

DOI: [10.7242/1999-6691/2014.7.3.25](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2014.7.3.25)
УДК 532.546

О ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЯХ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Г.А. Никифоров

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, Казань, Российская Федерация

Представлены результаты численного моделирования двухфазного изотермического течения несмешивающихся несжимаемых жидкостей в пористой среде с учетом капиллярных и гравитационных сил. Задача решена методом контрольных объемов в переменных «скорость–насыщенность». Для решения уравнения гиперболического типа использована схема WENO третьего порядка точности в комбинации с методом Рунге–Кутты. Показано, что под действием капиллярных и гравитационных сил при определенных условиях могут возникать вихревые потоки в каждой из фаз. В частности, вихревые течения наблюдаются как при внедрении тяжелой жидкости в пористое тело, насыщенное легкой жидкостью, так и при сегрегации жидкостей в пласте, если в нем имеются включения другой проницаемости. Также показано, что под влиянием вихревых потоков жидкости меняется конфигурация фронта вытеснения. Ранее явление образования вихревых течений в пористой среде изучалось посредством введения в рассмотрение новой искомой переменной – функции завихренности. В такой постановке задачи изучено появление вихревых течений в пористых средах на границах разделов двух жидкостей разной плотности, на границах скачкообразного изменения проницаемости и в некоторых других случаях. В настоящей работе показано, что наличие завихренности при двухфазном течении в пористой среде может быть выявлено путем непосредственного вычисления поля скоростей каждой из фаз.

Ключевые слова: пористая среда, двухфазное течение, скорость, насыщенность, завихренность

ON VORTEX FLOWS OF A TWO-PHASE FLUID IN POROUS MEDIA

G.A. Nikiforov

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center RAS, Kazan, Russian Federation

The results of numerical modeling of the two-phase isothermal motion of immiscible incompressible liquids in porous media taking into account capillary and gravitational forces are presented. The problem is solved by the control volume method in the variables “velocity-saturation”. To solve the equation of hyperbolic type, the scheme WENO of the third order of accuracy in a combination with the Runge–Kutta method is used. It is shown that in the presence of capillary and gravitational forces vortex flows may occur in every phase under certain conditions. In particular, vortex flows arise after infiltration of a heavy liquid into the porous body saturated with easy liquid, and at segregation of liquids in a reservoir if there are inclusions of different permeability in it. It has been found that vortex flows change the configuration of the displacement front. In previous works, the occurrence of vortex flows in porous media has been studied by introducing in the consideration a new desired variable – function of vorticity. In such a statement of the problem, the occurrence of vortex flows in porous media has been studied at the interface of two liquids of different density, on the boundaries of a jump wise change of permeability and in some other cases. In the present work, it is shown that the existence of vorticity in a two-phase flow in porous media can be revealed by performing direct calculations of the velocity field in each phase.

Key words: porous media, two-phase flow, velocity, saturation, vorticity

1. Введение

Явление образования вихревых структур в пористых средах известно давно. Так, в работе [1] впервые в рамках модели однофазной фильтрации исследовано образование вихревых структур на границе раздела двух жидкостей разной плотности. Большое число работ посвящено исследованию движения вязкой жидкости в пористой среде при смешивающемся вытеснении на основе модели однофазной фильтрации двухкомпонентной жидкости, при этом к закону Дарси применяется векторный дифференциальный оператор ротор, и вводятся функции тока и завихренности [2–6]. Общие положения, связанные с идеей введения функции завихренности в качестве искомой, изложены в [2]. В [3, 4] к функции завихренности прибегают в задаче смешивающегося вытеснения при исследовании неустойчивых течений, а в [5] эта же задача рассматривается в трехмерной постановке. В работе [6] функция завихренности использована при решении плоских задач установившихся течений вязкой жидкости в пористой среде с законом движения в форме Darcy–Brinkman–Lapwood, а в работе [7] — в задаче двухфазной фильтрации. В монографии [8] достаточно полно описаны ситуации возникновения циркуляционных течений в пористых средах вследствие их нагрева различными способами. Авторами работы [9] исследовано течение двухфазной жидкости в теле, состоящем из двух частей с разной проницаемостью. Выявлено, что в окрестности границы разрыва значения проницаемости наблюдается искривление линий тока.

В настоящей работе показано, что вихревые течения могут наблюдаться при изотермическом двухфазном течении жидкости как в однородных, так и неоднородных пористых телах. Задача

формулируется в переменных «скорость–насыщенность». Учитываются капиллярные и гравитационные силы. Приведены примеры образования вихревых структур в однородном пласте при вертикальном вытеснении нефти водой в результате развития возмущений в начальном распределении водонасыщенности и пористом теле, обладающем кусочно-однородной проницаемостью, при сегрегации двух жидкостей.

2. Постановка задачи

Рассмотрим двухфазную изотермическую фильтрацию несжимаемых несмешивающихся жидкостей в неоднородном недеформируемом пористом теле. Полагаем, что динамические вязкости фаз постоянны, течение жидкостей медленное (то есть насыщенности фаз меняются квазиравновесным образом) и происходит без фазовых переходов, а функции относительных фазовых проницаемостей и капиллярного давления являются известными и однозначными функциями насыщенности. Введем прямоугольную систему координат, в которой ось Z направлена вертикально вниз.

Законы фильтрации двух фаз с учетом капиллярных и гравитационных сил можно записать [10] в виде уравнений неразрывности

$$m \frac{\partial S_i}{\partial t} + \operatorname{div}(U_i) = 0 \quad (i = o, w) \quad (1)$$

и уравнений движения в форме обобщенного закона Дарси

$$U_i = -k(f_i/\mu_i) \operatorname{grad}(P_i - \rho_i gZ) \quad (i = o, w), \quad (2)$$

где m , k — пористость и абсолютная проницаемость тела; индексы « w » и « o » соответствуют смачивающей и несмачивающей фазам; P_i — давление в фазе; μ_i — динамическая вязкость; U_i — скорость фильтрации фазы; S_i — насыщенность пористого тела i -й фазой; f_i — функция относительной фазовой проницаемости; ρ_i — плотность фазы; g — ускорение свободного падения. Разность давлений в фазах принимаем равной капиллярному давлению: $P_o - P_w = P_c$, а насыщенности фаз удовлетворяют условию полного насыщения: $S_o + S_w = 1$.

Введем суммарную скорость фильтрации

$$U = U_o + U_w. \quad (3)$$

Комбинируя (1) и (2) и учитывая (3), получаем

$$\operatorname{div}(U) = 0.$$

Обозначим $K_o = k(f_o/\mu_o)$, $K_w = k(f_w/\mu_w)$, $K = K_o + K_w$, $F_{ow} = K_o(K_w/K)$ и $F = K_w/K$ — функция Баклея–Левверетта, $P_k = \Delta \rho gZ + P_c$. Тогда связь суммарной скорости фильтрации с давлением в несмачивающей фазе будет иметь вид: $U = -K \operatorname{grad}(P_o - \rho_o gZ) + K_w \operatorname{grad}(P_k)$. Исключим давление из этого уравнения, для этого делим все члены на K и применяем к результату операцию $\operatorname{rot}(\dots)$ [7]. Получаем $\operatorname{rot}(U/K) = \operatorname{rot}(F \operatorname{grad}(P_k))$.

Таким образом, для определения поля скоростей фильтрации и насыщенности пласта смачивающей фазой S (здесь и далее индекс « w » опускаем) имеем следующую систему уравнений [14]:

$$\operatorname{div}(U) = 0, \quad (4)$$

$$\operatorname{rot}(U/K) = \operatorname{rot}(F \operatorname{grad}(P_k)), \quad (5)$$

$$m \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}[FU + F_{ow} \operatorname{grad}(P_k)] = 0. \quad (6)$$

Пусть процесс фильтрации происходит в области Ω с границей $\partial\Omega$, состоящей из двух частей — $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$. Будем считать, что в начальный момент времени известно распределение насыщенности $S = S^0$, а на $\partial\Omega$ задана нормальная составляющая скорости фильтрации U_n , которая должна удовлетворять

условию $\int_{\partial\Omega} U_n d\gamma = 0$, где \mathbf{n} — внешняя нормаль к $\partial\Omega$. Полагаем, что на части границы $\partial\Omega_1$ насыщенность $S|_{\partial\Omega_1} = S^0|_{\partial\Omega_1}$, а на другой ее части $\partial\Omega_2$ — $\partial S/\partial \mathbf{n}|_{\partial\Omega_2} = 0$.

3. О численном решении

Для решения сформулированной задачи использовался метод контрольных объемов. Область течения покрывалась прямоугольной сеткой с шагом Δx по оси X и Δy по оси Y . Искомые значения связывались: у скорости — с серединами сторон ячеек, а у насыщенности — с центрами ячеек.

Контрольный объём для уравнений (4) и (6) выбирался совпадающим с ячейкой сетки, а для уравнения (5) он смещался на половину шага по каждой из осей. Для аппроксимации потоков через границу контрольного объема применялась схема WENO [11, 12]. Полученное множество обыкновенных дифференциальных уравнений решалось методом Рунге–Кутты третьего порядка. Подробно метод решения изложен в опубликованных ранее работах автора [13, 14].

4. Численные результаты

В численных примерах модельные функции относительных фазовых проницаемостей брались в виде степенных функций [10]:

$$f_o = A_o \left(\frac{S_{\max} - S}{S_{\max} - S_{\min}} \right)^{N_o}, \quad f_w = A_w \left(\frac{S - S_{\min}}{S_{\max} - S_{\min}} \right)^{N_w},$$

где $S_{\min} = 0,3$, $S_{\max} = 0,7$, $A_o = 1$, $A_w = 0,5$, $N_o = 2$, $N_w = 2$. Для нефтенасыщенного образца величина S_{\min} соответствовала его насыщению связанной водой, а S_{\max} — насыщению образца водой до остаточной нефти.

4.1. Развитие начального возмущения

Однородное пористое тело единичной толщины, характеризуемое в плоскости XU размерами 100×100 м и обладающее проницаемостью $k_1 = 0,5$ мкм², насыщено нефтью плотностью $\rho_o = 800$ кг/м³, вязкостью $\mu_o = 10$ МПа·с. Нижняя, левая и правая границы тела являются непроницаемыми, а через верхнюю границу под действием гравитационных сил поступает вода плотностью $\rho_w = 1160$ кг/м³, вязкостью $\mu_w = 1$ МПа·с.

Начальная конфигурация фронта вытеснения показана на рисунке 1а, на рисунке 1б приведено поле водонасыщенности образца в промежуточный момент времени. Видно, что возмущение насыщенности сохраняет свою начальную периодичность и растет по амплитуде. Рисунок 2 содержит фрагмент поля суммарной скорости фильтрации и свидетельствует, что процесс замещения нефти водой сопровождается образованием вихревой структуры, периодичность которой также совпадает с периодичностью начального возмущения. Под влиянием вихревых потоков жидкости меняется конфигурация фронта вытеснения. Появляется зона вихреобразного течения, которая характеризуется более глубоким, языкообразным проникновением тяжелой смачивающей жидкости в область, занятую легкой.

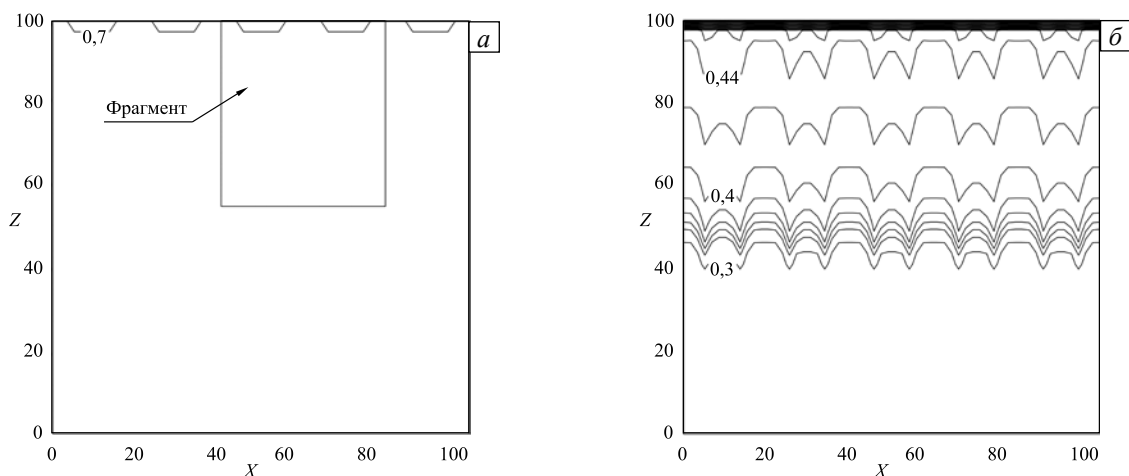


Рис. 1. Распределение насыщенности: $t = 0$ (а), $t = 324$ суток (б)

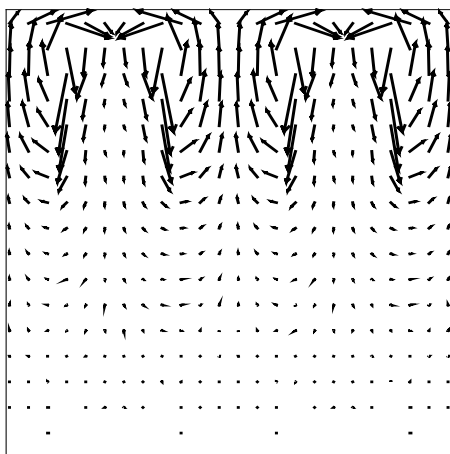


Рис. 2. Поле суммарной скорости фильтрации в момент времени $t = 69$ суток в выделенном на рисунке 1а фрагменте

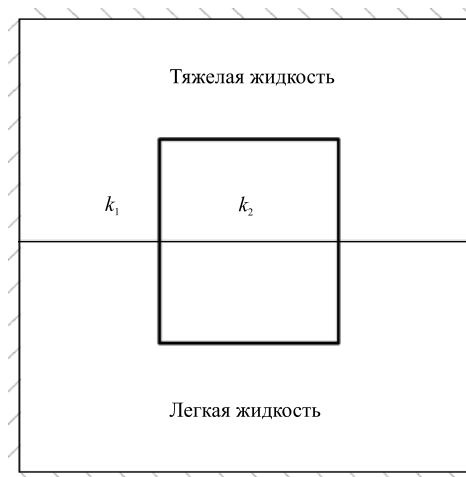


Рис. 3. Геометрия пористого тела и начальное распределение насыщенности в нем

4.2. Сегрегация двухфазной жидкости в неоднородном пористом теле

В неоднородном пористом теле единичной толщины и размерами 100×100 м в плоскости XU , имеющем проницаемости $k_1 = 0,5 \text{ мкм}^2$ и $k_2 = 0,25 \text{ мкм}^2$ и непроницаемые границы, приводились в соприкосновение две несмешивающиеся несжимаемые жидкости (Рис. 3). Сверху находилась тяжёлая жидкость (вода), снизу — легкая (нефть). Свойства жидкостей были такими же, как в предыдущем примере. Полагалось, что до момента времени $t=0$ пласт находился в покое, а начиная с этого момента в пласте под действием капиллярных и гравитационных сил происходило перераспределение жидкостей. Геометрия неоднородного включения и начальное распределение водонасыщенности показаны на рисунке 3.

Рисунок 4 демонстрирует поле водонасыщенности для шести моментов времени. Наличие в пористой теле зоны пониженной проницаемости приводит к тому, что перераспределение жидкостей в пористой среде под действием гравитационных и капиллярных сил сопровождается возникновением и развитием вблизи границы зоны пониженной проницаемости двух вихревых структур как для суммарного потока, так и для каждой фазы. Динамика развития вихревых структур в суммарном потоке показана на рисунке 5. На рисунке 6 изображены вихревые структуры, возникающие в каждой из фаз.

Видно, что вихревые структуры оказывают большое влияние на распределение насыщенности. Оказывается, что вдоль плохо проницаемого неоднородного включения фронт вытеснения распространяется быстрее, чем вдали от него, и это объясняется переносом массы жидкостей в данной области за счет завихренности потока.

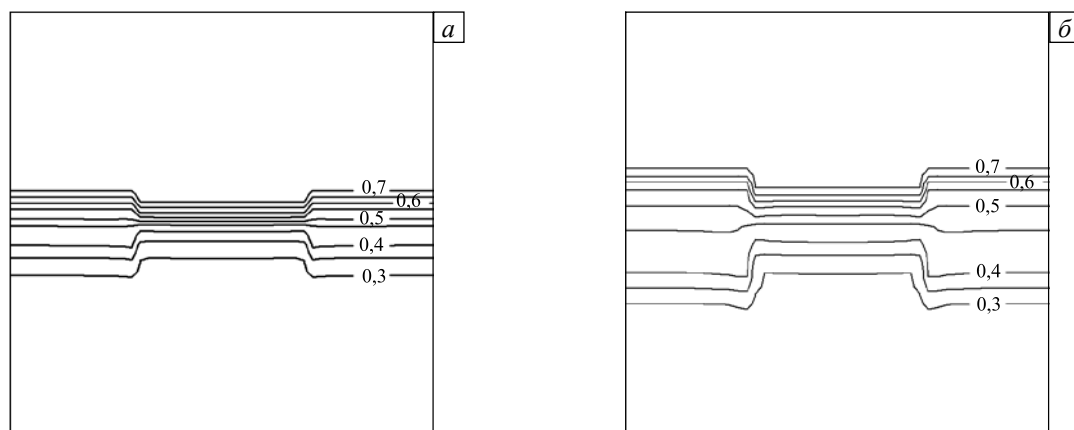


Рис. 4. Водонасыщенность в шесть моментов времени t , сутки: 57 (а); 115,7 (б); 173,6 (в); 289,4 (г); 578,7 (д); 1134 (е)

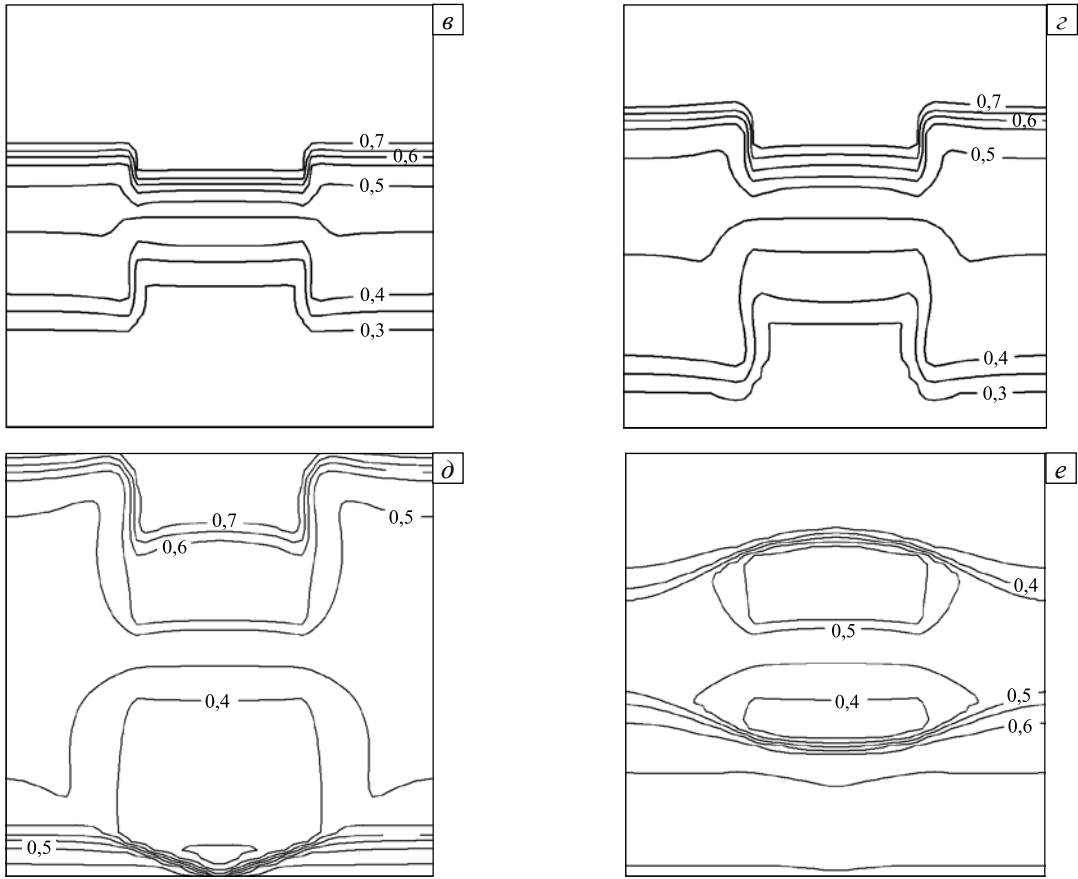


Рис. 4. Продолжение

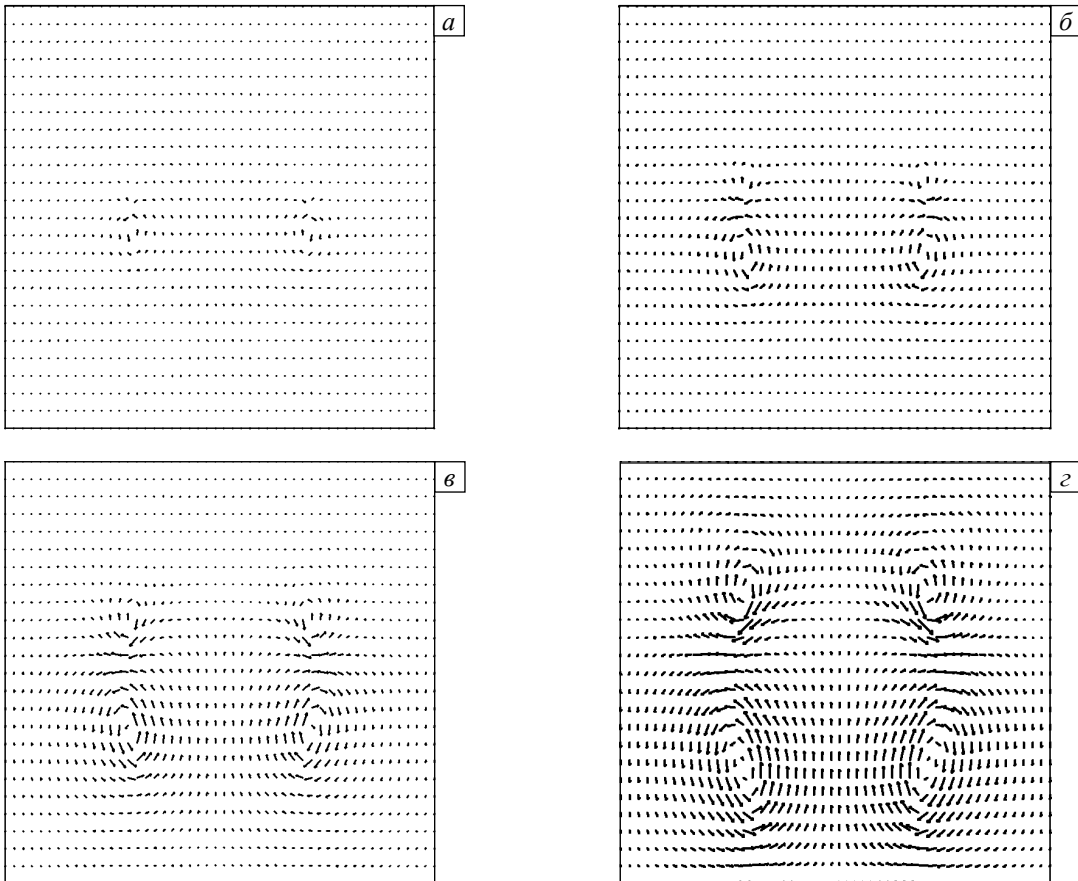


Рис. 5. Вихревые структуры в суммарном потоке в четыре момента времени t , сутки: 57 (а); 115,7 (б); 173,6 (в); 289,4 (г)

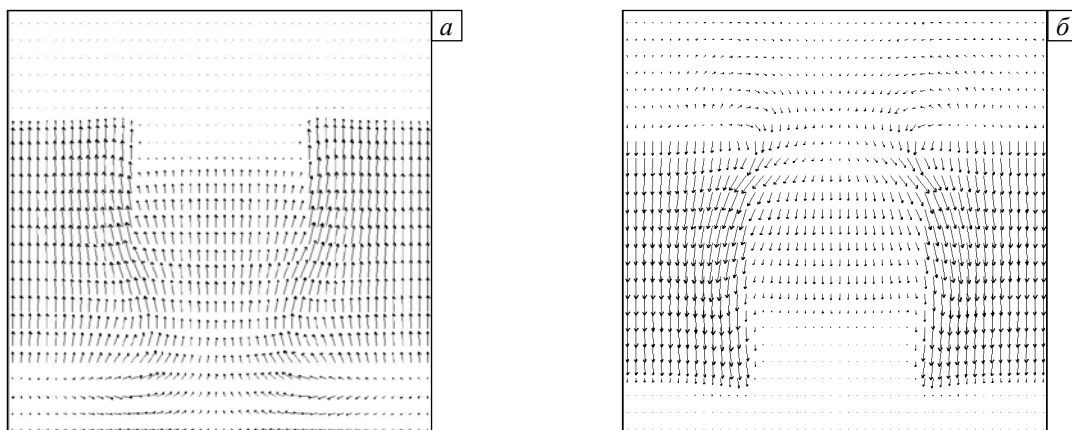


Рис. 6. Вихревые структуры в нефти (а) и воде (б) в момент времени $t = 289,4$ суток

5. Выводы

Рассмотрены задачи двухфазного течения жидкости в пористой среде, на примере которых показано, что под действием капиллярных и гравитационных сил при определенных условиях могут возникать вихревые потоки в каждой из фаз. В частности, образование вихрей наблюдается при внедрении тяжелой жидкости в пористое тело, насыщенное легкой жидкостью, и при сегрегации жидкостей в пласте при наличии в нем включения с другой проницаемостью.

Выявлено, что под действием гравитационных сил в высокопроницаемой части пористого тела скорость распространения вытесняющей фазы выше вдоль границы скачкообразного изменения значения проницаемости пористой среды, чем в отдалении от нее.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №14-01-31096-мол_a).

Литература

1. De Josselin de Jong G. Singularity distributions for the analysis of multiple-fluid flow through porous media // J. Geophys. Res. – 1960. – Vol. 65, no. 11. – P. 3739-3758. DOI
2. Peters J.H. Application of vortex distributions in modelling the storage of fresh water in saline aquifers // Proc. of the 7th Salt Water Intrusion Meeting, Uppsala, Sweden, September 14-17, 1981. – P. 162-170.
3. Tan C.T., Homsy G.M. Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement // Phys. Fluids. – 1988. – Vol. 31, no. 6. – P. 1330-1338. DOI
4. Tan C.T., Homsy G.M. Viscous fingering with permeability heterogeneity // Phys. Fluids A. – 1992. – Vol. 4, no. 6. – P. 1099-1101. DOI
5. Riaz A., Meiburg E. Three-dimensional miscible displacement simulations in homogeneous porous media with gravity override // J. Fluid Mech. – 2003. – Vol. 494. – P. 95-117. DOI
6. Bhatt B., Shirley A. Plane viscous flows in a porous medium // Matemáticas: Enseñanza Universitaria. – 2008. – Vol. XVI, no. 1. – P. 51-62. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46816106> (дата обращения: 18.06.2014).
7. Riaz A., Tchelepi H.A. Numerical simulation of immiscible two-phase flow in porous media // Phys. Fluids. – 2006. – Vol. 18, no. 1. – P. 014104. DOI
8. Nield D.A., Bejan A. Convection in porous media. – New York: Springer, 2006. – 640 p.
9. Alboin C., Jaffré J., Roberts J.E., Wang X., Serres C. Domain decomposition for some transmission problems in flow in porous media // Numerical Treatment of Multiphase Flows in Porous Media. Lecture Notes in Physics. – 2000. – Vol. 552. – P. 22-34. DOI
10. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. – 208 с.
11. Chi-Wang Shu. High-order finite difference and finite volume WENO schemes and discontinuous Galerkin methods for CFD // Int. J. Comput. Fluid D. – 2003. – Vol. 17, no. 2. – P. 107-118. DOI
12. Huber R., Helmig R. Node-centered finite volume discretizations for the numerical simulation of multiphase flow in heterogeneous porous media // Computat. Geosci. – 2000. – Vol. 4, no. 2. – P. 141-164. DOI
13. Нукифоров Г.А. Применение метода контрольных объёмов для решения задач двухфазной фильтрации в переменных «скорость-насыщенность» // Вычислительные методы и программирование. – 2006. – Т. 7, № 1. – С. 224-228.
14. Нукифоров Г.А. Моделирование двухфазной фильтрации в переменных «скорость-насыщенность» // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2010. – Т. 3, № 2. – С. 83-92. DOI

References

1. De Josselin de Jong G. Singularity distributions for the analysis of multiple-fluid flow through porous media. *J. Geophys. Res.*, 1960, vol. 65, no. 11, pp. 3739-3758. DOI
2. Peters J.H. Application of vortex distributions in modelling the storage of fresh water in saline aquifers. *Proc. of the 7th Salt Water Intrusion Meeting, Uppsala, Sweden, September 14-17, 1981*, pp. 162-170.
3. Tan C.T., Homsy G.M. Simulation of nonlinear viscous fingering in miscible displacement. *Phys. Fluids*, 1988, vol. 31, no. 6, pp. 1330-1338. DOI
4. Tan C.T., Homsy G. M. Viscous fingering with permeability heterogeneity. *Phys. Fluids A*, 1992, vol. 4, no. 6, pp. 1099-1101. DOI
5. Riaz A., Meiburg E. Three-dimensional miscible displacement simulations in homogeneous porous media with gravity override. *J. Fluid Mech.*, 2003, vol. 494, pp. 95-117. DOI
6. Bhatt B., Shirley A. Plane viscous flows in a porous medium. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria – Mathematics: University Education*, 2008, vol. XVI, no. 1, pp. 51-62. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46816106> (accessed 18 June 2014).
7. Riaz A., Tchelepi H.A. Numerical simulation of immiscible two-phase flow in porous media. *Phys. Fluids*, Vol. 18, no. 1, 014104. DOI
8. Nield D.A., Bejan A. *Convection in Porous Media*. New York: Springer, 2006. 640 p.
9. Alboin C., Jaffré J., Roberts J.E., Wang X., Serres C. Domain decomposition for some transmission problems in flow in porous media. *Numerical Treatment of Multiphase Flows in Porous Media. Lecture Notes in Physics*, 2000, vol. 552, pp. 22-34. DOI
10. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. *Dvizhenie zhidkosti i gazov v prirodnykh plastakh* [The motion of fluids and gases in natural strata]. Moscow: Nedra, 1984. 208 p.
11. Chi-Wang Shu. High-order finite difference and finite volume WENO schemes and discontinuous Galerkin methods for CFD. *Int. J. Comput. Fluid D.*, 2003, vol. 17, no. 2, pp. 107-118. DOI
12. Huber R., Helmig R. Node-centered finite volume discretizations for the numerical simulation of multiphase flow in heterogeneous porous media. *Computat. Geosci.*, 2000, vol. 4, no. 2, pp. 141-164. DOI
13. Nikiforov G.A. Application of the control-volume method for solving two-phase flow using “velocity-saturation” variables. *Numerical Methods and Programming*, 2006, vol. 7, pp. 224-228.
14. Nikiforov G.A. Modeling of two-phase filtration using “velocity-saturation” variables. *Vycisl. meh. splos. sred – Computational Continuum Mechanics*, 2010, vol. 3, no. 2, pp. 83-92. DOI

Поступила в редакцию 07.02.2014; опубликована в электронном виде 10.10.2014