

DOI: 10.7242/1999-6691/2013.6.4.50

УДК 519.6;536.2

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕМЕНТАХ МГД-НАСОСА ДЛЯ ПЕРЕКАЧКИ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Л.А. Голотина, И.О. Глот, С.Ю. Хрипченко, И.Н. Шардаков

*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь*

Работа посвящена численному моделированию нестационарных теплофизических процессов в металлопроводе МГД-насоса. Выполнена математическая постановка задачи нестационарной теплопроводности и осуществлена ее численная реализация методом конечных элементов с использованием программного продукта ANSYS. Параметры численного алгоритма (пространственно-временная дискретизация) определены путем сопоставления результатов численных и физических экспериментов. Разработанная математическая модель и алгоритм ее численной реализации позволили установить параметры, обеспечивающие необходимый уровень разогрева металлопровода для эффективной работы МГД-насоса.

*Ключевые слова:* магнитогидродинамический насос, жидкий металл, течение, теплопроводность, электронагрев, численное моделирование, физический эксперимент

## NUMERICAL SIMULATION OF THERMAL PROCESSES IN THE ELEMENTS OF MHD-PUMPS USED FOR TRANSFERRING LIQUID METALS

L.A. Golotina, I.O. Glot, S.Yu. Khripchenko and I.N. Shardakov

*Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia*

The paper is devoted to numerical simulation of the non-stationary thermophysical processes occurring in the liquid metal feed pipe of MHD pumps. The non-stationary heat-conduction problem is formulated and solved numerically by the finite element method using ANSYS software. The results of numerical simulations are compared with the previously obtained experimental data. A series of numerical computations have been carried out to estimate the influence of different parameters on the process of pipe heating, which allowed us to determine the optimal parameters ensuring effective operation of MHD-pumps.

*Key words:* MHD-pump, liquid metal, flow, thermal conductivity, electric heating, numerical solution, physical experiment

### 1. Введение

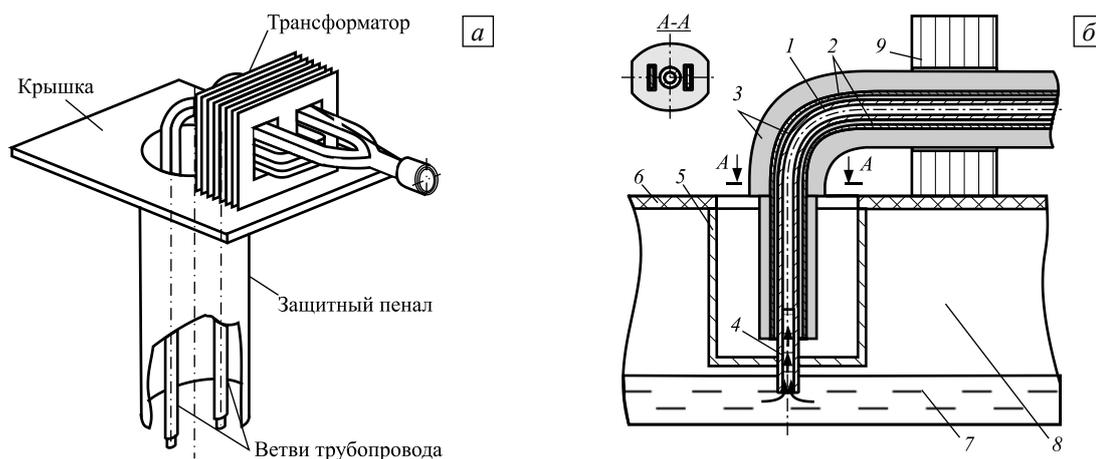
Частью многих технологических процессов в цветной металлургии (например, в производстве магния и его сплавов) является транспортировка жидкого металла, которая имеет место при разливе металла в слитки на конвейере, в машинах непрерывного литья, при заполнении и опорожнении различного рода тиглей и емкостей с жидким металлом.

В настоящее время для транспортировки жидкого металла представляется привлекательным использование магнито-гидродинамических (МГД) насосов, с помощью которых металл перекачивается по трубам. Применение этого способа снижает окисление металла, поскольку металл забирается из-под поверхности расплава. МГД-установка с МГД-насосом не имеет движущихся частей, поэтому металл не перемешивается и поступает на конвейер более чистым. Кроме того, МГД-установка делает удобным управление процессом разлива слитков, изолирует металл от внешней атмосферы и не допускает попадания вредных газов в атмосферу литейного цеха, снижая тем самым риск профессиональных заболеваний.

Использованию МГД-установок для перекачки жидких металлов посвящено достаточно много публикаций одного из авторов настоящей работы [1–4], в которых предлагаются различные варианты конструктивного исполнения МГД-насосов. Принципиальная структурная схема предлагаемого в [1] варианта МГД-насоса представлена на рисунке 1. Одним из самых ответственных элементов насоса является металлический трубопровод  $I$  для транспортировки расплавленного металла (металлопровод). Вследствие симметричности конструкции на схеме изображена только одна его ветвь. Для эффективной работы насоса необходимо, с одной стороны, создавать внутри трубопровода такую температуру, которая гарантирует протекающему в нем металлу устойчивое жидкое состояние и, с другой стороны, поддерживать тепловое состояние трубопровода таким, чтобы под действием тепловой нагрузки он не потерял своей механической несущей способности.

Вопрос о тепловом состоянии металлопровода становится еще более острым в период запуска насоса. На этом этапе необходимо не только предварительно разогреть трубопровод так, чтобы при запуске затекающий в насос металл оставался жидким, но и на всем протяжении трубопровода не должны появиться зоны перегрева, в которых температура превысит предельно допустимое с точки зрения обеспечения несущей механической способности конструкции значение.

В рассматриваемом варианте МГД-насоса разогрев металлопровода осуществляется за счет джоулева тепла, выделяющегося при пропускании электрического тока через металлические элементы насоса. Для создания рационального режима работы насоса необходимо получить ответы на следующие вопросы: как наиболее эффективно осуществить подвод электрического тока; какова должна быть плотность тока; какое время потребуется для приведения металлопровода в состояние технологической готовности к перекачке жидкого металла; какой должна быть схема теплоизоляции. При этом необходимо учитывать ограничения, обусловленные механической несущей способностью металла, из которого изготовлен трубопровод. Получение ответов на эти вопросы эмпирическим путем требует реализации большого количества дорогостоящих натуральных экспериментов. Наиболее эффективно данную проблему можно решить, прибегнув к численным экспериментам на основе математической модели, описывающей нестационарные тепловые процессы в элементах металлопровода МГД-насоса.

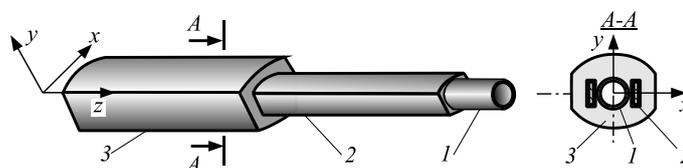


**Рис. 1.** Структурная схема МГД-насоса для перекачки жидкого магния: общий вид (а); ветвь трубопровода в осевом разрезе (б): 1 – металлическая труба, 2 – токоведущие шины, 3 – теплоизоляция, 4 – сливной патрубков, 5 – защитный пенал, 6 – крышка, 7 – расплавленный металл ( $T = 750^{\circ}\text{C}$ ), 8 – газ, 9 – электротрансформатор

## 2. Математическая модель

Объектом исследования является одна из двух идентичных ветвей металлопровода МГД-насоса для перекачки жидкого магния. Как показали результаты численного моделирования, при анализе температурного состояния металлопровода пространственная конструкция, изображенная на рисунке 1, может быть заменена прямолинейной (Рис. 2). При этом длина участка трубопровода, находящегося за пределами защитного пенала, выбирается такой, чтобы захватить всю область, в которой градиенты температуры в осевом направлении существенны. В рассматриваемом конструктивном исполнении ветвь металлопровода представляется как трехмерная конструкция (Рис. 2), состоящая из металлической трубы 1, изготовленной из нержавеющей стали 10Х18Н19Т, с присоединенными к ней металлическими шинами 2, расположенными параллельно трубе и заключенными вместе с нею в общую теплоизолирующую оболочку 3. Металлическая труба занимает объем  $V_1$  и имеет границы контакта с жидким металлом  $S_{1m}$ , газом  $S_{1g}$  и теплоизолирующим слоем  $S_{1r}$ ; токопроводящая шина в теплоизоляционной обмотке характеризуется объемом  $V_2$  и границей контакта с теплоизолирующим слоем  $S_{2r}$ , а теплоизолирующий слой — объемом  $V_3$  и границей контакта с токопроводящими шинами  $S_{2r}$ , металлической трубой  $S_{1r}$  и газовой средой  $S_{3g}$ .

Роль токоведущих элементов в этой конструкции выполняют металлическая труба и шины. Толщина теплоизолирующего слоя ступенчато изменяется по длине трубы, а сливной патрубков, непосредственно соприкасающийся с расплавленным металлом, не изолирован. Базовая компоновка, которой соответствует представленная модельная ветвь металлопровода, должна быть рационализирована на основе результатов математического моделирования.



**Рис. 2.** Модельная ветвь металлопровода МГД-насоса: 1 – металлическая труба; 2 – токоведущие шины в теплоизоляционной обмотке; 3 – наружная теплоизоляция

Рациональный режим работы описанной конструкции на этапе ее разогрева может быть достигнут при выполнении следующих ограничений:

– температура стенок стальной трубы (для обеспечения жидкого состояния магния) должна поддерживаться в пределах от температуры плавления магния (650°C) до температуры его кипения (1090°C);

– температура трубы (для гарантии механической несущей способности стенок трубы из нержавеющей стали 10X18H19T) не должна превышать 800°C, так как при ее более высоких значениях происходит недопустимое снижение прочностных и жесткостных характеристик стали этой марки [5].

Из ограничений следует, что значения температуры по длине стальной трубы должны находиться в интервале от 650°C до 800°C.

Математическая постановка задачи исследования нестационарных тепловых процессов в металлопроводе базируется на уравнении теплопроводности [6]:

$$K \left( \frac{\partial^2 T(\mathbf{x})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(\mathbf{x})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(\mathbf{x})}{\partial z^2} \right) + Q(\mathbf{x}) = \gamma C \frac{\partial T(\mathbf{x})}{\partial t}, \quad \mathbf{x} \in V_1 \cup V_2 \cup V_3, \quad (1)$$

где  $T(\mathbf{x})$  — температура;  $\mathbf{x} = \{x, y, z\}$  — радиус-вектор в декартовых координатах  $x, y, z$ ;  $Q(\mathbf{x})$  — мощность источника тепла внутри тела;  $K, \gamma$  и  $C$  — соответственно коэффициент теплопроводности, плотность и теплоемкость, являющиеся постоянными величинами в пределах каждого из объемов  $V_1, V_2$  и  $V_3$ .

Основным внешним тепловым источником является джоулево тепло, выделяющееся при пропускании тока по трубе металлопровода и двум металлическим шинам:

$$Q(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x})^2 / \sigma(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in V_1 \cup V_2, \quad (2)$$

где  $J(\mathbf{x})$  — плотность тока,  $\sigma(\mathbf{x})$  — удельная проводимость.

Краевыми условиями для рассматриваемой задачи служат:

– постоянная температура на сливном патрубке, равная температуре расплавленного металла (для магния она составляет  $T_m = 750^\circ\text{C}$ ):  $T(\mathbf{x}) = T_m, \quad \mathbf{x} \in S_{1m}$ ;

– условия конвективного теплообмена на всех поверхностях конструкции, контактирующих с газом ( $S_{1g}, S_{2g}, S_{3g}$ )

$$K(\mathbf{x}) \left( \frac{\partial T(\mathbf{x})}{\partial x} l_x + \frac{\partial T(\mathbf{x})}{\partial y} l_y + \frac{\partial T(\mathbf{x})}{\partial z} l_z \right) + h(\mathbf{x})(T(\mathbf{x}) - T_\infty(\mathbf{x})) = 0, \quad \mathbf{x} \in S_{1g} \cup S_{2g} \cup S_{3g}, \quad (3)$$

где  $h(\mathbf{x})$  — коэффициент теплоотдачи, постоянный в пределах каждой из поверхностей  $S_{1g}, S_{2g}, S_{3g}$ ;

$l_x, l_y, l_z$  — направляющие косинусы нормали к соответствующим поверхностям;  $T_\infty(\mathbf{x})$  — температура газа, контактирующего с каждой из поверхностей  $S_{1g}, S_{2g}, S_{3g}$ , постоянная для каждой поверхности;

– условия теплообмена на границах контакта различных элементов металлопровода:

– граница металлопровод – теплоизоляция

$$K_1(\mathbf{x}) \left( \frac{\partial T_1(\mathbf{x})}{\partial x} l_{1x} + \frac{\partial T_1(\mathbf{x})}{\partial y} l_{1y} + \frac{\partial T_1(\mathbf{x})}{\partial z} l_{1z} \right) = K_3(\mathbf{x}) \left( \frac{\partial T_3(\mathbf{x})}{\partial x} l_{3x} + \frac{\partial T_3(\mathbf{x})}{\partial y} l_{3y} + \frac{\partial T_3(\mathbf{x})}{\partial z} l_{3z} \right), \quad (4)$$

$$T_1(\mathbf{x}) = T_3(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S_{1r};$$

– граница токопроводящая шина – теплоизоляция

$$K_2(\mathbf{x}) \left( \frac{\partial T_1(\mathbf{x})}{\partial x} l_{2x} + \frac{\partial T_1(\mathbf{x})}{\partial y} l_{2y} + \frac{\partial T_1(\mathbf{x})}{\partial z} l_{2z} \right) = K_3(\mathbf{x}) \left( \frac{\partial T_3(\mathbf{x})}{\partial x} l_{3x} + \frac{\partial T_3(\mathbf{x})}{\partial y} l_{3y} + \frac{\partial T_3(\mathbf{x})}{\partial z} l_{3z} \right), \quad (5)$$

$$T_2(\mathbf{x}) = T_3(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S_{2r}.$$

В качестве начальных условий задачи берется одинаковая начальная температура всех элементов металлопровода  $T_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ , поскольку моделирование процесса нестационарного теплообмена начинается с момента опускания холодной трубы в емкость с жидким металлом.

Значения теплофизических констант материалов конструкции металлопровода, приведены в таблице 1 [5, 6]. В расчете учитывается зависимость электрического сопротивления  $\rho = 1/\sigma$  электропроводящих элементов насоса, выполненных из стали 10X18H19T, от температуры (см. Табл. 2).

Таблица 1. Теплофизические константы материалов

Наименование	Обозначение, размерность	Сталь 10X18H19T	Каолиновая вата
Коэффициент теплопроводности	$K$ , Вт/(м град)	18	0,04
Теплоемкость	$C$ , Дж/(кг град)	550	1000
Плотность	$\gamma$ , кг/м <sup>3</sup>	8000	800
Коэффициент теплоотдачи	$h$ , Вт/(м <sup>2</sup> град)	30	20

Таблица 2. Зависимость электрического сопротивления стали 10X18H19T от температуры

$T$ , $^\circ\text{C}$	20	100	200	300	400	500	600	700
$\rho \cdot 10^{-9}$ , Ом·м	725	792	861	920	976	1028	1075	1115

Для построения численного алгоритма решения трехмерной нестационарной задачи теплопроводности был осуществлен переход от ее дифференциальной постановки (1)–(5) к соответствующей вариационной постановке с использованием метода Галеркина [7]. Решение полученной вариационной задачи осуществлено методом конечных элементов. Для численной реализации применен программный продукт ANSYS [8].

### 3. Тестирование математической модели и эксперимент

Известно, что описание нестационарных тепловых процессов в конструкциях, состоящих из существенно неоднородных с точки зрения теплофизических свойств элементов, является сложной задачей. Это связано с необходимостью:

- подбора соответствующих пространственных сеток конечных элементов, позволяющих моделировать температурные поля с большими градиентами, возникающие из-за неоднородности теплофизических свойств материалов конструкции;
- выбора временных шагов для интегрирования дифференциальных уравнений, обеспечивающих корректное описание в элементах конструкции тепловых процессов, имеющих существенное различие характерных времен;
- уточнения для реальных режимов эксплуатации конструкции значений коэффициентов теплоотдачи на границах контакта различных элементов конструкции с внешней средой.

Для того чтобы оценить достоверность результатов, полученных с помощью построенного алгоритма, был проведен физический эксперимент, который в главных чертах передавал особенности нестационарного разогрева элементов МГД-насоса.

На рисунке 3 схематично показана экспериментальная труба 1 из нержавеющей стали 10X18H19T, в которой исследовался нестационарный процесс разогрева за счет пропуска по ней электрического тока. Длина трубы  $L$  составляла 2000 мм, диаметр  $d = 50$  мм, толщина стенки равнялась  $s = 3$  мм. Температура стенки регистрировалась четырьмя термопарами 3, равномерно распределенными по длине трубы.

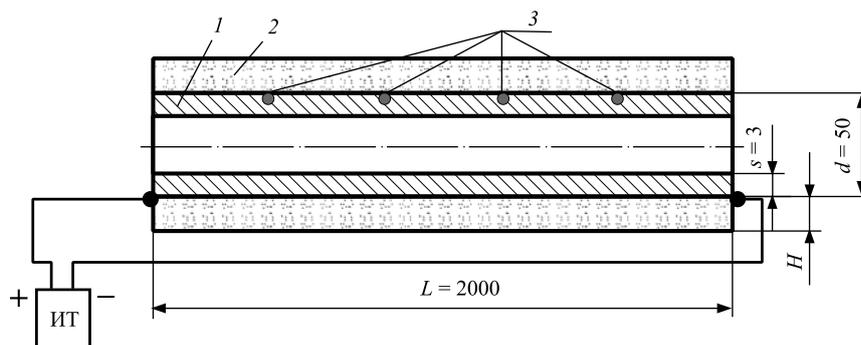
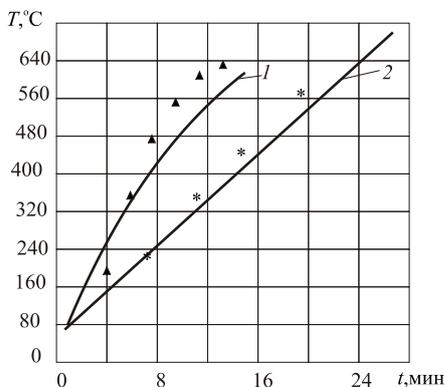


Рис. 3. Схема трубы в эксперименте: 1 – труба металлопровода; 2 – слой теплоизоляции; 3 – термопары

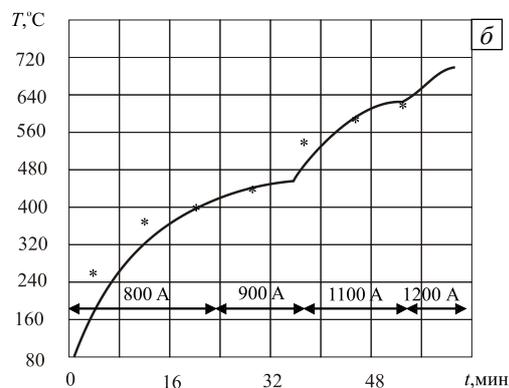
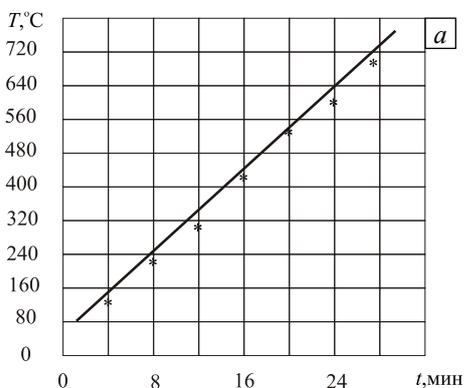
В процессе эксперимента задавались режимы нагрева трубы переменным током разной интенсивности  $J$ : 1000 А, 600 А, а также со ступенчатым изменением от 800 до 1200 А. Толщина термоизолирующего слоя  $H$  варьировалась в пределах от 3 до 20 мм; кроме того рассматривалась неизолированная труба.

На рисунках 4, 5 приведены зависимости температуры стенок трубы от времени при различных условиях нагрева и изоляции. Сплошной линией на графиках показаны результаты расчета, а маркерами — данные эксперимента.



**Рис. 4.** Установочный эксперимент – изменение температуры центральной части стенки трубы при  $J = 1000$  А и различной толщине слоя теплоизоляции: неизолированная труба (кривая 1);  $H = 3$  мм (2)

При этом в расчетах использовались полученные ранее уточненные значения коэффициентов теплопередачи из таблицы 1. Результаты сопоставления данных физического и численного экспериментов, представленные на рисунке 5, свидетельствует об их хорошем соответствии.



**Рис. 5.** Проверочный эксперимент: изменение температуры центральной части стенки трубы при различной интенсивности тока  $J$  и разной толщине слоя теплоизоляции  $H$ : постоянный ток, изолированная труба (а); ступенчато меняющийся ток, неизолированная труба (б)

Путем численных экспериментов удалось подобрать характеристики пространственно-временной дискретизации, обеспечивающие достаточную степень сходимости численных решений. По результатам численных экспериментов установлено:

- сетка конечных элементов должна быть неоднородной, имеющей сгущения в зонах контакта металла с теплоизоляционным слоем, то есть в зонах наибольших градиентов температурного поля, в данном случае обусловленных большим (на 3 порядка) отличием коэффициентов теплопроводности;
- характерный линейный размер элемента конечно-элементной сетки от границы контакта к периферии должен задаваться в пределах от 0,02 до 1 мм;
- шаг по временной координате следует задавать переменным, используя для этого алгоритм автоматического выбора, чтобы обеспечить необходимую точность численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений по времени [9].

Установленные параметры дискретизации по пространственным и временным переменным, а также уточненные значения коэффициентов теплоотдачи позволили перейти к моделированию тепловых процессов в элементах МГД-насоса.

#### 4. Результаты численного моделирования процессов разогрева ветви металлопровода

На основе разработанного алгоритма решения задачи нестационарной теплопроводности в металлопроводе МГД-насоса проведена серия численных экспериментов, целью которых являлась оценка влияния на разогрев трубы следующих факторов:

- наличия дополнительного источника тепла, образующегося за счет протекания электрического тока в токоведущих шинах;
- длины участка пропускания электрического тока;
- неравномерности распределения по длине трубы теплоизолирующих материалов;
- величины пропускаемого тока и длительность его воздействия.

Перечисленные факторы подбирались таким образом, чтобы температура по всей длине металлопровода не выходила за пределы диапазона 650–800°C.

По результатам численного эксперимента предложен ряд конструктивных и технологических решений, обеспечивающих необходимый тепловой режим работы элементов насоса:

1. Применение шин в качестве дополнительного источника тепла нецелесообразно, поскольку это приводит к избыточному разогреву металла, а конструкция усложняется; необходимый разогрев трубы может быть получен за счет пропускания электрического тока силой 600 А непосредственно по стенкам трубы.
2. Требуемая длина участка пропускания электрического тока обеспечивается присоединением токоведущей шины к оголенному участку трубы на расстоянии 200 мм выше поверхности жидкого металла.
3. Следует соблюдать необходимые условия теплоизоляции по длине трубы: сливной патрубок должен быть свободен от теплоизоляции, а ветви металлопровода должны быть теплоизолированы каолиновой ватой слоем толщиной 3 мм (Рис. 6) внутри изолирующего пенала и слоем толщиной 50 мм вне него.
4. Для достижения необходимого уровня прогрева стенок металлической трубы металлопровода МГД-насоса достаточно в течение ~ 30 мин пропускать по трубе ток интенсивностью 600 А.

Температурное поле, возникающее в модельной конструкции ветви трубы металлопровода МГД-насоса с найденными оптимальными параметрами в различные моменты времени, показано на рисунке 6. Здесь изображен участок трубы от конца сливного патрубка до выхода металлопровода из защитного пенала. Стрелкой показано место подвода электрического тока. Из представленных результатов следует, что к моментам времени 20 и 25 мин участок трубы металлопровода от сливного патрубка до выхода из защитного пенала оказывается прогретым в достаточной мере, тогда как участок, расположенный выше защитного пенала, разогрев недостаточен:  $T < 650^\circ\text{C}$ . Только к 30-й минуте по всей длине

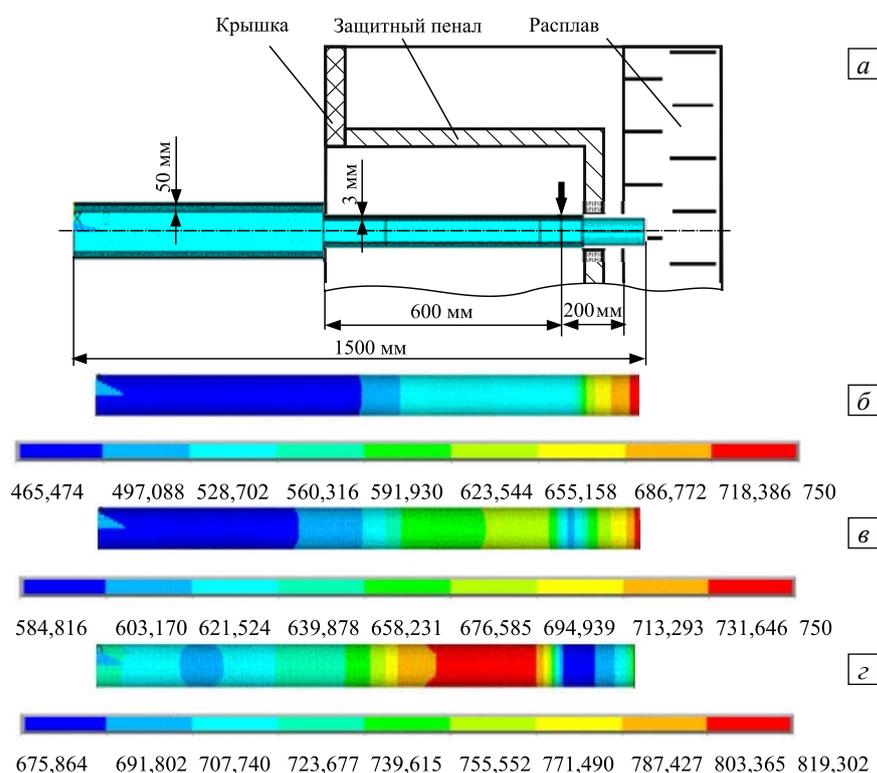


Рис. 6. Схема металлопровода МГД-насоса (а) и поля распределения температуры при разогреве металлической трубы в различные моменты времени  $t$ , мин: 20 (б), 25 (в), 30 (г)

металлопровода достигается необходимый прогрев стенок трубы ( $650 \leq T \leq 750^\circ\text{C}$ ). В этот момент необходимо прекратить разогрев металлопровода электрическим током во избежание появления зон перегрева, ведущих к потере его механической несущей способности. С этого момента можно запускать МГД-насос в рабочем режиме, а необходимый уровень температуры его элементов будет поддерживаться за счет протекающего жидкого металла.

## 5. Выводы

Разработанная математическая модель и алгоритм ее численной реализации позволили адекватно описать нестационарные тепловые процессы в элементах металлопровода МГД-насоса для перекачки жидкого магния и установить параметры, обеспечивающие необходимый для его эффективной работы уровень разогрева металлопровода.

На основе данных численных экспериментов разработана конструкция элементов МГД-насоса, с одной стороны, обеспечивающая оптимальный температурный режим на стадии запуска насоса, необходимый для поддержания жидкого металла в расплавленном состоянии, и, с другой стороны, гарантирующая механическую несущую способность стенок трубы металлопровода.

Следует особенно отметить роль и значимость физического эксперимента в процессе адаптации математической модели к описанию реальных тепловых процессов в элементах МГД-насоса. Именно проведение установочного физического эксперимента позволило уточнить коэффициенты теплоотдачи, а результаты проверочных экспериментов дали оценку адекватности результатов, получаемых на основе математической модели. Проведенный цикл исследований наглядно демонстрирует, как сочетание физических и численных экспериментов создает основу для построения адекватных математических моделей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (договор № 02.G25.31.0068 от 23.05.2013 г. в составе мероприятий по реализации Постановления Правительства РФ № 218).

## Литература

1. Хрипченко С.Ю. Электровихревые течения в каналах МГД-устройств. – Екатеринбург: УрО РАН, 2009. – 261 с.
2. Kolesnichenko I, Khripchenko S. Mathematical simulation of hydrodynamical processes in the centrifugal MHD-pump // *Magneto hydrodynamics*. – 2002. – V. 38, N. 4. – P. 39-46.
3. Khripchenko S., Kolesnichenko I., Dolgikh V., Denisov S. Pumping effect in a flat MHD channel with an electrovortex flow // *Magneto hydrodynamics*. – 2008. – V. 44, N. 3. – P. 303-313.
4. Khripchenko S.Yu., Dolgikh V.M., Denisov S.A., Kolesnichenko I.V. Application of MHD-principles in metallurgy // *J. Iron Steel Res. Int.* – 2012. – V. 19, Suppl. 1-1. – P. 569-573.
5. Бабиков А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М. и др. Физические величины: Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
6. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1969. – 440 с.
7. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
8. URL: <http://www.kxcad.net/ansys/ANSYS/ansyshelp/ansys.set.html> / ANSYS Release 11.0 Documentation for ANSYS.
9. Хемминг Р.В. Численные методы. – М.: Наука, 1972. – 400 с.

## References

1. Khripchenko S.Iu. Elektrovikhrevyte techeniia v kanalakh MGD-ustroystv. – Ekaterinburg: UrO RAN, 2009. – 261 s.
2. Kolesnichenko I, Khripchenko S. Mathematical simulation of hydrodynamical processes in the centrifugal MHD-pump // *Magneto hydrodynamics*. – 2002. – V. 38, N. 4. – P. 39-46.
3. Khripchenko S., Kolesnichenko I., Dolgikh V., Denisov S. Pumping effect in a flat MHD channel with an electrovortex flow // *Magneto hydrodynamics*. – 2008. – V. 44, N. 3. – P. 303-313.
4. Khripchenko S.Yu., Dolgikh V.M., Denisov S.A., Kolesnichenko I.V. Application of MHD-principles in metallurgy // *J. Iron Steel Res. Int.* – 2012. – V. 19, Suppl. 1-1. – P. 569-573.
5. Babikov A.P., Babushkina N.A., Bratkovskii A.M. i dr. Fizicheskie velichiny: Spravochnik / Pod red. I.S. Grigor'eva, E.Z. Meilikhova. – M.: Energoatomizdat, 1991. – 1232 s.
6. Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S. Teploperedacha. – M.: Energiia, 1969. – 440 s.
7. Cegerlind L. Primenenie metoda konechnykh elementov. – M.: Mir, 1979. – 392 s.
8. URL: <http://www.kxcad.net/ansys/ANSYS/ansyshelp/ansys.set.html> / ANSYS Release 11.0 Documentation for ANSYS.
9. Khemming R.V. Chislennyye metody. – M.: Nauka, 1972. – 400 s.

Поступила в редакцию 09.10.13; опубликована в электронном виде 27.12.13

## Сведения об авторах

Голотина Людмила Александровна, кфмн, снс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; E-mail: golotina@icmm.ru

Глот Ирина Олеговна, кфмн, снс, ИМСС УрО РАН; E-mail: glot@icmm.ru

Хрипченко Станислав Юрьевич, дтн, проф., внс, ИМСС УрО РАН; E-mail: khripch@icmm.ru

Шардаков Игорь Николаевич, дфмн, проф., зав.лаб., ИМСС УрО РАН; E-mail: shardakov@icmm.ru