

DOI: 10.7242/1999-6691/2013.6.2.27

УДК 539.3

## МОДЕЛЬ ПОВРЕЖДЁННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕСУРСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ ПРИ МЕХАНИЗМАХ ИСЧЕРПАНИЯ, СОЧЕТАЮЩИХ УСТАЛОСТЬ И ПОЛЗУЧЕСТЬ МАТЕРИАЛА

И.А. Волков, А.И. Волков, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов

*Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород, Россия*

С позиции механики повреждённой среды (МПС) развита математическая модель, учитывающая процессы накопления повреждений в конструкционных сталях при механизмах деградации, сочетающих усталость и ползучесть материала. Разработан алгоритм суммирования повреждений при взаимодействии малоциклового усталости и ползучести. Приведена экспериментально-теоретическая методика определения материальных параметров уравнений МПС, описывающих процессы деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при усталости и ползучести. Численно исследованы процессы вязкоупругопластического деформирования стали 12X18H9. Выполнено сравнение полученных численных результатов с данными натуральных экспериментов, позволившее сделать вывод о достоверности определяющих соотношений МПС и используемой методики нахождения материальных параметров при совместном действии механизмов усталости и ползучести.

*Ключевые слова:* пластичность, ползучесть, малоцикловая и многоцикловая усталость, механика повреждённой среды, базовый эксперимент, повреждённость, материальные параметры

## DAMAGED MEDIUM MODEL FOR EVALUATING THE DURABILITY OF STRUCTURAL STEELS SUBJECT TO FATIGUE–CREEP MECHANISMS OF DEGRADATION

I.A. Volkov, A.I. Volkov, Yu.G. Korotkikh and I.S. Tarasov

*Volga State Academy of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russia*

Within the framework of mechanics of defective materials (MDM), a mathematical model is developed which takes into account damage accumulation in structural steels subject to combined degradation mechanisms such as fatigue and creep. A summation damage algorithm is derived to study the low cycle creep-fatigue interaction. Experimental and theoretical methods are presented to determine material parameters for MDM equations describing the degradation of the initial mechanical properties of structural materials (metals and their alloys) under fatigue and creep conditions. The process of viscoelastoplastic deformation of steel 12X18H9 is studied numerically. By comparing the obtained numerical results with the data of full scale experiments, we get the evidence supporting the validity of the constitutive MDM-relations and the methods proposed for estimating material parameters under fatigue and creep conditions.

*Key words:* plasticity, creep, low- and high-cycle fatigue, mechanics of defective materials, basic experiment, damage, material parameters

### 1. Введение

Атомные энергетические установки, нефтехимическое оборудование, резервуары для хранения газообразных и сжиженных химических продуктов и другое оборудование и системы ответственных инженерных объектов (ОИО) работают в условиях нестационарного термосилового нагружения в течение длительного срока [1]. Материал их конструктивных элементов накапливает усталостные повреждения, приводящие к ухудшению начальных прочностных характеристик, образованию и развитию трещин.

Процессы накопления повреждений являются многомасштабными и эволюционно многостадийными. Они развиваются одновременно на разных масштабных уровнях: атомных, дислокационных, субструктурных и структурных, что означает необходимость совмещения микроскопических, мезоскопических и макроскопических моделей [1, 2]. В течение значительного времени изменения происходят скрытно, кроме того, опасные зоны, определяющие ресурс элемента, как правило, недоступны для средств неразрушающего контроля. Для гарантированной безопасной эксплуатации ОИО и обоснованного продления их службы сверх нормативных сроков необходимо контролировать темпы развития повреждённости в наиболее проблемных областях конструктивных элементов (проверить выработанный ресурс), а также прогнозировать развитие происходящих изменений до предельных состояний (рассчитывать остаточный ресурс).

Затруднения в определении ресурса инженерных объектов напрямую связаны со сложностью процессов, происходящих в конструкционных материалах в эксплуатационных условиях. Понимание закономерностей этих процессов позволит построить достоверную математическую модель, которая будет содержать конкретные параметры напряжённо-деформированного состояния (НДС), отвечающие условиям работы объекта, и которая, в конечном итоге, может стать теоретической основой для создания методов и алгоритмов оценки ресурса объектов в соответствии с индивидуальной историей их использования [1].

Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, то точность расчётных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, с какой степенью

достоверности определяющие соотношения МПС отображают деформирование опасных зон элементов конструкций в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры вязкопластического деформирования как длина и вид траектории, вид напряжённого состояния, история его изменения и другие существенно влияют на скорость накопления повреждений [3–6]. Таким образом, основная цель исследований в области механики деформируемого твёрдого тела заключается скорее не в уточнении различных формулировок, необходимых для определения макроскопических деформаций по заданной истории нагружения, а в стремлении разобраться в основных закономерностях явлений, подготавливающих разрушение [1, 2, 7–12].

Ресурс оборудования, работающего в условиях повышенных температур  $T$  ( $T > 0,5 T_{пл}$ ,  $T_{пл}$  — температура плавления) и циклических механических воздействий, формируется в основном за счёт деградации начальных прочностных свойств его материалов, малоциклового усталости и накопления повреждений в результате ползучести, которые приводят к одному из наиболее опасных типов разрушения конструктивных элементов, изготовленных из пластичных материалов, — хрупкому разрушению [1, 2].

Физические процессы, обуславливающие повреждённость материалов в результате вязкопластического деформирования, протекают на микро- и мезоуровнях и не могут непосредственно изучаться методами МПС. Переход от модели, описывающей события в одном из многих микрообъёмов, к типичному инженерному представлению на макроуровне требует выполнения того или иного вида усреднения. Использование методов усреднения, основанных на непосредственном расчёте по микромасштабным моделям, влечёт за собой значительные усложнения, которые могут привести к существенному уменьшению эффективности численного расчёта при необходимости проведения усреднения на каждом временном шаге интегрирования определяющих соотношений.

В альтернативном варианте подхода, общепринятом в теории сплошных сред и реализуемом в данной работе, применяется феноменологическая трактовка моделей на основе макроскопических переменных, интегрально характеризующих структурные изменения материала на микроуровне [1, 2].

Особенностью разрушения элементов конструкций в результате действия малоциклового усталости (МЦУ) является постепенный характер накопления повреждений от циклического действия пластических деформаций в зонах конструктивной концентрации повреждений при большом общем запасе прочности [12, 13]. Связанность долговечности материала с длительностью (частотой) циклов и наличием выдержек напряжения в цикле на фоне повышенных постоянных или меняющихся температур  $T$  ( $T = 0,35 \div 0,7 T_{пл}$ ) обусловлена накоплением повреждений вследствие развивающихся деформаций ползучести.

Существующие на сегодняшний день нормативные методики оценки ресурса элементов конструкций не учитывают реальных процессов, протекающих в материале. Не отражает реальности и упругий расчёт, используемый при нормативном подходе, так как в нём не участвуют фактические характеристики вязкопластического деформирования материала, которые в значительной степени предreshают поведение элементов конструкций с течением времени. Следовательно, в общем случае вычисления прочности конструкций время и история нагружения должны приниматься во внимание. И, значит, определяющие соотношения, описывающие процесс разрушения, будут влиять на критерий прочности повреждённого материала.

В связи с этим становится необходимой разработка новых методов оценки ресурса элементов конструкций на базе соответствующих уравнений термовязкопластичности, уравнений накопления повреждений и критериев разрушения с всесторонним их обоснованием посредством проведения необходимых натуральных и численных экспериментов на лабораторных образцах и численного анализа процессов деформирования и разрушения элементов конструкций в эксплуатационных условиях.

Вновь изготовленные конструкции, как правило, содержат остаточные напряжения (например, образующиеся в процессе сварки) и те или иные микродефекты (например, технологического характера), учёт которых при анализе прочности и долговечности конструкций представляется весьма желательным. Это можно сделать, если ввести в определяющие соотношения МПС начальные поля напряжений и микроповреждений. Развитый авторами подход и алгоритм интегрирования определяющих соотношений МПС позволяет учесть эти моменты, однако, несмотря на развитие модельных представлений, существующие на сегодняшний день подходы, основанные на диагностике состояния конструкционного материала наиболее нагруженных узлов конструкций физическими методами, не дают достаточной для инженерных расчётов точности для установления ни наличия, ни величины остаточных напряжений, а также размеров микроповреждений, что в настоящее время накладывает непреодолимые трудности при решении задачи учёта остаточных напряжений и начальных микроповреждений при оценке прочности и долговечности конструкций.

## 2. Определяющие соотношения механики повреждённой среды

Модель повреждённой среды состоит из трёх взаимосвязанных частей:

- соотношений, задающих вязкопластическое поведение материала с учётом влияния процесса разрушения;
- уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;
- критерия прочности повреждённого материала.

## 2.1. Соотношения термовязкопластичности

Определяющие соотношения термовязкопластичности базируются на следующих основных положениях:

- тензор малых деформаций  $e_{ij}$ , заданный в ортогональной декартовой системе координат с локальными векторами базиса  $\bar{e}_i$ , и соответствующий ему тензор скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  представляют собой сумму «мгновенной» и «временной» составляющих. «Мгновенная» составляющая включает упругие деформации  $e_{ij}^e$  (скорости деформаций  $\dot{e}_{ij}^e$ ), не зависящие от истории нагружения и определяющиеся конечным состоянием процесса, и пластические —  $e_{ij}^p$  ( $\dot{e}_{ij}^p$ ), связанные с историей процесса нагружения. На приращения пластических компонент, в отличие от деформаций ползучести  $e_{ij}^c$ ,  $\dot{e}_{ij}^c$ , «временная» история изменения температуры и внешних нагрузок не влияет;
- начальная поверхность текучести для различных температур изображается поверхностью в форме Мизеса; эволюция изменения поверхности текучести прослеживается по изменению её радиуса  $C_p$  и перемещению её центра  $\rho_{ij}^p$ ;
- справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций по отношению к поверхности текучести в точке нагружения;
- объём тела изменяется упруго:  $e_{ii}^p = e_{ii}^c \equiv 0$ ;
- в пространстве напряжений существует поверхность ползучести радиуса  $C_c$ , к которой вектор скорости деформации ползучести направлен по нормали;
- рассматриваются начально изотропные среды;
- учитывается только анизотропия, вызванная процессами необратимого деформирования.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K[e - \alpha(T - T_0)], & \sigma'_{ij} &= 2Ge_{ij}^{te}, & e_{ij}^{te} &= e_{ij}' - e_{ij}^{tp} - e_{ij}^{tc}, \\ \dot{\sigma} &= 3K[\dot{e} - (\alpha\dot{T}) + \dot{K}\sigma/K], & \dot{\sigma}'_{ij} &= 2G\dot{e}_{ij}^{te} + \dot{G}\sigma'_{ij}/G. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\sigma, \dot{\sigma}, e, \dot{e}$  — шаровые, а  $\sigma'_{ij}, \dot{\sigma}'_{ij}, e'_{ij}, \dot{e}'_{ij}$  — девиаторные составляющие тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$ , деформаций  $e_{ij}$  и их скоростей  $\dot{\sigma}'_{ij}, \dot{e}'_{ij}$  соответственно;  $T$  — температура;  $T_0$  — начальная температура;  $K(T)$  — модуль объёмного сжатия;  $G(T)$  — модуль сдвига;  $\alpha(T)$  — коэффициент линейного температурного расширения материала.

Эффекты монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений учитываются с помощью поверхности текучести, уравнение которой имеет вид:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^p. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической «памяти». Уравнение поверхности «памяти», позволяющее при расчётах разделить монотонные и циклические процессы деформирования, имеет вид:

$$F_p = \rho_{ij}^p \rho_{ij}^p - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{\max}$  — максимальный за историю нагружения модуль переменной  $\rho_{ij}^p$ .

Принимается эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести вида [2]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_p)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left( \frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_p) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1 \quad (i=1, 2), \quad (6)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}_{ij}'}{(\dot{e}_{ij}' \dot{e}_{ij}')^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}, \quad (7)$$

$$H(F_p) = \begin{cases} 1, F_p = 0 \wedge \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p > 0 \\ 0, F_p < 0 \vee \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_p) = 1 - H(F_p). \quad (8)$$

Здесь:  $q_1, q_2, q_3$  — модули изотропного упрочнения, соответствующие монотонным лучевым путям нагружения ( $q_1$ ), излому траектории деформирования на  $90^\circ$  ( $q_2$ ), температурному изменению радиуса поверхности текучести ( $q_3$ );  $a$  — постоянная, определяющая скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса циклического деформирования материала;  $Q_s$  — стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных  $\rho_{\max}$  и  $T$ ;  $\chi$  и  $\chi_m$  — длины траекторий пластического деформирования материала при циклическом и монотонном нагружениях;  $C_p^0$  — начальное значение радиуса поверхности текучести.

Первый член уравнения (4) отображает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ( $H(F_p)=1$  и  $\Gamma(F_p)=0$ ), второй член — циклическое упрочнение материала ( $H(F_p)=0$  и  $\Gamma(F_p)=1$ ), а третий — изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры. В целом уравнение (4) описывает локальную анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра  $A$ , характеризующего отклонение вектора догрузки от нормали к поверхности текучести в точке нагружения. Операторы  $H(F_p)$  и  $\Gamma(F_p)$  позволяют автоматически провести разделение процессов монотонного и циклического деформирования.

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина (принципе запаздывания), заключающейся в том, что упрочнение связано с историей деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории. Внутренняя переменная  $\rho_{ij}^p$ , учитывающая анизотропию упрочнения пластического деформирования, удовлетворяет эволюционному уравнению [2, 14]:

$$\dot{\rho}_{ij}^p = g_1^p \dot{e}_{ij}^p - g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi} - g_3^p \rho_{ij}^p \dot{T}, \quad \rho_{ij}^p = \int_0^t \dot{\rho}_{ij}^p dt, \quad (9)$$

где  $g_1^p > 0$ ,  $g_2^p > 0$  и  $g_3^p > 0$  — модули анизотропного упрочнения. Первый и второй члены этого уравнения отвечают за анизотропную часть деформационного упрочнения, а третий — за изменение  $\rho_{ij}^p$  в результате воздействия температуры  $T$ . Уравнение (9) принимает в расчёт известный пространственный эффект Баушингера и анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования (изломе траектории деформирования). Введение второго члена в это соотношение моделирует затухающую память внутренней переменной  $\rho_{ij}^p$  (скорость изменения  $\rho_{ij}^p$  является разностью между двумя составляющими  $g_1^p \dot{e}_{ij}^p$  и  $g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi}$ ).

Для характеристики поведения поверхности «памяти» необходимо сформулировать эволюционное уравнение для  $\rho_{\max}$ :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p) H(F_p)}{(\rho_{mn}^p \rho_{mn}^p)^{1/2}} - g_2^p \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3^p \rho_{\max} \dot{T}. \quad (10)$$

Здесь и далее для любой величины  $\dot{B}$ , заключённой в угловые скобки  $\langle \dot{B} \rangle$ , выполняются условия

$$\langle \dot{B} \rangle = \begin{cases} \dot{B} & \text{при } \dot{B} > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{B} \leq 0. \end{cases}$$

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций подчиняются закону градиентальности вектора скорости пластических деформаций по отношению к поверхности текучести в точке нагружения:

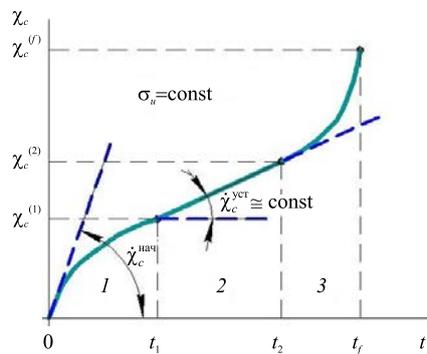
$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda_p S_{ij}, \quad (11)$$

где  $\lambda_p$  — коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений по окончании нагружения.

Материальные параметры, входящие в выражения (4)–(10), находятся из различных экспериментов:

- $q_1, q_3, g_1^p, g_2^p$  и  $g_3^p$  — из опытов на одноосное растяжение–сжатие цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний [2];
- $Q_1$  — из испытаний на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций;
- параметр  $a$  — из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления  $C_p$  к установившемуся состоянию;
- $q_2$  — из эксперимента на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения  $e_{11}^{ps}$  и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве  $\sigma_{11} - \sigma_{12}$ ;
- $Q_2$  — из эксперимента на двухблочное циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций до стабилизации петли гистерезиса в каждом блоке: первый блок — это симметричное циклическое растяжение–сжатие, второй — последующее циклическое симметричное нагружение образца кручением.

Если величина напряжений, температура и скорость нагружения таковы, что эффекты ползучести существенны, параметры процесса деформирования материала должны определяться с учётом процесса ползучести на этапе нагружения  $\Delta t$ . Для установления связи между тензором скорости деформации ползучести  $\dot{\epsilon}_{ij}^c$



**Рис. 1.** Зависимость длины траектории деформации ползучести  $\chi_c$  от времени процесса деформирования  $t$

и девиатором напряжений  $\sigma'_{ij}$  предполагается, что уравнение потенциальной функции ползучести имеет вид:

$$F_c = \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - C_c^2 = 0, \quad (12)$$

где  $\sigma'_{ij}$  — совокупность напряжённых состояний, отвечающих (с известным допуском) начальной скорости ползучести (см. Рис. 1), а  $C_c = C_c(\chi_c, T)$  — экспериментально отыскиваемая скалярная функция переменных  $\chi_c$  и  $T$ .

Из принципа градиентальности вектора скорости деформации ползучести к поверхности (12) следует:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_u}, \quad (13)$$

где  $\sigma_u = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$  — интенсивность тензора напряжений,  $\lambda_c$  — коэффициент пропорциональности (является функцией температуры и параметром),  $k$  — экспериментально получаемый параметр материала.

Интенсивность тензора скорости деформации ползучести имеет вид:

$$\dot{\epsilon}_u^c = \sqrt{(\dot{\epsilon}_{ij}^c \dot{\epsilon}_{ij}^c)} = \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k. \quad (14)$$

С учётом этого длина траектории деформации ползучести запишется как

$$\dot{\chi}_c = \sqrt{\frac{2}{3}} (\dot{\epsilon}_{ij}^c \dot{\epsilon}_{ij}^c)^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_u^c = \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k, \quad \chi_c = \int_0^t \dot{\chi}_c dt. \quad (15)$$

Зависимость  $\chi_c$  от времени  $t$  при постоянной интенсивности тензора напряжений  $\sigma_u = \text{const}$  при многоосном деформировании по лучевой траектории представлена на рисунке 1. На кривой  $\chi_c \sim t$  условно можно выделить участки 1–3:

- участок 1 — неустановившаяся ползучесть ( $0 < \chi_c^{(1)}$ ) — скорость деформации ползучести убывает;
- участок 2 — установившаяся ползучесть ( $\chi_c^{(1)} - \chi_c^{(2)}$ ) — скорость деформации ползучести приблизительно постоянна  $\dot{\chi}_c \cong \text{const}$ ;
- участок 3 — неустановившаяся ползучесть ( $\chi_c > \chi_c^{(2)}$ ) — скорость деформации ползучести резко возрастает (предшествует разрушению).

Длина участков обуславливается величиной  $\sigma_u$ . Так, при одноосном растяжении–сжатии лабораторного образца выполняются соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma_u &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{11}; & C_c &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_c; & \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} &= \frac{\sigma_{11} - \sigma_c}{\sigma_c}; \\ \dot{e}_{11}^c &= \frac{\sqrt{2}}{3} \lambda_c \left( \frac{\sigma_{11} - \sigma_c}{\sigma_c} \right)^k; & \chi_c^{(1)} &= e_{11}^{c(1)}; & \chi_c^{(2)} &= e_{11}^{c(2)}; & \dot{\chi}_c &= \dot{e}_{11}^c, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\sigma_c$  — минимальное значение напряжения  $\sigma_{11}$ , ниже которого процессом ползучести можно пренебречь (остаётся лишь функциональная зависимость  $\sigma_c$  от температуры  $T$ ), а диаграмма  $\chi_c \sim t$  будет эквивалентной диаграмме  $e_{11}^c \sim t$ .

На участке 2 выполняется условие:  $e_{11}^{c(1)} \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(2)}$  и

$$\lambda_c^{(2)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{e}_{11}^{уст} / \left( \frac{\sigma_{11} - \sigma_c}{\sigma_c} \right)^k. \quad (17)$$

На участке 1, где деформация ползучести изменяется в пределах  $0 \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(1)}$ , её скорость равняется  $\dot{e}_{11}^c = \dot{e}_{11}^{нач}$  при  $e_{11}^c = 0$  и  $\dot{e}_{11}^c = \dot{e}_{11}^{уст}$  при  $e_{11}^c = e_{11}^{c(1)}$ . Отсюда

$$\lambda_c^{(1)} = \lambda_c^{(2)} \left( \frac{\dot{e}_{11}^{нач}}{\dot{e}_{11}^{уст}} \right)^{\left( e_{11}^c - e_{11}^{c(1)} \right) / e_{11}^{c(1)}}. \quad (18)$$

Обобщение полученных соотношений на неодномерный случай даёт соотношение:

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_u}. \quad (19)$$

Здесь:  $\lambda = 0$ , если  $\sigma_u \leq C_c \vee \chi_c = 0$ ;  $\lambda = \lambda_c^{(1)}$ , если  $0 \leq \chi_c \leq \chi_c^{(1)}$ ;  $\lambda = \lambda_c^{(2)}$ , если  $\chi_c^{(1)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(2)}$ .

На участке 3 начинается разрушение:

$$\dot{e}_{ij}^c = \frac{\lambda_c^{(2)}}{(1-\omega)} r_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_u}, \quad (20)$$

где  $\omega$  — повреждённость материала, а  $r_c$  — некоторый безразмерный параметр.

Уравнения (12)–(20) представляют в математическом виде неустановившиеся и установившиеся участки кривой ползучести при разных уровнях напряжений и основные эффекты процесса ползучести при знакопеременном напряжении. Связь уравнений ползучести (12)–(20) с уравнениями (1)–(11), описывающими «мгновенные» пластические деформации, осуществляется на этапе нагружения через девиатор напряжений  $\sigma'_{ij}$  и алгоритм определения  $\dot{e}_{ij}^c$  и  $\dot{e}_{ij}^p$  на основе соотношений, объединяющих «временные» и «мгновенные» скалярные и тензорные величины.

## 2.2. Эволюционные уравнения накопления повреждений

Экспериментальный и теоретический анализ процессов повреждённости материала позволяет представить эволюционное уравнение накопления повреждений в элементарном объёме материалов в общем виде [2, 8, 9, 14–22]:  $\dot{\omega} = f_1(\theta) f_2(\beta) f_3(\omega) f_4(Z) \langle \dot{Z} \rangle$ , где функция  $f_1(\theta)$  отвечает за влияние кривизны траектории деформирования,  $f_2(\beta)$  — за вид (объёмность) напряжённого состояния,  $f_3(\omega)$  — за уровень накопленной повреждённости,  $f_4(Z)$  — за накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов. Конкретизация уравнения накопления повреждений при усталости приводит к следующей его записи [2]:

$$\dot{\omega}_p = \frac{\alpha_p + 1}{r_p + 1} f_p(\beta) Z_p^{\alpha_p} (1 - \omega_p)^{-r_p} \langle \dot{Z}_p \rangle. \quad (21)$$

Здесь:

$$Z_p = (W_p - W_a) / (W_p^f - W_a); \quad (22)$$

$$\langle \dot{Z}_p \rangle = \langle \dot{W}_p \rangle / (W_p^f - W_a); \quad \dot{W}_p = \rho_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p; \quad (23)$$

$$f_p(\beta) = \exp(-k_p \beta); \quad (24)$$

$\beta = \sigma / \sigma_u$  — параметр объёмности напряжённого состояния.

Отсутствие достаточно надёжных систематизированных экспериментальных данных, характеризующих ползучесть материалов вплоть до разрушения в необходимом диапазоне рабочих нагрузок и температур, и значительный разброс экспериментальных данных позволяют заключить: эволюционное уравнение при ползучести необходимо формулировать в наиболее «простой» форме [14, 20–22]:

$$\dot{\omega}_c = \frac{\alpha_c + 1}{r_c + 1} f_c(\beta) Z_c^{\alpha_c} (1 - \omega_c)^{-r_c} \langle \dot{Z}_c \rangle; \quad (25)$$

$$Z_c = W_c / W_c^f; \quad (26)$$

$$\langle \dot{Z}_c \rangle = \langle \dot{W}_c \rangle / W_c^f; \quad \dot{W}_c = \sigma'_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^c; \quad (27)$$

$$f_c(\beta) = \exp(-k_c \beta), \quad (28)$$

$\omega_c$  и  $\omega_p$  — величины повреждённости при ползучести и малоциклового усталости (МЦУ);  $W_c^f$  и  $W_p^f$  — значения энергий, соответствующих образованию макроскопической трещины при ползучести и усталости;  $W_p = \int_0^t \dot{W}_p dt$  и  $W_c = \int_0^t \dot{W}_c dt$  — энергии, идущие на образование рассеянных усталостных повреждений при МЦУ и ползучести;  $W_a$  — значение  $W_p$  в конце фаз зарождения микродефектов при МЦУ;  $f_m(\beta)$  — функции параметра  $\beta$ ;  $k_m$ ,  $\alpha_m$ ,  $r_m$  — материалыные параметры, зависящие от температуры  $T$ , где индекс  $m$  имеет значения  $m = c, p$ .

Развитие и взаимодействие процессов повреждённости при усталости и ползучести задаётся функциональной зависимостью для  $\dot{\omega}$ :

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}(\dot{\omega}_p, \dot{\omega}_c, \omega_p, \omega_c, \dots). \quad (29)$$

Наиболее простой является гипотеза аддитивности [2]:

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}_p + \dot{\omega}_c. \quad (30)$$

Экспериментальные данные свидетельствуют, что процессы развития повреждённости при усталости и ползучести имеют сильно нелинейный характер. Повреждённость при ползучести поддаётся измерению с момента перехода процесса в третью стадию (участок 3 кривой ползучести), в то время как повреждённость при усталости проявляется довольно поздно, и тем позже, чем ниже напряжение в цикле. Кроме того, геометрические локализации микродефектов, образующихся в результате ползучести и пластичности, различны. Эти обстоятельства и формируют сильную нелинейность взаимодействия указанных процессов повреждённости.

Введение при МЦУ двухстадийности процесса накопления повреждений позволяет, при сохранении аддитивности суммирования повреждений, достоверно описывать накопленную повреждённость как при многоуровневом нагружении, так и при взаимодействии усталости и ползучести. С учётом того факта, что суммирование повреждений при малоциклового усталости начинается только после фазы их зарождения ( $W_p \geq W_a$ ), соотношение (30) можно записать в виде:

$$\dot{\omega} = H(W_p / W_a - 1) \dot{\omega}_p + \dot{\omega}_c, \quad (31)$$

где  $H$  — функция Хевисайда.

Если часть долговечности (ресурса) материала исчерпывается вследствие усталости, а затем материал доводится до разрушения за счёт ползучести, то возможны два случая:

- первая фаза при МЦУ завершена ( $W_p \geq W_a; H = 1$ ), остаточный ресурс уменьшается при ползучести на величину повреждённости при усталости в стадии распространения;
- первая фаза при МЦУ не завершена ( $H = 0$ ), ресурс материала полностью определяется его длительной прочностью.

Если сначала материал подвергается ползучести, а затем доводится до разрушения в результате малоциклового усталости, то остаточная долговечность в фазе распространения при МЦУ уменьшается на величину повреждённости в стадии ползучести. Однако прежде чем будет достигнута фаза распространения при усталости, необходимо реализовать фазу зарождения.

Если же материал испытывает циклические деформации с выдержками различной длительности, то процессы накопления повреждений  $\omega_p$  и  $\omega_c$  протекают одновременно, но их взаимодействие сдвигается во времени из-за наличия фазы зарождения при МЦУ. Повреждённость  $\omega_c$ , накопленная во время выдержек, уменьшает число циклов до разрушения по сравнению с «чистой» МЦУ, что подтверждается экспериментально. Реализующееся в материале напряжённое состояние обеспечивает различную скорость накопления повреждений при выдержках в полциклах растяжения и сжатия.

### 2.3. Критерий прочности повреждённого материала

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величиной повреждённости своего критического значения:

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (32)$$

Интегрирование эволюционного уравнения накопления повреждений (21)–(32) совместно с определяющими соотношениями термовязкопластичности (1)–(20) и критерием разрушения (28) по известной истории термомеханического нагружения в данном элементарном объёме материала позволяет найти момент образования макроскопической трещины при механизме деградации, сочетающем усталость и ползучесть материала.

### 2.4. Методика отыскания параметров определяющих соотношений МПС

Материальные параметры уравнений МПС находятся из базовых экспериментов. Основные базовые эксперименты — это изотермическое растяжение–сжатие или знакопеременное кручение при постоянных базовых температурах  $T_j$ . Типы образцов — цилиндрический трубчатый и цилиндрический сплошной. Выбранные типы образцов должны обеспечивать однородное распределение полей напряжений, деформаций и температур в пределах рабочей части, исключать возможность потери устойчивости и формоизменение при знакопеременном нагружении, максимально снижать влияние концентраторов на напряжённо-деформированное состояние при переходе от их рабочей части к утолщённым местам. Методика отыскания материальных параметров определяющих соотношений МПС при малоциклового усталости изложена в [23].

Для определения материальных параметров соотношений термоползучести (12)–(20) образцы нагреваются до базовых температур  $T_j$ , при которых наблюдаются процессы ползучести для данного материала. При каждой базовой температуре проводятся испытания на знакопеременное нагружение образца с промежуточными выдержками, во время которых замеряются параметры кривой ползучести  $e_{11}^c(t)$  при  $\sigma_{11} = \text{const}$ . Затем, согласно соотношениям (17)–(20), рассчитываются материальные параметры термоползучести.

Параметры эволюционного уравнения (25) при ползучести находятся исходя из участка 3 кривых ползучести  $e_{11}^c(\sigma_{11}, T_j)$  при различных постоянных напряжениях и температурах. При подобии кривых достигается значительное упрощение [24, 25] и в качестве базовой кривой выбирается относительная кривая при  $T = T_j$ . Известное отношение скорости ползучести на 3-м участке  $e_{11}^{c(3)}$  к скорости установившейся ползучести на 2-м участке  $e_{11}^{c(2)}$  позволяет установить параметр  $r_c(\omega_c, T)$  как функцию  $\omega_c$  и  $T$ .

### 2.5 Интегрирование определяющих соотношений МПС

Основные характеристики процесса вязкопластического деформирования повреждённых материалов (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами  $\sigma_{ij}$ ,  $e_{ij}$ ,  $e_{ij}^p$ ,  $\rho_{ij}^p$ ,  $e_{ij}^c$  и скалярами

$\chi$ ,  $C_p$ ,  $C_c$ ,  $T$  и  $\omega$ , можно рассчитать двумя способами. Первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений по времени с использованием при его выполнении любого из методов решения задачи Коши. Это достаточно точный метод решения дифференциальных уравнений, но при решении краевых задач возникают сложности из-за значительного увеличения времени реализации вычислительного процесса. Второй способ, при соответствующей формулировке определяющих соотношений МПС и линеаризации алгоритма расчёта  $\lambda$ , сводится к написанию этих соотношений в приращениях, которые зависят от выбранного шага по времени  $\Delta t$ . При прохождении сложных участков траектории деформирования временной шаг может корректироваться в течение всего расчётного времени при условии устойчивости вычислений.

В данной работе применяется второй способ [1, 2] как наиболее удобный при решении краевых задач механики деформируемого твёрдого тела. Напряжения, пластические деформации и деформации ползучести определяются интегрированием уравнений термоползучести (12)–(20) четырёхточечным методом Рунге-Кутты с коррекцией девиатора напряжений и последующим определением напряжений согласно уравнениям термопластичности (1)–(11) с учётом средней скорости деформации ползучести в каждый следующий момент времени  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ .

### 3. Результаты исследований

Ниже проводится проверка адекватности вышеописанных определяющих соотношений МПС механизмам деградации, сочетающим усталость и ползучесть материала. Суть проверки заключается в численном моделировании кинетики НДС рабочей части цилиндрических сплошных лабораторных образцов в условиях совместного действия механизмов усталости и ползучести материала без учёта и с учётом процесса накопления повреждений с использованием экспериментально полученных материальных параметров и скалярных функций материала. Численные результаты сопоставляются с имеющимися экспериментальными данными при аналогичных режимах деформирования.

*Пример 1.* Осуществлён расчёт НДС лабораторных образцов из стали 12X18H9 при ползучести в результате одноосного растяжения при температуре  $T = 650^\circ\text{C}$  и трёх значениях напряжений  $\sigma_{11}$ : 200, 220 и 240 МПа. Параметры эволюционного уравнения накопления повреждений вследствие процессов ползучести  $r_c$ ,  $\alpha_c$  и  $W_c$  вычислялись на основе экспериментальных данных с базовой кривой ползучести при  $\sigma_{11} = 220$  МПа, взятой из работы [26]. Участвовавшие в расчёте физико-механические характеристики и параметры стали 12X18H9 приведены в таблицах 1, 2 и на рисунке 2, где изображена и соответствующая зависимость  $r_c = f(\omega_c)$ .

Таблица 1. Физико-механические характеристики стали 12X18H9 в зависимости от температуры  $T$

$\chi_c$	$\chi_p$	Температура, $^\circ\text{C}$		
		20	400	650
1	2	3	4	5
Модуль изотропного упрочнения $q_1^p(\chi_p, T)$ , МПа при монотонных лучевых путях нагружения				
	0	5660		2700
	0,0005	5300		2700
	0,0010	5200		2700
	0,0020	4850		2650
	0,0030	4300		2600
	0,0040	3300		2450
	0,0050	2700		2300
	0,0060	2170		2100
	0,0070	1800		1870
	0,0080	1500		1700
	0,0100	1150		1400
	0,0150	820		1000
	0,0400	430		500
	0,2000	0		0
Модуль температурного изменения радиуса поверхности текучести $q_3^p(\chi_p, T)$ , МПа				
	0	0,3093		0,1230
	0,1	0,3093		0,1040
	0,3	0,3093		0,0756

1	2	3	4	5
	0,6	0,3093		0,0756
	0,9	0,3093		0,0756
	1,2	0,2517		0,0756
	10,0	0,2517		0,0756
Радиус поверхности ползучести $C_c(\chi_c, T)$ , МПа				
0			78,0	53,0
0,0002			84,2	54,0
0,0004			89,0	54,8
0,0006			94,5	55,5
0,0008			96,5	56,0
0,0010			99,0	56,4
0,0012			100,0	56,8
0,0020			100,2	59,4
0,0050			101,0	67,0
0,0070			101,5	70,6
0,0100			102,5	73,8

Таблица 2. Зависимость коэффициента пропорциональности  $\lambda_c \cdot 10^5$  стали 12X18Н9 от параметра  $\psi$  и температуры  $T$ 

$\psi = ((\sigma_u - C_c)/C_c)^k$	$T = 400^\circ \text{C}$	$T = 650^\circ \text{C}$
0	0	0
0,30	0	0,5
0,50	0,3	0,8
0,60	0,4	0,9
0,70	1,0	1,1
0,80	2,2	1,4
0,90	3,3	1,9
1,00	4,4	2,1
1,10	4,8	2,7
1,15	4,9	3,6
1,25	5,1	6,6
1,45	5,1	19,5
1,55	5,1	23,5
1,65	5,1	25,9
2,00	5,1	26,2

На рисунке 3 приведены кривые ползучести в относительных координатах  $t/t_f$  и  $e_{11}^c/e_{11}^{c(f)}$ , где  $t_f$  и  $e_{11}^{c(f)}$  — время и деформация ползучести в момент разрушения образца. Рисунок свидетельствует, что установившиеся скорости ползучести для разных значений напряжений  $\sigma_{11}$  одинаковы, а построенные кривые ползучести подобны, следовательно, по ним можно построить среднюю кривую ползучести в относительных координатах и данные с неё использовать в расчётах на длительную прочность.

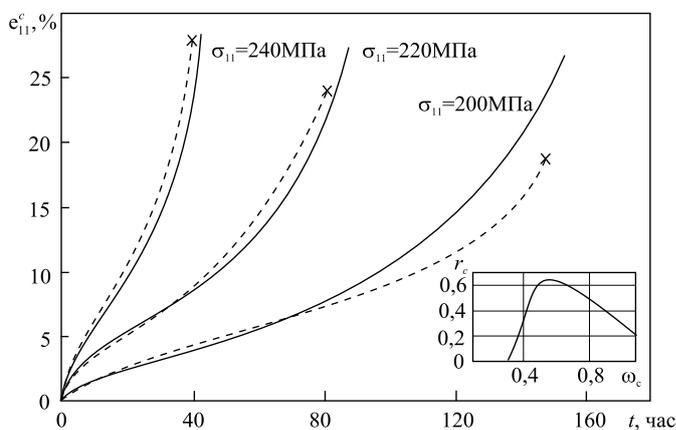


Рис. 2. Кривые ползучести: пунктирные линии – расчёт, сплошные линии – эксперимент; крестиком отмечены моменты разрушения образца

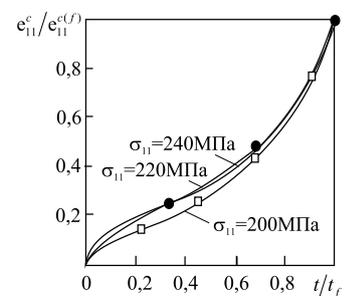


Рис. 3. Кривые ползучести в относительных координатах для трёх значений напряжений

Таким образом, результаты численного моделирования рабочей части лабораторных образцов, их сравнение с опытными данными показывают, что развитый вариант определяющих соотношений МПС качественно и количественно описывает все участки кривой ползучести и время до разрушения.

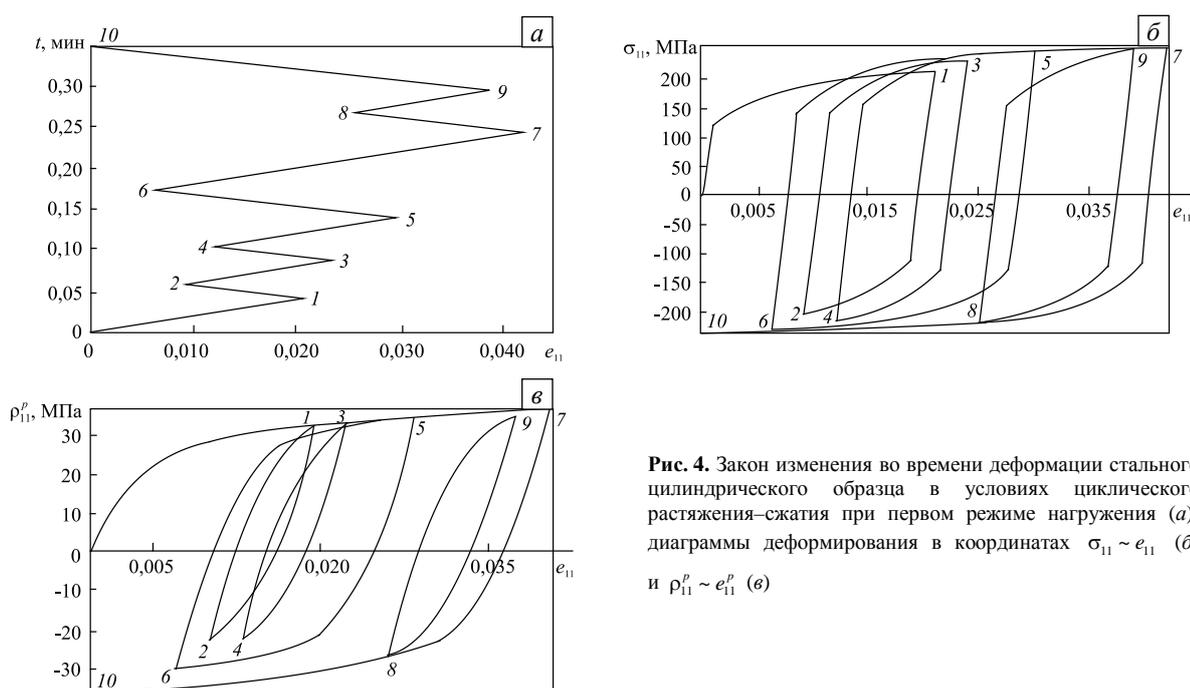
**Пример 2.** Здесь анализируются результаты численного моделирования совместных процессов пластичности и ползучести в стальных образцах при различных характерных режимах нагружения. Характерным является такой режим работы элементов конструкций энергетического оборудования, при котором материал испытывает циклические нагрузки в результате достаточно быстрого изменения силовых факторов и температуры, перемежающихся выдержками различной длительности на стационарных участках. Подобный характер нагружения приводит к тому, что на участках быстрого изменения внешних воздействий основную роль играет эффект пластичности, а на стационарных участках — эффекты ползучести. При этом эффекты влияют друг на друга, а также на кинетику НДС и процессы деградации начальных прочностных свойств материалов (малоцикловую усталость, длительную прочность).

На рисунках 4–7 представлены расчётные данные о деформировании цилиндрического образца из стали 12Х18Н9 в условиях циклического растяжения–сжатия при температуре  $T = 650^\circ\text{C}$  и трёх скоростных режимах деформирования. Для наглядности во всех трёх случаях была выбрана одна и та же история изменения амплитудных значений компоненты тензора деформации  $e_{11}$  и различная история поведения самой  $e_{11}$  во времени. Соответствующие истории изменения  $e_{11}(t)$  при «жестком нагружении» содержат рисунки 4, а, 5, а, б, а.

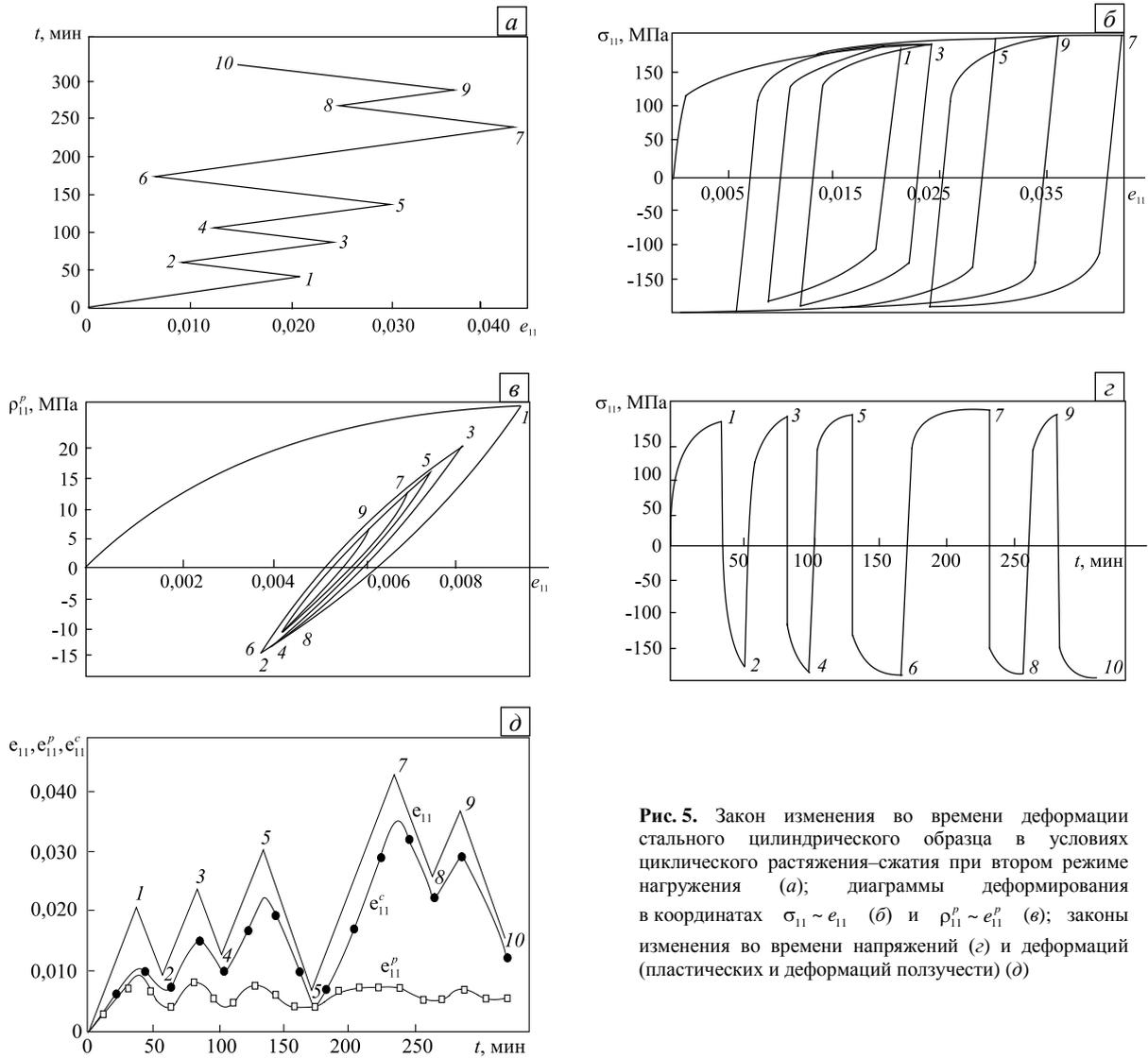
При первом (Рис. 4, а) и втором (Рис. 5, а) режимах нагружения скорость деформирования на всех этапах была постоянной, а при третьем (Рис. 6, а) на участках 1–2, 6–7, 8–9, 10–11 скорость нагружения соответствовала второму режиму нагружения, на остальных участках — первому.

Рисунок 4 содержит реализацию «быстрого» процесса — общее время нагружения составляет  $t = 0,35$  мин, скорость деформации —  $\dot{e}_{11} = 6 \cdot 10^{-1} \text{ мин}^{-1}$ . На рисунках 4, б, 4, в показаны соответствующие циклические диаграммы деформирования  $\sigma_{11} - e_{11}$  и  $\rho_{11}^p - e_{11}^p$ . Из диаграммы  $\rho_{11}^p - e_{11}^p$  (Рис. 4, в) видно, что при реверсе нагрузки в точке 2 и дальнейшем монотонном нагружении траектория 2–3 проходит через точку 1, дальнейшая траектория 1–3 такова, как будто бы реализовывалось нагружение по траектории 0–1–3. Аналогичное поведение наблюдается в циклах 3–4–5, 5–6–7 и 8–9–10 соответственно. На этих диаграммах видно проявление памяти материала об истории предварительного циклического нагружения.

На рисунке 5 представлены результаты расчёта при втором режиме нагружения. Реализуется «медленный» процесс — общее время нагружения составляет  $t = 300$  мин, скорость деформации —  $\dot{e}_{11} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ мин}^{-1}$ . Из рисунка 5, д видно, что в данном случае пластические деформации малы (обозначены точками), а деформации ползучести (квадратики) значительные. Результаты расчётов для второго примера показывают, что с уменьшением скорости деформации  $\dot{e}_{11}$  возрастает роль реологических эффектов, и картины циклического упругопластического деформирования меняются (см. Рис. 4, в и 5, в).



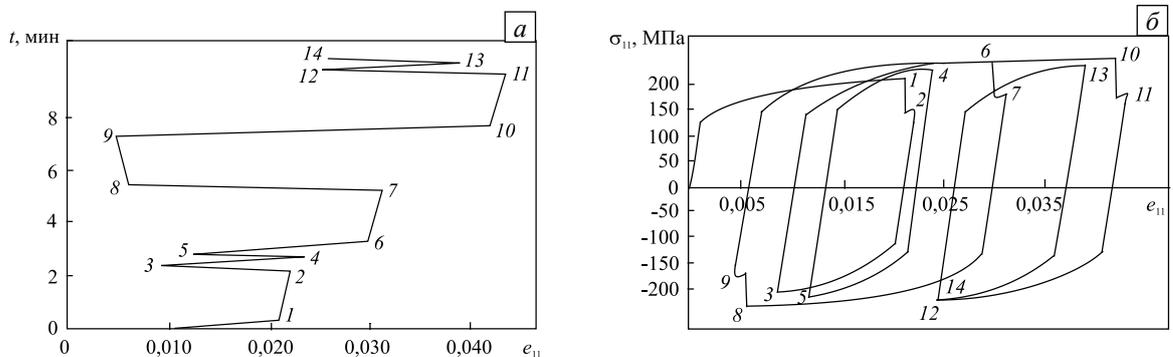
**Рис. 4.** Закон изменения во времени деформации стального цилиндрического образца в условиях циклического растяжения–сжатия при первом режиме нагружения (а); диаграммы деформирования в координатах  $\sigma_{11} \sim e_{11}$  (б) и  $\rho_{11}^p \sim e_{11}^p$  (в)



**Рис. 5.** Закон изменения во времени деформации стального цилиндрического образца в условиях циклического растяжения–сжатия при втором режиме нагружения (а); диаграммы деформирования в координатах  $\sigma_{11} \sim e_{11}$  (б) и  $\rho_{11}^p \sim e_{11}^p$  (в); законы изменения во времени напряжений (з) и деформаций (пластических и деформаций ползучести) (д)

Рисунок 6 содержит результаты расчёта при третьем режиме нагружения. Резкое уменьшение скорости деформации в точках 1, 6, 8 и 10 (Рис. 6, д) приводит к тому, что в первые моменты времени скорость деформации ползучести превышает полную скорость деформации материала, вследствие чего на некоторых участках траекторий (1–2, 6–7, 8–9, 10–11) наблюдается релаксация напряжений (Рис. 6, б, з).

Сравнение численных результатов, отвечающих разным режимам нагружения, показывает, что при одной и той же истории изменения амплитудного значения компоненты тензора деформации  $e_{11}$  отличия в истории изменения скорости деформаций приводят к различным вкладам пластической деформации и деформации ползучести в общий процесс деформирования материала.



**Рис. 6.** Закон изменения во времени деформации стального цилиндрического образца в условиях циклического растяжения–сжатия при третьем режиме нагружения (а); диаграммы деформирования в координатах  $\sigma_{11} \sim e_{11}$  (б) и  $\rho_{11}^p \sim e_{11}^p$  (в); законы изменения во времени напряжений (з) и пластических деформаций и деформаций ползучести (д)

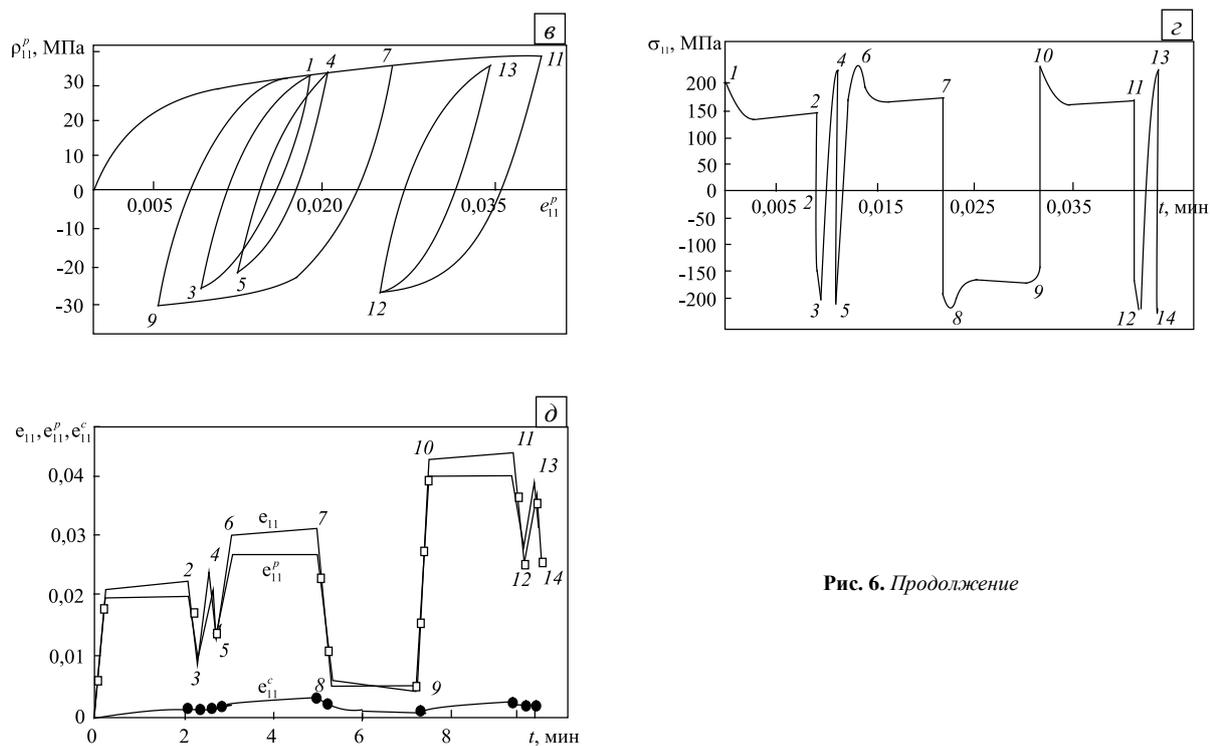


Рис. 6. Продолжение

На рисунке 7 для сравнения представлены кривые, построенные по результатам численного и натурального экспериментов при симметричном деформировании лабораторного образца из стали 12X18H9 с выдержками длительностью  $t = 50$  мин в полуциклах растяжения и сжатия. Амплитуда напряжений  $\sigma_{11}$  в цикле равнялась  $\pm 180$  МПа, температура была постоянной —  $T = 650^\circ \text{C}$ .

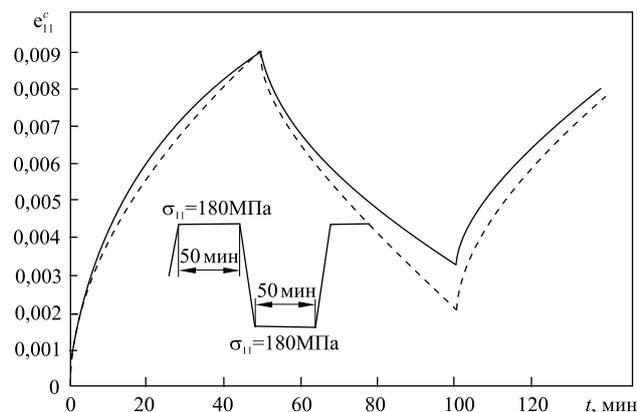


Рис. 7. Результаты сравнения численного (пунктирная линия) и натурального (сплошная линия) экспериментов по симметричному деформированию лабораторного образца из стали 12X18H9 с выдержками в полуциклах растяжения–сжатия

Графики демонстрируют качественное и количественное совпадение численных и экспериментальных данных и, следовательно, свидетельствуют о достоверности определяющих соотношений МПС и разработанной методики определения материальных параметров, входящих в указанные соотношения при одноосных монотонных и циклических процессах деформирования, учитывающих механизмы деградации, сочетающие усталость и ползучесть материала.

#### 4. Заключение

Развита математическая модель механики поврежденной среды, одновременно учитывающая процессы вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сталях при механизмах деградации, сочетающих усталость и ползучесть материала.

Разработана экспериментально-теоретическая методика отыскания материальных параметров определяющих соотношений МПС при ползучести.

Для стали 12X18H9 экспериментально установлены материальные параметры и скалярные функции уравнений вязкопластичности, необходимые для описания закономерностей процессов циклического вязкопластического деформирования.

Проведено сравнение результатов вычислений с опытными данными; проведена оценка адекватности методики получения материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений МПС при усталости и ползучести, по итогам которой сделан вывод о достоверности определяющих соотношений МПС и точности представленной методики.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00204-а).

## Литература

1. Митенков Ф.М., Кайдалов В.Б., Коротких Ю.Г. и др. Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок / Под ред. Ф.М. Митенкова. – М.: Машиностроение, 2007. – 448 с.
2. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
3. Охаси И. Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагружениях при повышенной температуре // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 2. – С. 6-15.
4. Охаси И. Пластическое деформирование нержавеющей стали типа 316 под действием несинфазных циклов по деформации // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 4. – С. 61-73.
5. Лэмба Г.С., Сайдботтом О.М. Пластичность при циклическом деформировании по непропорциональным траекториям. Часть 1. Эксперименты с циклическим упрочнением, приспособляемостью и последующим деформационным упрочнением // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1978. – Т. 100, № 1. – С. 108-117.
6. Макдауэлл Д.Л. Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 4. – С. 98-111.
7. Бернард-Коннолли М., Бью-Куок Т., Бирон А. Усталость коррозионностойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1983. – Т. 105, № 3. – С. 47-53.
8. Боднер С.Р., Линдхолм У.С. Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1976. – Т. 100, № 2. – С. 51-58.
9. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчёта разрушения пластичных материалов // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 1. – С. 90-98.
10. Гомюк, Бью Куок Т. Расчет долговечности коррозионностойкой стали 304 в условиях взаимодействия усталости и ползучести с использованием теории непрерывного повреждения // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1986. – Т. 108, № 3. – С. 111-136.
11. Гомюк, Бью Куок Т., Бирон А. Изучение поведения стали 316 при нагружениях по схемам усталости, ползучести и совместного действия усталости и ползучести // Современное машиноведение. – 1991. – № 1. – С. 14-23.
12. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
13. Казанцев А.Г. Исследование взаимодействия малоциклового усталости и ползучести при неизотермическом нагружении // Проблемы прочности. – 1985. – № 5. – С. 25-31.
14. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity // Int. J. Plasticity. – 1989. – V. 5, N. 3. – P. 247-302.
15. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при многоосном непропорциональном нагружении // ПМТФ. – 2009. – Т. 50, № 5. – С. 193-205.
16. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Тарасов И.С., Фомин М.Н. Обоснование применимости эволюционного уравнения накопления повреждений для оценки малоциклового усталости металлов // Проблемы прочности и пластичности. – 2010. – № 72. – С. 46-56.
17. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Численное моделирование накопления повреждений при сложном пластическом деформировании // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2009. – Т. 2, № 1. – С. 5-18. [DOI](#)
18. Шишулин Д.Н., Волков И.А., Казаков Д.А., Пичков С.Н. Моделирование основных закономерностей процесса деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах на базе концепции механики поврежденной среды // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. – № 74. – С. 16-27.
19. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G., Tarasov I.S., Shishulin D.N. Numerical modeling of elastoplastic deformation and damage accumulation in metals under low-cycle fatigue conditions // Strength Mater. – 2011. – V. 43, N. 4. – P. 471-485. [DOI](#)
20. Benallal A., Marquis D. Constitutive equations for nonproportional cyclic elasto-viscoplasticity // J. Eng. Mater. Technol. – 1987. – V. 109, N. 4. – P. 326-336. [DOI](#)
21. Lemaitre J. Damage modelling for prediction of plastic or creep fatigue failure in structures // Trans. 5th Int. Conf. SMRiT, Berlin, Germany. – 1979. – V. L, L5/1 b. – P. 1-8.
22. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage and its experimental verification // J. Méc. Théor. Appl. – 1982. – V. 1. – P. 743-761.
23. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Шишулин Д.Н. Принципы и методы определения скалярных материальных параметров теории пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2010. – Т. 3, № 3. – С. 46-57. [DOI](#)
24. Ле Мэй. Развитие параметрических методов обработки результатов испытаний на ползучесть и длительную прочность // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1979. – Т. 101, № 4. – С. 19-24.
25. Мэнсон, Энсайн. Успехи за последнюю четверть века в развитии методов корреляции и экстраполяции результатов испытаний на длительную прочность // Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. – 1979. – Т. 101, № 4. – С. 9-18.
26. Можаровская Т.Н. Программа и методика исследования ползучести и длительной прочности материалов с учётом вида девиатора напряжений и истории нагружения // Проблемы прочности. – 1984. – № 11. – С. 83-88.

Поступила в редакцию 28.03.13; опубликована в электронном виде 15.07.13

### Сведения об авторах

Волков Иван Андреевич, дфмн, проф., зав.каф., Волжская государственная академия водного транспорта (ВГАВТ), 603005, Нижний Новгород, ул. Нестерова, д. 5; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Волков Андрей Иванович, маг., ВГАВТ; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Коротких Юрий Георгиевич, дфмн, проф., ВГАВТ; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Тарасов Иван Сергеевич, ктн, асс., ВГАВТ; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru