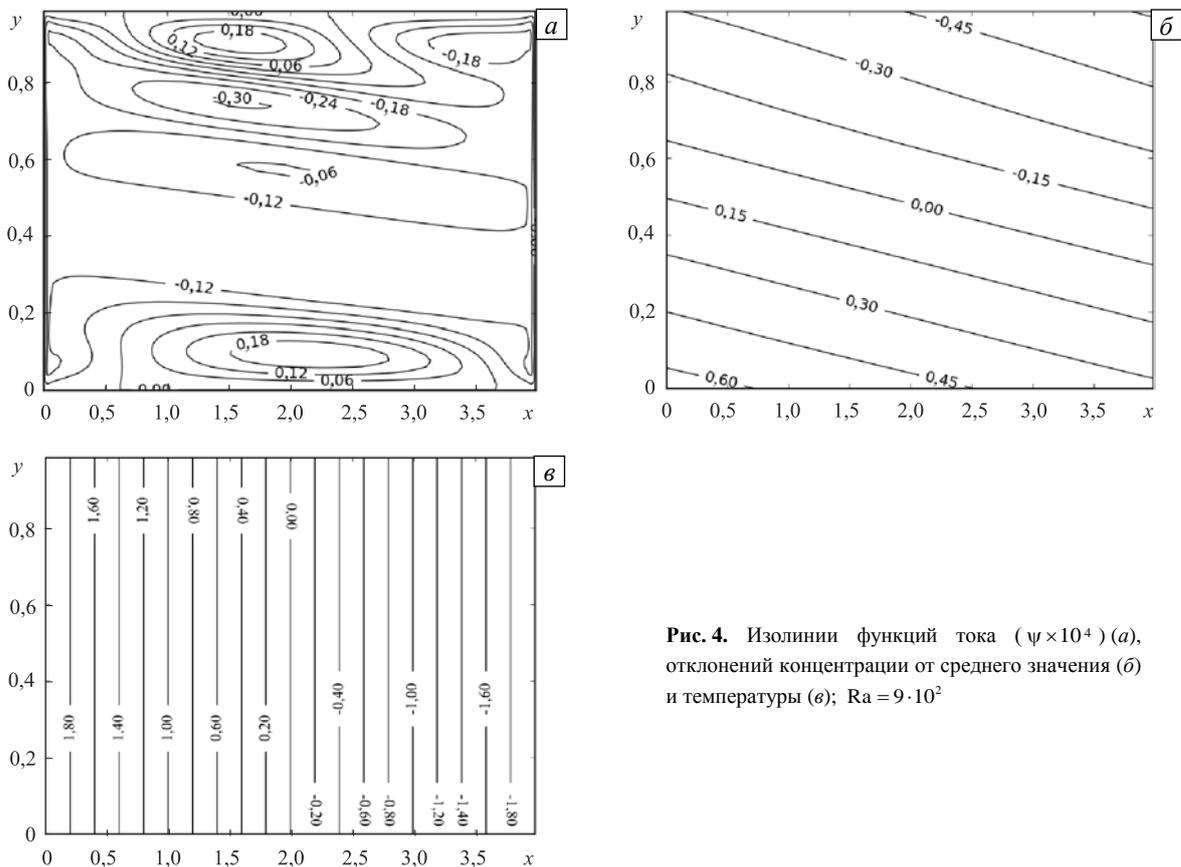


Рис. 4. Изолинии функций тока ($\psi \times 10^4$) (а), отклонений концентрации от среднего значения (б) и температуры (в); $Ra = 9 \cdot 10^2$

пороговое число Релея $Ra^* = 9 \cdot 10^2$. При $Ra > Ra^*$ развивается течение большой интенсивности, похожее на течение однородной жидкости.

Изолинии полей функции тока и концентрации для установившегося слабого течения представлены на рисунке 4. Так как значение функции тока мало, на рисунке приведены величины $\psi \times 10^4$. Данное течение соответствует точке 1 на рисунке 3. Возникающее течение приносит со дна ячейки к горячей стенке жидкость с большей концентрацией примеси. Подобным образом изменение плотности за счет теплового расширения компенсируется увеличением концентрации тяжелых частиц.

За счет слабого течения в коллоиде появляется продольный градиент концентрации, и плотность в горизонтальном направлении приближается к однородной. Ввиду малой интенсивности течения практически не происходит как конвективное перемешивание примеси, так и конвективный теплоперенос. При этом характерная разность концентраций довольно высока и близка к распределению в отсутствие течения. При $Ra > Ra^*$ слабое течение становится неустойчивым, и возникает сильное течение.

Стационарная однородная конвекция, подобная течению однородной жидкости, наблюдается при больших числах Релея: $Ra > Ra_{soc}$. Для значения $B = 1,1 \cdot 10^4$ порог ее существования — это $Ra_{soc} = 3,6 \cdot 10^2$. Время установления стационарного режима составляет порядка $t = 5 \cdot 10^2$ относительных единиц. Напомним, что в качестве масштаба времени выбрано характерное время протекания тепловых процессов (тепловое время) — d^2/χ . Ввиду большой интенсивности течения осуществляется сильное конвективное перемешивание коллоида. Поле концентрации и изолинии функции тока приведены на рисунке 5 (течение соответствует точке 2 рисунка 3). Отклонение концентрации от среднего значения намного меньше, чем при слабом течении. Распределение примеси становится практически однородным, что и определяет похожесть конвективного течения и течения однородной жидкости.

При понижении числа Релея стационарное течение теряет устойчивость и при $Ra > Ra_{soc}$ переходит в нестационарный режим. Смена режимов сопровождается скачком безразмерного теплового потока (см. Рис. 3, вертикальная пунктирная линия). Изолинии отклонения концентрации от среднего значения, функций тока и температуры для $Ra = 3,1 \cdot 10^2$ (точка 3 на рисунке 3) содержит рисунок 6. В данном режиме наблюдаются два крупных вихря разного размера (Рис. 6а). Как видно (Рис. 6б), поле температуры искажается слабо. Течение поднимает тяжелую примесь со дна ячейки и проносит ее вдоль верхней границы. Таким образом, на верхней границе имеет место повышение концентрации тяжелой компоненты, что создает опускное течение вблизи центра ячейки. Стоит отметить, что внутри больших вихрей концентрация является практически однородной, но различной для левого и правого вихрей. На рисунке 6б

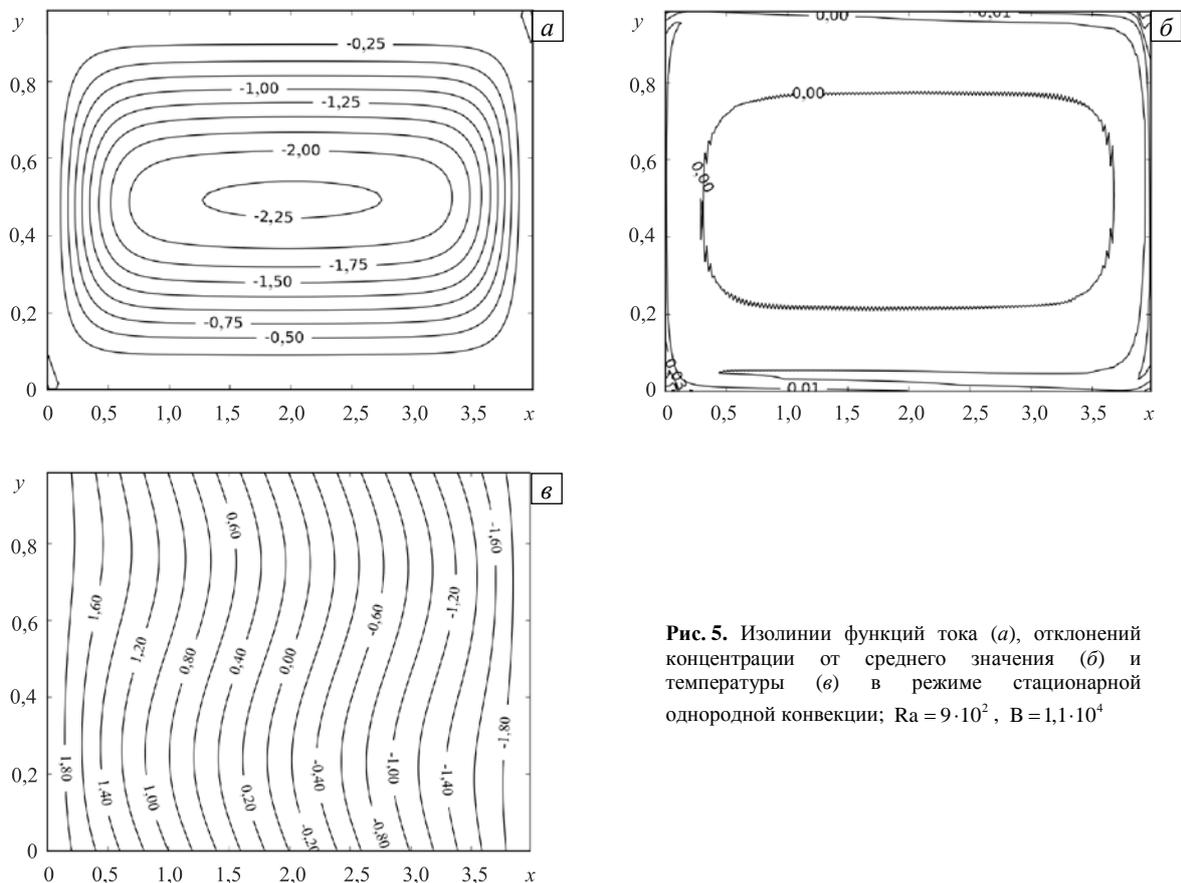


Рис. 5. Изолинии функций тока (а), отклонений концентрации от среднего значения (б) и температуры (в) в режиме стационарной однородной конвекции; $Ra = 9 \cdot 10^2$, $B = 1,1 \cdot 10^4$

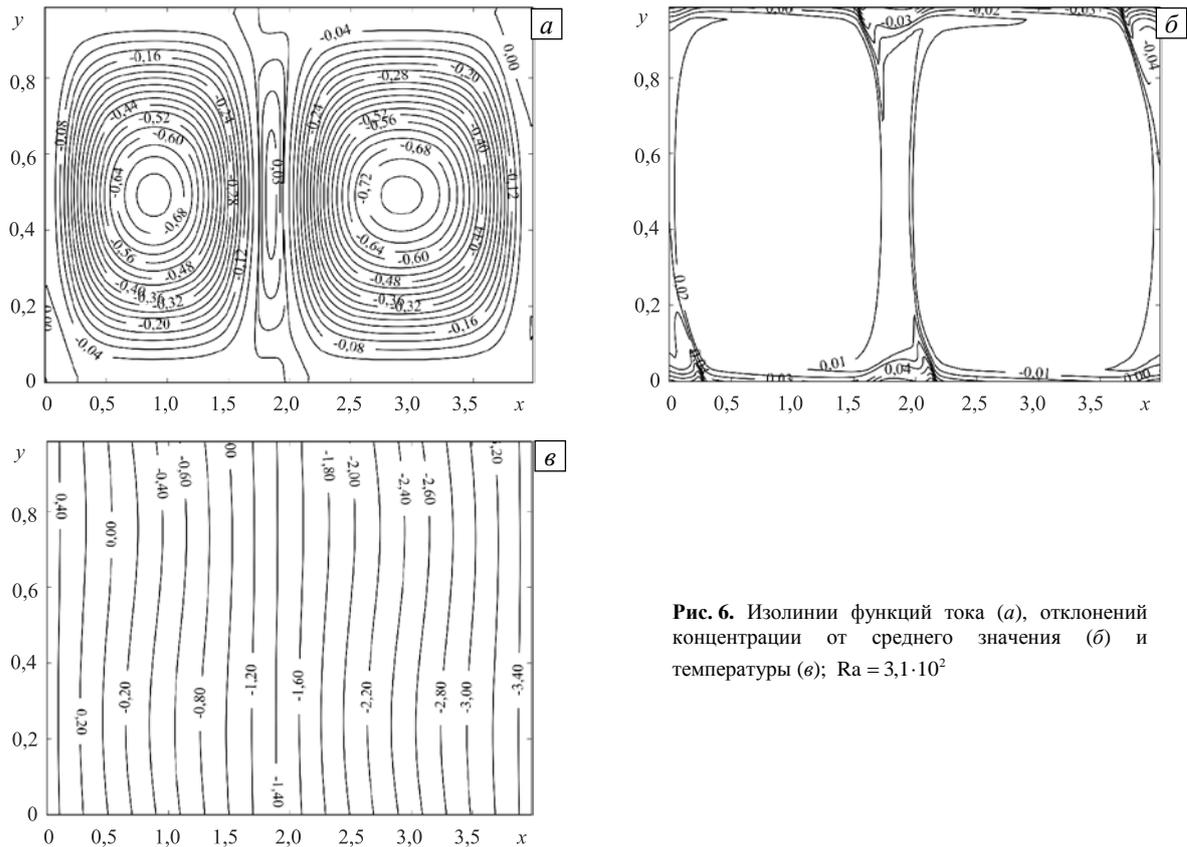


Рис. 6. Изолинии функций тока (а), отклонений концентрации от среднего значения (б) и температуры (в); $Ra = 3,1 \cdot 10^2$

изолинии отклонения концентрации от среднего значения внутри левого вихря соответствует значение 0,01, а внутри правого — $-0,01$. Неоднородности подобного рода, несмотря на столь малые значения, могут сказываться на структуре течения. Это обусловлено большим значением параметра B , характеризующего влияние седиментации. Если говорить в терминах реальных параметров, то это обуславливается тем, что коэффициент концентрационного расширения β в несколько раз превышает коэффициент теплового расширения α . То есть, малые неоднородности концентрации вызывают существенные неоднородности плотности в конвективном течении.

Поведение во времени функции тока в фиксированной точке с координатами $(2,6; 0,5)$ показано на рисунке 7. Видно, что функция тока остается практически неизменной в течение длительного промежутка времени, затем происходит резкий скачок, соответствующий прохождению вихря через фиксированную точку. Период скачкообразных изменений течения зависит от величины числа Рейлея. При Ra , близком к Ra_{SOC} , эти изменения учащаются, а моменты времени, при которых функция тока в фиксированной точке остается постоянной, отсутствуют.

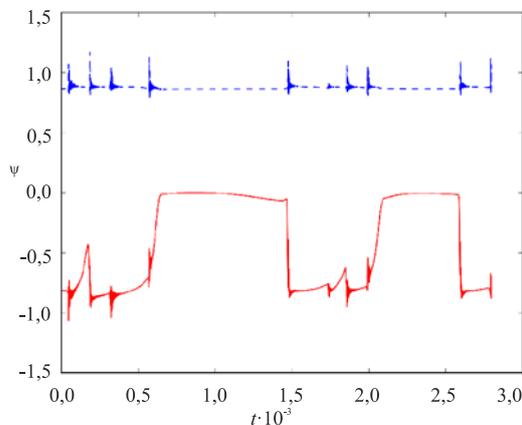


Рис. 7. Поведение максимального значения функции тока (пунктирная линия) и функция тока в фиксированной точке (сплошная линия) в зависимости от времени при $Ra = 3,4 \cdot 10^2$, $B = 1,1 \cdot 10^4$

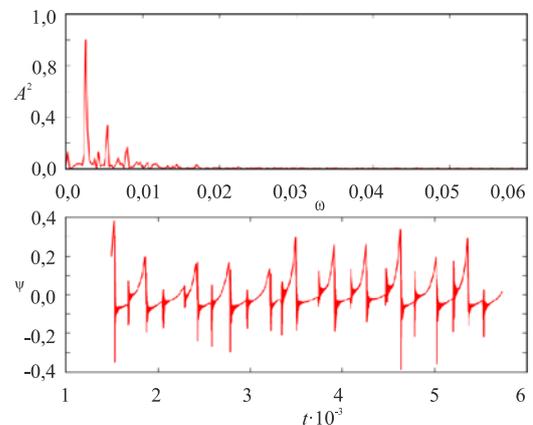


Рис. 8. Поведение во времени значения функции тока в фиксированной точке и соответствующий спектр Фурье при $Ra = 3,5 \cdot 10^2$, $B = 1,1 \cdot 10^4$

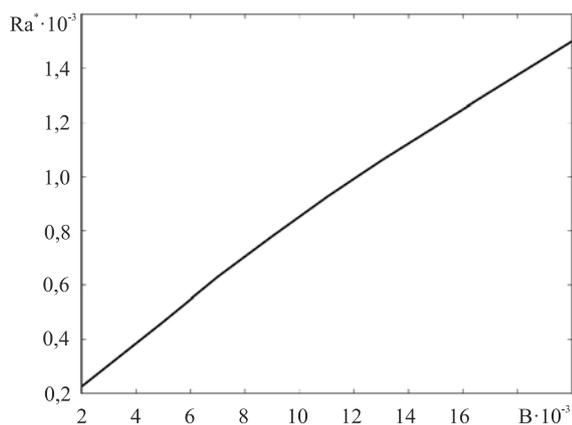


Рис. 9. Зависимость порогового числа Ra^* от B

5. Выводы

В работе рассмотрены конвективные течения коллоидной жидкости в замкнутой ячейке, подогреваемой сбоку. Обнаружено, что при малых числах Релея в стратифицированном коллоиде имеет место слабое течение, при котором тепловой поток поперек слоя отсутствует. При значении числа Релея, большем некоторого порогового Ra^* , слабое течение становится неустойчивым, и образуется сильное течение. Найдена зависимость порога существования сильных течений от числа Больцмана.

При понижении числа Релея и достижении им значения $Ra = Ra_{soc}$ режим стационарной однородной конвекции переходит в колебательный с двумя крупными вихрями. Данный переход сопровождается скачком теплового потока.

В интервале значений числа Релея от Ra_c до Ra^* наблюдается гистерезис конвективных режимов. То есть может присутствовать как сильное, так и слабое течение. Реализация того или иного течения зависит от начальных условий. Оказалось, что слабое конвективное течение является устойчивым при $Ra < Ra_c$.

Обнаружены два режима конвекции, которые не выявлены в однородной жидкости: слабый режим, при котором отсутствует конвективная теплопередача, и сильный — колебательный — режим с двумя крупными вихрями. Стационарная однородная конвекция, характерная для течений при больших числах Релея, похожа на конвекцию, свойственную однородной жидкости.

Построена бифуркационная диаграмма режимов конвекции коллоидной суспензии, определены границы устойчивости течений. Получены амплитуды (интенсивность) конвективного движения и характеристики структур течения в зависимости от интенсивности нагрева.

Автор выражает свою благодарность проф. Смородину Б.Л. за полезные обсуждения и ценные комментарии.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты №14-01-31299-мол_а, №14-01-96027-р_урал_а).

Литература

1. Cross M.C., Hohenberg P.C. Pattern formation outside of equilibrium // Rev. Mod. Phys. – 1993. – Vol. 65. – P. 851-1112. DOI
2. Platten J.K., Legros J.C. Convection in liquids. – Springer-Verlag, 1984. – 680 p.
3. Бирух П.В., Рудаков П.Н. Влияние интенсивности адсорбционно-десорбционных процессов на концентрационную конвекцию около капли в горизонтальном канале // Вычисл. мех. сплош. сред.– 2010. – Т. 3, № 1. – С. 24-31. DOI
4. Smorodin B.L., Lücke M. Convection in binary fluid mixtures with modulated heating // Phys. Rev. E. – 2009. – Vol. 79. – 026315. DOI
5. Smorodin B.L., Myznikova B.I., Legros J.C. Evolution of convective patterns in a binary-mixture layer subjected to a periodical change of the gravity field // Phys. Fluids. – 2008. – Vol. 20. – 094102. DOI
6. Donzelli G., Cerbino R., Vailati A. Bistable heat transfer in a nanofluid // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 102. – 104503. DOI
7. Bernardin M., Comitani F., Vailati A. Tunable heat transfer with smart nanofluids // Phys. Rev. E. – 2012. – Vol. 85. – 066321. DOI

Зависимость от времени функции тока в фиксированной точке и соответствующий спектр Фурье A^2 приведены на рисунке 8. Амплитуда гармоник при Фурье разложении нормировалась на значение максимальной амплитуды. Основная гармоника в спектре Фурье имеет значение $\omega = 2,6 \cdot 10^{-3}$. Подобное конвективное течение наблюдалось в работе [24].

При $Ra < Ra_c$ устойчивых сильных течений не обнаружено, то есть течение ведет себя как слабое, описанное выше. Зависимость числа Ra^* , определяющего порог устойчивости слабого течения относительно бесконечно малых возмущений, приведена на рисунке 9. С увеличением числа Больцмана (B) пороговое число Релея Ra^* увеличивается практически линейно.

8. Shliomis M.I., Smorodin B.L., Kamiyama S. The onset of thermomagnetic convection in stratified ferrofluids // *Philos. Mag.* – 2003. – Vol. 83, no. 17-18. – P. 2139-2153. DOI
9. Shliomis M.I., Smorodin B.L. Onset of convection in colloids stratified by gravity // *Phys. Rev. E.* – 2005. – Vol. 71. – 036312. DOI
10. Smorodin B.L., Cherepanov I.N., Myznikova B.I., Shliomis M.I. Traveling-wave convection in colloids stratified by gravity // *Phys. Rev. E.* – 2011. – Vol. 84. – 026305. DOI
11. Ryskin A., Pleiner H. Influence of sedimentation on convective instabilities in colloidal suspensions // *Int. J. Bifurcation Chaos.* – 2010. – Vol. 20, no. 2. – P. 225-234. DOI
12. Bozhko A.A., Bulychov P.V., Putin G.F., Tynjala T. Spatio-temporal chaos in colloid convection // *Fluid Dynamics.* – 2007. – Vol. 42, no. 1. – P. 24-32. DOI
13. Любимова Т.П., Зубова Н.А. Устойчивость механического равновесия тройной смеси в квадратной полости при вертикальном градиенте температуры // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 200-207. DOI
14. Winkel F., Messlinger S., Schöpf W., Rehberg I., Siebenbürger M., Ballauff M. Thermal convection in a thermosensitive colloidal suspension // *New J. Phys.* – 2010. – Vol. 12. – 053003. DOI
15. Raikher Yu.L., Shliomis M.I. On the kinetics of establishment of the equilibrium concentration in a magnetic suspension // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1993. – Vol. 122, no. 1-3. – P. 93-97. DOI
16. Smorodin B.L., Cherepanov I.N. Convection of colloidal suspensions stratified by thermodiffusion and gravity // *The Eur. Phys. J. E.* – 2014. – Vol. 37. – P. 118. DOI
17. Роч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
18. Ингель Л.Х. Механизм конвективной неустойчивости бинарной смеси у вертикальной поверхности // *Журнал технической физики.* – 2009. – Том 79, № 2. – С. 43-47. (English version DOI).
19. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. – М.: Наука, 1989. – 320 с.
20. Шапошников И.Г. К теории конвективных явлений в бинарной смеси // *ПММ.* – 1953. – Том. 17, № 5. – С. 604-606.
21. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1977. – 456 с.
22. Липанов А.М., Карсканов С.А. Применение схем высокого порядка аппроксимации при моделировании процессов торможения сверхзвуковых течений в прямоугольных каналах // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2013. – Т. 6, № 3. – С. 292-299. DOI
23. Толстых А.И. Компактные разностные схемы и их применение в задачах аэрогидродинамики. – М.: Наука, 1990. – 230 с.
24. Глухов А.Ф., Демин В.А. Тепловая конвекция бинарных смесей в вертикальных слоях и каналах при подогреве снизу // *Вестник пермского университета. Серия: Физика.* – 2009. – № 27(1). – С. 16-26.

References

1. Cross M.C., Hohenberg P.C. Pattern formation outside of equilibrium. *Rev. Mod. Phys.*, 1993, vol. 65, pp. 851-1112. DOI
2. Platten J.K., Legros J.C. *Convection in liquids*. Springer-Verlag, 1984. 680 p.
3. Birikh R.V., Rudakov R.N. The effect of intensity of a adsorption-desorption processes on the solutal convection near the surface of a drop in a horizontal channel. *Vychisl. meh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2010, vol. 3, no. 1, pp. 24-31 DOI
4. Smorodin B.L., Lücke M. Convection in binary fluid mixtures with modulated heating. *Phys. Rev. E.*, 2009, vol. 79, 026315. DOI
5. Smorodin B.L., Myznikova B.I., Legros J.C. Evolution of convective patterns in a binary-mixture layer subjected to a periodical change of the gravity field. *Phys. Fluids*, 2008, vol. 20, 094102. DOI
6. Donzelli G., Cerbino R., Vailati A. Bistable heat transfer in a nanofluid. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, vol. 102, 104503. DOI
7. Bernardin M., Comitani F., Vailati A. Tunable heat transfer with smart nanofluids. *Phys. Rev. E*, 2012, vol. 85, 066321. DOI
8. Shliomis M.I., Smorodin B.L., Kamiyama S. The onset of thermomagnetic convection in stratified ferrofluids. *Philos. Mag.*, 2003, vol. 83, no. 17-18, pp. 2139-2153. DOI
9. Shliomis M.I., Smorodin B.L. Onset of convection in colloids stratified by gravity. *Phys. Rev. E*, 2005, vol. 71, 036312. DOI
10. Smorodin B.L., Cherepanov I.N., Myznikova B.I., Shliomis M.I. Traveling-wave convection in colloids stratified by gravity. *Phys. Rev. E*, 2011, vol. 84, 026305. DOI
11. Ryskin A., Pleiner H. Influence of sedimentation on convective instabilities in colloidal suspensions. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 2010, vol. 20, no. 2, pp. 225-234. DOI
12. Bozhko A.A., Bulychov P.V., Putin G.F., Tynjala T. Spatio-temporal chaos in colloid convection. *Fluid Dynamics*, 2007, vol. 42, no. 1, pp. 24-32. DOI
13. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Stability of ternary mixtures mechanical equilibrium in a square cavity with vertical temperature gradient. *Vychisl. meh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 2, pp. 200-207. DOI
14. Winkel F., Messlinger S., Schöpf W., Rehberg I., Siebenbürger M., Ballauff M. Thermal convection in a thermosensitive colloidal suspension. *New J. Phys.*, 2010, vol. 12, 053003. DOI
15. Raikher Yu.L., Shliomis M.I. On the kinetics of establishment of the equilibrium concentration in a magnetic suspension. *J. Magn. Magn. Mater.*, 1993, vol. 122, no. 1-3, pp. 93-97. DOI
16. Smorodin B.L., Cherepanov I.N. Convection of colloidal suspensions stratified by thermodiffusion and gravity. *The Eur. Phys. J. E*, 2014, vol. 37, pp. 118. DOI
17. Roache P.J. *Computational fluid dynamics*. Hermosa Publishers, 1976. 446 p.

18. Ingel L.Kh. Convective instability mechanism for a binary mixture at a vertical surface. *Technical Physics*, 2009, vol. 54, no. 2, pp. 204-209. DOI
19. Gershuni G.Z., Zhukhovitsky E.M., Nepomnyashchy A.A. *Ustojchivost' konvektivnykh techenij* [Stability of convective flows]. Moscow: Nauka, 1989. 320 p.
20. Shaposhnikov I.G. *K teorii konvektivnykh yavlenij v binarnoj smesi* [On the theory of convective phenomena in a binary mixtures]. *Prikladnaya matematika i mekhanika – J. Appl. Math. Mech.*, 1953, vol 17, no. 5, pp. 604-606.
21. Marchuk G.I. *Methods of numerical mathematics*. New York: Springer-Verlag, 1982. 510 p.
22. Lipanov A.M., Karskanov S.A. Application of high-order schemes for modeling the process of braking of supersonic flows in rectangular channels. *Vychisl. mekh. splosh. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2013, vol. 6, no. 3, pp. 292-299. DOI
23. Tolstykh A.I. *Kompaktnye raznostnye skhemy i ikh primenenie v zadachakh aerogidrodinamiki* [Compact difference schemes and their application to problems of aerodynamics]. Moscow: Nauka, 1990. 230 p.
24. Gluhov A.F., Demin V.A. *Teplovaya konvektsiya binarnykh smesey v vertikal'nykh sloyakh i kanalakh pri podogreve snizu* [Heat convection in binary mixtures of vertical layers and channels at heating from below]. *Vestnik PGU. Seriya: Fizika. – Bulletin of Perm State University. Series: Physics*, 2009, vol. 27(1), pp. 16-26

Поступила в редакцию 14.12.2015; опубликована в электронном виде 30.06.2016