

DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.2.18

УДК 519.63; 539.421

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ ПРИ ПОВТОРНОМ ГИДРОРАЗРЫВЕ ПЛАСТА

О.Ю. Сметанников, Ю.А. Кашников, С.Г. Ашихмин, Д.В. Шустов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Российская Федерация

При моделировании распространения трещины методом конечных элементов появляется необходимость в перестроении сетки с целью обеспечения нужной точности результатов. Вследствие этого встает вопрос о направлении и критерии ее трансформирования. В случае применения универсальных САЕ-пакетов приходится иметь дело со стационарной сеткой, и траектория трещины представляется, как правило, в виде цепочки из элементов с деградированными свойствами. При этом точность решения в большой степени зависит от выбора топологии сетки, степени ее измельчения в потенциальной, заранее непредсказуемой зоне прохождения трещины, а корректное приложение распределенных нагрузок на берегах трещины затруднено. Обсуждаемый в данной работе алгоритм, использующий средства языка APDL пакета ANSYS Mechanical, в котором осуществляется пошаговое перестроение геометрии и сетки исследуемой области в соответствии с ее текущей конфигурацией, характеризуется более точным описанием формы растущей трещины. Процесс роста трещины разбивается на этапы. Каждый последующий этап отличается от текущего формой трещины, которая изменяется за счет приращения на выбранную длину в вычисленном направлении; при этом решается линейно-упругая стационарная краевая задача в предположении малых деформаций. Для проверки адекватности построенной модели проведен эксперимент по распространению трещин в стеклянных образцах в условиях одноосного сжатия. Образцы размерами 200×100 мм были изготовлены из оконного стекла толщиной 4 мм и имели центральный вырез 2,5×40 мм, расположенный под углом 30° к горизонтальной оси. Вертикальная нагрузка наращивалась до момента сквозного прохождения трещины через образец. Относительная невязка между расчетной и экспериментальной траекториями продвижения трещины не превысила 5%. С помощью разработанной численной модели решена задача роста вторичной трещины при различных значениях анизотропии поля напряжений в пласте. Определены факторы, способствующие распространению трещины повторного гидроразрыва пласта по нормали к трещине первичного разрыва, а именно: величина коэффициента анизотропии напряжений, рост давления нагнетания, увеличение раскрытия первичной трещины.

Ключевые слова: геомеханика, гидроразрыв пласта, вторичная трещина, метод конечных элементов, перестроение сетки

NUMERICAL MODEL OF CRACK GROWTH IN HYDRAULIC RE-FRACTURING

O.Yu. Smetannikov, Yu.A. Kashnikov, S.G. Ashihmin and D.V. Shustov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

Crack propagation simulations with FEM employ remeshing to provide more accurate results. This raises a question about the direction and criterion of mesh modification. In the case of general-purpose CAE-packages, we have to deal with a stationary mesh, and the crack trajectory is usually represented as a chain of elements with degraded properties. The accuracy of the solution is heavily dependent on the choice of mesh topology, the degree of mesh refinement in the unpredictable crack propagation zone, and correct crack surface loading in this case is impossible. The algorithm proposed in this paper is based on the ANSYS Mechanical APDL language for stepwise geometry reconstruction and mesh modification in accordance with the current configuration of a growing crack and assures a more accurate description of its shape. The crack propagation process is divided into stages. Each subsequent stage differs from the previous one by the crack shape modified due to the crack length increment in the calculated direction, and the linear stationary boundary value problem of elasticity is solved under the assumption of small deformations. To check the adequacy of the model, an experiment on crack propagation in glass samples with an initial cutoff under uniaxial compression has been performed. Samples of size 200×100 mm with a 2.5×40 mm central cutout at an angle of 30° to the horizontal axis are made from 4 mm thick window glass. Vertical loading is increased until the crack passes through the sample. The relative difference between the calculated and experimental crack paths does not exceed 5%. The numerical model developed is used to solve the problem of secondary crack growth for different values of stress field anisotropy in the oil ground layer. The factors of crack propagation re-fracturing along the normal to the crack primary gap are defined: 1) stress anisotropy ratio > 0.8; 2) growth of discharge pressure; 3) increase of primary crack disclosure.

Key words: geomechanics, hydraulic re-fracturing, secondary crack, finite element method, remeshing

1. Введение

В последние годы в научно-технической литературе активно обсуждается идея повторного направленного гидроразрыва пласта (ГРП), существенно влияющего на напряженно-деформированное состояние последнего. В частности, в результате повторного ГРП, как указывают специалисты ОАО «НК «РОСНЕФТЬ» И.Д. Латыпов, Г.А. Борисов и другие [1, 2], образуется трещина, направленная не так, как трещина первичного ГРП. На факт переориентации трещины повторного ГРП относительно трещины первого разрыва ссылаются и зарубежные специалисты [3, 4].

Развитие метода повторного направленного ГРП является весьма перспективным с позиции увеличения нефтеотдачи пластов, особенно на тех месторождениях, на которых основное число скважин уже подвергалось первичному ГРП. Применительно к этим случаям изменение направления трещины повторного ГРП следует детально проанализировать и попытаться использовать его положительные проявления для повышения эффективности нефтеразработки. Практическая реализация метода обещает формирование нового направления в практике гидроразрыва и, как следствие, существенное возрастание

продуктивности тех скважин (и, соответственно, коэффициента извлечения нефти в целом по залежи), на которых наблюдается снижение дебита.

При математическом моделировании процесса распространения трещины прибегают как к аналитическим [5], так и численным [6] методам. Достаточно близкой по системе гипотез к предлагаемой вниманию читателей работе является публикация [7], в которой представлена задача роста трещины гидроразрыва, решенная гиперсингулярным методом граничных элементов в авторской интерпретации.

В настоящее время существует также ряд специализированных коммерческих пакетов программ для численного расчета распространения трещины, предусматривающих адаптацию сетки, в том числе в трехмерной постановке. В частности, в работе [8] представлена 3D-модель роста трещины в деталях машин, реализованная в конечно-элементной программе ZENCRACK (разработка компании Zentech International Limited), используемой в механике разрушения. Другой пример адаптационного перестроения сетки при продвижении трещины дает программа Franc3D (FRacture ANalysis Code for 3D), основанная на методе граничных элементов. Возможности данного пакета продемонстрированы, в частности, в работе [9] на задаче распространения трещины в зубчатом колесе. Обе программы нацелены на потребности машиностроения.

Основным сдерживающим фактором для конечно-элементного решения данной задачи с помощью популярных универсальных конечно-элементных пакетов является необходимость перестроения сетки с целью обеспечения требуемой точности определения направления и критерия продвижения трещины. При применении универсальных САЕ-пакетов, в которых сетка неизменна, траектория трещины традиционно представляется в виде цепочки из элементов с деградированными свойствами (см., например, [10]). Это обуславливает поиск оптимальной топологии сетки и существенно снижает точность решения. Представленный в данной работе алгоритм использует средства языка APDL и в рамках пакета ANSYS Mechanical, позволяющего пошаговое перестроение сетки в соответствии с текущей конфигурацией расчетной области, максимально корректно описывает форму растущей трещины и напряженное состояние в ее окрестности.

2. Анализ поля напряжений в окрестности скважины после создания трещины первичного ГРП и условия для возникновения в ортогональном направлении трещины повторного ГРП

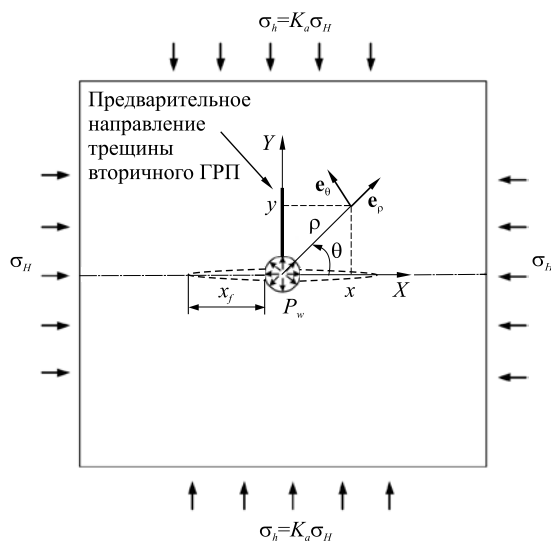


Рис. 1. Расчетная схема задачи повторного ориентированного ГРП

После первичного ГРП свойства породного массива в окрестности скважины меняются. Образование трещины улучшает общую картину проницаемости пород, вызывает перераспределение внутренних нагрузок, что существенно влияет на НДС массива. В этой связи была выполнена серия расчетов для поиска ответов на два основных вопроса: как меняется давление разрыва при повторном ГРП и в каком направлении наиболее вероятно развитие повторной трещины.

Трещина описывалась моделью Перкинса и Керна [11, 12], в которой предполагается, что сечение трещины в плоскости, перпендикулярной оси скважины, представляет собой эллипс, а его максимальная ширина имеет место в призабойной зоне скважины — на участке, примыкающем к стволу скважины, в пределах которого изменяются фильтрационные характеристики продуктивного пласта под воздействием физико-химических процессов, вызванных технологией и режимами эксплуатации. Общая расчетная схема задачи и системы координат показаны на рисунке 1.

Итак, в направлении действия наибольших горизонтальных напряжений σ_H уже создана трещина полудлиной $x_f = 50$ м. Анализировалось напряженное состояние скважины в зависимости от ширины w этой трещины при различных соотношениях значений максимального (σ_H) и минимального (σ_h) напряжений. Задача решалась методом конечных элементов в пакете ANSYS, при этом считалось, что проппант — специальный материал, закрепляющий основную трещину ГРП, обладает такими же физико-механическими характеристиками, что и порода.

Моделирование существующей трещины ГРП заключалось в задании смещений ее крыла в соответствии с максимальной шириной раскрытия w и изменения ширины в зависимости от горизонтального расстояния x по законам [13]:

$$w_{w,0} = 3,57 \left(\frac{\mu q x_f}{E'} \right)^{1/4}, \quad w_0(x) = w_{w,0} \left(1 - \frac{x}{x_f} \right)^{1/4}, \quad (1)$$

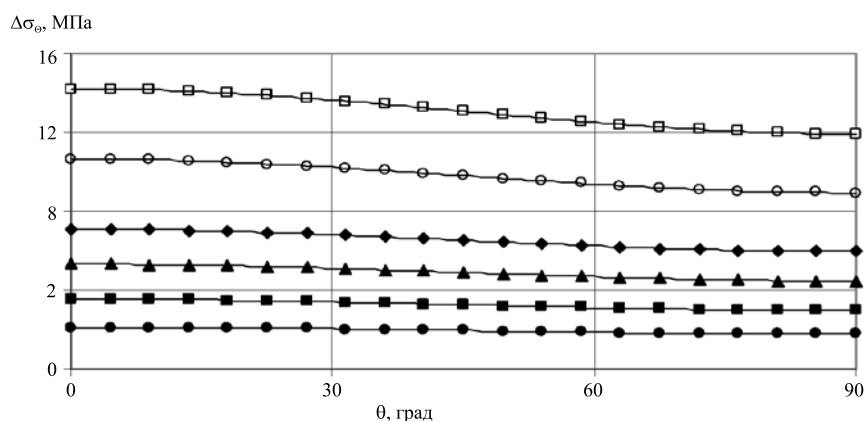


Рис. 2. Характер прироста дополнительных напряжений $\Delta\sigma_\theta$ на стенке скважины в зависимости от величины угла раскрытия трещины первичного ГРП в изотропном поле горизонтальных напряжений ($\sigma_H = \sigma_h$) при различной максимальной ширине раскрытия w , мм: 3 (маркеры ●); 5 (■); 7,5 (▲); 10 (◆); 15 (○); 20 (□)

где μ — вязкость жидкости разрыва; q — темп закачки жидкости в пласт; $E' = E/(1-\nu^2)$ — модуль плоской деформации породы (E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона).

Расчеты, как и ожидалось, показали рост кольцевых напряжений σ_θ на стенке скважины в зависимости от величины раскрытия трещины первичного ГРП (Рис. 2). Максимум добавочных напряжений $\Delta\sigma_\theta$ имеет место непосредственно на стенке скважины, далее напряжения в массиве породы быстро убывают в радиальном направлении и на расстоянии 2–3 м от скважины, то есть при $\rho/r_c = 20 \div 30$, где ρ — текущий радиус; r_c — радиус скважины, стабилизируются (Рис. 3).

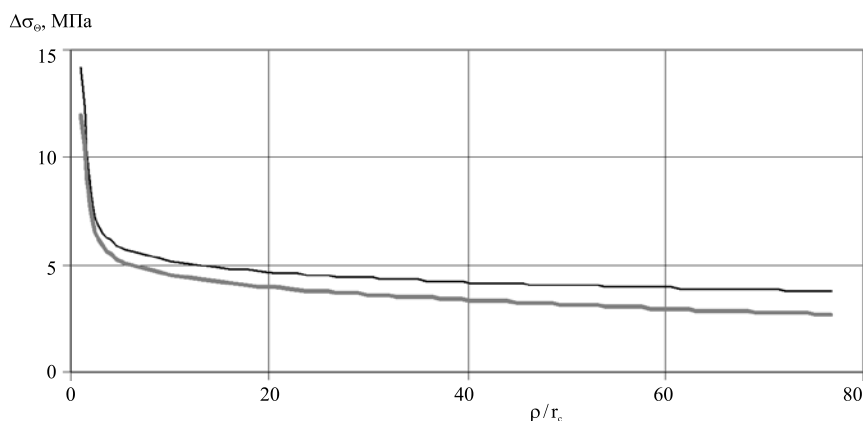


Рис. 3. Радиальное распределение дополнительных напряжений $\Delta\sigma_\theta$ в изотропном поле горизонтальных напряжений ($\sigma_H = \sigma_h$) при раскрытии трещины первичного ГРП $w = 20$ мм

Исходя из особенностей распределения добавочных напряжений $\Delta\sigma_\theta$ можно заключить, что в изотропном поле горизонтальных напряжений $\sigma_H = \sigma_h$ наиболее вероятен повторный разрыв в направлении, перпендикулярном первичной трещине ГРП, то есть трещина повторного ГРП в изотропном поле горизонтальных напряжений пройдет ортогонально первичной трещине. При этом наблюдается рост давления в момент начала повторного разрыва. Так, при давлении первичного разрыва 80,0 МПа давление повторного разрыва, при ширине раскрытия первичной трещины вблизи скважины 20 мм, составляет 92,2 МПа.

Ситуация существенно меняется, если в горизонтальной плоскости полю напряжений присуща анизотропия. Рассмотрены варианты, когда минимальное напряжение σ_h равняется 70–95% от максимального напряжения $\sigma_H = 47$ МПа. Несмотря на присутствие добавочных напряжений $\Delta\sigma_\theta$, во всех проанализированных случаях наиболее вероятным направлением повторного разрыва оказывается направление, параллельное первичной трещине ГРП. Давление также возрастает с началом вторичного разрыва, и увеличивается раскрытие трещины первичного ГРП. Степень увеличения давления зависит от анизотропии поля напряжений. Так, ширине раскрытия первичной трещины $w = 20$ мм при $\sigma_H = \sigma_h = 47$ МПа отвечает максимальное увеличение давления вторичного разрыва 1,15 раз, а при $\sigma_H = 47$ МПа, $\sigma_h = 32,9$ МПа — 1,37.

Деформирование пористых насыщенных жидкостью пород представляет собой сложный процесс, в ходе которого одновременно происходят искажение минерального скелета породы (под влиянием меняющихся эффективных напряжений и градиентов пластового давления) и фильтрация жидкости в порах (в результате действия градиентов пластового давления и объемного деформирования скелета). Далее, вследствие падения пластового давления при откачке флюида из скважины с первичной трещиной ГРП изменяется напряженное состояние в окружающем скважину массиве. Таким образом, для адекватного представления процессов, сопровождающих деформирование пористой насыщенной жидкостью среды, необходимо совместно рассматривать системы дифференциальных уравнений, описывающих деформирование скелета породы и фильтрацию флюида.

Решение этой связанной задачи производилось численным методом в пакете ANSYS. Для моделирования процесса откачки флюида осуществлялся совместный расчет НДС и фильтрации флюида при заданном давлении на забое скважины. В конечно-элементной сетке применен элемент СРТ213, позволяющий реализовать модель фильтрационной консолидации [6]. В силу симметрии задачи в расчетах участвовала лишь четвертая часть области, показанной на рисунке 1. Расчетная область размерами 500×500 м воспроизводила скважину и существующую трещину первичного ГРП, заполненную пропантом. Проницаемость пропанта принималась равной 200 Д, проницаемость коллектора — 100 мД.

Задача решалась в два этапа. На первом этапе исследовалось напряженное состояние, приобретенное массивом после первичного ГРП: то есть задача решалась при исходных напряжениях $\sigma_H = \sigma_h = 47$ МПа и исходном пластовом давлении 20 МПа. На втором этапе на контуре скважины создавалось забойное давление 12 МПа, и моделировалась работа скважины в данном режиме в течение 3-х лет. Расчетное распределение пластового давления вблизи скважины имело характерный эллиптический вид, обусловленный влиянием первичной трещины ГРП.

Эксплуатация скважины сопровождается перераспределением пластового давления, что в свою очередь приводит к изменению напряженного состояния в окружающем массиве. Вблизи трещины и скважины полные напряжения уменьшаются до 44,5 МПа, то есть на 2,5 МПа от исходных 47 МПа. Таким образом, при откачке флюида вокруг скважины с первичной трещиной ГРП наблюдается снижение горизонтальных напряжений. Однако в данной работе при их получении не учитывались дополнительные напряжения, о которых говорилось выше, возникающие вследствие первичного ГРП. Результаты вычислений при совместном учете этих факторов показаны на рисунке 4 в виде эпюр горизонтальных напряжений σ_x в вертикальном, согласно рисунку 1, сечении над скважиной (максимальное раскрытие трещины первичного ГРП вблизи скважины задавалось равным 20 мм).

На представленных графиках видно, что при учете дополнительных напряжений, вызванных раскрытием трещины первичного ГРП, происходит рост горизонтальных сжимающих напряжений. Данный прирост оказывается существенно больше снижения напряжений, вызванных падением пластового давления при откачке флюида. Прирост напряжений наиболее ощутим в окрестности трещины, а далее, по мере удаления от нее, напряжения значительно уменьшаются, и на расстоянии 65 м кривые практически сливаются. Так, если вблизи скважины горизонтальные напряжения достигают 60 МПа, то на удалении 2 м их величина не превышает 48 МПа, то есть напряжения всего на 1 МПа больше исходных. В 6 м от скважины напряжения уравниваются с исходными (47 МПа, пунктирная линия на рисунке 4). Эти результаты свидетельствуют о том, что основное влияние на перераспределение напряжений в окрестности

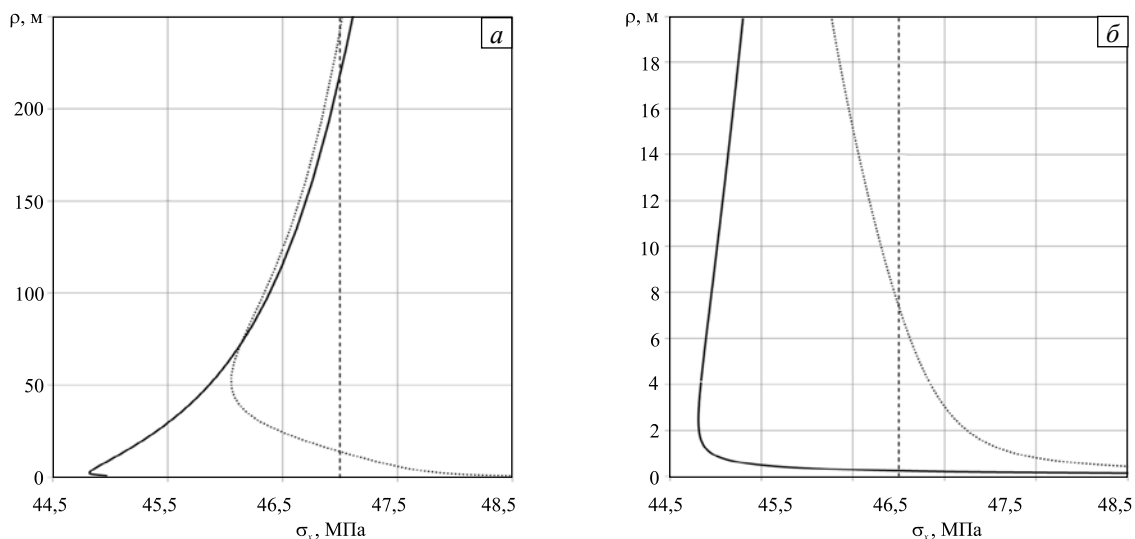


Рис. 4. Распределение радиальных напряжений вдоль следа плоскости, проходящей через ось скважины, с учетом только откачки флюида (сплошная линия) и с учетом как откачки, так и раскрытия первичной трещины ГРП (пунктирная линия) в изотропном поле горизонтальных напряжений; общая картина (а) и ее увеличенный фрагмент (б)

скважины после проведения направленного ГРП оказывает не работа скважины, а собственно деформации породы, связанные с возникновением первичной трещины. При этом основной вывод остается в силе: рост трещины повторного ГРП в направлении, перпендикулярном первичной трещине, возможен в условиях, когда имеется равнокомпонентное или близкое к нему поле горизонтальных напряжений.

Напряженное состояние Приобского месторождения, где отмечен эффект переориентации трещины повторного ГРП, характеризуется весьма небольшой разницей минимального и максимального горизонтальных напряжений. В частности, акустическая анизотропия не превышает 5%. В условиях неравнокомпонентного поля горизонтальных напряжений требуется инициирование трещины повторного ГРП с помощью каких-либо технических средств, создающих в нужном направлении поверхность ослабления определенной глубины [1].

3. Развитие трещины повторного ГРП в анизотропном поле напряжений

Расчетная схема в этом случае аналогична схеме предыдущей задачи (см. Рис. 1) с той разницей, что в направлении действия наименьших горизонтальных напряжений σ_h оформлено предварительное ослабление массива в виде начальной трещины полудлиной $X_f = 2$ м, а в направлении действия наибольших горизонтальных напряжений σ_H уже создана трещина полудлиной $x_f = 50$ м. Величина наименьших горизонтальных напряжений задавалась как $\sigma_h = K_a \sigma_H$, где K_a — коэффициент анизотропии НДС. Значение коэффициента анизотропии варьировалось от 0,7 до 1,0, а раскрытие первичной трещины в окрестности скважины — от 5 до 20 мм.

Распределение давления жидкости в трещине первичного ГРП в процессе ее развития определялось согласно модели гидроразрыва Перкинса–Керна–Нордгрена (РКН) [11–13]. После подстановки уравнения ширины из (1) в закон течения с учетом эллиптической формы трещины и интегрирования результата был найден закон распределения давления во вторичной трещине:

$$P_f = P_0 + A \left[\left(1 - \frac{x}{X_f} \right) - 1 \right], \quad (2)$$

где $P_0 = \sigma_H + \Delta p(0, t)$; $A = 256 X_f q \mu / (\pi h w_0^3)$.

В формуле (2) время учитывается в неявном виде, так как полудлина X_f меняется во времени. Таким образом, из решения уравнения течения для каждого момента времени получается растущая длина вторичной трещины и распределение давления в ней. Используются следующие допущения: 1) утечка жидкости разрыва в пласт не учитывается; 2) трещина остается прямолинейной, так как в модель РКН предусматривает прямую трещину.

Модель РКН (изначально трехмерная), в интерпретации авторов данной работы предполагает профиль среднего горизонтального сечения трещины неизменным по ее высоте, что вносит в расчет определенную погрешность, уменьшающуюся с увеличением толщины пласта. Считается, что раскрытие трещины (самое большее на 20 мм) существенно меньше высоты разрываемого пласта (превышающей 2 м) и длины трещины (уходящей за пределы 20 м). В этом случае в первом приближении погрешность расчета в 2D-постановке можно оценивать как приемлемо малую по сравнению с погрешностью при трехмерной постановке. Полученные уравнения решались при усредненных параметрах, характерных для месторождений Пермского края (Табл.).

Таблица. Исходные данные для моделирования повторного ГРП

Параметр	Значение
Диаметр скважины, м	0,216
Модуль упругости породы, ГПа	40
Коэффициент Пуассона	0,25
Прочность на растяжение – T , МПа	3,0
Начальное пластовое давление – p_0 , МПа	17
Вертикальное горное давление – σ_v , МПа	47
Боковое горное давление – σ_H , МПа	47
Темп закачки жидкости разрыва, м ³ /мин	3,0
Вязкость жидкости разрыва, спз	100
Высота трещины – h , м	20

Поскольку наличие первичной трещины меняет картину исходного напряженного состояния, давление в скважине представляется как $P_0 = \sigma_H + \Delta\sigma_H + \Delta p$. Величина поправки Δp определяется отдельным расчетом. При задании различных периодов закачки можно найти параметры вторичной трещины — длину, раскрытие, давление на устье и профиль давления в трещине, а также параметры Δp и A .

3.1. Алгоритм реализации модели распространения вторичной трещины

В основу разработанного алгоритма численного расчета распространения вторичной трещины положены следующие гипотезы.

Гипотеза I. Для страгивания трещины необходимо выполнение критерия вида $Par = [Par]$, где Par — критерий устойчивости трещины, $[Par]$ — его критическое значение. В качестве критериев могут выступать: главное напряжение в вершине σ_1 ; коэффициент интенсивности напряжений K_I ; угол раскрытия в вершине трещины φ_{cr} .

Гипотеза II. Направление распространения трещины совпадает с вектором нормали к направлению первого главного напряжения в ее вершине, лежащему под наименьшим по модулю (энергетически более выгодным) углом к ее текущему направлению.

Процесс роста вторичной трещины моделируется в виде пошаговой процедуры. Каждый последующий шаг отличается от текущего измененной топологией вторичной трещины за счет ее приращения в выбранном направлении на выбранную длину. Задача решается в линейно-упругой постановке в предположении малых деформаций. Поведение рассматриваемого объекта на каждом шаге описывается системой стандартных уравнений стационарной задачи упругости ($\text{div } \hat{\sigma} = 0, \mathbf{x} \in V$; $\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$, $\mathbf{x} \in V$; $\hat{\sigma} = {}^4\hat{C} \cdot \hat{\varepsilon}$) с граничными условиями вида: $\mathbf{u} = \mathbf{U}, \mathbf{x} \in S_u$; $\hat{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{P}, \mathbf{x} \in S_\sigma$. Здесь $\hat{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ — тензор напряжений; $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ — вектор перемещений, $\hat{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$ — тензор полных деформаций; ${}^4\hat{C}$ — тензор упругих констант; S_u, S_σ — части границы с заданными перемещениями и нагрузками соответственно. Конечно-элементная модель реализована в среде ANSYS Mechanical APDL.

Рассмотрим алгоритм анализа роста вторичной трещины по предельному значению угла ее раскрытия:

$$\varphi_{cr}(L) = [\varphi_{cr}]. \tag{3}$$

Моделирование распространения трещины на k -м шаге по времени состоит из следующих этапов:

1. Для текущей конфигурации расчетной области производится расчет напряженно-деформированного состояния. При этом давление по длине трещины распределяется по заданному закону (2):

$$P_1(L_k, x) = P_w + A \left[\left(1 - \frac{x}{L}\right)^{1/4} - 1 \right],$$

где L — текущая длина трещины; $P_w = \sigma_H + \Delta p$ (при этом $\sigma_H = 47$ МПа); $A = 4,4611L^{0,2487}$; Δp — варьируемая величина.

2. Осуществляется контроль возможности продвижения трещины — выполнение неравенства (3). При этом начальное значение Δp_k^0 вычисляется по формуле $\Delta p_1^0 = 6,1873L^{0,2488}$ на первом шаге и $\Delta p_k^0 = \Delta p_{k-1}^0$ — на последующих шагах.

Под углом раствора $\varphi_{cr}(L)$ понимается угол в полярной системе координат с началом в вершине трещины, образующийся в результате ее раскрытия под давлением между линиями, соединяющими вершину с двумя ближайшими узлами конечно-элементной сетки на ее берегах (Рис. 5). На рисунке сплошными линиями показана геометрия трещины вблизи вершины в свободном состоянии, пунктирными — в нагруженном; кружками обозначены положения узлов. Вектор \mathbf{x}_{cr} определяет текущее направление трещины. Угол раскрытия, с учетом малости перемещений, вычисляется по формуле:

$\varphi_{cr} = u_r/l_{nr} - u_l/l_{nl}$, где $u_{r\varphi}, u_{l\varphi}$ — окружные компоненты векторов перемещений узлов, соседних с вершиной и находящихся, соответственно, на правом и левом берегах трещины; l_{nr}, l_{nl} — расстояния от вершины до соответствующих узлов.

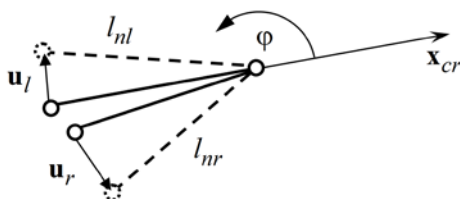


Рис. 5. Схема к вычислению угла раскрытия трещины

Если условие (3) с заданной точностью не выполняется, тогда методом хорд пересчитывается варьируемый параметр Δp_k из выражения (2) на неизменной конечно-элементной сетке k -го шага по времени по следующей итерационной схеме:

2.1. Значение приращения давления для следующей итерации масштабируется по формуле $\Delta p_k^{j+1} = a \Delta p_k^j$ с заданным коэффициентом $a = 1,5$. Здесь нижний индекс соответствует номеру временного шага, верхний — номеру итерации.

2.2. Решается задача определения НДС с измененными граничными условиями и находится значение параметра страгивания φ_{cr}^{j+1} .

2.3. По известным с предыдущих итераций $\Delta p_k^j, \Delta p_k^{j+1}, \varphi_{cr}^j, \varphi_{cr}^{j+1}$ находится следующее приближение Δp_k^{j+2} : $\Delta p_k^{j+2} = \Delta p_k^{j+1} + \frac{\Delta p_k^j - \Delta p_k^{j+1}}{\varphi_{cr}^j - \varphi_{cr}^{j+1}} \varphi_{cr}^{j+1}$, после чего определяются НДС и соответствующее значение параметра страгивания φ_{cr}^{j+2} .

2.4. При невыполнении условия $\left| \frac{\varphi_{cr}^{j+2} - [\varphi_{cr}]}{[\varphi_{cr}]} \right| \leq \varepsilon$, где ε — заданная точность, номер итерации увеличивается на единицу, и этапы 2.1–2.4 повторяются.

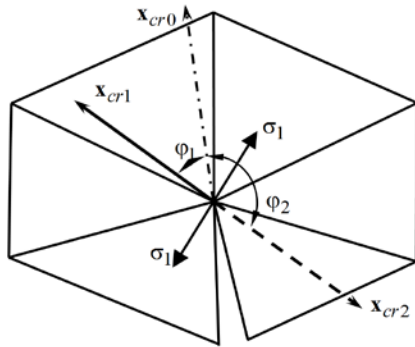


Рис. 6. К расчету направления роста трещины

3. В узле на вершине трещины, где интенсивность напряжений максимальна, устанавливается направление первого главного напряжения. На рисунке 6 в качестве примера показано его направление в вершине трещины, а также текущая ориентация трещины (штрихпунктирный вектор) и возможные траектории ее роста (векторы \mathbf{x}_{cr1} и \mathbf{x}_{cr2}).

Направление первого главного напряжения отыскивается по следующему алгоритму с использованием языка APDL (ANSYS Parametric Design Language):

3.1. С помощью функции *GET определяются 6 компонент тензора напряжений в вершине и заносятся в массив COMP из 6-ти элементов:

$$\text{COMP} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}\}.$$

3.2. Направляющие косинусы векторов главных напряжений относительно глобальной декартовой системы координат находятся посредством функции *VFUN, DIR, DIRCOS, ... и размещаются в массиве DIR из 9-ти элементов: $\text{DIR} = \{c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{31}, c_{32}, c_{33}\}$, c_{ij} — косинус угла между i -м главным напряжением и j -м координатным вектором.

3.3. Устанавливаются возможные направления вектора распространения трещины (Рис. 6): $\mathbf{x}_{cr1} = \{-c_{12}, c_{11}\}$ и противоположное ему $\mathbf{x}_{cr2} = \{c_{12}, -c_{11}\}$.

3.4. Определяются координаты направляющего вектора на конце существующей трещины (Рис. 6):

$$\mathbf{x}_{cr0} = \{x_{e0} - x_{b0}, y_{e0} - y_{b0}\}.$$

3.5. Рассчитываются углы φ_1, φ_2 между векторами \mathbf{x}_{cr0} и \mathbf{x}_{cr1} , \mathbf{x}_{cr0} и \mathbf{x}_{cr2} соответственно:

$$\varphi_i = \arccos \left[\frac{(x_{cr1} x_{cr01} + x_{cr2} x_{cr02})}{l_0} \right] \quad (i = 1, 2),$$

где x_{crj} — j -я компонента вектора \mathbf{x}_{crj} ($i = 0, 1, 2$; $j = 1, 2$); $l_0 = \sqrt{(x_{cr01})^2 + (x_{cr02})^2}$ — длина вектора \mathbf{x}_{cr0} .

3.6. Согласно гипотезе II выбирается направляющий вектор дальнейшего продвижения трещины \mathbf{x}_{cr} , лежащий под наименьшим по модулю углом к «старому» вектору \mathbf{x}_{cr0} :

$$\mathbf{x}_{cr} = \begin{cases} \mathbf{x}_{cr1}, & \text{если } \varphi_1 < \varphi_2; \\ \mathbf{x}_{cr2}, & \text{если } \varphi_1 \geq \varphi_2. \end{cases}$$

В частности, в примере, представленном на рисунке 6, трещина будет расти в направлении $\mathbf{x}_{cr} = \mathbf{x}_{cr2}$.

4. На четвертом этапе геометрия подобласти, окружающей трещину, перестраивается. При этом сама подобласть и сетка на ней удаляются (выполняются команды ACLEAR, ADELE), остается только граница. Часть границы, примыкающая к вершине трещины, удлиняется. Приращение трещины на k -м шаге равняется Δl_k и в общем случае может быть переменным. По вновь образованному замкнутому контуру создается подобласть, на которую заново наносится сетка и задаются граничные условия.

5. Производится расчет напряженно-деформированного состояния массива с трещиной новой конфигурации.

6. Пункты алгоритма 1–4 повторяются N раз.

Общая длина развивающейся трещины будет составлять $L = L_0 + \sum_{k=1}^N \Delta l_k$ метров.

Если критерием развития трещины служит критическое значение коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} , то при построении конечно-элементной сетки применяется специальный вид расположения конечных элементов — сингулярный. Сетка с включением сингулярного блока показана на рисунке 7.

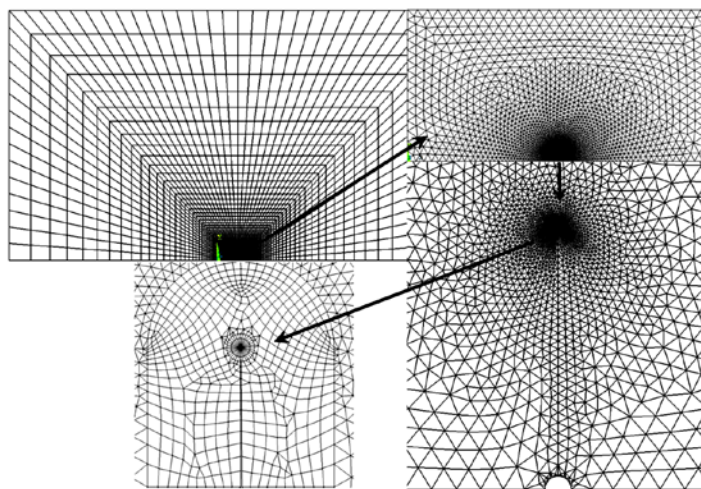


Рис. 7. Вид конечно-элементной сетки для расчета трещины повторного ГРП с сингулярным блоком: общий вид и увеличенные фрагменты

3.2. Экспериментальная верификация предложенного алгоритма

Для проверки адекватности использованных гипотез проведен эксперимент по распространению трещин в стеклянных образцах в условиях одноосного сжатия по аналогии с экспериментом, описанным в монографии [5]. Образцы из оконного стекла размерами 200×100 мм и толщиной 4 мм имели в центральной части выполненный методом гидроабразивной резки прямой прорез шириной 2,5 мм под углом 30° к горизонтальной оси образца то есть фактически был повторен эксперимент Хоека и Брауна по развитию трещин в условиях сжатия в горных породах, описанный в [14]. Опыты на сжатие осуществлялись на универсальной испытательной машине LFM-50T с предельной нагрузкой 5 тс с шириной захватов 96 мм (Рис. 8). Для снижения неравномерности распределения давления в зонах контакта захватов с образцом размещались полиуретановые вкладыши толщиной 1 мм.



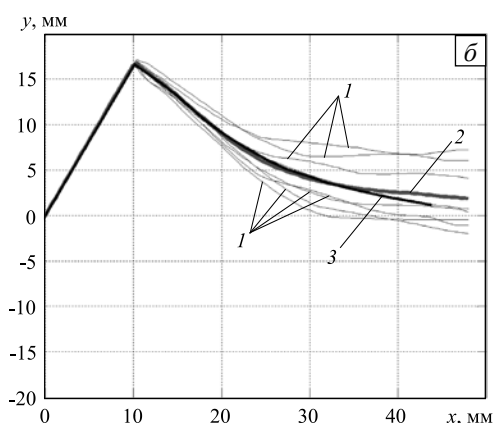
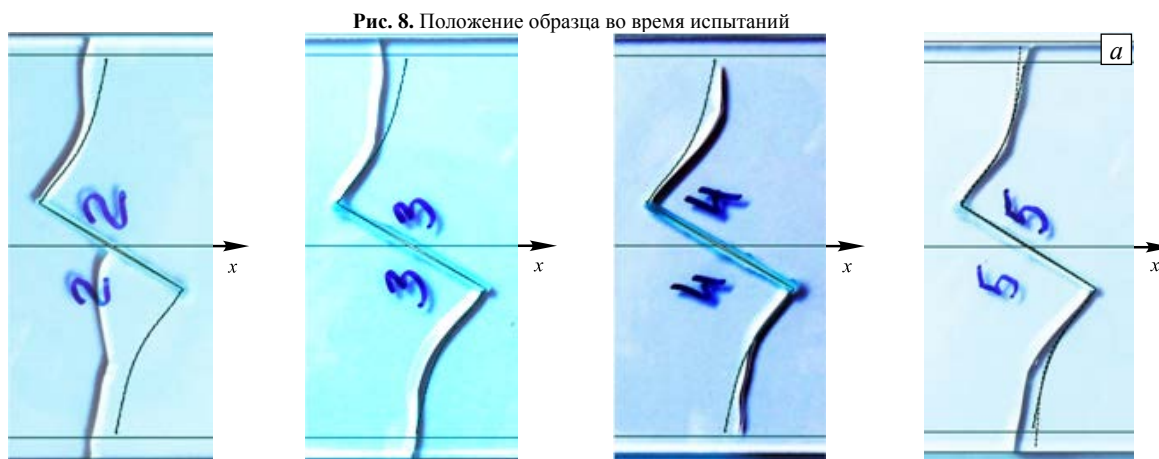


Рис. 9. Экспериментальные трещины на образцах в сравнении с расчетными (тонкие сплошные линии) (а); результат оцифровки траекторий трещин (б): линии 1 – эксперимент; линия 2 – средняя по экспериментам, линия 3 – расчетная

При вычислениях брались следующие свойства стекла: $E = 73 \text{ ГПа}$, $\nu = 0,3$. Использовался критерий по углу раскрытия $\varphi = 0,8^\circ$. Шаг приращения длины трещины был переменным и составлял $\Delta l_k = 0,5 \text{ мм}$ для первых 10 шагов алгоритма и 1 мм — для всех последующих.

Расчетные и экспериментальные конфигурации трещин приведены на рисунке 9а. Практически на всех образцах вторичные трещины расположены как выше, так и ниже расчетных. На образце № 2 нижняя трещина зародилась в средней части образца из-за наличия локального концентратора. Вначале угол между первичной и вторичной трещинами практически одинаков во всех случаях и составляет 85° . При дальнейшем продвижении имеет место небольшое уменьшение, а затем рост угла раскрытия и наблюдается тенденция изменения направления трещины на вертикальное.

Траектории трещин оцифровывались и интерполировались кусочно-линейными функциями (не менее 30 узлов на одну трещину). Ввиду симметрии образца трещины с обеих вершин первоначального разреза совмещались. Затем в каждом из 200 узлов более мелкой равномерной сетки по оси абсцисс x_i

определялось математическое ожидание $\bar{y}_i = (1/8) \sum_{j=1}^8 y_i^j$, где i — номер узла, j — номер эксперимента.

Из рисунка 9б видно, что относительная невязка расчетной траектории от фактической составляет не более 5%, что подтверждает адекватность предложенного алгоритма расчета траектории растущей трещины.

4. Результаты моделирования роста вторичной трещины ГРП в условиях анизотропного поля напряжений

Разработанная численная модель использована для решения задачи роста вторичной трещины при следующих значениях коэффициента анизотропии поля напряжений K_a и раскрытия первичной трещины $w_{w,0}$. Результаты расчетов представлены на рисунке 10. Из рисунка видно, при увеличении раскрытия первичной трещины трещина повторного ГРП даже при большой анизотропии напряжений практически не отклоняется в сторону наибольшего сжимающего напряжения и растет перпендикулярно первичной трещине. Главной причиной такого поведения является то, что при большем раскрытии первичной трещины в ее окрестности происходит снижение уровня анизотропии первоначального поля напряжений. Вследствие этого минимум величины давления, при котором создаются условия для роста

вторичной трещины, увеличивается.

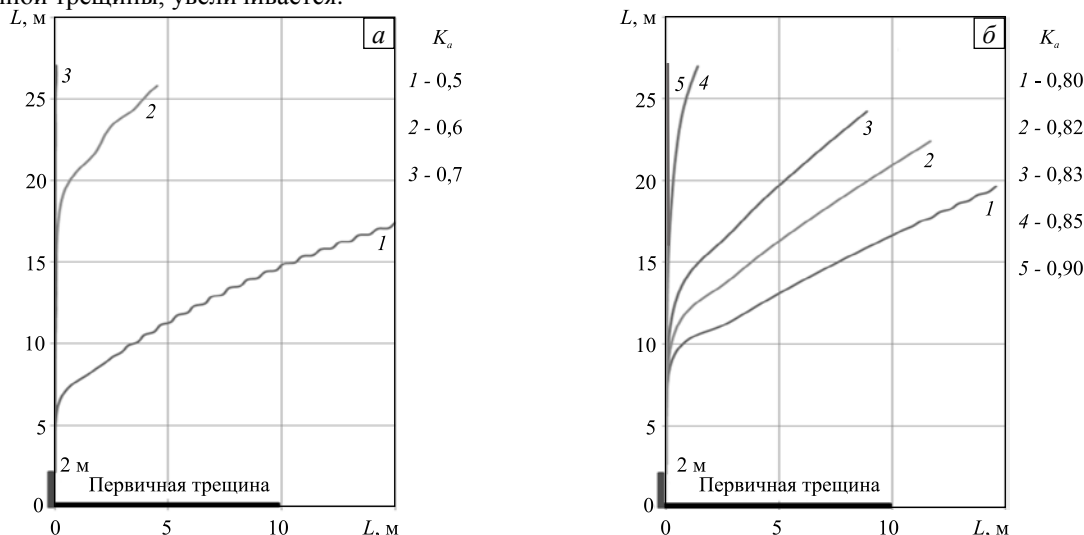


Рис. 10. Расчетные траектории трещин повторного ГРП при разном раскрытии трещины первичного ГРП и различных значениях коэффициента анизотропии исходного поля напряжений в окрестности скважины: $w_{w,0} = 20$ мм (а); $w_{w,0} = 5$ мм (б)

Направление трещины повторного ГРП зависит не только от величины раскрытия первичной трещины, но и от коэффициента анизотропии напряжений K_a . Чем больше раскрыта первичная трещина и чем ближе коэффициент анизотропии к 1,0, тем ближе траектория трещины повторного ГРП к нормальной по отношению к первичной трещине. Так, при раскрытии первичной трещины 5 мм направление роста вторичной трещины близко к нормали при $K_a = 0,85$, при раскрытии 10 мм — при $K_a = 0,80$, а при раскрытии 20 мм — при $K_a = 0,7$.

5. Заключение

Приложения разработанной численной модели развития трещины при повторном гидроразрыве пласта показали, что следующие факторы способствуют образованию вторичной трещины, ортогональной трещине первичного разрыва:

1. Анизотропия среды, в которой трещина распространяется (коэффициент анизотропии напряжений K_a должен быть больше 0,8).
2. Повышение давления нагнетания жидкости разрыва.
3. Увеличение раскрытия первичной трещины.

При наличии всех перечисленных факторов эффект от повторного ГРП будет максимальным, так как в результате его реализации в наибольшей степени вскрываются неистощенные зоны пласта.

В настоящих расчетах предполагалось, что в процессе повторного ГРП жидкость разрыва не проникает в первичную трещину, то есть при осуществлении повторного ГРП необходимо предусматривать изоляцию первичной трещины. В противном случае есть вероятность, что продолжится ее раскрытие, на что и указывают зарубежные специалисты, анализирующие развитие трещины повторного ГРП на физических моделях [4]. Кроме того, для преодоления дополнительных кольцевых напряжений, вызванных проведением первичного ГРП, требуется, как уже отмечалось, создание в нужном направлении поверхности ослабления определенной глубины. В то же время при равных компонентах горизонтальных напряжений вполне возможно развитие трещины повторного ГРП в направлении, перпендикулярном первичной трещине, без искусственного технического вмешательства.

Литература

1. Латыпов И.Д., Борисов Г.А., Хайдар А.М., Горин А.Н., Никитин А.Н., Кардымон Д.В. Переориентация азимута трещины повторного гидроразрыва пласта на месторождениях ООО «РН-Юганскнефтегаз» // Нефтяное хозяйство. – 2011. – № 6. – С. 34-38.
2. Латыпов И.Д., Федоров А.И., Никитин А.А. Исследование явления переориентации азимута трещины повторного ГРП // Нефтяное хозяйство. – 2013. – № 10. – С. 74-78.
3. Wright C.A., Conant R.A., Stewart D.E. Emanuel M.A., Wright W.W. Reorientation of propped refracture treatments // SPE paper 28078 presented at the 1994 SPE / ISMR Rock Mechanics in Petroleum Engineering Conference, Delft, Aug. 29-31.
4. Lan Zh., Zhang G., SPE, Hou F., He X., Liu X. Evaluation of refracture reorientation in both laboratory and field scales // SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, 13-15 February, Lafayette, Louisiana, USA. – SPE-112445-MS. DOI

5. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упругопластического разрушения. – М.: Наука, 1985. – 504 с.
6. *Фадеев А.Б.* Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 224 с.
7. *Зубков В.В., Кошелев В.Ф., Линьков А.М.* Численное моделирование инициирования и роста трещин гидроразрыва // ФТПРПИ. – 2007. – № 1. – С. 45-63. (English version [DOI](#)).
8. *Timbrell C., Maligno A., Stevens D.* Simulation of complex 3D non-planar crack propagation using robust adaptive remeshing and radial basis functions. (URL: <http://www.zentech.co.uk/download/zentech-blos-nwc13.pdf>).
9. *Kramberger J., Flasker J.* Numerical simulation of 3-D crack growth in thin-rim gears. (URL: <http://www.gruppofrattura.it/ocs/index.php/esis/CP2006/paper/viewFile/9516/6139>).
10. *Королев И.К., Петин С.В., Фрейдин А.Б.* Численное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в упругих материалах // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2009. – Т. 2, № 3. – С. 34-43. [DOI](#)
11. *Perkins T.K., Kern L.R.* Widths of hydraulic fractures // *J. Petrol. Technol.* – 1961. – Vol. 13, no. 9. – P. 937-949. [DOI](#)
12. *Nordgren R.P.* Propagation of a vertical hydraulic fracture // *Soc. Petrol. Eng. J.* – 1972. – Vol. 12, no. 4. – P. 306-314. [DOI](#)
13. *Экономидес М., Олини Р., Валько П.* Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2007. – 237 с.
14. *Hoek E.* Rock fracture under static stress conditions. PhD Thesis in Philosophy and Engineering. – The Faculty of Engineering of the University of Cape Town, 1965. – 229 p.

References

1. Latypov I.D., Borisov G.A., Haidar A.M., Gorin A.N., Nikitin A.N., Kardymon D.V. Reorientation refracturing on RN-Yuganskneftegaz LLC oilfields. *Neftyanoe khozyajstvo – Oil Industry*, 2011, no. 6. pp. 34-38.
2. Latypov I.D., Fedorov A.I., Nikitin A.A. Research of reorientation refracturing. *Neftyanoe khozyajstvo – Oil Industry*, 2013, no. 10, pp. 74-78.
3. Wright C.A., Conant R.A., Stewart D.E., Emanuel M.A., Wright W.W. Reorientation of propped refracture treatments. *SPE paper 28078 presented at the 1994 SPE / ISMR Rock Mechanics in Petroleum Engineering Conference, Delft, Aug. 29-31*.
4. Lan Zh., Zhang G., SPE, Hou F., He X., Liu X. Evaluation of refracture reorientation in both laboratory and field scales. *SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, 13-15 February, Lafayette, Louisiana, USA, SPE-112445-MS*. [DOI](#)
5. Parton V.Z., Morozov E.M. *Mekhanika uprugoplasticheskogo razrusheniya* [Elastic-plastic fracture mechanics]. Moscow: Nauka, 1985. 504 p.
6. Fadeev A.B. *Metod konechnykh ehlementov v geomekhanike* [Finite element method in geomechanics]. Moscow: Nedra, 1987. 224 p.
7. Zubkov V.V., Koshelev V.F., Lin'kov A.M. Numerical modeling of hydraulic fracture initiation and development. *J. Min. Sci.*, 2007, vol. 43, no. 1, pp. 40-56. [DOI](#)
8. Timbrell C., Maligno A., Stevens D. *Simulation of complex 3D non-planar crack propagation using robust adaptive remeshing and radial basis functions*. (URL: <http://www.zentech.co.uk/download/zentech-blos-nwc13.pdf>).
9. Kramberger J., Flasker J. Numerical simulation of 3-D crack growth in thin-rim gears. URL: <http://www.gruppofrattura.it/ocs/index.php/esis/CP2006/paper/viewFile/9516/6139>.
10. Korolev I.K., Petinov S.V., Freidin A.B. Numerical simulation of damage accumulation and fatigue crack growth in elastic materials. *Vycisl. meh. splos. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2009, vol. 2, no. 3, pp. 34-43. [DOI](#)
11. Perkins T.K., Kern L.R. Widths of hydraulic fractures. *J. Petrol. Technol.*, 1961, vol. 13, no. 9, pp. 937-949. [DOI](#)
12. Nordgren R.P. Propagation of a vertical hydraulic fracture. *Soc. Petrol. Eng. J.*, 1972, vol. 12, no. 4, pp. 306-314. [DOI](#)
13. Economides M. J., Oligney R., Valko P. *Unified fracture design*, Orsa Press, Alvin, TX, 2002.
14. Hoek E. *Rock fracture under static stress conditions*. PhD Thesis in Philosophy and Engineering, The Faculty of Engineering of the University of Cape Town, 1965. 229 p.

Поступила в редакцию 06.04.2015; опубликована в электронном виде 30.06.2015

Сведения об авторах

Сметанников Олег Юрьевич, дтн, доц., Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), 614990, Пермь, Комсомольский проспект, д. 29; e-mail: sou2009@mail.ru

Кашиников Юрий Александрович, дтн, проф., зав. каф., ПНИПУ; e-mail: geotech@pstu.ac.ru

Ашихмин Сергей Геннадьевич, дтн, проф., ПНИПУ; e-mail: a_s_g_perm@mail.ru

Шустов Денис Владимирович, ктн, доц., ПНИПУ; e-mail: denispstu@mail.ru