

DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.4.32

УДК 539.4

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНЫ УСТАЛОСТИ НА ОСНОВАНИИ ОЦЕНКИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Р.В. Гучинский^{1,2}, С.В. Петин^{1,2}¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация*²*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация*

Моделирование развития пространственных трещин усталости для оценки остаточного ресурса элементов конструкций в настоящее время практически полностью опирается на аппарат линейно-упругой механики разрушения (ЛУМР). При этом, как правило, предполагается, что фронт трещины принципиально не меняет свою форму, что не всегда подтверждается экспериментом. Кроме того, возможности ЛУМР становятся ограниченными при наличии пластической деформации, являющейся главным фактором процесса разрушения. Введение в разрешающие уравнения коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в случае пространственных трещин затруднено из-за изменения напряженного состояния вдоль контура фронта трещины. В работе предлагается подход к моделированию эволюции пространственной трещины усталости, основывающийся на деформационном критерии разрушения и конечно-элементном описании накопления повреждений. Упругопластическое поведение материала представляется обобщенной циклической кривой. Подход позволяет учитывать эффект раскрытия трещины, нелинейный характер накопления повреждений, а также увеличение податливости материала, связанное с развитием его повреждения. Приведен способ определения параметра раскрытия трещины в различных точках фронта в случае трехмерной задачи в предположении, что трещина открывается в тот момент, когда напряжение, перпендикулярное плоскости распространения трещины, становится в точке положительным. Введенная методика апробируется на примере оценки развития полуэллиптической трещины от начального надреза в стальном компактном образце. Для сопоставления исследован рост трещины в рамках ЛУМР. Показано, что при различных начальных надresaх фронт трещины в какой-то момент стабилизируется, поэтому форма начального надresa при рассматриваемом нагружении фактически не влияет на его эволюцию. Результаты, полученные авторами данной работы, хорошо согласуются с известными из литературы экспериментальными данными.

Ключевые слова: полуэллиптическая трещина, МКЭ, усталость, моделирование роста трещин, накопление повреждений, эффект раскрытия, деформационный критерий разрушения, КИН

NUMERICAL MODELING OF THE SEMI-ELLIPTICAL FATIGUE CRACK GROWTH USING DAMAGE ACCUMULATION APPROACH

R.V. Guchinsky^{1,2} and S.V. Petinov^{1,2}¹*Institute of Problems of Mechanical Engineering, St. Petersburg, Russian Federation*²*Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation*

At present the modeling of surface fatigue crack growth for residual life assessment of structural elements is almost entirely based on the application of the Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM). Generally, it is assumed that the crack front does not essentially change its shape, which is not always confirmed by experiment. Furthermore, the LEFM approach cannot be applied when the stress singularity vanishes due to material plasticity, one of the leading factors associated with the material degradation and fracture. Also, the evaluation of stress intensity factors (SIF) meets difficulties associated with changes in the stress state along the crack front circumference. An approach is proposed for modeling the evolution of surface cracks based on the strain-life criterion for fatigue failure and the finite element modeling of damage accumulation. The generalized cyclic stress-strain curve is used for the elastic-plastic material response. The approach takes into account the nonlinear character of damage accumulation and an increase in the material compliance due to damage growth. A procedure is proposed to calculate a crack closure parameter at different crack front points for 3D problem under the assumption that a crack opens at each front point when its stress becomes positive. The damage accumulation technique was applied to model the propagation of a semi-elliptical crack from an initial defect in the steel compact specimen. Crack evolution modeling in the LEFM format was carried out for comparison. It is shown that the crack front stabilizes after some starting stage when a crack grows from different initial defects, and therefore the crack front evolution is practically independent of the initial crack shape for the given loading conditions. The results of simulation are in good agreement with the experimental data.

Key words: semi-elliptical crack, FEM, fatigue, crack growth modeling, damage accumulation, closure effect, strain-life criterion, SIF

1. Введение

В элементах конструкций, подвергающихся действию переменных нагрузок, могут содержаться начальные трещиноподобные дефекты — полости в сварных соединениях, коррозионные язвы и другие. Трещины усталости, источниками которых являются эти дефекты, могут привести к катастрофическому разрушению конструкции.

Для оценки остаточного ресурса элементов фюзеляжа самолета, сварных соединений судов, трубопроводов и других конструкций в инженерной практике широкое распространение получил метод конечных элементов. Подобные расчеты [1], как правило, производятся в рамках линейно-упругой

механики разрушения (ЛУМР), и при этом моделируется развитие трещины, имеющей правильную эллиптическую форму [2, 3]. Однако фронт трещины сохраняет эллиптичность далеко не всегда, что подтверждается экспериментом [4]. Согласно устоявшейся методологии допускается наличие начальной трещины, вычисляются значения коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в нескольких точках фронта, а затем для заданного числа циклов при помощи интегрирования уравнения Пэриса определяются приращения трещины в направлениях, соответствующих этим точкам, и выстраивается новый контур фронта. Эффектом неполного раскрытия трещины обычно пренебрегают ввиду сложности его учета.

Между тем, некоторые исследования показывают, что константы уравнения Пэриса могут зависеть от направления интегрирования, следовательно, прогноз фронта становится некорректным [5, 6], оценки долговечности слабо согласуются с экспериментальными данными. Также осложняется применение КИН из-за различия напряженных состояний в различных точках фронта: например, во внутренней точке полуэллиптической трещины наблюдается плоская деформация, в то время как в наружных точках — плоское напряженное состояние

В связи с ограниченностью возможностей ЛУМР конкурирующим инструментом в вопросе представления пространственных трещин усталости может стать механика поврежденной среды. Эффективность прогнозирования положения фронта трещины и скорости его продвижения при помощи моделирования накопления повреждений была подтверждена недавними исследованиями [7, 8]. Например, в [9] анализ распространения полуэллиптической трещины базировался на оценке накопления повреждений и использовании малоциклового критерия разрушения Коффина. Расчет повреждения производился в двух главных направлениях роста трещины. Однако при постановке задачи были использованы не только данные малоциклового испытания, но и интерполяционные формулы определения значений КИН для полуэллиптической трещины в растягиваемой пластине, полученные в [5].

В данной работе предлагается подход к описанию распространения двумерных трещин, основанный на конечно-элементном моделировании (КЭМ) накопления повреждений и деформационном критерии разрушения. Отвечающая ему методика обладает рядом преимуществ перед методикой, общепринятой в ЛУМР. Во-первых, благодаря ей появляется возможность рассматривать трещины, провоцируемые любым начальным дефектом, при неустановившемся фронте трещины, или даже при отсутствии исходной трещины. В качестве причины возникновения трещины может выступать, например, различие в сопротивлении материала усталостному разрушению на уровне микроструктуры. Поэтому начальная фаза распространения трещины и фаза устойчивого подрастания считаются единым процессом, управляемым постепенным накоплением повреждений. Во-вторых, использование деформационного критерия позволяет изучать распространение трещины при развитой пластической деформации. В-третьих, можно принимать во внимание накопленное повреждение в пределах постоянно эволюционирующей области пластической деформации.

Впервые идея применения накопления повреждений при оценке развития трещин усталости была сформулирована достаточно давно [10, 11], однако лишь недавно она была распространена на случай пространственных трещин. В отличие от предшествующего исследования [8], в настоящей работе рассмотрены изменение податливости материала при накоплении повреждений и эффект раскрытия трещины.

2. Методика моделирования накопления повреждений

В соответствии с разработанным подходом область распространения трещины разбивается на конечные элементы одинаковых размеров. Предполагается, что эти «элементы материала» (далее элементы) представляют собой некоторое число зерен с приблизительно одинаковой ориентацией плоскостей скольжения. Поведение элемента перед вершиной трещины представляется упрощенно как деформирование образца при одноосном напряженном состоянии [12]. Процесс развития трещины усталости заключается в последовательном разрушении элементов согласно закону накопления повреждений и выбранному критерию разрушения. Разрушение элемента имитируется искусственным уменьшением его жесткости на несколько порядков по сравнению с жесткостью окружающего материала. Соответственно, размер элемента является шагом приращения длины трещины в конкретной точке фронта. Так как формирование фронта трещины подчинено конфигурации сетки, представленный подход может применяться только для моделирования трещин с заранее заданным направлением подрастания. Моделирование продвижения трещины посредством удаления конечных элементов широко распространено при анализе хрупкого и квазихрупкого разрушения, гораздо реже — при знакопеременном нагружении для трещины усталости [7].

Уругопластическое поведение материала элементов описывается обобщенной циклической кривой, получаемой из стандартных испытаний образцов при одноосном напряженном состоянии (Рис. 1) [13]. Используется модель кинематического упрочнения материала и критерий пластичности Мизеса.

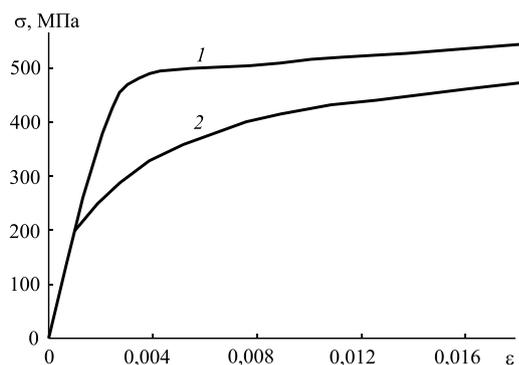


Рис. 1. Монотонная (линия 1) и обобщенная циклическая (2) кривые деформирования стали BS 4360 50D [13]

В качестве критерия разрушения элементов берется деформационный критерий Коффина–Мэнсона, учитывающий вклад в процесс разрушения микропластической деформации, что является актуальным при многоциклового усталости [14]:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_p + \Delta \varepsilon_e = CN^{-\alpha} + BN^{-\beta}, \quad (1)$$

где $\Delta \varepsilon$, $\Delta \varepsilon_p$, $\Delta \varepsilon_e$ — размахи, соответственно, полной, пластической и упругой деформации в направлении, перпендикулярном фронту трещины; N — число циклов до разрушения образца, определяемое обычно по искажению «восходящей» части циклической кривой и резкому увеличению его податливости при возникновении трещины;

$C = 0,622$, $\alpha = 0,618$, $B = 0,006$, $\beta = 0,14$ — параметры исследуемого в данной работе материала — стали BS 4360 50D [13].

На начальном шаге расчета анализируется поле деформаций элементов, лежащих в области распространения трещины, и выделяются те из них, в которых развивается пластическая деформация. Эти элементы могут лежать в вершине начального выреза, а при его отсутствии — в области концентрации напряжений; тогда индикатором начала разрушения может служить изначально введенная неоднородность в сопротивлении переменному нагружению. Затем с помощью деформационного критерия (1) устанавливается число циклов до разрушения каждого элемента N_i , и из них выбирается наименьшее значение n_1 , соответствующее наиболее напряженному элементу. Для всех элементов вычисляется накопленное на начальном шаге повреждение согласно выбранному закону накопления повреждений. У наиболее напряженного элемента его значение становится равным единице:

$$d_{initial}^i = \left(\frac{n_1}{N_i} \right)^{x_i},$$

где x_i — параметр нелинейности. В случае $x_i = 1$ накопление повреждений является линейным. Количественная оценка параметра нелинейности будет приведена в 4-м разделе.

После начального шага рассчитывается обновленное напряженно-деформированное состояние и определяется число циклов до разрушения следующего элемента с учетом повреждения, накопленного им на начальном шаге. Когда трещина достигает некоторого элемента и повреждение становится критическим, этот элемент выключается из работы, действующие на него усилия перераспределяются между окружающими элементами. Итоговое значение повреждения «элемента материала» является суммой повреждений, накопленных им за все предшествующие циклы. Закон суммирования повреждений может иметь нелинейную форму, например, предложенную С. Марко и В. Штарки [15]:

$$d_i = d_{initial}^i + \sum_j \left(\frac{n_j}{N_j^i} \right)^{x_i} = 1, \quad (2)$$

где n_j — число циклов до разрушения наиболее «слабого» элемента на j -м шаге подрастания трещины, обусловленное его накопленным повреждением; N_j^i — число циклов до разрушения i -го элемента на j -м шаге подрастания трещины, вычисляемое с помощью деформационного критерия разрушения (1).

В связи с развитием повреждения «элементы материала» у вершины трещины утрачивают способность сопротивляться нагрузке, снижаются их упругие характеристики, изменяется циклическая диаграмма деформирования, что подтверждается испытаниями образцов при крайне малоциклового усталости [16]:

$$\tilde{E}_i = (1 - d_i)E. \quad (3)$$

Увеличение податливости материала (3), связанное с его разрыхлением, по-видимому, характерно лишь для сильно поврежденных областей у вершины трещины. При таком состоянии, предшествующем разрушению, накопление повреждений в материале может происходить с увеличивающейся интенсивностью. Изучение явления накопления повреждений в областях с различной интенсивностью деформирования требует дальнейших экспериментальных исследований.

Элементы описанной методики учета накопления повреждений подсказаны работами [9–12] и другими. В этих исследованиях, однако, не использовался метод конечных элементов. К тому же поле деформаций у вершины трещины описывалось приближенно, а оценка роста трещины производилась только при плоском напряженном состоянии.

3. Моделирование эффекта раскрытия трещины

Известно, что в пределах некоторой части цикла трещина остается закрытой даже при пульсирующем растяжении. Вероятно, впервые это обнаружил В. Элбер, проводивший испытания тонких алюминиевых пластин при различных коэффициентах асимметрии нагружения [17]. Развитие повреждения, по-видимому, не может происходить в течение той части цикла, когда трещина закрыта. Некоторая доля размаха деформации (нагрузки) оказывается «неэффективной», не способствующей развитию разрушения. В данной работе влияние неполного раскрытия трещины описывается с помощью корректирующего параметра раскрытия U , идентичного предложенному Элбером:

$$\Delta \varepsilon_{eff} = U \Delta \varepsilon. \quad (4)$$

Экспериментальное определение параметра U для полуэллиптических трещин вызывает значительные сложности из-за труднодоступности внутренних точек фронта. Кроме того, на параметр раскрытия оказывает влияние значительное число второстепенных факторов таких, как депланация фронта, шероховатость поверхностей берегов, образование продуктов окисления у вершины трещины, которые трудно поддаются моделированию.

Как правило, при конечно-элементном методе нахождения параметра раскрытия трещины в плоской задаче считается, что трещина открывается в тот момент, когда в противоположных узлах берегов, ближайших к вершине трещины, напряжения становятся положительными. Однако в работе [18] показано, что такой подход неточен, и для идентификации «точки раскрытия» достаточно отслеживать изменение знака узловой силы в направлении, перпендикулярном плоскости трещины в ее вершине (Рис. 2а). Применимость этого соображения и к процессу закрытия полуэллиптических трещин установлена в результате численного изучения контакта берегов трещины. Вычисленные значения параметра раскрытия трещины оказались несколько завышенными по сравнению с экспериментальными [19].

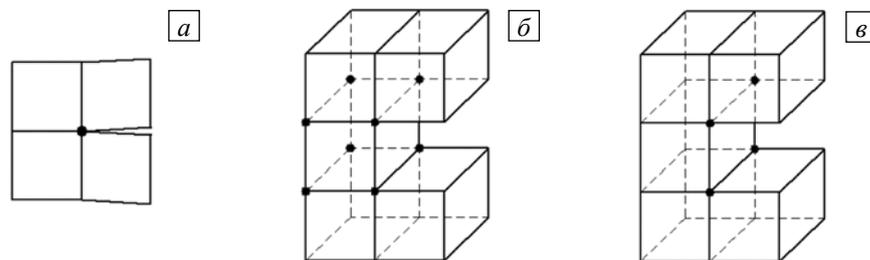


Рис. 2. Положение определяющих узлов для вычисления параметра раскрытия трещины

Когда вершина пространственной трещины моделируется в виде прямоугольника, по-видимому, возможно нахождение момента закрытия трещины по изменению знака среднего напряжения в направлении, перпендикулярном плоскости фронта, в узлах элемента, лежащего либо перед вершиной (Рис. 2б), либо только в узлах вершины трещины (Рис. 2в). Для проверки этого предположения выполнен расчет параметров раскрытия двух полуэллиптических трещин размерами a и c (соответственно глубина и половина ширины) в компактном образце в двух характерных точках (1-я — самая глубокая точка, ей отвечает индекс a ; 2-я — одна из двух симметричных точек на поверхности образца, ей отвечает индекс c); в таблице для сравнения приведены соответствующие экспериментальные значения.

Таблица. Параметры раскрытия трещины

Номер трещины	Размеры трещины, мм	Положение точки	Эксперимент [20]	Число определяющих узлов в модели	
				8	4
Значение параметра раскрытия трещины					
1	$a = 3,8$ $c = 4$	Внутри, U_a	0,83	0,92	0,88
		На поверхности, U_c	0,73	0,75	0,73
2	$a = 6,2$ $c = 8$	Внутри, U_a	0,87	0,90	0,86
		На поверхности, U_c	0,76	0,75	0,71

Результаты показали, что предпочтительным является определение параметра раскрытия трещины по изменению знака среднего перпендикулярного фронту напряжения в четырех узлах вершины трещины. Хорошее соответствие вычисленных значений экспериментальным данным свидетельствует о первостепенном влиянии пластичности на неполное раскрытие трещины. Полученные небольшие расхождения в пределах 6% могут быть вызваны спецификой механизма раскрытия трещины, а также недостаточным объемом экспериментальных данных.

4. Результаты моделирования

Предложенный подход, основанный на КЭМ накопления повреждений с учетом эффекта раскрытия трещины, применен для исследования развития полуэллиптической трещины в компактном образце (Рис. 3). В соответствии с экспериментальными данными, трещина распространялась от начального электроэрозионного надреза размером $1,88 \times 2,6$ мм [20]. Образец подвергался постоянной циклической нагрузке, близкой к пульсирующему растяжению ($P_{\min} = 1,3$ кН; $P_{\max} = 25$ кН). При достижении трещиной ширины 4 мм производилось однократное догружение, которое выразилось в увеличении амплитуды наибольшего значения действующей нагрузки в два раза (в дальнейшем перегрузка), которое не учитывалось при моделировании, амплитуда нагружения считалась постоянной.

В программную систему ANSYS 14.5 включалась разработанная конечно-элементная модель (Рис. 4), подробно детализирующая область развития трещины в образце. Размер элементов у вершины трещины соответствовал толщине начального надреза — 0,2 мм. По мере роста трещины анализировалось напряженно-деформированное состояние элементов у вершины трещины; последовательно оценивалось разрушение элементов по рассчитанному значению эффективного размаха деформации (4) и деформационному критерию разрушения (1).

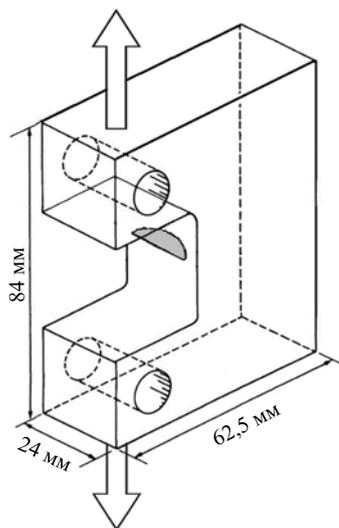


Рис. 3. Компактный образец с полуэллиптической трещиной [18]

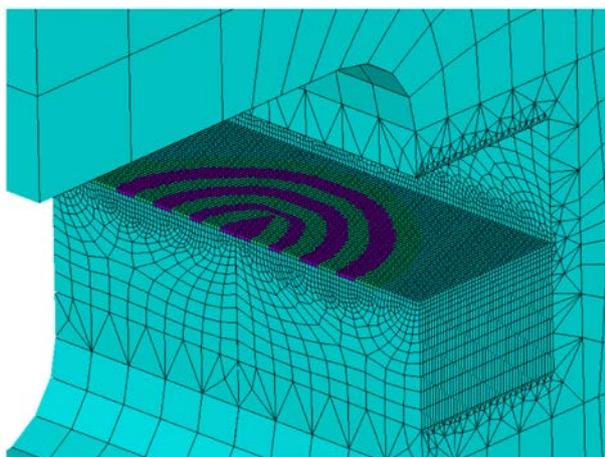


Рис. 4. Вид конечно-элементной дискретизации расчетной области и эволюция фронта трещины

Установленное численно поле наибольших главных напряжений в разрезе по плоскости фронта трещины у начального надреза (Рис. 5а) показывает, что развитие трещины начинается в центральной части надреза. На заключительной стадии роста трещины наибольшие напряжения увеличиваются примерно в два раза (Рис. 5б), между фронтом трещины и боковыми поверхностями образца образуются зоны значительных пластических деформаций.

Предполагалось, что накопление повреждений имеет нелинейный характер, описываемый соотношением (2). Значение x_i определялось на момент перегрузки на основании сопоставления числа циклов, полученного экспериментально и путем вычислений. Скорость роста трещины до перегрузки хорошо согласуется с экспериментальными данными при значении $x_i = 0,5$, поэтому для параметра нелинейности в отсутствие перегрузки условно было выбрано именно это значение при дальнейшем описании накопления повреждений. По-видимому, параметр нелинейности следует находить из эксперимента на стандартных образцах при изменяющейся по мере испытания амплитуде нагружения.

Полученная эволюция контура фронта хорошо согласуется с экспериментальными данными — в начале роста наблюдаются резкое выравнивание фронта и стремление к предпочтительной полуэллиптической форме (Рис. 4).

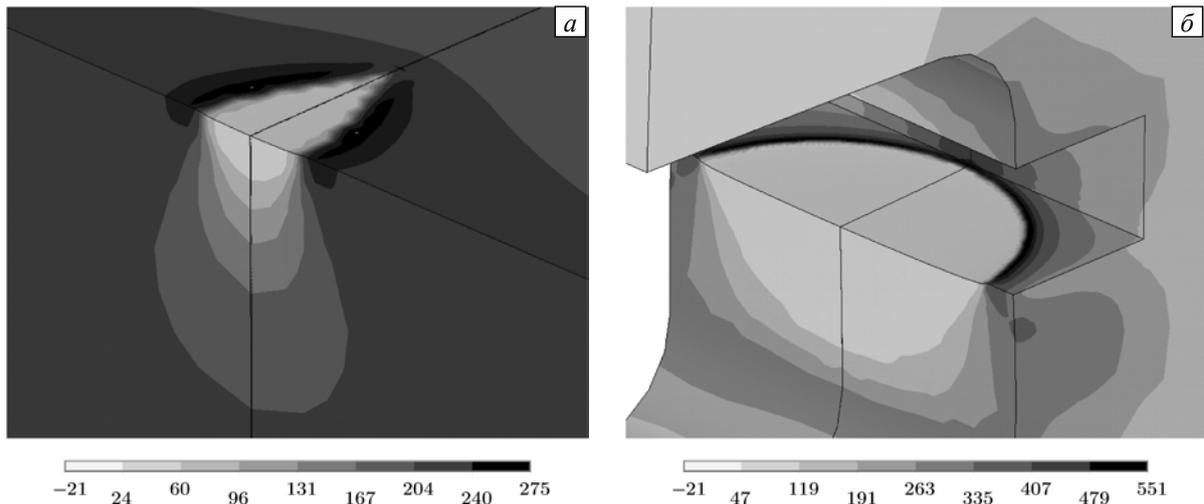


Рис. 5. Распределение наибольших главных напряжений, МПа: в окрестности начального надреза (а), в окрестности вершины трещины (б)

Известно, что перегрузка способна вызывать значительные остаточные напряжения, которые влияют на дальнейшее распространение трещины. Возникающие остаточные напряжения сжатия перед вершиной трещины задерживают ее подрастание; темп роста восстанавливается после релаксации этих напряжений (Рис. 6, темные маркеры). Яркое выражение влияния перегрузки и на соотношение размеров трещины (Рис. 7, светлые маркеры). В статье [20] приводится прогноз развития трещины при отсутствии перегрузки (Рис. 7, пунктирная линия). Зависимость размеров трещины, полученная при КЭМ накопления повреждений без учета перегрузки, имеет монотонный характер (Рис. 7, квадратные маркеры), что согласуется с прогнозируемой зависимостью (Рис. 7, пунктирная линия).

По мере роста трещины градиенты изображенных зависимостей размеров трещины от числа циклов позволяют сделать вывод об изменении скорости ее распространения в разных направлениях (Рис. 6). Очевидно, что перегрузка тормозит продвижение трещины в обоих направлениях, поэтому график становится практически горизонтальным. Это замедление наблюдается в течение примерно 300 000 циклов, после чего влияние остаточных напряжений ослабевает, и градиент вновь начинает интенсивно расти. Поэтому зависимость, полученная по результатам КЭМ без перегрузки, не содержит горизонтального участка. Однократная перегрузка приводит к увеличению времени распространения трещины примерно на 30%.

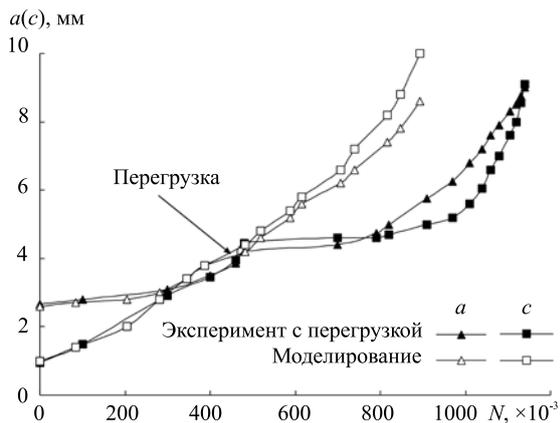


Рис. 6. Рост глубины и полуширины трещины

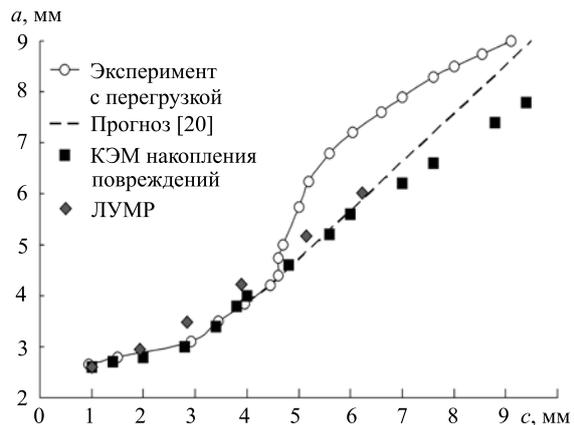


Рис. 7. Зависимость глубины трещины a от ее полуширины c

Многие экспериментальные исследования показывают, что при распространении полуэллиптической трещины после некоторой начальной стадии соотношение ее размеров стабилизируется [3, 21, 22]. Поэтому конфигурация начального надреза практически не оказывает влияния на эволюцию фронта, который довольно быстро выравнивается. Этот эффект проиллюстрирован на примере трещин в компактном образце при двух различных надрезах (Рис. 8). Как видно из рисунка 9, соотношение размеров трещин быстро достигает значения $\approx 0,87$ и в дальнейшем изменяется слабо.

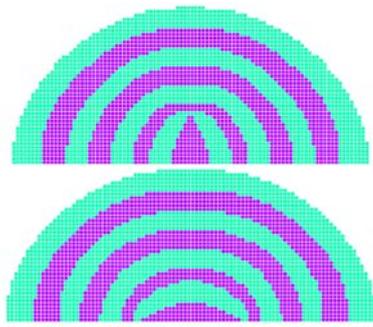


Рис. 8. Вид контура фронта с ростом трещины

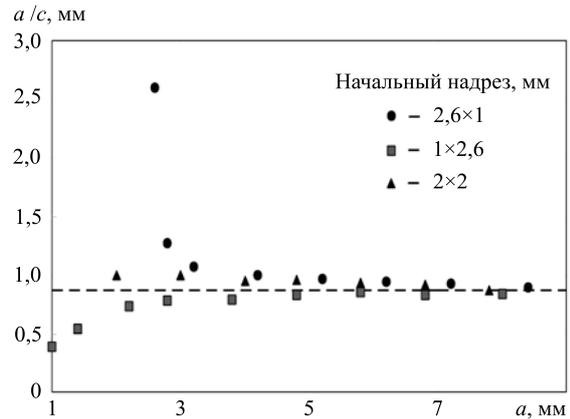


Рис. 9. Соотношение размеров трещины по мере ее роста

5. Оценка эволюции фронта трещины в рамках ЛУМР

Анализ развития трещин усталости традиционно производится с использованием аппарата ЛУМР и, как правило, с оценкой значений КИН в заданных точках контура фронта трещины. При плоском начальном надрезе сложной формы для получения корректной эволюции фронта необходимо рассмотреть множество направлений развития трещины. Однако, если предположить, что фронт трещины сохраняет свою эллиптическую форму, достаточно ограничиться двумя направлениями — вглубь и по поверхности. Для основных направлений непрерывно по мере роста трещины оцениваются значения размахов эффективных КИН — $(\Delta K)_{eff}$, соответствующих моде нормального раскрытия за один цикл нагружения. Развитие трещины может быть описано системой дифференциальных уравнений Пэриса:

$$\begin{cases} \frac{da}{dN} = C(\Delta K_a)_{eff}^m, \\ \frac{dc}{dN} = C(\Delta K_c)_{eff}^m, \end{cases} \quad (5)$$

где $C = 1,48 \cdot 10^{-8}$, $m = 2,86$ — параметры материала — стали BS 4360 50D [20].

Нагружение части образца, содержащего трещину, сочетает растяжение и изгиб, поэтому в соответствии с принципом линейной суперпозиции и определением эффективного КИН по Элберу [17]

$$\begin{aligned} (\Delta K_a)_{eff} &= U_a (\Delta K_{aT} + \Delta K_{aB}), \quad (\Delta K_c)_{eff} = U_c (\Delta K_{cT} + \Delta K_{cB}), \\ U_l &= \frac{K_{lmax} - K_{lop}}{K_{lmax} - K_{lmin}} \quad (l = a; c), \end{aligned}$$

где K_{max} , K_{min} , K_{op} — КИН, соответственно, максимальный и минимальный в цикле, а также в момент раскрытия трещины. Параметры раскрытия трещины в данном расчете приближенно считались постоянными ($U_a = 0,85$, $U_c = 0,745$), поскольку в эксперименте выявлено, что в точках на поверхности эффект раскрытия более выражен, чем во внутренних, а характеризующие его параметры по мере роста трещины изменяются незначительно (см. Табл.); значения размахов КИН, отвечающих растяжению (индекс T) и изгибу (индекс B) пластины конечных размеров с поверхностной полуэллиптической трещиной, находились по интерполяционным формулам, полученным с помощью метода конечных элементов (с погрешностью менее 5%) [23]:

$$\begin{aligned} \Delta K_T &= \frac{\Delta \sigma_T \sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t} \right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] g_1 f_{\phi 1} f_W, \\ \Delta K_B &= H \frac{\Delta \sigma_B \sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[M_4 + M_5 \left(\frac{a}{t} \right)^2 + M_6 \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] g_2 f_{\phi 2} f_W, \end{aligned} \quad (6)$$

где $E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right) \sin^2 \varphi} d\varphi$ — полный эллиптический интеграл второго рода; $f_w = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi c}{2W} \sqrt{\frac{a}{t}}\right)}$.

При этом коэффициенты зависят: M_{1-6} — от отношения c/a ; H и $g_{1,2}$ — от c/a , a/t и φ ; $f_{\varphi,1,2}$ — от c/a и φ ; параметрический угол φ отсчитывается от поверхности надреза на образце, перпендикулярной плоскости фронта трещины ($0 \leq \varphi \leq \pi$); в соответствии с данными эксперимента параметры $t = 37$ мм, $W = 12$ мм; размахи номинальных напряжений, вычисленные на основании балочной теории, составляют $\Delta\sigma_T = 26,7$ МПа, $\Delta\sigma_B = 136,3$ МПа (области концентрации напряжений у скруглений компактного образца находятся на значительном расстоянии от области развития трещины (см. Рис. 3) и, как показывает КЭМ, практически не оказывают влияния на рассматриваемые напряжения).

По формулам (6) могут отыскиваться значения размахов КИН в любом направлении развития трещины. В данном расчете использовались углы $\varphi = \pi/2$ (соответствует $(\Delta K_a)_{eff}$ — эффективному размаху во внутренней точке) и $\varphi = 0$ (соответствует $(\Delta K_c)_{eff}$ — размаху в наружных точках).

В системе уравнений (5) правые части при подстановке геометрических размеров и параметрических углов представляются в виде функций от a , c , что допускает численное решение системы уравнений с граничными условиями, определяемыми начальными размерами трещины $a_0 = 1$ мм, $c_0 = 2,6$ мм.

Практически решение системы (5) производилось с помощью программы Mathcad 14. Полученные функции размеров трещины от числа циклов дают возможность оценить последовательность полуэллиптических фронтов трещины. Однако зависимость $a(c)$, в силу ограничений применимости интерполяционных формул ($c/W < 0,5$), может быть построена только до момента, когда полуширина трещины достигает 6 мм. Эволюция контура фронта, вычисленная в границах ЛУМР с учетом принятых допущений (неизменность параметра раскрытия трещины по мере ее роста, полуэллиптическая форма начального надреза, постоянство констант уравнения Пэриса, точность интерполяционных формул) удовлетворительно согласуется как с данными расчета на основе КЭМ накопления повреждений, так и с экспериментальными данными (Рис. 7). Исходя из возможностей ЛУМР допустимо только частичное моделирование развития трещины, в то время как КЭМ накопления повреждений позволяет следить за ростом трещины вплоть до ее выхода на боковые поверхности образца при развитой пластической деформации материала.

6. Заключение

В работе выполнено моделирование развития полуэллиптической трещины усталости от начального надреза в стальном компактном образце. Его результаты подтвердили обнаруживаемое в эксперименте резкое стремление фронта трещины к полуэллиптическому контуру в начальной фазе роста. Для оценки развития трещины применялась методика, основанная на КЭМ накопления повреждений, учитывающая эффект раскрытия трещины. При описании циклических свойств материала использовался деформационный критерий разрушения и обобщенная циклическая кривая, получаемые в результате испытаний при одноосном напряженном состоянии. Развиваемая авторами методика позволяет принимать во внимание нелинейный характер накопления повреждений, а также увеличение податливости материала из-за развития повреждения.

При КЭМ пространственной трещины допустимо предположение о том, что трещина открывается в момент, когда среднее значение напряжения в направлении, перпендикулярном фронту трещины, в узлах ее вершины становится положительным (как и в случае плоской задачи). Параметры раскрытия трещины, полученные с учетом этого допущения, для принятых размеров и формы конечных элементов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Небольшие отклонения могут быть объяснены недостаточным объемом экспериментальных данных и сложным механизмом раскрытия трещины. Помимо преобладающего воздействия на раскрытие трещины остаточных напряжений, вызванных пластичностью, сюда следует включить окисление берегов трещины и изменяющуюся шероховатость поверхности, влияние которых на процесс раскрытия трещины пока не полностью изучено экспериментально.

Проделанная с целью сопоставления оценка развития трещины в рамках ЛУМР показала, что при корректном определении параметров раскрытия трещины расчет с включением в уравнения КИН дает возможность удовлетворительно прогнозировать эволюцию фронта трещины. Однако по мере приближения трещины к боковым поверхностям образца возрастают пластические деформации, исчезает сингулярность напряжений у вершины трещины, что приводит к некорректным оценкам положения и формы фронта трещины, а следовательно, и долговечности. С помощью численной процедуры моделирования накопления повреждений, в отличие от ЛУМР, наблюдение эволюции фронта трещины осуществимо до поздней стадии развития и при значительных пластических деформациях.

Продемонстрировано, что в условиях деформирования, сочетающих растяжение и изгиб, конфигурация начального надреза мало влияет на развитие трещины. На поздних этапах роста соотношение размеров полуэллиптической трещины асимптотически стремится к фиксированному значению.

Для углубленного понимания характера накопления повреждений в областях с различной напряженностью, а также для оценки влияния поврежденности на изменение податливости материала необходимы дальнейшие экспериментальные исследования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00943-а).

Литература

1. *Petinov S.V., Guchinsky R.V.* Fatigue assessment of ship superstructure at expansion joint // *Int. J. of Maritime Engineering*. – 2013. – Vol. 155, part A4. – P. 201-209. (URL: http://www.rina.org.uk/ijme_273.html).
2. *Carter B.J., Wawrzynek P.A., Ingraffea A.R.* Automated 3-D crack growth simulation // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2000. – Vol. 47, no. 1-3. – P. 229-253. DOI
3. *Branco R., Antunes F.V., Costa J.D., Barbosa J.* Numerical modelling of fatigue crack growth in shafts under tension and bending // *Proc of the 3rd International Conference on Integrity, Reliability and Failure. IRF'2009, Porto, Portugal, 20-24 July, 2009.* – Chapter XVIII. – P. 553-565. (URL: <http://paginas.fe.up.pt/clme/IRF2009/PROCEEDINGS/PAPERS/P0363.pdf>).
4. *Fawaz S.A., Andersson B., Newman J.C., Jr.* Experimental verification of stress intensity factor solutions for corner cracks at a hole subject to general loading // *Proc. of the 22nd Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue. ICAF, Lucerne, Switzerland, 7-9 May, 2003.* – P. 31. (URL: <http://www.afgrow.net/downloads/documents/ICAF2003.pdf>).
5. *Newman J.C., Jr., Raju I.S.* Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads. – NASA TP-1578, 1979. – 46 p. (URL: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19800005257.pdf>).
6. *Chahardehi A., Brennan F.P., Han S.K.* Surface crack shape evolution modeling using an RMS SIF approach // *Int. J. Fatigue*. – 2010. – Vol. 32, no. 2. – P. 297-301. DOI
7. *Королев И.К., Петинов С.В., Фрейдун А.Б.* Численное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в упругих материалах // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2009. – Т. 2, № 3. – С. 34-43. DOI
8. *Guchinsky R.V., Petinov S.V.* Fatigue of fillet-welded joint assessment by the FEA simulation of damage accumulation // *Инженерно-строительный журнал.* – 2011. – № 4. – С. 5-9. DOI
9. *Shi K., Cai L., Chen L., Bao C.* A theoretical model of semi-elliptic surface crack growth // *Chinese Journal of Aeronautics*. – 2014. – Vol. 27, no. 3. – P. 730-734. DOI
10. *Glinka G.* A cumulative model of fatigue crack growth // *Int. J. Fatigue*. – 1982. – Vol. 4, no. 2. – P. 59-67. DOI
11. *Ellyin F., Fakinlede C.O.* Probabilistic simulation of fatigue crack growth by damage accumulation // *Eng. Fract. Mech.* – 1985. – Vol. 22, no. 4. – P. 697-712. DOI
12. *De Castro J.T.P., Meggiolaro M.A., de Oliveira Miranda A.C.* Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation calculations ahead of the crack tip // *Comp. Mater. Sci.* – 2009. – Vol. 46, no. 1. – P. 115-123. DOI
13. *Rudd W., Shuter D.* Properties and service performance. Studies of the mechanism of history effects in fatigue and corrosion fatigue. – Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 1997. – 172 p.
14. *Махутов Н.А.* Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
15. *Marco S.M., Starkey W.L.* A concept of fatigue damage // *Transactions of the ASME*. – 1954. – Vol. 76. – P. 627-632.
16. *Lemaitre J.A., Desmorat R.* Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures. – Berlin: Springer Verlag, 2005. – 402 p.
17. *Elber W.* Fatigue crack closure under cyclic tension // *Eng. Fract. Mech.* – 1970. – Vol. 2, no. 1. – P. 37-44. DOI
18. *Wu J., Ellyin F.* A study of fatigue crack closure by elastic-plastic finite element analysis for constant-amplitude loading // *Int. J. Fracture*. – 1996. – Vol. 82, no. 1. – P. 43-65. DOI
19. *Skinner J.D., Jr.* Finite element predictions of plasticity-induced fatigue crack closure in three-dimensional cracked geometries / Thesis for the Degree of Master of Science in Mechanical Engineering. – Mississippi State University, 2001. – 119 p. (URL: http://ansys.net/ansys/papers/skinner_thesis.pdf).
20. *Fleck N.A., Smith I.F.C., Smith R.A.* Closure behaviour of surface cracks // *Fatigue Fract. Eng. M.* – 1983. – Vol. 6, no. 3. – P. 225-239. DOI
21. *Toribio J., Matos J.C., Gonzalez B., Escudra J.* Modelling of crack path evolution in round bars under cyclic tension and bending // *Proceedings of 4th international conference on fatigue crack paths. Gaeta, Italy, 19-21 September, 2012.* – P. 513-520. (URL: <http://www.gruppofrattura.it/pdf/cp/CP2012/042.pdf>).
22. *Soboyejo W.O., Knott J.F.* An investigation of crack closure and the propagation of semi-elliptical fatigue cracks in Q1N (HY80) pressure vessel steel // *Int. J. Fatigue*. – 1995. – Vol. 17, no. 8. – P. 577-581. DOI
23. *Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: в 2-х томах / Под ред. Ю. Мураками.* – М.: Мир, 1990. – Т. 2. – 568 с.

References

1. *Petinov S.V., Guchinsky R.V.* Fatigue Assessment of Ship Superstructure at Expansion Joint. *Int. J. of Maritime Engineering*, 2013, vol. 155, part A4, pp. 201-209. (URL: http://www.rina.org.uk/ijme_273.html).
2. *Carter B.J., Wawrzynek P.A., Ingraffea A.R.* Automated 3-D crack growth simulation. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 2000, vol. 47, no. 1-3, pp. 229-253. DOI

3. Branco R., Antunes F.V., Costa J.D., Barbosa J. Numerical modelling of fatigue crack growth in shafts under tension and bending. *Proceedings of the 3rd International Conference on Integrity, Reliability and Failure. IRF'2009, Porto, Portugal, 20-24 July, 2009, chapter XVII, pp. 553-565.* (URL: <http://paginas.fe.up.pt/clme/IRF2009/PROCEEDINGS/PAPERS/P0363.pdf>).
4. Fawaz S.A., Andersson B., Newman J.C., Jr. Experimental verification of stress intensity factor solutions for corner cracks at a hole subject to general loading. *Proc. of the 22nd Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue. ICAF, Lucerne, Switzerland, 7-9 May, 2003, 31 p.* (URL: <http://www.afgrow.net/downloads/documents/ICAF2003.pdf>).
5. Newman J.C., Jr., Raju I.S. *Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads.* NASA TP-1578, 1979, 46 p. (URL: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19800005257.pdf>).
6. Chahardehi A., Brennan F.P., Han S.K. Surface crack shape evolution modeling using an RMS SIF approach. *Int. J. Fatigue*, 2010, vol. 32, no. 2, pp. 297-301. DOI
7. Korolev I.K., Petinov S.V., Freidin A.B. Numerical simulation of damage accumulation and fatigue crack growth in elastic materials. *Vycisl. meh. splos. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2008, vol. 2, no. 3, pp. 34-43. DOI
8. Guchinsky R.V., Petinov S.V. Fatigue of fillet-welded joint assessment by the FEA simulation of damage accumulation. *Magazine of Civil Engineering*, 2011, no. 4, pp. 5-9. DOI
9. Shi K., Cai L., Chen L., Bao C. A theoretical model of semi-elliptic surface crack growth. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, vol. 27, no. 3, pp. 730-734. DOI
10. Glinka G. A Cumulative model of fatigue crack growth. *Int. J. Fatigue*, 1982, vol. 4, no. 2, pp. 59-67. DOI
11. Ellyin F., Fakinlede C.O. Probabilistic simulation of fatigue crack growth by damage accumulation. *Eng. Fract. Mech.*, 1985, vol. 22, no. 4, pp. 697-712. DOI
12. De Castro J.T.P., Meggiolaro M.A., de Oliveira Miranda A.C. Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation calculations ahead of the crack tip. *Comp. Mater. Sci.*, 2009, vol. 46, no. 1, pp. 115-123. DOI
13. Rudd W., Shuter D. *Properties and service performance.* Studies of the mechanism of history effects in fatigue and corrosion fatigue. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 1997. 172 p.
14. Makhutov N.A. *Deformatsionnye kriterii razrusheniya i raschet elementov konstruksij na prochnost'* [The deformation fracture criteria and strength calculation of the machine parts]. Moscow: Mashinostroenie, 1981. 272 p.
15. Marco S.M., Starkey W.L. A concept of fatigue damage. *Transactions of the ASME*, 1954, vol. 76, pp. 627-632.
16. Lemaitre J.A., Desmorat R. *Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures.* Berlin: SpringerVerlag, 2005. 402 p.
17. Elber W. Fatigue crack closure under cyclic tension. *Eng. Fract. Mech.*, 1970, vol. 2, no. 1, pp. 37-44. DOI
18. Wu J., Ellyin F. A study of fatigue crack closure by elastic-plastic finite element analysis for constant-amplitude loading. *Int. J. Fracture*, 1996, vol. 82, no. 1, pp. 43-65. DOI
19. Skinner J.D., Jr. *Finite element predictions of plasticity-induced fatigue crack closure in three-dimensional cracked geometries.* Thesis for the Degree of Master of Science in Mechanical Engineering, 2001. 119 p. (URL: http://ansys.net/ansys/papers/skinner_thesis.pdf).
20. Fleck N.A., Smith I.F.C., Smith R.A. Closure behaviour of surface cracks. *Fatigue Fract. Eng. M.*, 1983, vol. 6, no. 3, pp. 225-239. DOI
21. Toribio J., Matos J.C., Gonzalez B., Escudra J. *Proceedings of 4th international conference on fatigue crack paths. Gaeta, Italy, 19-21 September, 2012, pp. 513-520.* (URL: <http://www.gruppofrattura.it/pdf/cp/CP2012/042.pdf>).
22. Soboyejo W.O., Knott J.F. An investigation of crack closure and the propagation of semi-elliptical fatigue cracks in Q1N (HY80) pressure vessel steel. *Int. J. Fatigue*, 1995, vol. 17, no. 8, pp. 577-581. DOI
23. *Stress intensity factors handbook, in 2 volumes.* Ed. by Y. Murakami. Oxford: Pergamon Press, 1987. 1456 p.

Поступила в редакцию 08.06.2015; опубликована в электронном виде 30.12.2015

Сведения об авторах

Гучинский Руслан Валерьевич, мнс, Институт проблем машиноведения РАН (ИПМаш РАН), 199178, Санкт-Петербург, Васильевский остров, Большой проспект, д. 61; e-mail: ruslan239@mail.ru

Петин Сергей Владимирович, дтн, проф., зав. лаб., ИПМаш РАН; e-mail: spetinov@mail.ru