

DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.1.2

УДК 532.546:519.688

## О ВЛИЯНИИ ГЕОТЕРМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА ДЕФОРМАЦИИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВО ВРЕМЯ ВУЛКАНИЧЕСКОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ

Г.А. Зарин<sup>1</sup>, О.Э. Мельник<sup>2</sup>, Ю.Д. Цветкова<sup>2</sup>, А.А. Афанасьев<sup>2</sup><sup>1</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация<sup>2</sup>НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

Измерение деформаций земной поверхности, происходящие в процессе вулканического извержения, являются одним из основных методов мониторинга активных вулканов. Источником деформаций служат процессы в системе очаг–канал, а также в геотермальных системах, прогреваемых поднимающейся магмой. Роль очага и в меньшей степени канала при деформировании окружающих пород достаточно хорошо изучена теоретически, однако влияние геотермальной системы на измеряемые деформации в процессе вулканического извержения ранее не рассматривалось. В статье сравниваются деформации от двух инициирующих деформации источников: щелевого канала с заданным избыточным давлением и геотермальной системы, прогрев которой осуществлялся за счет течения магмы. Показано, что вертикальные деформации вследствие активности геотермальной системы могут в разы превосходить деформации, связанные с течением магмы. Пространственное распределение деформаций также существенно различается. При деформациях, вызванных геотермальной системой, максимум вертикального перемещения находится над щелевым каналом, в случае же изменения давления в канале над ним наблюдается локальное опускание поверхности, а ее максимальное поднятие располагается на расстоянии, примерно вдвое превышающем глубину залегания верхней части щелевого канала. Влияние геотермальной системы необходимо учитывать при интерпретации данных мониторинга активных вулканов.

*Ключевые слова:* геотермальная система, многофазная фильтрация, деформация, численное моделирование

## INFLUENCE OF A HYDROTHERMAL SYSTEM ON GROUND DEFORMATION DURING VOLCANIC ERUPTION

G.A. Zarin<sup>1</sup>, O.E. Melnik<sup>2</sup>, Yu.D. Tsvetkova<sup>3</sup> and A.A. Afanasyev<sup>2</sup><sup>1</sup>Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation<sup>2</sup>Institute of Mechanics of Moscow State University, Moscow, Russian Federation

Ground deformation measurement is one of the major ways to monitor active volcanoes. Processes in a magma chamber-conduit system as well as in geothermal systems heated by the ascending magma are the main sources of ground deformation. Influence of magma chambers and volcanic conduits on ground deformation is widely investigated theoretically, but there are no studies on ground deformation that is associated with short-term changes in a hydrothermal system during a volcanic eruption. Two patterns of ground deformation caused by changes in pressure in a volcanic conduit and by high temperature hydrothermal systems are compared in the paper. It is shown that vertical displacements related to the activity of a hydrothermal system can be several times larger than those initiated by magma flows. Ground deformation patterns are significantly different for these sources. In the case of a hydrothermal system the induced maximum of the vertical displacement is located above the conduit. There is a local surface subsidence above the conduit at deformations induced by conduit processes. The maximum surface uplift is observed at a distance approximately twice the depth of the upper part of the conduit. The influence of a hydrothermal system should be considered in the interpretation of monitoring data of active volcanoes.

*Key words:* hydrothermal system, multiphase flows, ground deformation, numerical simulations

### 1. Введение

В процессе вулканического извержения происходит внедрение горячего магматического расплава в горные породы, которые могут быть водонасыщенными. По образующимся или открывающимся каналам происходит течение магмы, насыщенной летучими компонентами, прежде всего парами воды. Тепломассообмен магмы с вмещающими породами приводит к перераспределению порового давления и тепловому расширению скелета и метеорной воды. В процессе извержения меняется также давление и в системе очаг–канал. Изменение давления приводит к деформациям земной поверхности. Эти деформации измеряются на многих активных вулканах.

В настоящее время имеются достаточно детальные математические модели для вычисления деформаций вулканической постройки, вызванных процессами в системе очаг–канал. Так, в [1] моделируются угломерные измерения от 1997 года, проведенные на вулкане Суфриер Хиллз (о. Монтсеррат в Карибском море). В трехмерной модели вулкана учитывается реальная топография и упругие свойства пород, полученные в результате интерпретации данных активного сейсмического зондирования; в качестве источника давления используется канал сложной формы. Канал состоит из трещины в глубине, гладко переходящей в цилиндрический канал в приповерхностной области. Распределение давления в канале в разные моменты извержения рассчитывается на основе модели [2], откалиброванной для данного вулкана. Модель [1] адекватно воспроизводит 6–7-недельные циклы в угломерных измерениях, однако интерпретация деформаций на более длительных периодах (1–10 лет)

сталкивается с большими трудностями. В настоящее время для вулкана Суфриер Хиллз не найдено адекватной модели источника деформаций, которая объяснила бы результаты многочисленных измерений, сделанные более чем за 10 лет наблюдения за его извержением. Основная трудность связана с тем, что для корректного описания результатов наблюдений требуется наличие больших изменений давления в системе очаг–канал, которые физически не могут быть реализованы. Возможным выходом при сложившейся ситуации может служить привлечение неупругих свойств пород, однако в настоящее время имеется недостаточно данных для оправдания этого предположения.

В статье рассмотрен вклад процессов, протекающих в геотермальной системе, в деформации вмещающих пород в рамках теории пороупругости. Для расчета распределения давления в пористой среде применяется пакет программ MUFITS [3], разработанный одним из авторов настоящей статьи — А.А. Афанасьевым, в приложении к многофазной фильтрации бинарной смеси. В качестве условий на границе магма–порода берется распределение давления и температуры, рассчитанное по модели [2]. Деформации поверхности, вызванные прогревом геотермальной системы, сравниваются с деформациями, найденными по распределению давления в канале. Показано, что за счет постепенного прогрева геотермальной системы возникает нестационарная составляющая деформаций пород, существенно превышающая деформацию, вызванную процессами в канале вулкана.

## 2. Постановка задачи

### 2.1. Модель течения магмы в канале вулкана

Для моделирования процессов в канале вулкана используется модель [2], описывающая процесс экструзивного извержения, результатом которого является медленный рост лавового купола. Скорость подъема магмы составляет несколько миллиметров в секунду, а время прохождения канала вулкана жидкой частицей — недели и месяцы. При течении существенны кристаллизация магмы и фильтрация летучих компонентов (газовой фазы) сквозь магму и стенки канала. Считается, что канал имеет эллиптическое сечение, медленно изменяющееся с высотой так, что применимо квазиодномерное приближение. В глубине канал имеет форму трещины (большая полуось много больше малой), в приповерхностной области трещина переходит в цилиндрический канал (полуоси становятся равными). Переход осуществляется на глубине ~1 км (Рис. 1).

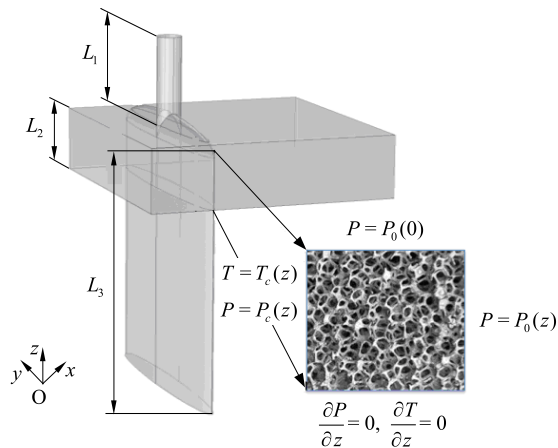


Рис. 1. Геометрия вулcano-магматической системы

Канал вулкана состоит из щелевой части (длиной  $L_3 \sim 4$  км), переходящей плавно в цилиндрическую (длиной  $L_1 \sim 2$  км). Слой пористых водонасыщенных пород находится на глубине ~1 км и имеет толщину

$L_2 \sim 1$  км. Для вулкана Суфриер Хиллз верхняя граница слоя соответствует уровню моря. Выше водонасыщенных пород находятся ненасыщенные породы, ниже — непроницаемые.

Система уравнений, описывающая течение в канале, в квазиодномерном приближении выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i S}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i V_j S}{\partial z} &= S G_k \quad (i = m, c, d, g), \quad (j = g, l), \quad (k = c, g); \\ \frac{\partial P}{\partial z} &= -\rho g - F_\mu, \quad V_g - V_l = \frac{k(\alpha)}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial z}; \\ \frac{\partial}{\partial t} (S \rho C_m T) + \frac{\partial}{\partial z} (S \rho C_m V_l T) &= S L_* G_c. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь:  $V$  — скорость;  $\rho$  — плотность (значения без индекса соответствуют плотности смеси);  $S$  — площадь поперечного сечения канала;  $P$  — давление в канале;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $F_\mu$  — сила сопротивления канала вулкана, рассчитанная для ламинарного течения в канале эллиптического сечения;  $\mu_g$  — вязкость газовой фазы;  $C_m$  — удельная теплоемкость магмы;  $T$  — температура;  $L_*$  — скрытая теплота кристаллизации;  $z$  — вертикальная координата.

Система состоит: из четырех уравнений неразрывности (для магматического расплава ( $m$ ), кристаллов ( $c$ ), пузырьков газа ( $g$ ) и растворенного газа ( $d$ )), причем скорость газа  $V_g$  отличается от скорости жидкости с кристаллами  $V_l$ ; из двух уравнений импульса — одно для конденсированного компонента и другое в виде закона Дарси для газа в слившихся пузырьках; из уравнения энергии для смеси в целом. Зависимость коэффициента фильтрации от объемной доли пузырьков  $k(\alpha)$  задается исходя из данных лабораторных экспериментов [4]. Вязкость магмы считается функцией количества растворенного в ней газа и объемной концентрации кристаллов. Поток массы к пузырькам  $G_k$  отыскивается путем аналитического решения уравнения диффузии в квазистационарном приближении [5], а для определения потока массы в процессе кристаллизации ( $G_c$ ) применяется (с некоторыми уточнениями) модель [6]. Считается, что изменение температуры происходит в основном за счет скрытой теплоты кристаллизации.

Площадь поперечного сечения канала зависит от давления, избыточного над литостатическим давлением, и находится из аналитического решения Мухелишвили [7]. В качестве граничных условий задаются давления в очаге извержения и на верхней кромке канала. Концентрации летучих компонентов и кристаллов в очаге вычисляются из равновесных соотношений по заданному давлению и температуре. Методом установления решается краевая задача для определения расхода магмы.

На рисунке 2 приведены графики распределения давления и температуры в трещинной части канала вулкана. В приповерхностной области за счет кристаллизации магмы при подъеме и отделения от нее летучих компонентов вязкость магмы значительно возрастает. Это приводит к увеличению силы сопротивления канала вулкана и, соответственно, градиента давления. Температура растет за счет выделения скрытой теплоты кристаллизации. Распределения давления и температуры на отрезке от  $-2000$  м до  $-1000$  м берутся в качестве граничных условий для гидротермального симулятора, описанного в следующем разделе. Распределения давления и температуры по всей длине канала используются для расчета деформаций земной поверхности в случае, когда деформации обусловлены процессами в канале.

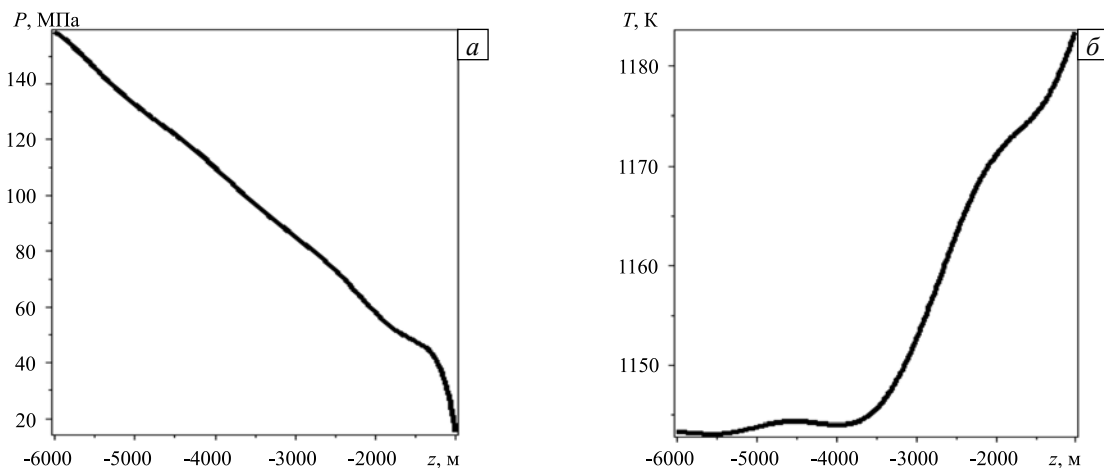


Рис. 2. Распределение давления (а) и температуры (б) в трещинной части канала вулкана

## 2.2. Моделирование процессов в геотермальной системе

Течение в геотермальной системе, вызванное изменением давления и температуры в канале вулкана, описывается следующей системой уравнений [8, 9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( m \sum_{i=1}^p \rho_i s_i \right) + \operatorname{div} \left( \sum_{i=1}^p \rho_i \mathbf{w}_i \right) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( m \sum_{i=1}^p \rho_i e_i s_i + (1-m) \rho_r e_r \right) + \operatorname{div} \left( \sum_{i=1}^p \rho_i h_i \mathbf{w}_i - (1-m) \lambda_r \operatorname{grad} T \right) &= 0, \\ \mathbf{w}_i &= -K \frac{f_i}{\mu_i} (\operatorname{grad} P - \rho_i \mathbf{g}) \quad (i = 1, \dots, p). \end{aligned} \quad (2)$$

Система (2) состоит из закона сохранения массы для воды, закона сохранения энергии и закона фильтрации Дарси. Здесь:  $m$  — пористость породы;  $p \leq 2$  — число фаз  $\text{H}_2\text{O}$  (вода и водяной пар или закритический флюид);  $\rho$  — плотность;  $s$  — насыщенность (то есть объемная доля фазы);

$w$  — вектор скорости фильтрации;  $e$  — внутренняя энергия;  $h$  — энтальпия;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $T$  — температура;  $K$  — проницаемость породы;  $f$  — относительная фазовая проницаемость;  $\mu$  — вязкость  $H_2O$ ;  $P$  — давление. Индекс  $i$  обозначает параметры  $i$ -й фазы  $H_2O$ , а индекс  $r$  — параметры породы. Для насыщенностей фаз выполняется условие  $\sum_{i=1}^p s_i = 1$ .

Расчет теплофизических свойств воды осуществляется методом, предложенным в работе [10]. Свойства рассчитываются в зависимости от давления и удельной энтальпии  $H_2O$ . Данные параметры используются также в качестве независимых переменных численной модели, что обеспечивает хорошую сходимость процесса вычислений при околокритических термодинамических условиях для  $H_2O$  [9].

Теплофизические свойства породы задаются в виде:  $\rho_r, \lambda_r = \text{const}$ ,  $e_r = C_r T$ , где теплоемкость  $C_r = 1 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ,  $\rho_r = 2500 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $\lambda_r = 2 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ . Пористость и проницаемость породы полагаются равными  $m = 0,1$  и  $K = 10^{-14} \text{ м}^2$ .

Относительные фазовые проницаемости имеют вид [10]:  $f_1 = s_1^4$ ,  $f_2 = (1 - s_1^2)(1 - s_1)^2$ , где индекс 1 соответствует параметрам жидкой фазы воды, а индекс 2 — параметрам водяного пара. В проделанных расчетах считается, что протяженные области совместной фильтрации воды и водяного пара не образуются, а имеется только граница фазового раздела между областью однофазной фильтрации воды вдали от канала вулкана и областью однофазной фильтрации пара (или закритического флюида) вблизи него. Таким образом, конкретный вид фазовых проницаемостей не влияет на приведенные ниже распределения.

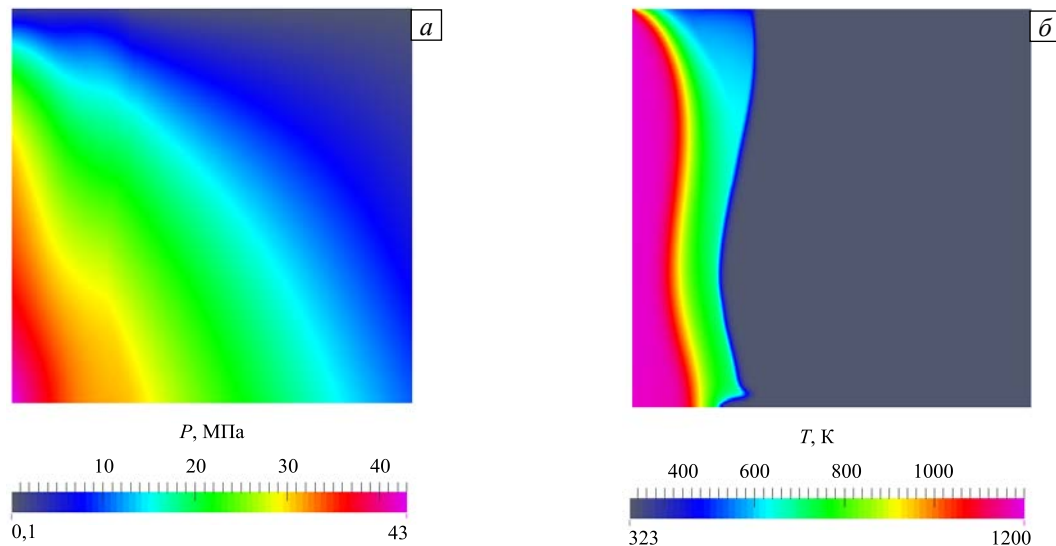


Рис. 3. Распределение давления (а) и температуры (б) через 4,25 года

Описанная модель реализована в комплексе программ MUFITS [3], позволяющем осуществлять параллельные расчеты многофазной неизотермической фильтрации. В настоящей работе комплекс использовался для расчета полей давления и температуры в геотермальной системе.

Моделирование воздействия вулкана на геотермальную систему проведено в плоской двумерной постановке. Расчетная область, представляющая собой квадрат с длиной стороны 1 км, располагалась вертикально и перпендикулярно трещине, касающейся области вдоль ее левой границы (Рис. 1). В начальный момент времени геотермальную систему насыщала вода при температуре  $50^\circ\text{C}$ , а давление имело гидростатическое распределение  $P_0(z)$ . При  $t=0$  давление и температура на левой границе скачком возрастали до своих значений, полученных из решения в канале:  $P = P_c(z)$ ,  $T = T_c(z)$ . Таким образом, через левую границу в геотермальную систему происходило нагнетание воды ( $H_2O$ ), нагретой до сверхкритических температур. На правой и верхней границе поддерживалось начальное гидростатическое распределение  $P_0(z)$ , а нижняя граница была непроницаемой и теплоизолированной.

На рисунке 3 приведены распределения давления и температуры через 4,25 года после начала извержения. У левой границы расчетной области, разделяющей геотермальную систему и канал, формируются области с повышенными значениями давления и температуры. В геотермальную систему распространяется температурный фронт, перед которым температура сохраняет начальное значение, а вода находится в жидком состоянии. За фронтом температура имеет повышенное значение, а вода находится в закритическом или паробразном виде.

### 2.3. Моделирование деформаций пористой среды

Для расчета перемещений земной поверхности вследствие прогрева и повышения давления в геотермальной системе использовалась модель [12]. Вначале рассмотрим водонасыщенную пористую среду. Ее напряженно-деформированное состояние описывается законом Гука с учетом поро- и термоупругости:

$$e_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left( \sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) + \frac{\Delta P}{3H} \delta_{ij} + \frac{\alpha_s}{3} \Delta T \delta_{ij}. \quad (3)$$

Здесь:  $e_{ij}$  — компоненты тензора деформаций;  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений;  $\mu$  — модуль сдвига;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\Delta P$  — изменение давления;  $H$  — число Био;  $\alpha_s$  — модуль теплового расширения;  $\Delta T$  — изменение температуры.

Возьмем изолированный от окружения малый объем пористой среды и два его состояния: начальное, где тензор напряжений нулевой, деформации отсутствуют, и конечное, где давление и температура изменились, вызвав изменение тензора напряжений при постоянном объеме (Рис. 4). Добавим фиктивное промежуточное состояние, в котором элемент объема свободен от напряжений, но вследствие изменения

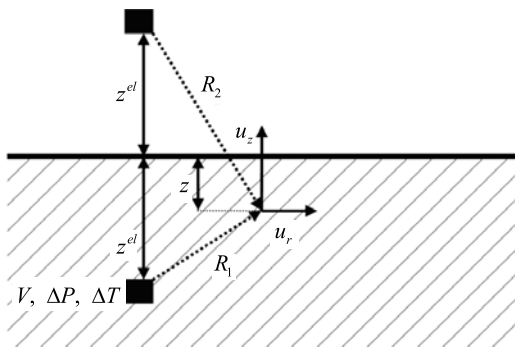


Рис. 4. Схема для вычисления деформаций

давления и температуры изотропно растянут. Далее, рассчитав по закону (3) тензор напряжений, характеризующий переход от начального к конечному состоянию через промежуточное состояние, заменим элемент объема с диагональным тензором напряжений тремя ортогональными силами [13]. Разбив на малые объемы область, в которой изменяются давление и температура, заменим прогретую пористую среду системой точечных сил, приложенных к центрам этих объемов. Для вычисления перемещений поверхности представим пористые и непроницаемые породы как однородную упругую среду с заданными точечными силами.

Воспользуемся решением задачи нахождения напряженно-деформированного состояния однородного полупространства при действии точечной силы из [14].

Согласно этой работе выражения для перемещений поверхности при изменении давления и температуры в малом объеме пористой среды имеют вид (в обозначениях Рис. 4):

$$u_z = -\frac{1+\nu}{12\pi(1-\nu)} \left( \frac{\Delta P}{H} + \alpha_s \Delta T \right) V \left[ \frac{z - z^{el}}{R_1^3} - (3-4\nu) \frac{z + z^{el}}{R_2^3} + \frac{z}{R_2^3} - \frac{6z(z + z^{el})^2}{R_2^5} \right], \quad (4)$$

$$u_r = -\frac{1+\nu}{12\pi(1-\nu)} \left( \frac{\Delta P}{H} + \alpha_s \Delta T \right) V \left[ \frac{1}{R_1^3} - (3-4\nu) \frac{1}{R_2^3} - \frac{6z(z + z^{el})}{R_2^5} \right] (r - r^{el}). \quad (5)$$

Для вычисления полной деформации следует разбить область, где происходит течение, на малые элементы, затем их вклад в перемещения поверхности просуммировать.

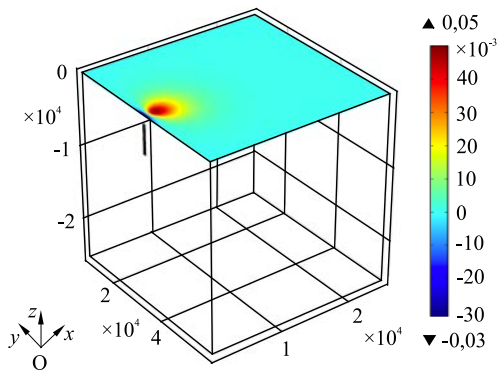
## 3. Результаты расчетов

### 3.1. Моделирование деформаций, вызванных процессами в канале

Задача моделирования деформаций, вызванных процессами в канале вулкана, решалась в пакете программ Comsol Multiphysics. Расчетная область представлена на рисунке 5. Для уменьшения влияния граничных условий на бесконечности размеры расчетной области были взяты равными 25 км во всех направлениях. Поверочные расчеты с большей расчетной областью показали слабое влияние граничных условий.

Трещинная часть канала отмечена цветом. Ее верхний край находится на глубине 1 км, нижний на глубине 6 км. Поперечный размер трещины в направлении оси  $y$  — 500 м. Деформации свободной поверхности, вызванные процессами, происходящими в цилиндрической части канала, оказываются пренебрежимо малыми, поскольку площадь боковых стенок цилиндра существенно меньше, чем у трещины. Также не принимается во внимание форма трещинной части, поскольку малая полуось эллипса существенно меньше большой, и давление, рассчитанное в канале вулкана (Рис. 2),

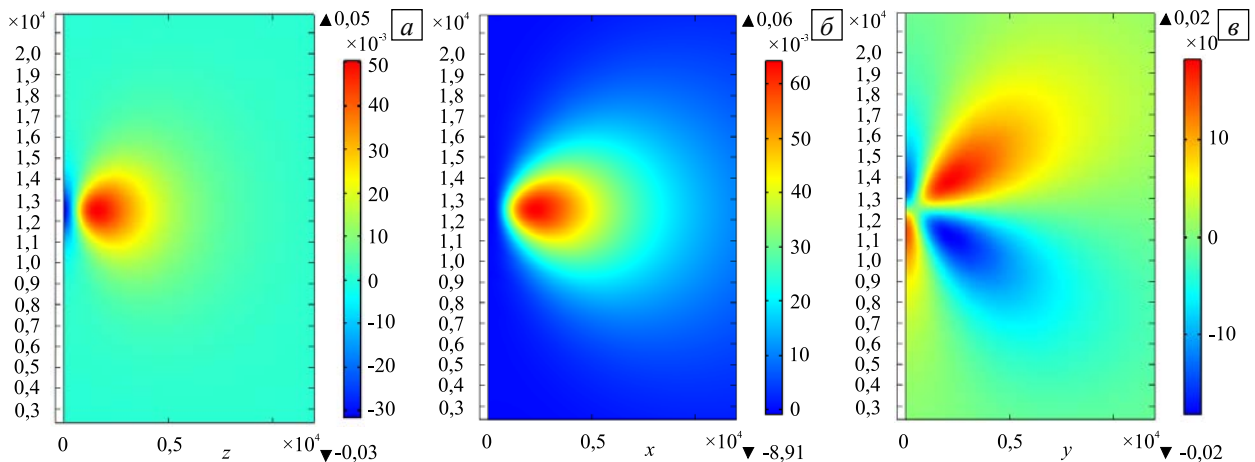




**Рис. 5.** Расчетная область; на плоскости  $Oxy$  показано вертикальное перемещение свободной поверхности (в метрах)

прикладывается к плоскости  $Oyz$ , имеющей координату  $x = 0$ . В силу того, что модель течения в канале квазиодномерная, давление зависит только от вертикальной координаты. В качестве фоновых условий принимается литостатическое распределение давления. На части плоскости  $Oyz$ , не занятой трещиной, выставляются условия симметрии, на бесконечных границах задается отсутствие перемещений, а плоскость  $Oxy$  считается свободной поверхностью. Таким образом, реальное строение вулканической постройки не учитывается.

На рисунке 6 представлены распределения перемещений свободной поверхности. В окрестности трещины преобладают горизонтальные растягивающие напряжения, поэтому происходит локальное опускание свободной поверхности с максимальным прогибом в 3 см. На расстоянии  $x \sim 1,8$  км на оси симметрии трещины наблюдается максимум поднятия, составляющий порядка 5 см (Рис. 6а). Горизонтальные смещения в направлении оси  $x$  достигают 6 см (Рис. 6б) и 2 см в направлении оси  $y$  (Рис. 6в). Подобные величины деформаций фиксируются на многих активных вулканах, что свидетельствует об адекватности модели.



**Рис. 6.** Перемещения свободной поверхности (в метрах) вследствие изменения давления и температуры: вертикальные (а), горизонтальные в направлении оси  $x$  (б), в направлении оси  $y$  (в)

### 3.2. Моделирование деформаций, вызванных процессами в геотермальной системе

Для вычисления деформации поверхности от процессов, проходящих в геотермальной системе, была разработана программа, входными данными которой являются распределения давления и температуры в начальный и конечный моменты времени, рассчитанные в пакете программ MUFITS (Рис. 3). Перемещения на рисунке 7 соответствуют узлам сетки размером  $5 \times 10$  км, нанесенной на поверхность земли ( $z = 0$ ). При расчете учитывалось, что течение симметрично относительно трещины. Черным штрихом отмечена проекция трещины на поверхность.

Вертикальные перемещения достигают 23 см над центром проекции трещины на плоскость с координатой  $z = 0$  (Рис. 7а). Деформации практически радиально-симметричны, так как размер прогретой области по  $x$  примерно равен раскрытию трещины по  $y$ . Горизонтальные перемещения на порядок меньше, чем вертикальные ( $\sim 2$  см, Рис. 7б, в).

Деформационная картина на рисунке 7 качественно отличается от картины, полученной в предыдущем разделе, когда источником деформаций являлись процессы в канале вулкана. Во-первых, здесь вертикальные перемещения на порядок превышают горизонтальные, в то время как аналогичные перемещения, вызванные процессами в канале (Рис. 6), имеют сравнимый порядок. Во-вторых, максимум вертикального перемещения приходится на проекцию трещины на свободную поверхность, в то время как на рисунке 6 эта область характеризуется локальным опусканием. Значения перемещений уровня, полученных в данной работе, наблюдаются на многих активных вулканах и надежно регистрируются современными измерительными приборами [15].

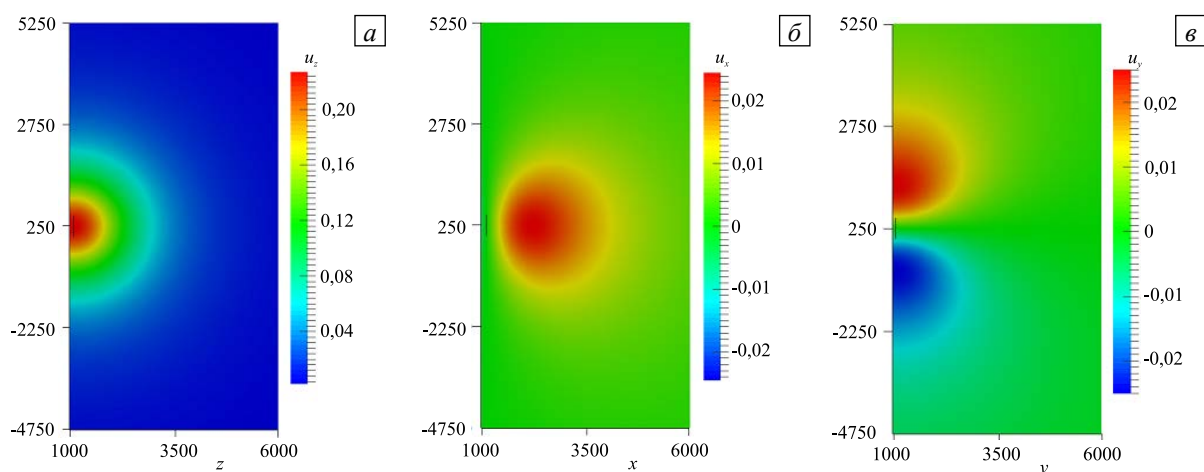


Рис. 7. Перемещения поверхности (в метрах) вследствие процессов в геотермальной системе: вертикальные (а), горизонтальные (б), (е)

Добавим, что характерные времена проявления деформаций поверхности, вызванных процессами в канале и геотермальной системе, сильно различаются. В начале извержения внедрение магмы в канал сопровождается резким перераспределением давления в канале, однако распространение возмущений давления внутрь геотермальной системы происходит на временах от десятков часов до нескольких дней, а процесс прогрева и, соответственно, температурные деформации — на временах в месяцы и годы. Отклик на изменения существенно зависит от проницаемости пород.

Для детального сравнения результатов расчетов с измерениями на вулкане Суффриер Хиллз или другом конкретном вулкане необходим учет реальной геометрии водонасыщенного пласта и геометрии вулканической постройки, а также неоднородности упругих свойств, пористости и проницаемости. Однако даже упрощенная модель деформирования показывает, что неучет процессов в геотермальной системе приводит к совершенно неверной интерпретации данных деформационных измерений.

#### 4. Заключение

На основе моделей течения магмы в канале вулкана и флюида в геотермальной системе оценен вклад в деформации вулканической постройки, который после начала извержения вносится прогревом водонасыщенных пород. Показано, что вертикальные перемещения свободной поверхности за счет процессов в геотермальной системе в разы больше, чем перемещения, вызванные процессами в канале. Пространственное распределение этих перемещений качественно различно. Для корректной интерпретации данных мониторинга вулканов обязателен учет взаимодействия магмы с вмещающими породами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-00465). Расчеты проводились на суперкомпьютерном вычислительном комплексе МГУ.

#### Литература

1. Hautmann S., Gottsmann J., Sparks R.S.J., Costa A., Melnik O., Voight B. Modelling ground deformation caused by oscillating overpressure in a dyke conduit at Soufrière Hills Volcano, Montserrat // *Tectonophysics*. – 2009. – Vol. 471, no. 1-2. – P. 87-95. DOI
2. Costa A., Melnik O., Sparks R.S.J., Voight B. Control of magma flow in dykes on cyclic lava dome extrusion // *Geophys. Res. Lett.* – 2007. – Vol. 34, no. 2. – L02303. DOI
3. <http://www.mufits.imec.msu.ru> (дата обращения: 30.01.2015).
4. Mueller S., Melnik O., Spieler O., Scheu B., Dingwell D.B. Permeability and degassing of dome lavas undergoing rapid decompression: An experimental determination // *B. Volcanol.* – 2005. – Vol. 67, no. 6. – P. 526-538. DOI
5. Navon O., Lyakhovsky V. Vesiculation processes in silicic magmas // *The physics of explosive volcanic eruption* / Ed. by J. Gilbert, R.S.J. Sparks. – London: Geological Society, Special Publication, 1998. – Vol. 145. – P. 27-50. DOI
6. Hort M. Abrupt change in magma liquidus temperature because of volatile loss or magma mixing: effects on nucleation, crystal growth and thermal history of the magma // *J. Petrology*. – 1998. – Vol. 39, no. 5. – P. 1063-1076. DOI
7. Мухомелов Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М: Наука, 1966. – 708 с.
8. Афанасьев А.А. Математическая модель неизотермической многофазной фильтрации бинарной смеси // *МЖГ*. – 2011. – Т. 46, № 1. – С. 104-115. (English version DOI)
9. Афанасьев А.А., Мельник О.Э. О построении конечно-разностной схемы расчета фильтрации при околокритических термодинамических условиях // *Вычисл. мех. сплош. сред*. – 2013. – Т. 6, № 2. – С. 246-255. DOI

10. Афанасьев А.А., Мельник О.Э. Об одном методе расчета теплофизических свойств при до- и закритических условиях // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2013. – Т. 14. (URL: <http://chemphys.edu.ru/media/files/2013-04-04-001.pdf>).
11. Brooks R.H., Corey A.T. Hydraulic properties of porous media // Hydrology Papers. – Colorado State University, 1964. – No. 3. – 27 p.
12. Rinaldi A.P., Todesco M., Bonafede M. Hydrothermal instability and ground displacement at the Campi Flegrei caldera // Phys. Earth Planet In. – 2010. – Vol. 178, no. 3-4. – P. 155-161. DOI
13. Wang H.F. Theory of linear poroelasticity with applications to geomechanics and hydrology. – Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2000. – 276 p.
14. Mindlin R.D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid // J. Appl. Phys. – 1936. – Vol. 7, no. 5. – P. 195. DOI
15. Mattioli G.S., Herd R.A., Strutt M.H., Ryan G., Widiwijayanti C., Voight B. Long term surface deformation of Soufrière Hills Volcano, Montserrat from GPS geodesy: Inferences from simple elastic inverse models // Geophys. Res. Lett. – 2010. – Vol. 37, no. 19. – L00E13. DOI

## References

1. Hautmann S., Gottsmann J., Sparks R.S.J., Costa A., Melnik O., Voight B. Modelling ground deformation caused by oscillating overpressure in a dyke conduit at Soufrière Hills Volcano, Montserrat. *Tectonophysics*, 2009, vol. 471, no. 1-2, pp. 87-95. DOI
2. Costa A., Melnik O., Sparks R.S.J., Voight B. Control of magma flow in dykes on cyclic lava dome extrusion. *Geophys. Res. Lett.*, 2007, vol. 34, no. 2, L02303. DOI
3. <http://www.mufits.imec.msu.ru> (accessed 30 January 2015).
4. Mueller S., Melnik O., Spieler O., Scheu B., Dingwell D.B. Permeability and degassing of dome lavas undergoing rapid decompression: An experimental determination. *B. Volcanol.*, 2005, vol. 67, no. 6, pp. 526-538. DOI
5. Navon O., Lyakhovsky V. Vesiculation processes in silicic magmas. *The physics of explosive volcanic eruption*, ed. by J. Gilbert, R.S.J. Sparks. Geological Society, London, Special Publication, 1998, vol. 145. Pp. 27-50. DOI
6. Hort M. Abrupt change in magma liquidus temperature because of volatile loss or magma mixing: effects on nucleation, crystal growth and thermal history of the magma. *J. Petrology*, 1998, vol. 39, no. 5, pp. 1063-1076. DOI
7. Muskhelishvili N.I. *Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti* [Some basic problems of the mathematical theory of elasticity]. Moscow: Nauka, 1966. 708 p.
8. Afanasyev A.A. Mathematical model of nonisothermal multiphase binary mixture flow through a porous medium. *Fluid Dyn.*, 2011, vol. 46, no. 1, pp. 80-89. DOI
9. Afanasyev A.A., Melnik O.E. Construction of finite-difference scheme for simulation of flows in porous media under near-critical thermodynamic conditions. *Vycisl. meh. splos. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2013, vol. 6, no. 2, pp. 246-255. DOI
10. Afanasyev A.A., Melnik O.E. A robust method for thermophysical properties calculation under sub- and supercritical conditions. *Physics-chemical kinetics in gas dynamics*, 2013, vol. 14. (URL: <http://chemphys.edu.ru/media/files/2013-04-04-001.pdf>).
11. Brooks R.H., Corey A.T. Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Papers*, Colorado State University, 1964, no. 3. 27 p.
12. Rinaldi A.P., Todesco M., Bonafede M. Hydrothermal instability and ground displacement at the Campi Flegrei caldera. *Phys. Earth Planet In.*, 2010, vol. 178, no. 3-4, pp. 155-161. DOI
13. Wang H.F. *Theory of linear poroelasticity with applications to geomechanics and hydrology*. Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2000. 276 p.
14. Mindlin R.D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid. *J. Appl. Phys.*, 1936, vol. 7, no. 5, pp. 195. DOI
15. Mattioli G.S., Herd R.A., Strutt M.H., Ryan G., Widiwijayanti C., Voight B. Long term surface deformation of Soufrière Hills Volcano, Montserrat from GPS geodesy: Inferences from simple elastic inverse models. *Geophys. Res. Lett.*, 2010, vol. 37, no. 19, L00E13. DOI

Поступила в редакцию 13.08.2014; опубликована в электронном виде 31.03.2014

## Сведения об авторах

Зарин Глеб Александрович, асп., Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1; e-mail: zaringleb@gmail.com

Мельник Олег Эдуардович, дфмн, член-корр. РАН, зав. лаб., НИИ механики МГУ (ИМ МГУ), 119192, Москва, Мичуринский проспект, д. 1; e-mail: melnik@imec.msu.ru

Цветкова Юлия Дмитриевна, мнс, ИМ МГУ; e-mail: jultsv@gmail.com

Афанасьев Андрей Александрович, кфмн, внс, ИМ МГУ; e-mail: afanasyev@imec.msu.ru