

DOI: [10.7242/1999-6691/2016.9.1.9](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2016.9.1.9)

УДК 539.3:539.4

## ВЫБОР КРИТЕРИЯ КОНСТРУКЦИОННОЙ ПРОЧНОСТИ НЕОДНОРОДНОГО КВАРЦЕВОГО СТЕРЖНЯ НА ОСНОВЕ НАТУРНЫХ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

А.Н. Труфанов, Ю.И. Лесникова, Н.А. Труфанов, О.Ю. Сметанников

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация*

Рассматривается проблема оценки прочностных свойств конструкций из неоднородно легированных кварцевых стекол на примере силового цилиндрического стержня, являющегося элементом заготовки для вытяжки оптического волокна типа «Panda». Методика разработки критериев для этих целей основана на сочетании вычислительных и натуральных экспериментов. В этом случае критериальные характеристики косвенно принимают во внимание множество факторов, сложно поддающихся описанию и влияющих на прочность; среди них: масштабный фактор, неоднородность легирования, разброс физико-механических свойств, влияние технологических операций на качество обработки поверхностей; формирование поверхностных и внутренних дефектов; технологические остаточные напряжения и другое. Для проверки прочности изделия последовательно решены следующие задачи: численно найдены технологические остаточные напряжения в готовых стержнях с учетом неоднородности термомеханических характеристик; проведены натурные испытания по нагружению серии стержней до разрушения по схеме трехточечного изгиба; выполнено численное прогнозирование напряженно-деформированного состояния стержней (включающего остаточные напряжения) в условиях эксперимента на разрушение; проанализированы расчетные поля напряжений и деформаций в стержне, соответствующие действию разрушающей нагрузки, замеренной в натурном эксперименте. В результате получено, что в качестве критерия конструкционной прочности неоднородно легированного кварцевого стержня можно использовать критерий максимальных главных деформаций, который дает достаточно хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных. У заготовки для силового стержня оптического волокна определена конкретная величина предельной растягивающей деформации, а также внутри стержня установлена зона возникновения максимальных деформаций (на границе легированной области и области чистого кварца), которая служит источником начала и развития системы трещин в заготовке.

*Ключевые слова:* критерии прочности, конструкционная прочность, натуральный эксперимент, кварцевые стекла, метод конечных элементов

## SELECTION OF A STRUCTURAL STRENGTH CRITERION FOR INHOMOGENEOUS SILICA ROD ON THE BASIS OF FULL-SCALE AND COMPUTATIONAL EXPERIMENTS

A.N. Trufanov, Yu.I. Lesnikova, N.A. Trufanov and O.Y. Smetannikov

*Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation*

We consider the problem of estimating the strength properties of heterogeneously doped silica glass structures by the example of a stress applying rod for preform of the Panda-type polarization-maintaining optical fiber. The methodology of structural strength criteria selection is based on a combination of computational and full-scale experiments. In this case, the criteria characteristics indirectly take into account many difficult-to-measure factors that affect the strength of structures: scale factor, doping inhomogeneity, dispersion of strength, influence of technological operations on the quality of surface treatment and formation of surface and internal defects, technological residual stresses, etc. To analyze the strength of the article consistently, we have solved the following problems. Residual stresses in the rods were determined numerically taking into account the heterogeneity of thermo-mechanical characteristics. Full-scale three-point bending experiments on loading rods to fracture were performed. The stress-strain state of rods (including residual stress) was predicted during the fracture experiment. The calculated stress and strain fields corresponding to the action of the fracture load measured in the experiment were analyzed. It has been found that, as a criterion of the structural strength of inhomogeneously doped silica rod, a criterion of maximum principal strains can be used which gives a fairly good agreement with experimental data. For preform of the stress applying rod for the Panda-type polarization-maintaining optical fiber, a specific value for ultimate tensile strain was determined, and the area of maximum deformation at the interface between doped area and pure silica, which is the source of initiation and formation of cracks, was identified.

*Key words:* strength criterion, constructional strength, full-scale experiment, silica glass, finite elements method

### 1. Введение

Ответственные изделия из кварцевых стекол широко используются в современных приборах и устройствах как промышленного, так и бытового назначения, и сфера их практического применения расширяется. Проблеме прочности кварцевых стекол посвящены многочисленные исследования разных лет, обобщенные в работах [1, 2], монографиях [3, 8] и справочниках [9, 10]. Установлено, что на прочностные свойства огромное влияние оказывают следующие факторы: качество обработки поверхности; наличие или отсутствие поверхностных дефектов и микротрещин, возникающих при производстве или эксплуатации изделий; инородные включения; атомная структура стекла; условия окружающей среды (температура и влажность); масштаб образца (средняя прочность стекла уменьшается при увеличении размеров изделия, так как возрастает вероятность появления поверхностных дефектов); уровень остаточных напряжений. Например, предел прочности на растяжение изменяется от 20...70 МПа у массивных кварцевых заготовок (стержней, трубок с характерными радиусами около  $10^{-2}$  м) до 1...5 ГПа у кварцевых волокон (с характерными радиусами порядка  $10^{-4}$  м). Единой теории, объясняющей влияние

различных факторов на прочность стекла на сегодняшний день не построено. Общим недостатком известных теорий разрушения является необходимость переноса параметров разрушения, полученных на образцах, на натурные изделия [7], которые, как правило, эксплуатируются в сложнапряженном состоянии, испытывают случайные перегрузки, колебания температуры и изменения внешней среды [2].

Решение проблемы оценки прочностных свойств конструкций из кварцевых стекол испытывает еще большие затруднения при применении многокомпонентных составов (легированных кварцевых стекол), в которых составляющие неоднородно распределены в объеме изделия. Поэтому большой интерес представляет разработка критериев оценки прочности для конкретных конструкций на основе натуральных экспериментов. При этом критериальные характеристики косвенно учитывают множество факторов, сложно поддающихся учету и влияющих на прочность, а именно: зависимость термомеханических и прочностных характеристик от неоднородного легирования; недостаточно точную информацию о количественном составе многокомпонентных стекол; влияние технологических операций на качество обработки поверхностей и формирование поверхностных и внутренних дефектов; технологические остаточные напряжения и другое.

В данной статье приводятся результаты исследования конструкционной прочности цилиндрического неоднородно легированного кварцевого стержня — элемента заготовки для вытяжки оптического волокна типа «Panda». Методика разработки прочностного критерия включает последовательное решение следующих задач:

- определение структуры неоднородного легирования стержней по данным экспериментальных оптических измерений;
- численное нахождение технологических остаточных напряжений в готовых стержнях с учетом неоднородности термомеханических характеристик;
- проведение натуральных испытаний по нагружению стержней до разрушения по схеме трехточечного изгиба с замером прогибов;
- численное прогнозирование напряженно-деформированного состояния стержней, включающего остаточные напряжения, в условиях эксперимента на разрушение;
- подтверждение корректности задания физико-механических свойств неоднородно легированных стержней на основе сравнения расчетных и замеренных экспериментально прогибов;
- выбор критериальной прочностной характеристики, исходя из анализа расчетных полей напряжений и деформаций в стержне, соответствующих действию разрушающей нагрузки, замеренной в натурном эксперименте.

## 2. Объект исследования

Исследуемый конструктивный элемент заготовки для вытяжки анизотропного кварцевого оптического волокна типа «Panda» представляет собой сплошной цилиндрический стержень, изготовленный по стандартной технологии MCVD (модифицированный метод высокотемпературного химического осаждения из газовой фазы на опорную кварцевую трубку). Такой стержень принято называть «силовым», его назначение — формирование в светопроводящей жиле оптического волокна анизотропии полей внутренних напряжений для обеспечения разности показателей преломления материала в ортогональных направлениях, при этом, чем выше реализуемая разность главных напряжений в светопроводящей жиле волокна, тем больше двулучепреломление. Силовой стержень выглядит как длинный трехслойный цилиндр из неоднородно легированного по радиусу материала (характерные размеры: диаметр около 1 см, длина около 1 м). Внутренний слой  $V_1$  состоит из кварцевого стекла, легированного оксидом бора, второй

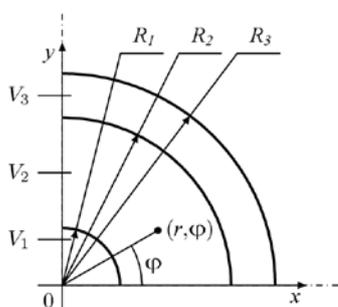


Рис. 1. Схема поперечного сечения силового стержня.

$$V_1: \mu_{\text{B}_2\text{O}_3} \text{B}_2\text{O}_3 : (1 - \mu_{\text{B}_2\text{O}_3}) \text{SiO}_2,$$

$$V_2: \mu_{\text{B}_2\text{O}_3} \text{B}_2\text{O}_3 : \mu_{\text{P}_2\text{O}_5} \text{P}_2\text{O}_5 : (1 - \mu_{\text{B}_2\text{O}_3} - \mu_{\text{P}_2\text{O}_5}) \text{SiO}_2,$$

$$V_3: \text{SiO}_2$$

слой  $V_2$  — из кварцевого стекла, легированного оксидами бора и фосфора, внешний  $V_3$  — из чистого кварцевого стекла (Рис. 1). Легирование кварцевого стекла этими добавками существенно увеличивает коэффициент его линейного температурного расширения, снижает вязкость и температуру стеклования [9].

В начале процесса изготовления силовых стержней осуществляется высокотемпературное химическое осаждение легирующих элементов из паровой фазы на внутреннюю поверхность кварцевых труб (метод MCVD), после чего трубка «схлопывается», то есть превращается в монолитный стеклянный цилиндр, путем разогрева до 2100°C в пламени газовой горелки. В дальнейшем стержень охлаждается на воздухе до температуры окружающей среды. С холодного силового стержня плавиковой кислотой полностью или

частично стравливаются наружные (нелегированные) слои. Затем силовые стержни с зазором вставляются в заготовку для вытяжки оптического волокна, производится разогрев заготовки выше температуры размягчения и вытяжка волокна. При проектировании силового стержня необходимо выбрать зависимость концентрации легирующих добавок от радиуса, обеспечивающую максимальную температурную деформацию стержня при соблюдении условий сохранения прочности на протяжении всего процесса охлаждения заготовки.

На анализаторе преформ Photon Kinetics 2600 были измерены профили показателей преломления вдоль радиальных сечений изготовленного силового стержня. Значения показателя преломления кварцевого стекла связаны с его химическим составом, и, следовательно, коррелируют со степенью легирования. Таким образом, по известной проектной зависимости легирования от радиуса и измеренному профилю показателя преломления исследуемого образца, можно определить границы оптических сред, которые будут совпадать с границами разных по составу стекол. Серия таких измерений в радиальных сечениях, выполненная для разных углов в одном фиксированном поперечном сечении образца, позволила с помощью аппроксимирующих соотношений описать зависимость степени легирования от координат.

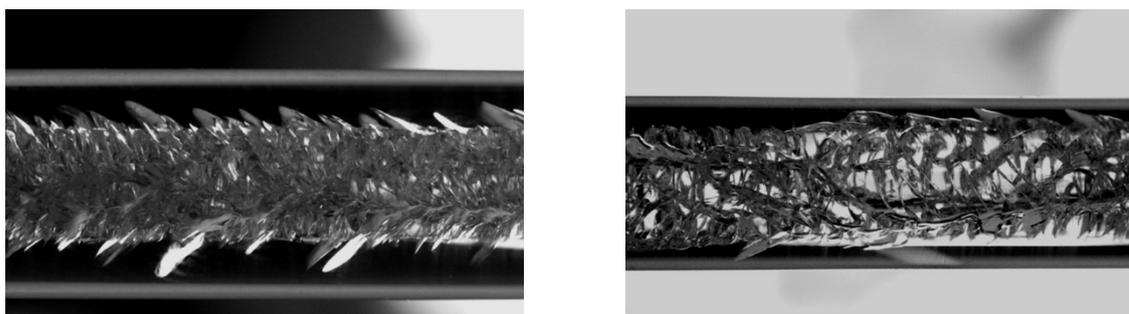


Рис. 2. Типичные картины разрушения легированного ядра кварцевого силового стержня

В работе [11] был проведен численный расчет остаточных напряжений в процессе охлаждения заготовки силового стержня, и установлено, что основное влияние на поля остаточных напряжений оказывает концентрация легирующего элемента. Из-за действия неоднородных температурных полей, несовместности температурных деформаций неоднородно легированных областей, терморелаксационных переходов, происходящих вследствие неоднородного легирования в различных температурных диапазонах, при изготовлении в стержне формируются высокие уровни полей остаточных напряжений. Напряжения таковы, что могут привести к разрушению стержня в процессе создания, транспортировки или хранения. Производственный опыт свидетельствует, что разрушение от остаточных напряжений начинается во внутренних легированных областях и иногда там локализуется (Рис. 2), а временами случается полное разрушение изделия.

### 3. Численное определение полей технологических остаточных напряжений

Поля остаточных напряжений в силовом стержне формируются на одном из заключительных этапов изготовления, а именно при охлаждении после консолидации или схлопывании трубки с нанесенными на внутреннюю поверхность слоями кварцевого стекла с легирующими добавками. Начальные температуры этого технологического процесса соответствуют диапазону температур стеклования чистого кварцевого стекла и размягченному состоянию стекла с легирующими добавками, поэтому охлаждение сопровождается релаксационным переходом (стеклованием), происходящим в зависимости от степени легирования и скорости охлаждения в своем диапазоне температур. Учет особенностей термомеханического поведения легированных кварцевых стекол производился с помощью определяющих соотношений термовязкоупругости максвелловского типа с вязкостью, зависящей от температуры и степени легирования, возможность применения которых подробно обсуждалась в работе [12].

Для постановки задачи определения остаточных напряжений в данном случае достаточно рассмотреть одномерное осесимметричное приближение поля температур и обобщенной плоской деформации, так как геометрия, физико-механические свойства и условия охлаждения изделия обладают осевой симметрией и не изменяются вдоль осевой координаты, за исключением торцевых областей стержня. В реализованной схеме эксперимента по разрушению стержней (см. раздел 4) торцевые зоны практически не нагружены и из расчетной схемы могут быть исключены.

С учетом того, что в процессе охлаждения в изделии происходят в основном температурные деформации, которые невелики в связи с малостью коэффициента линейного температурного расширения (ЛКТР) кварцевых стекол ( $\alpha \approx 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ ), была принята гипотеза малых деформаций. Известно [13], что релаксационные переходы (стеклование или размягчение) не сопровождаются выделением или поглощением тепла. Кроме того, отсутствие источников тепла в материале, малость деформаций

и пренебрежимо малое диссипативное тепловыделение, позволяют разделить краевую задачу нестационарной теплопроводности и краевую задачу термомеханики по определению напряженно-деформированного состояния, поскольку в такой постановке они являются несвязанными. Задачу термомеханики достаточно рассмотреть при этом в квазистатической формулировке и считать, что механизмы теплообмена (конвективного, лучистого и диффузионного) протекают с относительно низкими скоростями и не способны вызвать существенные значения ускорений точек деформируемого стержня (силы инерции не принимаются во внимание).

Тогда в цилиндрической системе координат постановка задачи нестационарной теплопроводности будет включать:

– уравнение теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\kappa \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right), \quad r \in (0, R_3), \quad (1)$$

где  $c = c(\mu(r), T(r,t))$ ,  $\kappa = \kappa(\mu(r), T(r,t))$ ,  $\rho = \rho(\mu(r), T(r,t))$  — соответственно теплоемкость, теплопроводность и плотность материала, зависящие от температуры  $T(r,t)$  и концентрации легирующих добавок  $\mu(r) = \mu(\mu_1(r), \mu_2(r), \dots, \mu_n(r))$ ;  $R_3$  — радиус стержня;

– граничные условия

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right|_{r=0} &= 0, & 1 \\ -\kappa \left. \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right|_{r=R_3} &= h(T(R_3,t) - T_c) + \varepsilon\sigma_0(T(R_3,t)^4 - T_c^4), & 2 \end{aligned} \quad (2)$$

где первое слагаемое правой части (2)<sub>2</sub> описывает конвективный теплоперенос, а второе — лучистый теплообмен по закону Стефана–Больцмана,  $\varepsilon$  — коэффициент черноты,  $\sigma_0$  — постоянная Стефана–Больцмана,  $h$  — коэффициент теплоотдачи,  $T_c$  — температура окружающей среды;

– начальные условия

$$T(r,0) = T_0, \quad r \in [0, R_3]. \quad (3)$$

Квазистатическая краевая задача механики с учетом несущественности вклада массовых сил будет включать:

– уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_r(r,t)}{\partial r} + \frac{\sigma_r(r,t) - \sigma_\varphi(r,t)}{r} = 0, \quad r \in (0, R_3); \quad (4)$$

– геометрические соотношения

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(r,t) &= \frac{\partial u_r(r,t)}{\partial r}, & \varepsilon_\varphi(r,t) &= \frac{u_r(r,t)}{r}, & r \in (0, R_3), \\ \varepsilon_z(t) &= \text{const}, & r &\in [0, R_3]; \end{aligned} \quad (5)$$

– граничные условия

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_3,t) &= 0, \\ u_r(0,t) &= 0, \\ \int_0^{R_3} r\sigma_z(r,t)dr &= 0; \end{aligned} \quad (6)$$

определяющие соотношения максвелловского типа, обобщенные на случай сложного напряженного состояния:

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t) &= 2G\tilde{\varepsilon}_r(r,t) + \lambda\tilde{\Theta}(r,t), \\ \sigma_\varphi(r,t) &= 2G\tilde{\varepsilon}_\varphi(r,t) + \lambda\tilde{\Theta}(r,t), \\ \sigma_z(r,t) &= 2G\tilde{\varepsilon}_z(r,t) + \lambda\tilde{\Theta}(r,t). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь:  $r \in (0, R_3)$ ;  $\tilde{\varepsilon}_r(r, t) = \varepsilon_r(r, t) - \varepsilon_{Br}(r, t) - \varepsilon_T(r, t)$ ,  $\tilde{\varepsilon}_\varphi(r, t) = \varepsilon_\varphi(r, t) - \varepsilon_{B\varphi}(r, t) - \varepsilon_T(r, t)$ ,  $\tilde{\varepsilon}_z(r, t) = \varepsilon_z(r, t) - \varepsilon_{Bz}(r, t) - \varepsilon_T(r, t)$  — компоненты тензора упругих деформаций;  $\varepsilon_r(r, t)$ ,  $\varepsilon_\varphi(r, t)$ ,  $\varepsilon_z(r, t)$  — компоненты тензора полных деформаций  $\hat{\varepsilon}(r, t)$ ;  $\varepsilon_{B\varphi}(r, t)$ ,  $\varepsilon_{Br}(r, t)$ ,  $\varepsilon_{Bz}(r, t)$  — компоненты тензора вязких деформаций  $\hat{\varepsilon}_B(r, t)$ ;  $\varepsilon_T(r, t) = \int_{T_0}^T \alpha(\mu, T) dT$  — линейная температурная деформация, где  $\alpha = \alpha(\mu(r), T(r, t))$  — коэффициент температурного расширения материала,  $T_0$  — начальная температура, при которой предполагается отсутствие в теле напряжений, деформаций и их производных по времени;  $\tilde{\Theta}(r, t) = \tilde{\varepsilon}_r(r, t) + \tilde{\varepsilon}_\varphi(r, t) + \tilde{\varepsilon}_z(r, t)$  — первый инвариант тензора упругих деформаций;  $G = G(\mu(r), T(r, t))$  и  $\lambda = \lambda(\mu(r), T(r, t))$  — упругие параметры Ламе, зависящие от температуры  $T(r, t)$  и концентраций легирующих добавок  $\mu(r) = \mu(\mu_1(r), \mu_2(r), \dots, \mu_n(r))$ .

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{Br}(r, t) &= \frac{1}{\eta} (\sigma_r(r, t) - \sigma(r, t)), & \dot{\varepsilon}_{B\varphi}(r, t) &= \frac{1}{\eta} (\sigma_\varphi(r, t) - \sigma(r, t)), \\ \dot{\varepsilon}_{Bz}(r, t) &= \frac{1}{\eta} (\sigma_z(r, t) - \sigma(r, t)), & r &\in (0, R_3), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\dot{\varepsilon} = \partial \varepsilon / \partial t$ ;  $\sigma(r, t) = (\sigma_r + \sigma_\varphi + \sigma_z) / 3$  — среднее напряжение;  $\eta = \eta_0(\mu(r)) e^{K(\mu(r))/T(r, t)}$  — вязкость, зависящая от температуры и неоднородно распределенных по объему тела легирующих добавок. Компоненты девиатора тензора вязкой деформации, в силу того, что в расплавленном состоянии материал предполагается несжимаемой жидкостью ( $\varepsilon_{rB} + \varepsilon_{\varphi B} + \varepsilon_{zB} = 0$ ), равны соответствующим компонентам тензора вязких деформаций (8). При расчетах зависимости  $\alpha = \alpha(\mu(r), T(r, t))$ ,  $\eta_0(\mu(r))$ ,  $K(\mu(r))$  имели вид сплайн-интерполяций, полученных численно в результате обработки экспериментальных данных [9, 10, 14].

Для численного решения задачи нестационарной теплопроводности (1)–(3) использован метод конечных элементов (МКЭ) в традиционной реализации [15]. Для решения задачи термомеханики (4)–(8) выбран пошаговый метод. С этой целью в рассмотрение вводилась сетка на оси времени с узлами:  $t_0 = 0$ ,  $t_1, t_2, \dots, t_m, t_{m+1}, \dots$ . Тогда разностный аналог краевой задачи (4)–(8) с отысканием неизвестных на  $m$ -м временном слое по неявной схеме с итерационным уточнением на каждом шаге величин вязких деформаций согласно соотношениям (8) можно построить в следующем дискретном по времени виде:

$$\frac{\partial \sigma_r^{m(k)}(r)}{\partial r} + \frac{\sigma_r^{m(k)}(r) - \sigma_\varphi^{m(k)}(r)}{r} = 0, \quad r \in (0, R_3); \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^{m(k)}(r) &= \frac{\partial u_r^{m(k)}(r)}{\partial r}, & \varepsilon_\varphi^{m(k)}(r) &= \frac{u_r^{m(k)}(r)}{r}, & r &\in (0, R_3); \\ \varepsilon_z^{m(k)} &= \text{const}, & r &\in [0, R_3]; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^{m(k)}(R_3) &= 0, & u_r^{m(k)}(0) &= 0; \\ \int_0^{R_3} r \sigma_z^{m(k)}(r) dr &= 0; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^{m(k)}(r) &= 2G_m \tilde{\varepsilon}_r^{m(k)}(r) + \lambda_m \tilde{\Theta}^{m(k)}(r), & r &\in (0, R_3); \\ \sigma_\varphi^{m(k)}(r) &= 2G_m \tilde{\varepsilon}_\varphi^{m(k)}(r) + \lambda_m \tilde{\Theta}^{m(k)}(r), & r &\in (0, R_3); \\ \sigma_z^{m(k)}(r) &= 2G_m \tilde{\varepsilon}_z^{m(k)}(r) + \lambda_m \tilde{\Theta}^{m(k)}(r), & r &\in (0, R_3); \end{aligned} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{Bi}^{m(k)}(r) - \varepsilon_{Bi}^{m-1(k)}(r) = \frac{1}{\eta} (\sigma_i^{m(k-1)}(r) - \sigma^{m(k-1)}(r)) (t_m - t_{m-1}) \quad (i = r, \varphi, z), \quad r \in (0, R_3); \quad (13)$$

$$\varepsilon_T^m(r) = \int_{T_0}^{T_m} \alpha(T) dT, \quad \eta_m = \eta_0(r) e^{K(r)/T_m(r)}, \quad (14)$$

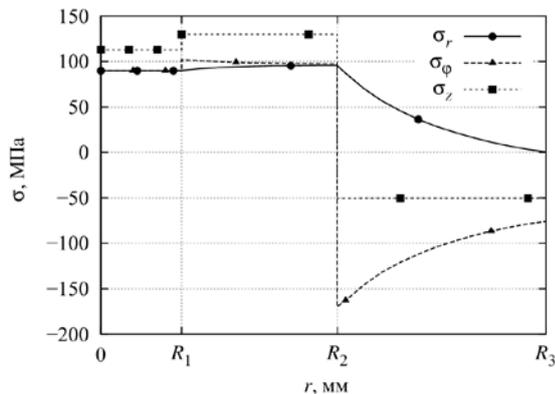
где  $k = 1, 2, 3, \dots$  — номер итерации при отыскании неизвестных на  $m$ -м слое. В качестве начальных значений неизвестных для итерационного процесса на  $m$ -м слое выбираются найденные значения на предыдущем  $(m-1)$ -м временном слое. Начальные по времени условия для всех величин определяются из условия естественного начального ненапряженного и недеформированного состояния.

Вычисления на каждой итерации  $m$ -го шага по времени в расчетной схеме (9)–(14) сводятся, по сути, к решению краевой задачи линейной термоупругости, реализуемой численно МКЭ. За остаточные напряжения принимаются  $\sigma_r(r, t_k)$ ,  $\sigma_\varphi(r, t_k)$ ,  $\sigma_z(r, t_k)$  — результаты решения задачи (9)–(14) на момент  $t_k$  полного окончания охлаждения стержня.

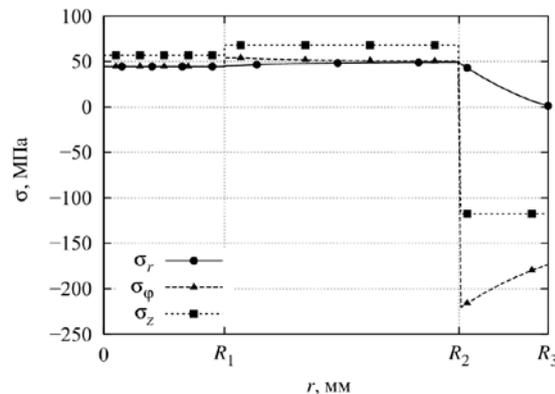
С помощью описанной математической модели установлены поля остаточных напряжений в исследуемых силовых стержнях, легированных оксидами бора —  $B_2O_3$ , и фосфора —  $P_2O_5$ . Концентрация легирующих элементов задавалась следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mu_{B_2O_3}, & \mu_2 &= 0, & r &\in (0, R_1), \\ \mu_1 &= \mu_{B_2O_3}, & \mu_2 &= \mu_{P_2O_5}, & r &\in (R_1, R_2). \end{aligned}$$

Для решения задачи нестационарной теплопроводности и краевой задачи термомеханики использовались кольцевые конечные элементы 1-го порядка, необходимая степень дискретизации по времени и радиусу подобралась опытным путем. Конечно-элементный аналог состоял из 300 элементов. Временная сетка включала 120 слоев разной величины (со сгущением в областях высоких температур и релаксационного перехода).



**Рис. 3.** Эпюры компонент тензора напряжений в образце № 5 при охлаждении его до температуры окружающей среды после операции консолидации (схлопывания)



**Рис. 4.** Эпюры компонент тензора напряжений в образце № 7 после стравливания слоев чистого кварцевого стекла

На рисунках 3, 4 представлены эпюры остаточных напряжений в двух образцах — № 5 и 7. Одним из заключительных этапов изготовления силовых стержней является стравливание или стачивание абразивами наружных слоев чистого кварцевого стекла, что при изготовлении анизотропного оптического волокна типа Panda позволяет разместить силовой стержень, а следовательно, и его легированную зону, ближе к светопроводящей жиле и обеспечить в ней большие напряжения. Образец № 5 — силовой стержень до стравливания, образец № 7 — силовой стержень, прошедший этап снятия части внешних слоев из чистого кварцевого стекла. Как видно из приведенных эпюр, за счет описанных выше механизмов в силовых стержнях формируются поля остаточных растягивающих напряжений достаточно высокого уровня. Если сравнивать их с известными значениями предела прочности на растяжение для массивных образцов из кварцевого стекла (20...70 МПа), то они превышают его как на этапе охлаждения после консолидации, так и после снятия внешних слоев чистого кварцевого стекла. Анализ результатов численного моделирования и сопоставление их с наблюдаемой картиной разрушения силовых стержней (Рис. 2) позволяет предположить, что наиболее опасное с точки зрения прочности напряженное состояние реализуется во внутренних областях силового стержня, потому что именно там локализуются максимальные растягивающие напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_z$ . На поверхности стержня за счет сжимающих напряжений  $\sigma_\varphi$  и  $\sigma_z$  формируются благоприятные с позиций прочности условия, поскольку такое напряженное состояние затрудняет формирование и рост микротрещин.

#### 4. Натурные эксперименты по разрушению стержней

Было проведено семь натурных экспериментов с двумя видами стержней: 1-й вид — стержень с частично стравленной кварцевой оболочкой со средним диаметром 6,9 мм; 2-й вид — стержень с кварцевой оболочкой, не подвергавшейся стравливанию, со средним диаметром 10 мм. Длина стержней варьировалась от 103 до 172 мм. Схема поперечного сечения стержней приведена на рисунке 1.

В таблице 1 представлена информация о всех стержнях. Здесь  $D'$  — диаметр, приведенный к диаметру наибольшего стержня;  $D'_{bp}$  — диаметр сердцевины, легированной  $V_2O_3$  и  $P_2O_5$ , приведенный к диаметру наибольшего стержня;  $L'$  — длина стержня;  $L$  базы — расстояние между опорами стержня;  $v_u$  — скорость нагружения;  $P_p$  — сила, при которой произошло разрушение стержня;  $U_s$  — перемещение, замеренное во время эксперимента;  $U_{расч}$  — перемещение, полученное в результате численного эксперимента.  $D'_b$  — диаметр сердцевины, легированной  $V_2O_3$ , приведенный к диаметру наибольшего стержня, который для всех рассмотренных стержней составлял 0,18.

Таблица 1. Геометрические параметры исследованных образцов

№ образца	$D'$	$D'_{bp}$	$L'$ , мм	$L$ базы, мм	$v_u$ , мм/мин	$P_p$ , Н	$U_s$ , мм	$U_{расч}$ , мм	$U_s/U_{расч}$ , %
1	0,669	0,529	115	73,1	0,01	315,02	0,417	0,356	17,09
2	0,664	0,528	103	74,0	0,10	280,47	0,456	0,338	34,96
3	0,667	0,529	172	126,0	0,10	186,16	1,104	1,041	6,08
4	0,664	0,525	140	126,7	0,10	186,60	1,110	1,079	2,92
5	1,000	0,532	125	87,0	0,10	1151,2	0,451	0,428	5,42
6	0,664	0,531	110	47,0	0,10	509,51	0,185	0,170	9,17
7	0,667	0,534	120	46,0	0,10	565,91	0,183	0,175	4,66

Испытания на изгиб проводились на установке Instron 8801 в Центре экспериментальной механики Пермского национального исследовательского политехнического университета с предельной нагрузкой 5 кН по схеме трехточечного изгиба (Рис. 5). Расстояние между опорами варьировалось от 40 до 120 мм. В качестве опор и нагружающего элемента использовались металлические цилиндры с вырезанной в них канавкой, чтобы избежать соскальзывания стержня с опоры. На все металлические элементы наносилась буферная прослойка из ленты ФУМ, по отпечатку на которой после проведения эксперимента можно было определить величину зоны контакта со стержнем. Перед использованием устройства осуществлялась проверка параллельности друг другу его верхних и нижних направляющих. Нагружение стержня происходило до момента разрушения с постоянной скоростью  $v_u$  в точке приложения силы. С нижней стороны стержня под местом приложения нагрузки устанавливался датчик перемещений, который фиксировал прогиб стержня. Также в процессе нагружения замерялась нагрузка, в том числе в момент разрушения.

В экспериментах все стержни доводились до разрушения, которое носило взрывообразный характер с разлетом на мелкие осколки. Все образцы теряли прочность одинаково, о чем свидетельствуют схожие картины систем трещин в уцелевших фрагментах (Рис. 6). Полученные зависимости «усилие–прогиб» вплоть до критических значений нагрузки приведены на рисунке 7. В испытаниях варьировалось



Рис. 5. Испытание силового стержня на трехточечный изгиб

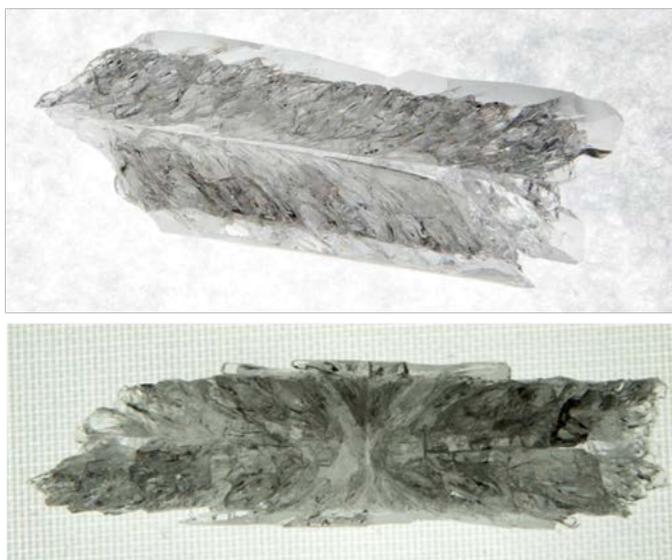


Рис. 6. Фрагменты разрушенного стержня

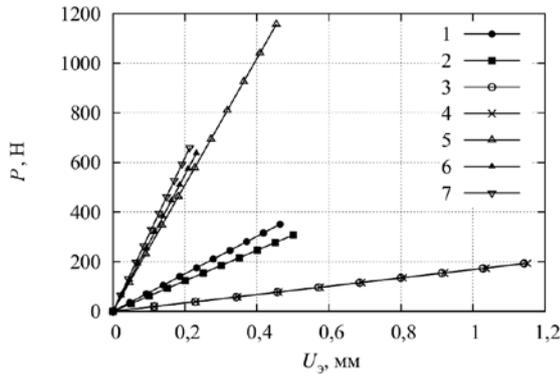


Рис. 7. Зависимость величины прогиба от прикладываемой нагрузки

расстояние между опорами (Табл. 1), что с учетом различия диаметров стержней и размеров легированных зон на момент разрушения приводило к возникновению разных по уровню полей напряжений. Делалось это специально, с целью выявления некоторой общей для всех стержней характеристики, которую можно принять в качестве критерия разрушения.

Удалось зафиксировать следующее: процесс разрушения во всех стержнях начинался от растянутой зоны в нижней части с формирования поперечной трещины в середине стержня с последующим появлением сетки вторичных трещин, расположенных под углом около 45° к образующей стержня. Картина трещин является характерной для случая разрушения стекол под действием остаточных напряжений [7].

### 5. Численное исследование напряженно-деформированного состояния стержней в условиях натурального эксперимента

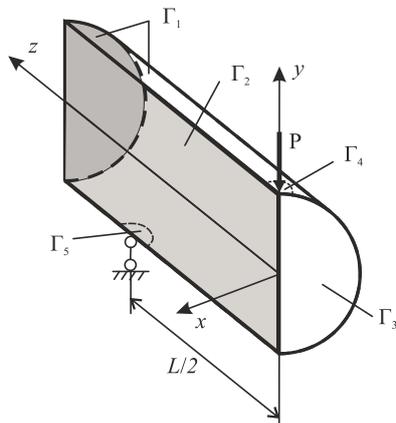


Рис. 8. Расчетная схема трехточечного изгиба силового стержня

Для анализа напряженно-деформированного состояния силового стержня в условиях трехточечного изгиба с учетом полей остаточных напряжений в силу его симметрии в декартовой системе координат рассмотрена только четвертая часть (Рис. 8), для которой сформулирована трехмерная краевая задача линейной теории упругости, включающая:

– уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad (x, y, z) \in V, \quad V = V_1 \cup V_2 \cup V_3; \quad (15)$$

– геометрические соотношения

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2, \quad (x, y, z) \in V; \quad (16)$$

– соотношения обобщенного закона Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda u_{k,k} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} + \sigma_{ij}^0, \quad (x, y, z) \in V; \quad (17)$$

– граничные условия

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} n_j &= 0, \quad (x, y, z) \in \Gamma_1, \\ u_z(x, y, 0) &= 0, \quad \tau_{xz}(x, y, 0) = \tau_{yz}(x, y, 0) = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_3, \\ u_x(0, y, z) &= 0, \quad \tau_{xz}(0, y, z) = \tau_{yz}(0, y, z) = 0, \quad (y, z) \in \Gamma_2, \end{aligned} \quad (18)$$

где индексы  $i, j, k$  пробегает значения  $x, y, z$ ;  $n_j$  — направляющие косинусы вектора нормали к поверхности  $\Gamma_1$ ,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Значения упругих параметров Ламе соответствуют законам неоднородного легирования  $G = G(\mu(r))$  и  $\lambda = \lambda(\mu(r))$  (см. разделы 2, 3).

Граничные условия для стержня (18) необходимо дополнить условиями отсутствия вертикальных перемещений в точке опирания с координатами  $(0, -R_3, L/2)$  и действия нагружающего сжимающего усилия величиной  $P/4$  в точке с координатами  $(0, R_3, 0)$ . Сосредоточенные воздействия в рамках теории упругости будут корректно заданными, если будут иметь вид:

$$u_y(x, y, z) = 0, \quad \tau_{xy}(x, y, 0) = \tau_{yz}(x, y, 0) = 0, \quad (x, y, z) \in \Gamma_5, \quad (19)$$

$$\sigma_y(x, y, z) = -p, \quad p = P/(4A), \quad \tau_{xy}(x, y, 0) = \tau_{yz}(x, y, 0) = 0, \quad (x, y, z) \in \Gamma_4, \quad (20)$$

где  $\Gamma_4$  и  $\Gamma_5$  — малые (в пренебрежении кривизной) контактные поверхности в окрестности, соответственно, точек  $(0, -R_3, L/2)$  и  $(0, R_3, 0)$ ,  $A$  — площадь поверхности  $\Gamma_4$  (площадь поверхностей находилась по замерам контактных отпечатков на опорных и нагружающих устройствах по итогам эксперимента на каждом стержне и в среднем составляла около  $1 \text{ мм}^2$ ).

Остаточные технологические напряжения  $\sigma_r(r)$ ,  $\sigma_\varphi(r)$ ,  $\sigma_z(r)$ ,  $\tau_{r\varphi} = \tau_{rz} = \tau_{z\varphi} = 0$ , которые были определены в разделе 3 в рамках одномерного осесимметричного приближения в цилиндрической системе координат, преобразовывались в компоненты тензора  $\sigma_{ij}^0$  в декартовых координатах согласно соотношениям [16]:

$$\begin{aligned} \sigma_x^0 &= \sigma_r \cos^2 \varphi + \sigma_\varphi \sin^2 \varphi, & \sigma_y^0 &= \sigma_r \sin^2 \varphi + \sigma_\varphi \cos^2 \varphi, & \sigma_z^0 &= \sigma_z, \\ \tau_{xy}^0 &= (\sigma_r - \sigma_\varphi) \sin \varphi \cos \varphi, & \tau_{yz}^0 &= \tau_{xz}^0 = 0. \end{aligned}$$

Решение краевой задачи (15)–(20) осуществлялось средствами пакета ANSYS. Использовался трехмерный 8-узловой конечный элемент 1-го порядка.

Проведенные численные исследования напряженно-деформированного состояния стержней в условиях трехточечного изгиба под действием поперечной силы позволили, во-первых, оценить корректность задания физико-механических свойств материала (в том числе неоднородного легирования) силовых стержней. В таблице 1 приведены значения максимальных прогибов стержней (перемещений  $u_y(0, -R_3, 0)$ ), соответствующих действию разрушающего усилия и полученных путем замеров в натурном эксперименте  $U_3$  и рассчитанных в ANSYS  $U_{\text{расч}}$ . Наблюдается удовлетворительное совпадение результатов, исключение составляют данные по стержню № 2 (различие около 35%). В дальнейшем требуется более подробное изучение деформирования конструкции с учетом условий контактного взаимодействия на опорных и нагружающих элементах.

Анализ полей напряжений и деформаций производился с целью выявления характеристик, традиционно используемых для оценки прочности, в том числе хрупких материалов, достигающих максимальных и одинаковых значений во всех испытанных стержнях в момент разрушения. В таблице 2 даны расчетные максимальные для каждого стержня значения напряжений — первого главного  $\sigma_1$ , осевого нормального  $\sigma_z$ , интенсивности тензора  $\sigma_i$ , максимального главного касательного  $\tau_2$ , а также величины первой главной деформации  $\varepsilon_1$  и, для сравнения, максимальные значения первой главной деформации  $\varepsilon_1^0$ , соответствующей остаточным напряжениям. Кроме того, приведены характеристики разбросов данных величин:  $\bar{X}$  — среднее значение;  $\bar{d}$  — среднее линейное отклонение (размах вариации);  $m$  — относительное отклонение по модулю (линейный коэффициент вариации). Видно, что наиболее стабильное значение в момент разрушения принимает первая главная деформация  $\varepsilon_{1\text{max}}$  (коэффициент вариации 3,77%), а также достаточно стабильно ведет себя первое главное напряжение  $\sigma_{1\text{max}}$  (коэффициент вариации 4,89%).

Таблица 2. Расчетные значения критериальных величин на момент разрушения

№ образца	$\sigma_{1\text{max}}$ , Па	$\sigma_{i\text{max}}$ , Па	$\tau_{2\text{max}}$ , Па	$\varepsilon_{1\text{max}}$	$\varepsilon_{1\text{max}}^0$
1	1,99E+08	2,57E+08	1,34E+08	2,76E-03	1,47E-03
2	1,89E+08	2,54E+08	1,35E+08	2,61E-03	1,48E-03
3	2,04E+08	2,57E+08	1,34E+08	2,84E-03	1,45E-03
4	2,06E+08	2,61E+08	1,34E+08	2,86E-03	1,48E-03
5	2,36E+08	7,31E+08	4,07E+08	3,08E-03	1,86E-03
6	2,06E+08	3,75E+08	2,13E+08	2,87E-03	1,47E-03
7	2,15E+08	4,22E+08	2,40E+08	3,01E-03	1,47E-03
$\bar{X}$	2,08E+08	3,65E+08	1,99E+08	2,86E-03	1,53E-03
$\bar{d}$	1,02E+07	1,23E+08	7,47E+07	1,08E-04	9,43E-05
$m$	4,89%	33,79%	37,48%	3,77%	6,18%

На рисунке 9 приведены расчетные зависимости первого главного  $\sigma_1(0, y, 0)$  и осевого нормального  $\sigma_z(0, y, 0)$  напряжений, интенсивности напряжений  $\sigma_i(0, y, 0)$  и максимального главного касательного напряжения  $\tau_2(0, y, 0)$  (в среднем по длине радиальном поперечном сечении стержня), а на рисунке 10 — эпюры первой главной деформации  $\varepsilon_1(0, y, 0)$  в момент разрушения стержней в опыте на трехточечный изгиб для образцов № 7 и 5. Для сравнения изображены также эпюры первой главной деформации в изготовленном стержне (соответствует остаточным напряжениям). Для остальных стержней данные зависимости качественно выглядят аналогично.

В окрестности места приложения нагружающего усилия реализуются достаточно высокие уровни сжимающих нормальных напряжений. Известно, что кварц обладает высокой прочностью на сжатие [9]. Натурный эксперимент свидетельствует об относительной целостности и низком уровне трещиноватости данной зоны после разрушения стержней на фрагменты. Основной интерес представляет зона растягивающих изгибных напряжений (правая часть графиков). Внутри изделия на границе внешней оболочки из чистого кварца и легированного ядра стержня возникают максимальные значения растягивающих напряжений и первой главной деформации. В качестве места, в котором нарушается прочность изделия, можно принять окрестность точки с координатами  $(0, -R_2, 0)$  со стороны легированного материала. В этой зоне зарождается трещина по срединному по длине поперечному сечению стержня, а также начинается и развивается типичный для действия остаточных напряжений процесс формирования системы трещин и фрагментации заготовки [7]. Ориентация поверхностей вторичных трещин (Рис. 5) в основном совпадает с полученными из численного расчета ориентациями плоскостей действия максимальных главных касательных напряжений, которые получились направленными под углом около  $45^\circ$  к оси стержня (за исключением областей, примыкающих к нагружающим элементам).

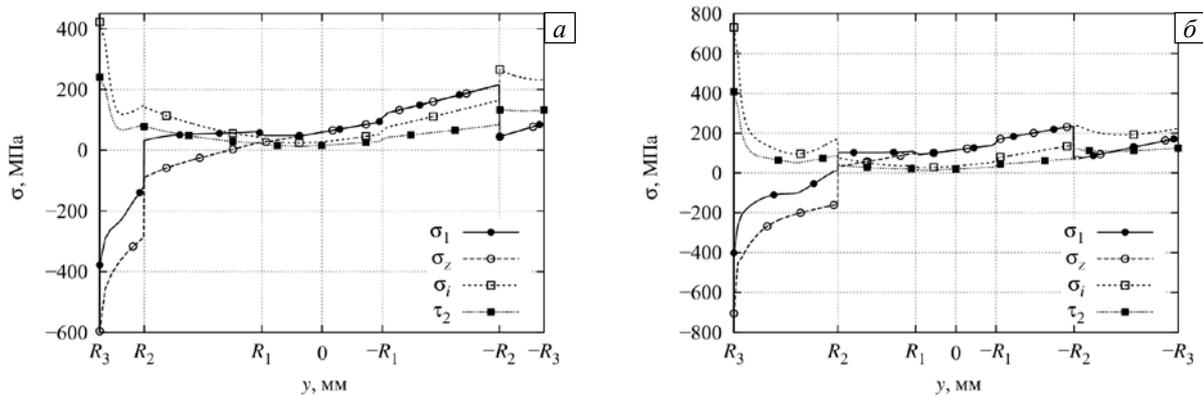


Рис. 9. Зависимости напряжений – первого главного  $\sigma_1(0, y, 0)$ , осевого нормального  $\sigma_z(0, y, 0)$ , интенсивности  $\sigma_i(0, y, 0)$ , максимального главного касательного  $\tau_2(0, y, 0)$ , в среднем по длине радиальном поперечном сечении для стержня № 7 (а) и стержня № 5 (б)

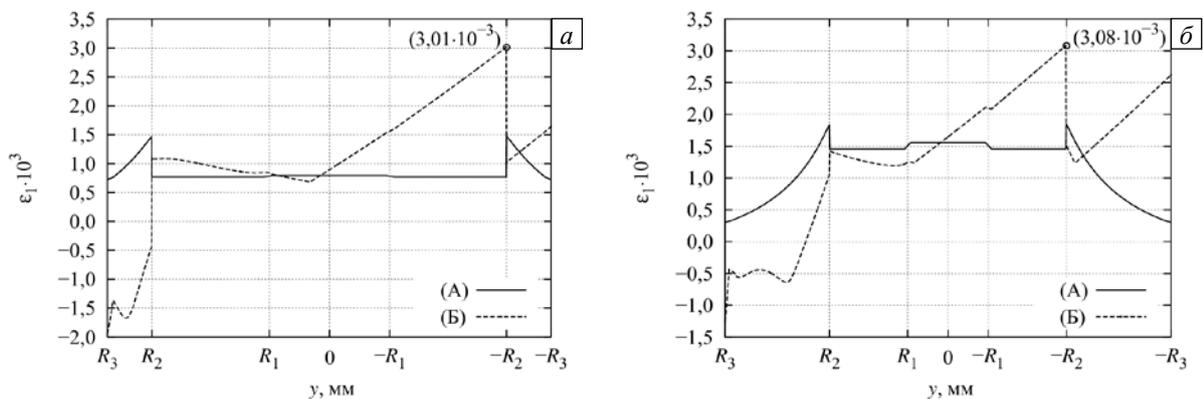


Рис. 10. Эпюры первой главной деформации  $\varepsilon_1(0, y, 0)$  в среднем по длине радиальном поперечном сечении в изготовленном стержне (А) (соответствует остаточным напряжениям), (Б) – в момент разрушения стержня в опыте на трехточечный изгиб для стержня № 7 (а) и стержня № 5 (б)

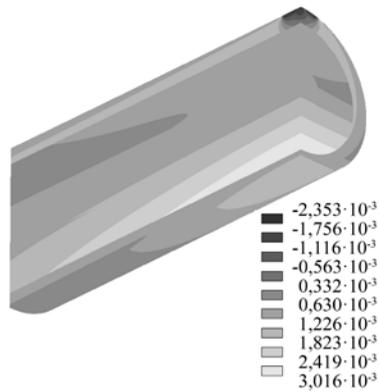


Рис. 11. Изополю первой главной деформации  $\epsilon_1$  для стержня № 7

Таким образом, для оценки конструкционной прочности заготовки силового стержня следует выбрать критерий максимальных главных деформаций. Во-первых, этот критерий достаточно хорошо подтверждается практикой для образцов из чистых кварцевых стекол [7]. Во-вторых, для испытанных конструкций достижение максимальной главной деформацией критического значения  $\epsilon_{1кр} = (2,86 \pm 0,23) \cdot 10^{-3}$  наиболее хорошо коррелирует с наступлением разрушения. Рассмотренные в таблице 2 значения других инвариантных характеристик, используемых для формулировки условий разрушения, имеют на момент потери прочности существенно большие разбросы. Для примера на рисунке 11 представлено полученное численным расчетом пространственное распределение первой главной деформации в стержне № 7 на момент разрушения.

## 6. Заключение

На основе анализа данных натуральных экспериментов и данных численных исследований предложен конструктивный, подтверждающийся практикой, критерий оценки прочности изделий из кварцевых стекол с учетом влияния неоднородного легирования и температурных остаточных напряжений. Установлено, что для прогнозирования момента разрушения неоднородно легированного кварцевого стержня возможно использование критерия максимальных главных деформаций, который дает достаточно хорошее соответствие экспериментальным данным. Для заготовки силового стержня оптического волокна определена конкретная величина предельной растягивающей деформации, а также внутри стержня выявлена зона возникновения максимальных деформаций (на границе легированной области и области чистого кварца), являющаяся источником начала и развития процесса формирования системы трещин в заготовке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-08-96036-р\_урал\_a и 14-08-31530-мол\_a).

## Литература

1. Пух В.П., Байкова Л.Г., Киреенко М.Ф., Тихонова Л.В., Казанникова Т.П., Синани А.Б. Атомная структура и прочность неорганических стекол // ФТТ. – 2005. – Т. 47, № 5. – С. 850-855. (English version DOI).
2. Kurkjian C.R., Gupta P.K., Brow R.K., Lower N. The intrinsic strength and fatigue of oxide glasses // J. Non-Cryst. Solids. – 2003. – Vol. 316, no. 1. – С. 114-124. DOI
3. Солнцев С.С., Морозов Е.М. Разрушение стекла. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 152 с.
4. Пух В.П. Прочность и разрушение стекла. – Л.: Наука, 1973. – 155 с.
5. Бартнев Г.М. Сверхпрочные и высокопрочные неорганические стекла. – М.: Стройиздат, 1974. – 240 с.
6. Хиллиг У.Б. Причины низкой прочности и предельная прочность аморфных хрупких тел // Прочность стекла / Под ред. В.А. Степанова. – М.: Мир, 1969. – С. 68-120
7. Подстригач Я.С., Осадчук В.А., Марголин А.М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций / АН УССР, Ин-т прикл. проблем механики и математики. – Киев: Наукова думка, 1991. – 294 с.
8. Бутаев А.М. Прочность стекла. Ионнообменное упрочнение. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 1997. – 253 с.
9. Мазурин О.В., Стрельцина М.В., Швайко-Швайковская Т.П. Свойства стекол и стеклообразующих расплавов: Справочник, в 4-х т. – Л.: Наука, 1973-1987.
10. <http://www.sciglass.info> (дата обращения: 04.03.2016).
11. Trufanov A.N., Smetannikov O.Y., Trufanov N.A. Numerical analysis of residual stresses in preform of stress applying part for PANDA-type polarization maintaining optical fibers // Opt. Fiber Technol. – 2010. – Vol. 16, no. 3. – P. 156-161. DOI
12. Труфанов А.Н., Наймушин И.Г. О модели термомеханического поведения кварцевых стекол и конструкций из них // Вестник ПГТУ. Механика. – 2010. – № 3. – С. 85-99.
13. Бартнев Г.М. Строение и механические свойства неорганических стекол. – М.: Стройиздат, 1966. – 216 с.
14. Лeko В.К., Мазурин О.В. Свойства кварцевого стекла. – Л.: Наука, 1985. – 166 с.
15. Бате К.-Ю. Методы конечных элементов. – М.: Физматлит, 2010. – 1024 с.
16. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

## References

1. Pukh V.P., Baikova L.G., Kireenko M.F., Tikhonova L.V., Kazannikova T.P., Sinani A.B. Atomic structure and strength of inorganic glasses. *Phys. Solid State*, 2005, vol. 47, no. 5, pp. 876-881. DOI

2. Kurkjian C.R., Gupta P.K., Brow R.K., Lower N. The intrinsic strength and fatigue of oxide glasses. *J. Non-Cryst. Solids*, 2003, vol. 316, no. 1, pp.114-124. DOI
3. Solntsev S.S., Morozov E.M. *Razrushenie stekla* [Glass fracture]. Moscow: LKI, 2008. 152 p.
4. Pukh V.P. *Prochnost' i razrushenie stekla* [Strength and fracture of glass]. Leningrad: Nauka, 1973. 155 p.
5. Bartenev G.M. *Sverkhprochnye i vysokoprochnye neorganicheskie stekla* [Superstrength and high-strength inorganic glasses]. Moscow: Stroyizdat, 1974. 240 p.
6. Hillig W.B. Sources of weakness and the ultimate strength of brittle amorphous solids. *Modern aspects of the vitreous state*, ed. by J.D. Mackenzie. London: Butterworth and Co, 1962, vol. 2, pp.152-194.
7. Podstrigach Ya.S., Osadchuk V.A., Margolin A.M. *Ostatocnyye napryazheniya, dlitel'naya prochnost' i nadezhnost' steklokonstruktsij* [Residual stress, long-term durability and reliability of glass structures]. Kiev: Naukova dumka, 1991. 296 p.
8. Butaev A.M. *Prochnost' stekla. Ionnoobmennoe uprochnenie* [Glass strength. Ion exchange hardening]. Makhachkala: Dagestan State University, 1997. 253 p.
9. Mazurin O.V., Strel'tsina M.V., Shvaiko-Shvaikovskaya T.P. *Svoistva stekol i stekloobrazuyushchikh rasplavov. Spravochnik* [Properties of glasses and glass-forming melts: a handbook]. Leningrad: Nauka, vol. 1-4, 1973-1987.
10. <http://www.sciglass.info> (accessed 4 March 2016).
11. Trufanov A.N., Smetannikov O.Y., Trufanov N.A. Numerical analysis of residual stresses in preform of stress applying part for PANDA-type polarization maintaining optical fibers. *Opt. Fiber Technol.*, 2010, vol. 16, no. 3, pp. 156-161. DOI
12. Trufanov A.N., Naimushin I.G. O modeli termomekhanicheskogo povedeniya kvartsevykh stekol i konstruktsij iz nikh [On the model of the thermomechanical behavior of silica glasses and its constructions]. *PSTU Mechanics Bulletin*, 2010, no. 3, pp. 85-99.
13. Bartenev G.M. *The structure and mechanical properties of inorganic glasses*. Groningen: Wolters-Noordhoff, 1970. 246 p.
14. Leko V.K., Mazurin O.V. *Svoistva kvartseвого stekla* [Properties of silica glass]. Leningrad: Nauka, 1985. 166 p.
15. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Prentice Hall, Pearson Education, 2006. 1037 p.
16. Timoshenko S.P., Goodier J.N. *Theory of elasticity*. New York: McGraw-Hill, 1970. 608 p.

Поступила в редакцию 18.02.2016; опубликована в электронном виде 30.03.2016

---

Сведения об авторах

Труфанов Александр Николаевич, ктн, доц., Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), 614990, Пермь, Комсомольский пр., д. 29; e-mail: ant@pstu.ru

Лесникова Юлия Игоревна, асп., ПНИПУ; e-mail: ulesig@gmail.com

Труфанов Николай Александрович, дтн, проф., зав. каф., ПНИПУ; e-mail: nat@pstu.ru

Сметанников Олег Юрьевич, дтн, доц., ПНИПУ; e-mail: sou2009@mail.ru