

DOI: [10.7242/1999-6691/2014.7.2.12](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2014.7.2.12)
УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ НАПОЛНЕННЫХ ВУЛКАНИЗАТОВ

В.Н. Солодько^{1,2}, А.Л. Свистков¹, А.Г. Пелевин¹

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Российская Федерация

²Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Российская Федерация

В работе рассматривается численная реализация определяющих соотношений вязкоупругой модели сплошной среды. Модель описывает поведение наполненных вулканизатов в случае конечных деформаций. Используются аддитивное разложение тензора скоростей деформации, а также понятия макро- и структурного уровней деформирования. Гиперупругость связующего полимерного композита вводится соотношениями, построенными на базе обобщенной модели полимерной цепи в трубке. Реологические свойства представляются в виде дифференциальных соотношений. Опробованы различные виды слагаемого в потенциале свободной энергии, отвечающего за релаксационные свойства. Предложена зависимость коэффициента вязкого течения от параметров среды и внутренних тензорных переменных. Оценено соответствие результатов численного моделирования данным экспериментов на одноосное циклическое нагружение наполненных вулканизатов.

Ключевые слова: вязкоупругость, конечные деформации, двухуровневая структурно-феноменологическая модель, эластомер, наполнитель, наполненные вулканизаты

NUMERICAL MODELING OF VISCOELASTIC BEHAVIOR OF FILLED RUBBER VULCANIZATES

V.N. Solodko^{1,2}, A.L. Svistkov¹ and A.G. Pelevin¹

¹Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

²Perm State University, Perm, Russian Federation

The paper focuses on the numerical implementation of constitutive relations of a continuum viscoelastic model, which describes the behavior of filled rubber vulcanizates under finite deformations. In the model, the additive decomposition of the strain rate tensor and the concept of macro and structural levels of deformation are used. The equilibrium hyperelastic behavior of a polymer binder is represented by relations that are based on the generalized tube model. Rheological properties are represented as differential relations. Various types of a term in the expression for free energy potential responsible for relaxation properties are tested. The viscous flow coefficient is analyzed as a function of continuum parameters and internal tensor variables. Simulation results are compared with the experimental data for filled rubber vulcanizates under uniaxial cyclic loading.

Key words: viscoelasticity, finite deformations, two-scale structural-phenomenological model, elastomer, filler, filled rubber vulcanizates

1. Введение

Распространённым принципом, лежащим в основе построения модели вязкоупругого поведения наполненных вулканизатов, является мультипликативное разложение градиента деформации сплошной среды на упругую и неупругую составляющие. Этот подход широко применяется при моделировании рассматриваемого материала [1–7], однако в результате возникают два внутренних независимых тензора поворота, с трудом поддающиеся физической интерпретации. Обсуждаемая в данной работе модель использует подход, в основе которого лежат соотношения между тензорами скоростей деформации [8]. Принципы построения модели и соответствующие термодинамические соотношения подробно рассмотрены в [9]. Здесь же основное внимание концентрируется на неравновесных механических свойствах материала.

Один из элементов, образующих вязкоупругую модель, — обобщённый элемент Максвелла, состоит из релаксирующей и вязкой составляющих. В ходе исследования установлено, что с точки зрения неравновесных свойств материала наибольший интерес представляет уравнение, отвечающее вязкой составляющей. Простейшая форма этого уравнения предполагает линейную связь мер внутреннего напряжения и скорости деформирования посредством коэффициента вязкого течения [2, 6]. Но такая связь, как будет показано далее, демонстрирует приемлемое описание вязкоупругого поведения лишь в узком диапазоне значений растяжения или времён релаксации. Оперирование несколькими параллельными цепочками Максвелла позволяет значительно сблизить расчётную и экспериментальную кривые [3, 7, 10], однако порождает большое количество констант. В данной работе используется подход, в котором коэффициент вязкости является функцией параметров состояния среды.

Феноменологически можно выделить две особенности вязкоупругого поведения материала. Экспериментальные данные, полученные в режиме одноосного нагружения, свидетельствуют

о зависимости вязкоупругих свойств материала от его текущего удлинения [4, 11, 12], что косвенно подтверждается также приведёнными ниже экспериментами. Наряду с этим для наполненной резины характерна быстрая релаксация в течение первых нескольких секунд с последующим значительным замедлением падения напряжения [4]. Такой эффект моделируется путем представления коэффициента вязкости в физическом уравнении в виде функции параметров состояния, характеризующих саму деформацию [12] или её скорость [1, 4, 5, 7].

Целью работы является численная апробация модели. В ходе исследования произведено сопоставление результатов расчётов с экспериментальными данными и поиск материальных констант.

2. Определяющие уравнения модели

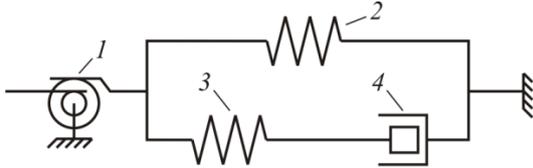


Рис. 1. Схема вязкоупругой модели, состоящей из трансмиссионного (1), упругого (2), релаксирующего (3) и вязкого (4) элементов

При построении модели использовался подход, основанный на соотношениях связи между тензорами скоростей деформаций образующих её упругих и вязкоупругого элементов, и введении так называемого трансмиссионного элемента. (Рис. 1). Трансмиссионный элемент 1, в соответствии с изложенной в [9] теорией, обеспечивает связь макроскопического и структурного уровней путём увеличения тензора скоростей деформации и уменьшения тензора напряжений среды. Покажем соответствующие уравнения.

Пусть ν — неотрицательное передаточное число трансмиссионного элемента, тогда связь тензоров скоростей деформаций будет выглядеть следующим образом:

$$\nu \hat{D} = \hat{D}_2 = \hat{D}_3 + \hat{D}_4, \quad (1)$$

где \hat{D} — тензор скоростей деформации среды; \hat{D}_2 , \hat{D}_3 , \hat{D}_4 — тензоры скоростей деформации соответствующих элементов. Уравнение эволюции тензора растяжений имеет следующий вид:

$$\frac{2}{\nu} \hat{Y}_i^{0,5} \hat{D} \hat{Y}_i^{0,5} = (\hat{Y}_i)^{\cdot} - \hat{Y}_i \hat{W}_R - \hat{W}_R \hat{Y}_i, \quad \hat{Y}_i = \hat{V}_i^{2/\nu}, \quad \hat{W}_R = (\hat{R})^{\cdot} \hat{R}^T \quad (i=2,3), \quad (2)$$

при этом \hat{R} — тензор поворота сплошной среды; \hat{V}_i — тензор растяжений i -го упругого элемента; обозначение (\cdot) соответствует частной производной тензора в отсчётной конфигурации по времени.

Для напряжений справедлива формула:

$$(1/\nu) \hat{T} = \hat{T}_2 + \hat{T}_3, \quad (3)$$

где \hat{T} — тензор напряжений Коши рассматриваемого материала; \hat{T}_2 , \hat{T}_3 — тензоры напряжений Коши соответствующих упругих элементов, для деватора каждого из которых, в свою очередь, выполняется соотношение теории нелинейной упругости:

$$\text{dev} \hat{T}_i = \text{dev} \left(\sum_{k=1}^3 \lambda_k^i \frac{\partial \omega}{\partial \lambda_k^i} \bar{\mathbf{n}}_k^i \otimes \bar{\mathbf{n}}_k^i \right) \quad (i=2,3). \quad (4)$$

Здесь ω — объёмная плотность свободной энергии среды, являющаяся функцией кратностей удлинений упругого (номер 2) и релаксирующего (номер 3) элементов (см. Рис. 1); λ_1^i , λ_2^i , λ_3^i — собственные значения тензора растяжений \hat{V}_i отдельного элемента; $\bar{\mathbf{n}}_1^i$, $\bar{\mathbf{n}}_2^i$, $\bar{\mathbf{n}}_3^i$ — тройка собственных векторов этого тензора. В данной модели плотность свободной энергии ω есть сумма двух слагаемых: $\omega = \omega_2 + \omega_3$, где ω_2 и ω_3 — объёмные плотности свободной энергии, отвечающие элементам 2 и 3 и описывающие, соответственно, упругие и релаксационные свойства.

Уравнение состояния вязкого элемента 4 выражается соотношением теории нелинейной вязкой жидкости:

$$\text{dev} \hat{T}_3 = 2\mu \hat{D}_4, \tag{5}$$

где μ — коэффициент вязкого течения, представляющий собой функцию тензорных переменных модели. При изучении возможностей модели рассмотрены различные виды функции для коэффициента вязкого течения, о которых речь пойдёт ниже.

Энергия упругого элемента ω_2 вводится в виде модифицированного уравнения обобщённой модели полимерной цепи в трубке [13], учитывающего неоднородность распределения деформации в полимере из-за наличия твёрдого недеформируемого наполнителя. Упругая модель, состоящая только из элементов 1 и 2, верифицирована на экспериментах с одноосным нагружением и адекватно определяет равновесное состояние моделируемых материалов [14].

3. Описание эксперимента

Для экспериментов были взяты материалы, состоящие из бутадиен-стирольного каучука с наполнением 50 массовых частей. При построении всех приведённых в работе графиков использованы данные,

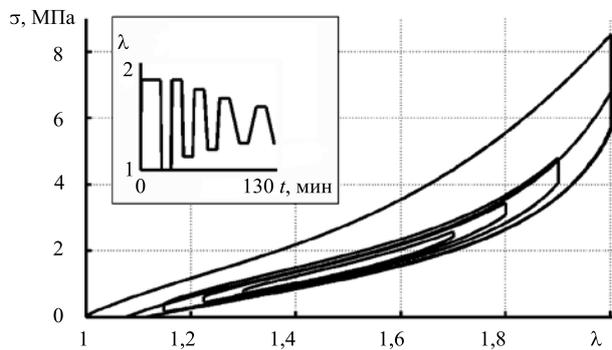


Рис. 2. Диаграмма нагружения образца бутадиен-стирольного каучука с 50 массовыми частями наполнителя “Carbon Black N330”; график $\lambda - t$ демонстрирует историю нагружения

зафиксированные в ходе одноосного циклического деформирования материала с наполнителем “Carbon Black N330”. История и диаграмма нагружения показаны на рисунке 2. Материалы с другими типами наполнителей проанализированы в конце статьи.

Релаксация после начального участка нагружения длилась 20 мин. Каждый последующий участок нагружения или разгрузки оканчивался релаксацией в течение 10 мин. В эксперименте было пять таких циклов. В работе рассмотрены только последние три, скорость нагружения и разгрузки при этом составляла (% / мин) 50, 20, 5 соответственно. Начальный цикл предназначался для устранения эффектов

(например эффекта размягчения Патрикеева–Маллинза), проявляющихся при первом нагружении образца.

Деформирование материала неизбежно сопровождается появлением остаточных деформаций, моделирование которых выходит за рамки данной статьи и подробно описано в [9]. Здесь отметим лишь то, что результаты численного расчёта сравнивались со значением упругих деформаций, вычисленных по формуле: $\lambda_e = \lambda / \lambda_p$, где λ — измеряемые в эксперименте значения деформации образца, λ_p — остаточные деформации, появляющиеся после первого цикла нагружения, λ_e — упругие деформации. В модели значениям λ_e соответствует главная компонента тензора растяжений среды \hat{V} .

В системе координат, направления осей которой совпадают с главными направлениями тензора \hat{V} , тензор напряжений \hat{T} будет содержать единственную ненулевую компоненту — σ^{11} , соответствующую реальным напряжениям в образце. Это позволяет обозначить её просто σ . И тогда формулу (3) можно свести к виду:

$$\sigma = \nu \sigma_e^* + \nu \sigma_r^* = \sigma_e + \sigma_r, \tag{6}$$

где σ_e и σ_r — равновесная и неравновесная составляющие макроскопических напряжений соответственно.

4. Алгоритм реализации модели

Представленная модель описывает вязкоупругое поведение однородно деформируемого образца. Значение равновесных напряжений σ_e зависит только от текущего удлинения и вычисляется аналитически.

Для нахождения неравновесных напряжений σ_r необходимо знать значение тензора растяжений \hat{V}_3 . С этой целью решена система уравнений (1), (2), (4), (5), взятых с соответствующими индексами. Система содержит производную тензора \hat{V}_3 по времени первого порядка, которая заменялась, в соответствии с явной разностной схемой интегрирования, выражением:

$$\left(\hat{V}_3(t)\right) \cdot = \frac{\hat{V}_3(t + \Delta t) - \hat{V}_3(t)}{\Delta t},$$

где Δt — шаг по времени. В качестве начальных условий были взяты следующие равенства: $\hat{V}_3|_{t=0} = \hat{E}$; $\hat{D}_3|_{t=0} = 0$, где \hat{E} — единичный тензор. При расчётах шаг по времени Δt уменьшался до тех пор, пока погрешность вычислений не достигала некоторого заданного уровня ε .

5. Идентификация параметров модели

Константы модели определялись при помощи алгоритма Нелдера–Мида, относящегося к методам безусловной оптимизации функции. В качестве минимизируемого параметра выбиралась сумма площадей между экспериментальной и расчётной кривыми по нескольким участкам нагружения или разгрузки:

$$\sum_{i=1}^n \left[\int_{\lambda_e^{(\min)}}^{\lambda_e^{(\max)}} \left| \sigma^{(i)}(\xi) - \sigma_{\text{exp}}^{(i)} \right| d\lambda_e \right] \rightarrow \min, \quad (7)$$

где ξ — вектор варьируемых параметров оптимизации; $\sigma_{\text{exp}}^{(i)}$ — значения реальных напряжений в материале, полученные из эксперимента; $\sigma^{(i)}$ — соответствующие значения для модели; n — количество участков нагружения или разгрузки.

Точность математической модели оценивалась путем сравнения результатов численных расчётов с экспериментальными данными. Целесообразным при этом оказалось введение специального количественного показателя погрешности (далее погрешности модели) $r_* = (r/E) \cdot 100\%$, где r — найденный минимум оптимизируемой функции (7) на некоторых участках нагружения или разгрузки, E — экспериментальное значение энергии диссипации на тех же участках. По умолчанию значение относительной погрешности вычислений по модели определялось на последних трёх циклах деформирования, если не требовалось иное.

При количестве искомых констант, не превышающем трёх, поиск производился за один этап по всем циклам одновременно. В противном случае процедура делилась на два этапа, о чём более подробно будет написано при рассмотрении функции, используемой для записи коэффициента вязкости.

6. Потенциал релаксирующего элемента

В качестве потенциала ω_3 , определяющего энергию релаксирующего элемента (элемент 3, Рис. 1), были опробованы три выражения, перечисленные в таблице 1, где под величинами \hat{B}_3 , $I_1^{(3)}$, $\lambda_i^{(3)}$ подразумеваются внутренние переменные 3-го элемента. Все выбранные потенциалы имеют лишь одну константу ($c_1^{(0)}$), устанавливаемую в ходе алгоритма оптимизации. Второй искомой константой является коэффициент вязкого течения μ . Столбец «Погрешность r_* » содержит значения погрешности вязкоупругой модели при соответствующем виде потенциала.

Таблица 1. Потенциалы энергии релаксирующего элемента и результаты сопоставления с экспериментальными данными

Выражение для потенциала	Тензор напряжений	Пояснение	Погрешность r_*
$\omega_{3a} = c_1^{(0)} \ln \left(1 - \frac{I_1^{(3)}}{I_1^{\max}} \right)$	$\hat{T}_{3a} = \frac{2c_1^{(0)}}{I_1 - I_1^{\max}} \hat{B}_3$	Потенциал Джента; $I_1^{(3)}$ — первый инвариант тензора растяжений \hat{V}_3 . I_1^{\max} — константа, равная максимальному значению $I_1^{(3)}$ и характеризующая предельное удлинение полимерных цепей.	25,5%
$\omega_{3b} = c_1^{(0)} (I_1^{(3)} - 3)$	$\hat{T}_{3b} = 2c_1^{(0)} \hat{B}_3$	Потенциал неогукского материала; $I_1^{(3)}$ — первый инвариант тензора растяжений \hat{V}_3 .	24,1%
$\omega_{3c} = c_1^{(0)} \sum_{i=1}^3 \ln^2(\lambda_i^{(3)})$	$\hat{T}_{3c} = 2c_1^{(0)} \ln \hat{V}_3$	Потенциал несжимаемого материала Генки; $\lambda_i^{(3)}$ — собственные значения тензора растяжений \hat{V}_3 .	22,8%

Значения погрешности модели для всех опробованных потенциалов имеют незначительные отличия (менее 3%). Поэтому для дальнейших расчетов был выбран потенциал неогуковского материала как наиболее простой.

7. Функция коэффициента вязкости

Эксперименты на одноосное нагружение указывают на то, что релаксационные свойства наполненных вулканизатов зависят от текущего удлинения. При циклическом нагружении образца на различных циклах с непересекающимися диапазонами значений удлинения наблюдаются отличия в величинах неравновесной составляющей напряжений [11]. В частности, имеет место падение абсолютного значения напряжения во время монотонной разгрузки (Рис. 3). Этот эффект моделируется зависимостью коэффициента вязкости от меры деформации. Функция для коэффициента вязкости была выбрана в следующем виде:

$$\mu = c_1^\mu (1 + c_2^\mu B_I), \tag{8}$$

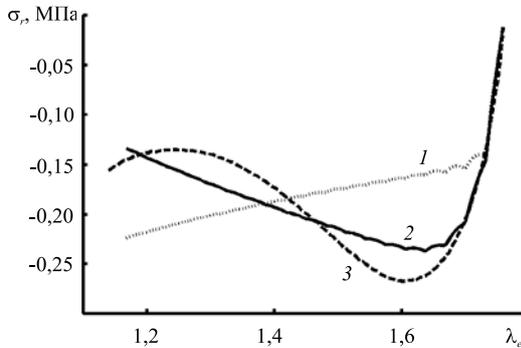


Рис. 3. Характер неравновесной составляющей напряжений σ_r на участке разгрузки в первом цикле: расчёт при $\mu = \text{const}$ (кривая 1); $\mu = f(\hat{B})$ (2); расчёт по формуле (6) на основе экспериментальных данных (3)

где B_I — интенсивность правого тензора деформации Коши–Грина; c_1^μ , c_2^μ — константы. На рисунке 3 на примере разгрузки демонстрируется изменение поведения неравновесной составляющей напряжения в модели при использовании зависимости (8) и

соответствующие экспериментальные данные для первого цикла. Аналогичную ситуацию можно наблюдать и на последующих циклах с меньшей скоростью разгрузки, а также на участках нагружения. Зависимость (8) позволяет достичь значения погрешности модели r_* , равного 21%.

Дальнейший анализ показал, что модель неудовлетворительно описывает экспериментальные данные при медленных скоростях деформирования (Рис. 4а). Значение погрешности модели на последних двух циклах составляет порядка 40%.

Введение в функцию для коэффициента вязкости экспоненциального множителя, содержащего параметр, характеризующий скорость нагружения, и еще одну константу, улучшает взаимное соответствие данных эксперимента и моделирования на малых скоростях деформирования:

$$\mu = c_1^\mu (1 + c_2^\mu B_I) \exp(-c_3^\mu \|\hat{A}\|), \quad \|\hat{A}\| = \sqrt{\hat{A} \cdot \hat{A}}, \tag{9}$$

где \hat{A} — одна из тензорных переменных, перечисленных в таблице 2. Там же приведены соответствующие величины погрешности модели. Исходя из этих значений в качестве \hat{A} был выбран тензор напряжений релаксирующего элемента 3 (Рис. 1). Экспериментальные и расчётные данные циклов на малых скоростях деформирования представлены на рисунке 4б.

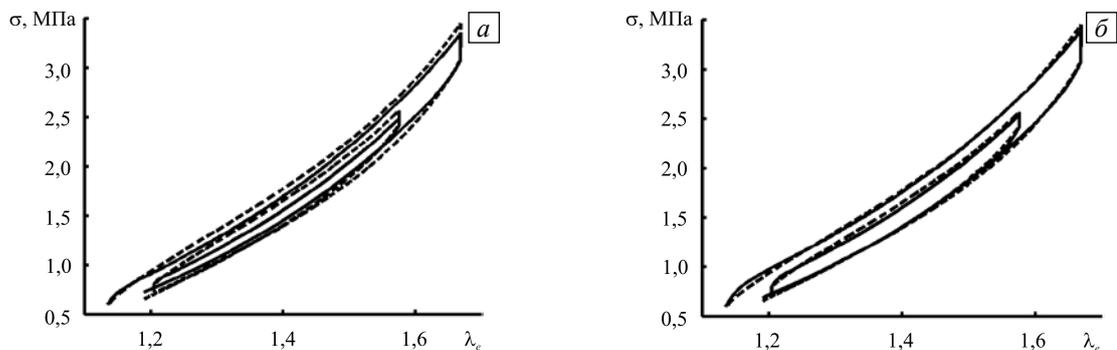


Рис. 4. Сопоставление результатов численных расчётов (сплошная линия) и экспериментальных данных (штриховая линия) на втором и третьем циклах с малой скоростью деформирования при различном виде функции для коэффициента вязкости μ : (а) – выражение (8); (б) – выражение (9)

Таблица 2. Результаты сравнения расчётных и экспериментальных данных при использовании различных тензорных переменных в выражении для коэффициента вязкости (9)

Название переменной \hat{A}	Погрешность модели r_*	
	Циклы 1, 2, 3	Циклы 2, 3
Тензор скоростей деформации среды	17,8%	21,4%
Тензор скоростей деформации вязкого элемента 4	17,7%	20,8%
Девiator тензора напряжений релаксирующего элемента 3	15,6%	13,6%

Поиск четырех констант c_1^o , c_1^u , c_2^u , c_3^u , входящих в выражение (9) и потенциал релаксирующего элемента ω_3 , осуществлялся в два этапа. Первый этап оптимизации производился на первом и втором

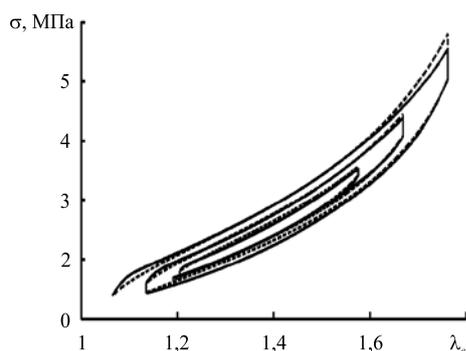


Рис. 5. Сопоставление результатов численных расчетов (сплошная линия) и экспериментальных данных (штриховая линия) на всех циклах нагружения

циклах с наибольшим диапазоном деформирования. На этих циклах ярче проявляются свойства, моделируемые выражением (8), поэтому в качестве варьируемых параметров выступали c_1^o , c_1^u , c_2^u . На втором этапе учитывались все три цикла, при этом изменялись лишь два параметра c_1^u и c_3^u . Оставшиеся параметры c_1^o и c_2^u наследовались с первого этапа.

Сопоставление данных эксперимента с данными, полученными в ходе численного расчета, показано на рисунке 5. Значение погрешности модели составляет менее 16%. Применение нелинейного соотношения (9) позволило удовлетворительно отобразить все циклы нагружения и величину энергии диссипации, выделяющейся в процессе деформирования.

Оценка погрешности модели проведена также и для других материалов, отличающихся типами наполнителей. Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3. Типы материалов, использованных в экспериментах, и соответствующие оценки погрешности модели

Марка наполнителя	Поверхностно-активное вещество	Погрешность модели r_*
Aerosil 200	–	9,8%
Aerosil 200	TESP SI69	13,6%
Carbon Black N330	–	15,6%

8. Выводы

В ходе исследования возможностей модели было показано, что выбор математического выражения для потенциала релаксирующего элемента не позволяет добиться существенного улучшения соответствия экспериментальных данных и результатов расчета. Для более точного описания экспериментальных данных в обсуждаемом диапазоне скоростей деформирования необходимо использовать для представления коэффициента вязкости функцию, зависящую от меры деформации материала и неравновесной составляющей тензора напряжений. Предложенная модель даёт удовлетворительное соответствие результатов вычислений с экспериментальными данными для нескольких материалов, отличающихся разными типами наполнителей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00740-а), программы РАН совместных исследований УрО РАН, СО РАН и ДВО РАН № 12-С-1-1015, Министерства образования и науки Пермского края (соглашение № С-26/627).

Литература

1. Bergström J.S., Boyce M.C. Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers // J. Mech. Phys. Solids. – 1998. – Vol. 46, no. 5. – P. 931-954. DOI
2. Huber N., Tsakmakis C. Finite deformation viscoelasticity laws // Mech. Mater. – 2000. – Vol. 32, no. 1. – P. 1-18. DOI
3. Bonet J. Large strain viscoelastic constitutive models // Int. J. Solids Struct. – 2001. – Vol. 38, no. 17. – P. 2953-2968. DOI
4. Amin A.F.M.S., Lion A., Sekita S., Okui Y. Nonlinear dependence of viscosity in modeling the rate-dependent response of natural and high damping rubbers in compression and shear: Experimental identification and numerical verification //

- Int. J. Plasticity. – 2006. – Vol. 22, no. 9. – P. 1610-1657. DOI
5. Hoo Fatt M.S., Ouyang X. Three-dimensional constitutive equations for Styrene Butadiene Rubber at high strain rates // *Mech. Mater.* – 2008. – Vol. 40, no. 1-2. – P. 1-16. DOI
 6. Laiarinandrasana L., Piques R., Robisson A. Visco-hyperelastic model with internal state variable coupled with discontinuous damage concept under total Lagrangian formulation // *Int. J. Plasticity.* – 2003. – Vol. 19, no. 7. – P. 977-1000. DOI
 7. Haupt P., Sedlan K. Viscoplasticity of elastomeric materials: experimental facts and constitutive modelling // *Arch. Appl. Mech.* – 2001. – Vol. 71, no. 2-3. – P. 89-109. DOI
 8. Palmov V.A. Comparison of different approaches in viscoelastoplasticity for large strains // *ZAMM – J. Appl. Math. Mech.* – 2000. – Vol. 80, no. 11-12. – P. 801-806. DOI
 9. Свистков А.Л., Лауке Б. Дифференциальные определяющие уравнения несжимаемых сред при конечных деформациях // *ПМТФ.* – 2009. – Т. 50, № 3. – С. 158-170. DOI
 10. Marvalova B. Viscoelastic properties of filled rubber. Experimental observations and material modelling // *Eng. Mech.* – 2007. – Vol. 14, no. 1-2. – P. 81-89.
 11. Lion A. A constitutive model for carbon black filled rubber: Experimental investigations and mathematical representation // *Continuum Mech. Therm.* – 1996. – Vol. 8, no. 3. – P. 153-169. DOI
 12. Miehe C., Keck J. Superimposed finite elastic-viscoelastic-plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. Experiments, modelling and algorithmic implementation // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2000. – Vol. 48, no. 2. – P. 323-365. DOI
 13. Kaliske M., Heinrich G. An extended tube-model for rubber elasticity: statistical-mechanical theory and finite element implementation // *Rubber Chem. Technol.* – 1999. – Vol. 72, no. 4. – P. 602-632. DOI
 14. Svistkov A.L., Pelevin A.G., Shadrin V.V., Stöckelhuber K.W. Modelling of the mechanical properties of rubber compounds using a two-level structural-phenomenological model // *Constitutive Models for Rubber VIII* / Ed. by N. Gil-Negrete, A. Alonso. – Taylor & Francis Group, 2013. – P. 101-106.

References

1. Bergström J.S., Boyce M.C. Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers. *J. Mech. Phys. Solids*, 1998, vol. 46, no. 5, pp. 931-954. DOI
2. Huber N., Tsakmakis C. Finite deformation viscoelasticity laws. *Mech. Mater.*, 2000, vol. 32, no. 1, pp. 1-18. DOI
3. Bonet J. Large strain viscoelastic constitutive models. *Int. J. Solids Struct.*, 2001, vol. 38, no. 17, pp. 2953-2968. DOI
4. Amin A.F.M.S., Lion A., Sekita S., Okui Y. Nonlinear dependence of viscosity in modeling the rate-dependent response of natural and high damping rubbers in compression and shear: Experimental identification and numerical verification. *Int. J. Plasticity*, 2006, vol. 22, no. 9, pp. 1610-1657. DOI
5. Hoo Fatt M.S., Ouyang X. Three-dimensional constitutive equations for Styrene Butadiene Rubber at high strain rates. *Mech. Mater.*, 2008, vol. 40, no. 1-2, pp. 1-16. DOI
6. Laiarinandrasana L., Piques R., Robisson A. Visco-hyperelastic model with internal state variable coupled with discontinuous damage concept under total Lagrangian formulation. *Int. J. Plasticity*, 2003, vol. 19, no. 7, pp. 977-1000. DOI
7. Haupt P., Sedlan K. Viscoplasticity of elastomeric materials: experimental facts and constitutive modelling. *Arch. Appl. Mech.*, 2001, vol. 71, no. 2-3, pp. 89-109. DOI
8. Palmov V.A. Comparison of different approaches in viscoelastoplasticity for large strains. *ZAMM J. Appl. Math. Mech.*, 2000, vol. 80, no. 11-12, pp. 801-806. DOI
9. Svistkov A.L., Lauke B. Differential constitutive equations of incompressible media with finite deformations. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2009, vol. 50, no 3, pp. 493-503. DOI
10. Marvalova B. Viscoelastic properties of filled rubber. Experimental observations and material modelling. *Eng. Mech.*, 2007, vol. 14, no. 1-2, pp. 81-89.
11. Lion A. A constitutive model for carbon black filled rubber: Experimental investigations and mathematical representation. *Continuum Mech. Therm.*, 1996, vol. 8, no. 3, pp. 153-169. DOI
12. Miehe C., Keck J. Superimposed finite elastic-viscoelastic-plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. Experiments, modelling and algorithmic implementation. *J. Mech. Phys. Solids*, 2000, vol. 48, no. 2, pp. 323-365. DOI
13. Kaliske M., Heinrich G. An extended tube-model for rubber elasticity: statistical-mechanical theory and finite element implementation. *Rubber Chem. Technol.*, 1999, vol. 72, no. 4, pp. 602-632. DOI
14. Svistkov A.L., Pelevin A.G., Shadrin V.V., Stöckelhuber K.W. *Modelling of the mechanical properties of rubber compounds using a two-level structural-phenomenological model. Constitutive Models for Rubber VIII. Ed. by N. Gil-Negrete, A. Alonso. Taylor & Francis Group, 2013. Pp. 101-106.*

Поступила в редакцию 14.10.2013; опубликована в электронном виде 24.06.2014

Сведения об авторах

Солодъко Владислав Николаевич, асп., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614990, Пермь, ул. Букирева, д. 15; e-mail: vlad.solodko@gmail.com

Свистков Александр Львович, дфмн, зав.лаб., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королёва, д. 1; e-mail: svistkov@icmm.ru

Пелевин Александр Геннадьевич, асп., ИМСС УрО РАН; e-mail: pelevin@icmm.ru