

DOI: 10.7242/1999-6691/2013.6.1.7

УДК 539.214, 539.374, 539.383

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО КОНТАКТНОГО УЗЛА С ПРОСЛОЙКОЙ ИЗ АНТИФРИКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

А.А. Каменских, Н.А. Труфанов

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия*

В рамках задачи упругопластического контактного взаимодействия с учетом трения на поверхности контакта исследуется напряженно-деформированное состояние сферического контактного узла с прослойкой из антифрикционного полимерного материала. На примере конечно-элементного решения задачи деформирования образца из материала антифрикционной прослойки показано хорошее количественное соответствие численных результатов данным натурного эксперимента для трех видов материалов. Выполнена постановка задачи контактного механического взаимодействия в конструкции со сложной геометрией для осесимметричного и трехмерного случаев. На примере осесимметричной задачи исследованы характеристики контакта при различных конечно-элементных сетках, выбраны параметры сетки для трехмерной модели. Численные исследования позволили установить влияние геометрии конструкции на распределение участков с разным типом взаимодействия в зоне контакта (сцепление, проскальзывание и отлипание), величину и характер контактного давления и контактного касательного напряжения.

*Ключевые слова:* контактная задача, метод конечных элементов, трение, сферический контактный узел, антифрикционная полимерная прослойка

## NUMERICAL ANALYSIS OF THE STRESS STATE OF A SPHERICAL CONTACT SYSTEM WITH AN INTERLAYER OF ANTIFRICTION MATERIAL

A.A. Kamenskih and N.A. Trufanov

*Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia*

The stress-strain state of a spherical contact system with an interlayer of antifriction polymeric material is studied by considering the elastic-plastic contact problem and taking into account contact surface friction. The finite-element method is used to explore the deformation behavior of samples made of three different antifriction polymeric materials. Numerical results are found to be in good quantitative agreement with experimental results. The problem of mechanical interactions in the system with complex geometry is formulated for axisymmetric and three-dimensional cases. By solving the axisymmetric problem, contact characteristics are investigated using different finite element meshes. Mesh parameters are determined for a three-dimensional model. Numerical analysis shows the effect the system geometry on the distribution of contact zones (adhesion, slipping and detachment), and the value and character of contact pressure and tangential stress.

*Key words:* contact problem, finite element method, friction, spherical contact system, antifriction polymeric interlayer

### 1. Введение

Многие узлы и конструкции, применяемые в машиностроении, строительстве, медицине и других областях, работают в условиях контактного взаимодействия. Это, как правило, дорогостоящие, трудно ремонтируемые ответственные элементы, к которым предъявляются повышенные требования относительно прочности, надежности и долговечности. Для создания благоприятных условий работы контактных узлов широко используются покрытия контактных поверхностей и антифрикционные прослойки. В качестве примеров систем с контактными прослойками и покрытиями можно отметить подшипники скольжения с прослойкой из композиционного материала [1], эндопротез бедра с антифрикционной прослойкой [2], автодорожное покрытие [3] и так далее. В данной работе как контактный узел с прослойкой из антифрикционного материала исследуется опорная часть мостового пролета с шаровым сегментом.

В связи с высокой актуальностью указанной проблемы наряду с изучением общих вопросов контактного взаимодействия [4–6] получили развитие контактные задачи механики многослойных сред и тел с покрытиями и прослойками [7–9]. В [7] рассмотрено влияние микрогеометрии поверхности, неоднородности механических свойств поверхностных слоев, а также свойств поверхности и покрывающих ее пленок на характеристики контактного взаимодействия, силу трения и распределение напряжений в приповерхностных слоях при разных условиях контактирования. В работе [8] получены решения осесимметричных контактных задач с учетом и без учета трения для двухслойных штампов, лежащих на абсолютно жестком основании. Значительное число публикаций посвящено контактному механическому взаимодействию упругих слоистых сред [10–13]: анализируется контакт сферического индентора или системы штампов с упругим слоистым полупространством, а также контакт, возникающий при давлении на слоистое тело. В [9] исследуются контактные задачи для тел с покрытиями и прослойками

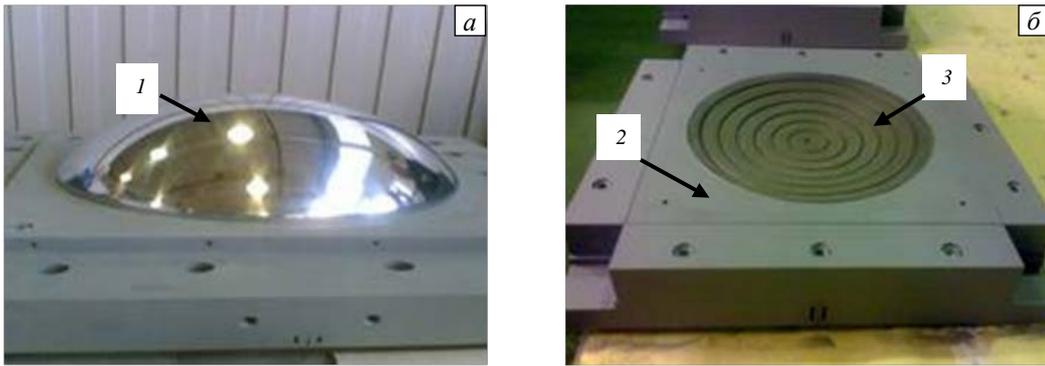


Рис. 1. Опорная часть мостового пролета: верхняя плита с шаровым сегментом 1(а); нижняя плита 2 и антифрикционная прослойка 3 (б)

в рамках теории упругости и вязкоупругости. Подходы к решению упругопластических контактных задач изложены в [14–18]. Выделяется класс контактных задач об индентировании многослойных сред, при этом распространен сферический вид индентора [10, 14]. С учетом существенной нелинейности контактных задач разрабатываются численные методы их решения. Имеется обширная библиография с примерами приложений этих методов. Отметим лишь некоторые работы, где используется метод граничных элементов (МГЭ) [19, 20], метод конечных элементов (МКЭ) [18, 21–23] и комбинированный МГЭ–МКЭ метод [24, 25].

В данной работе исследуется напряженно-деформированное состояние конструкции опорной части мостового пролета, изготовленной ООО «АльфаТех» (г. Пермь). Узел, включающий верхнюю стальную плиту с шаровым полированным сегментом, нижнюю стальную плиту со сферическим вырезом и сферическую полимерную антифрикционную прослойку (Рис. 1), спроектирован под рабочую нагрузку 2,5 МН.

## 2. Общая постановка задачи контактного взаимодействия упругих тел с упругопластической прослойкой

Общая математическая постановка задачи контактного взаимодействия упругих тел с упругопластической прослойкой (Рис. 2) включает в себя:

– уравнения равновесия [26]

$$\operatorname{div} \hat{\sigma} = 0, \quad \mathbf{x} \in V; \quad (1)$$

– геометрические соотношения

$$\hat{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) / 2, \quad \mathbf{x} \in V; \quad (2)$$

– физические соотношения

$$\hat{\sigma} = \lambda I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} + 2\mu \hat{\varepsilon}, \quad \mathbf{x} \in V_1 \cup V_2, \quad (3)$$

где  $\lambda$  и  $\mu$  — параметры Ламе;  $\hat{\sigma}$  — тензор напряжений;  $\hat{\varepsilon}$  — тензор деформаций;  $\mathbf{u}$  — вектор перемещений;  $\mathbf{x}$  — радиус-вектор произвольной точки;  $I_1(\hat{\varepsilon})$  — первый инвариант тензора деформаций;

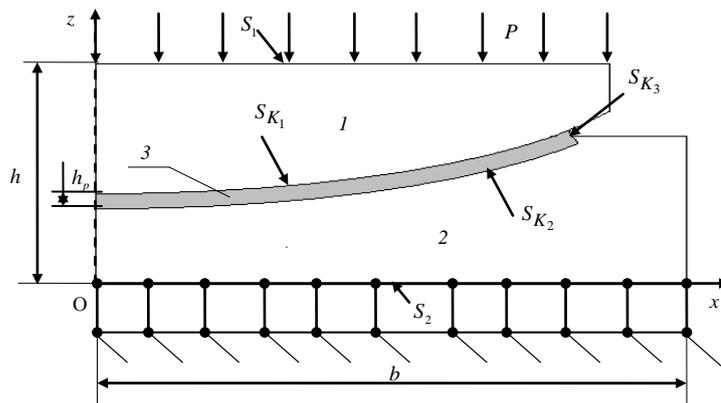


Рис. 2. Расчетная схема узла с антифрикционной прослойкой: 1, 2 – контактирующие тела; 3 – прослойка

$\hat{I}$  — единичный тензор; область  $V$  состоит из подобластей, занятых плитой с шаровым сегментом  $V_1$ , плитой со сферическим вырезом  $V_2$  и полимерной прослойкой  $V_3$  ( $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$ ).

Для описания поведения материала прослойки выбрана деформационная теория упругопластичности, физические соотношения которой имеют вид [27]:

$$\hat{\sigma} = \frac{2\sigma_u}{3\varepsilon_u} \left( \hat{\varepsilon} - \frac{1}{3} I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} \right) + K I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I}, \quad \mathbf{x} \in V_3, \quad (4)$$

где  $\sigma_u = \sqrt{3I_2(D_{\hat{\sigma}})}$  и  $\varepsilon_u = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{I_2(D_{\hat{\varepsilon}})}$  — интенсивности тензоров напряжений и деформаций;

$I_2(D_{\hat{\sigma}})$  и  $I_2(D_{\hat{\varepsilon}})$  — вторые инварианты девиаторов тензоров напряжений  $D_{\hat{\sigma}}$  и деформаций  $D_{\hat{\varepsilon}}$ ;  $K$  — объемный модуль упругости;  $\sigma_u = \Phi(\varepsilon_u)$  — функциональная зависимость, определяемая диаграммой деформирования материала прослойки при одноосном напряженном состоянии.

Система уравнений (1)–(4) дополнена граничными условиями на поверхности контакта  $S_K$  (в самом простом случае  $S_K = S_{K_1} \cup S_{K_2}$ ), при этом на  $S_K$  контактируют тела 1 и 2.

Рассмотрены следующие типы контактного взаимодействия:

– проскальзывание с трением (трение покоя)

$$\mathbf{u}^1 = \mathbf{u}^2, \quad \sigma_n^1 = \sigma_n^2, \quad \sigma_{n\tau_1}^1 = \sigma_{n\tau_1}^2, \quad \sigma_{n\tau_2}^1 = \sigma_{n\tau_2}^2, \quad (5)$$

причем  $\sigma_n < 0$ ,  $|\sigma_{n\tau}| < q|\sigma_n|$ ;

– проскальзывание с трением (трение скольжения)

$$u_n^1 = u_n^2, \quad u_{\tau_1}^1 \neq u_{\tau_1}^2, \quad u_{\tau_2}^1 \neq u_{\tau_2}^2, \quad \sigma_n^1 = \sigma_n^2, \quad \sigma_{n\tau_1}^1 = \sigma_{n\tau_1}^2, \quad \sigma_{n\tau_2}^1 = \sigma_{n\tau_2}^2, \quad (6)$$

причем  $\sigma_n < 0$ ,  $|\sigma_{n\tau}| = q|\sigma_n|$ ;

– отлипание

$$|u_n^1 - u_n^2| \geq 0, \quad \sigma_{n\tau_1} = \sigma_{n\tau_2} = \sigma_n = 0; \quad (7)$$

– полное сцепление, условия для которого по форме совпадают с соотношениями (5).

В формулах (5)–(7) используются следующие обозначения:  $q$  — коэффициент трения;  $\tau_1, \tau_2$  — условные обозначения координатных осей, лежащих в плоскости, касательной к поверхности контакта;  $u_n$  — перемещения по нормали к соответствующей контактной границе;  $u_{\tau_1}, u_{\tau_2}$  — перемещения в касательной плоскости;  $\sigma_n$  — напряжение по нормали к контактной границе;  $\sigma_{n\tau_1}, \sigma_{n\tau_2}$  — касательные напряжения на контактной границе;  $\sigma_{n\tau}$  — величина вектора касательных контактных напряжений.

В общем случае контактные условия (5) и (6) должны отражать упругопластический характер деформирования материала прослойки (см., например, [18]), однако в данной работе рассматривается антифрикционная прослойка с относительно низким коэффициентом трения, поэтому предполагается, что проскальзывание контактных поверхностей начинается при величинах касательных напряжений, значительно меньших, чем предел пластичности на сдвиг. Данное предположение подтверждается непосредственной проверкой значений контактных касательных напряжений, получаемых из решения задач для каждого конкретного случая (см. разделы 3 и 4 настоящей статьи).

Условия на внешних границах областей и на контактных поверхностях будут конкретизированы для каждой задачи при ее постановке.

### 3. Деформирование образца с контактными условиями на торцах

Существует ряд полимерных материалов, которые в той или иной степени пригодны для изготовления антифрикционной прослойки: фторопласт-4 (материал 1), антифрикционный композиционный материал на основе фторопласта-4 со сферическими бронзовыми включениями и дисульфидом молибдена (материал 2), модифицированный фторопласт (материал 3) и другие. В Институте механики сплошных сред УрО РАН (г. Пермь) д.ф.-м.н. А.А. Адамовым выполнен цикл экспериментальных исследований деформационных характеристик антифрикционных материалов при сложных многоступенчатых историях деформирования с разгрузками [28]. Эксперименты заключались в определении твердости материалов

по Бринеллю путем вдавливания шарика диаметром 5 мм; в свободном сжатии, а также в стесненном сжатии путем прессования в специальном приспособлении с жесткой стальной обоймой цилиндрических образцов диаметром и длиной 20 мм. Все опыты проводились на испытательной машине Zwick Z100SN5A. В результате получены диаграммы деформирования  $\sigma_z - \varepsilon_z$ , а также следующие значения модулей упругости  $E$  и коэффициентов Пуассона  $\nu$  для трех материалов:  $E_1 = 5,4500 \cdot 10^8$  Па и  $\nu_1 = 0,4660$ ;  $E_2 = 8,6052 \cdot 10^8$  Па и  $\nu_2 = 0,4388$ ;  $E_3 = 8,6380 \cdot 10^8$  Па и  $\nu_3 = 0,4610$ .

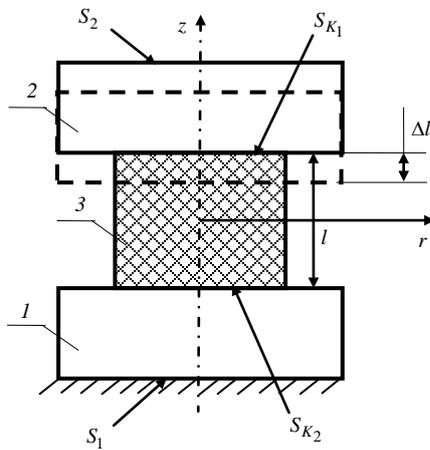


Рис. 3. Расчетная схема к задаче моделирования эксперимента на свободное сжатие: 1 и 2 – плиты пресса; 3 – цилиндрический образец

С использованием выбранных определяющих соотношений (4) выполнено численное моделирование эксперимента на свободное сжатие между плитами пресса цилиндрических образцов из материала антифрикционной прослойки. Решена осесимметричная краевая задача деформационной упругопластичности с учетом контактного взаимодействия по опорным поверхностям (Рис. 3). Постановка задачи включает уравнения (1)–(4), записанные в цилиндрической системе координат, условия (5)–(7) на поверхностях контакта образца с плитами пресса (при этом  $n = \pm z$ ,  $\tau_1 = r$ ,  $\tau_2 = \varphi$ ) с коэффициентом трения металл – полимер  $q = 0,04$  (по данным, предоставленным ОАО «АльфаТех») и следующие граничные условия:

- на поверхности  $S_1$  — кинематические граничные условия:  $\mathbf{u} = 0, \mathbf{x} \in S_1$ ;
- на поверхности  $S_2$ :  $u_z = \Delta l, \sigma_{r\varphi} = 0, \mathbf{x} \in S_2$ ;
- остальные наружные поверхности являются свободными:  $\hat{\sigma} \cdot \mathbf{n} = 0$ .

Решение задачи получается численно средствами конечно-элементного пакета ANSYS для случая активного нагружения. Используется алгоритм пошагового нагружения с итерационным уточнением распределения зон контакта (полного сцепления, проскальзывания и отлипания), величин проникновения и контактных усилий. Итерационная процедура выполняется до тех пор, пока результаты двух последовательных итераций не дают значения контактных усилий и величины проникновения в пределах заданной точности. Установлено, что при деформировании образцов из исследуемых материалов 1, 2 и 3 на поверхностях соприкосновения плит пресса с образцом реализуется режим скольжения с относительно низкими значениями касательных напряжений (приблизительно на два порядка меньших средних по поперечному сечению значений напряжений  $\sigma_z$ ), вследствие чего форма деформированного образца остается практически цилиндрической, без выраженного «бочкообразования». В качестве примера на рисунке 4 представлены поля напряжений  $\sigma_z(r, z)$  и деформаций  $\varepsilon_z(r, z)$  в образце длиной  $l$  из модифицированного фторопласта (материал 3) при сжатии на величину  $\Delta l = 0,00625l$ .

Для построения диаграмм одноосного нагружения произведено осреднение полей напряжений  $\langle \sigma_z \rangle$  и деформаций  $\langle \varepsilon_z \rangle$  по сечению образца  $z = l/2$  при разных уровнях деформирования. На рисунке 5 представлены диаграммы деформирования, полученные в ходе натурного эксперимента и путем вычислений. По приведенным графикам выявляется вид зависимости  $\sigma_u = \Phi(\varepsilon_u)$ , входящей в соотношения (4).

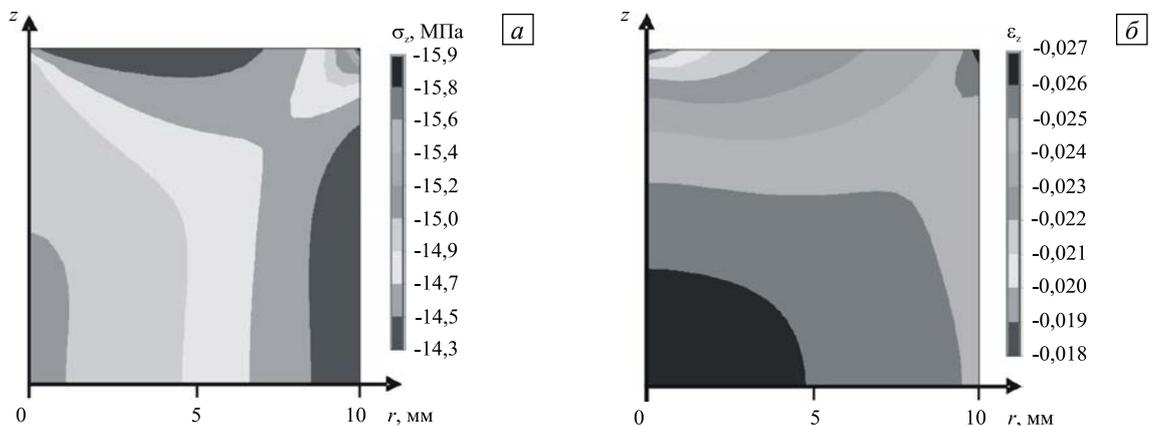
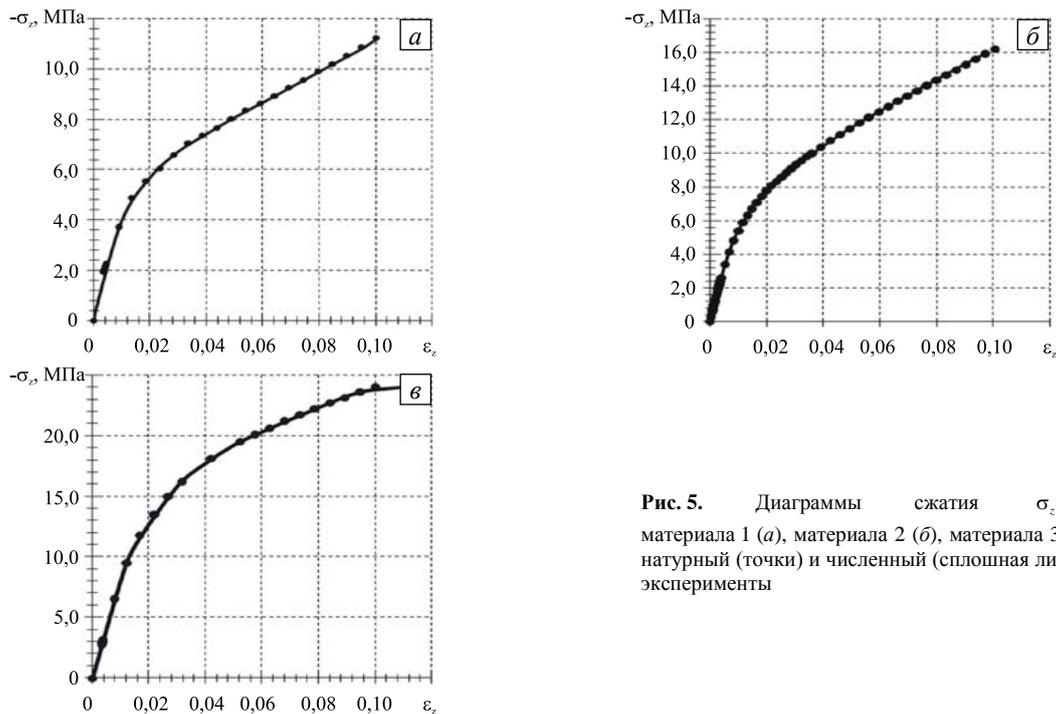


Рис. 4. Напряжения  $\sigma_z$  и деформации  $\varepsilon_z$  в образце из модифицированного фторопласта при  $\Delta l = 0,00625l$



**Рис. 5.** Диаграммы сжатия  $\sigma_z - \varepsilon_z$  материала 1 (а), материала 2 (б), материала 3 (в); натуральный (точки) и численный (сплошная линия) эксперименты

Установлено, что численный расчет с использованием выбранных определяющих соотношений дает хорошее количественное соответствие с результатами эксперимента для случая активного нагружения.

#### 4. Численный анализ напряженного состояния контактного узла

Математическая постановка задачи исследования трехмерного напряженно-деформированного состояния опорной части с шаровым сегментом пролетных строений мостов (Рис. 2) включает:

- уравнения (1)–(4);
- контактные условия (5)–(7) на поверхностях контакта плит опоры со сферической прослойкой ( $S_K = S_{K_1} \cup S_{K_2} \cup S_{K_3}$ );
- кинематические граничные условия на поверхности  $S_2$

$$u_z = 0, \sigma_{xy} = 0, \mathbf{x} \in S_2; \quad (8)$$

- статические граничные условия на поверхности  $S_1$

$$\sigma_{zz} = -P, \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0, \mathbf{x} \in S_1; \quad (9)$$

- условие отсутствия нагрузок на остальных поверхностях

$$\hat{\sigma} \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (10)$$

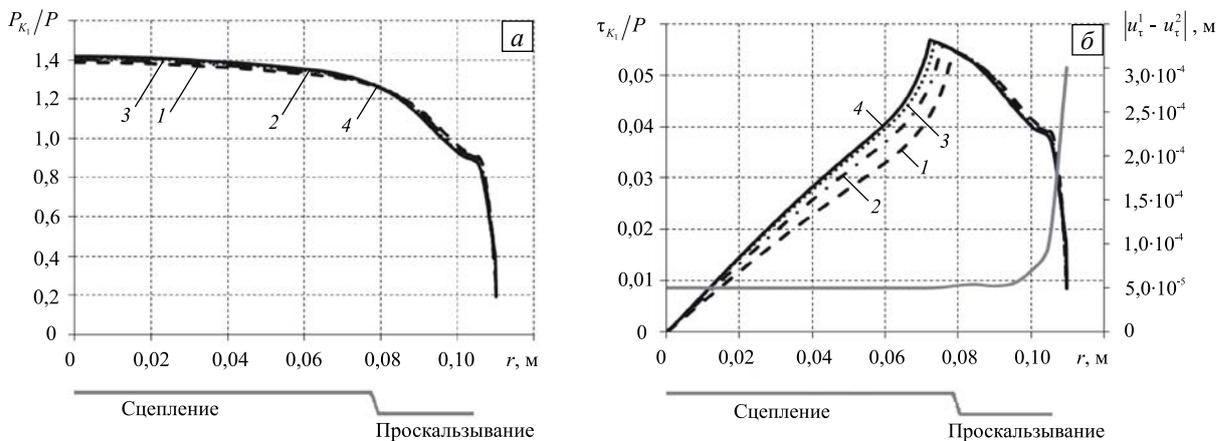
В модели опорной части с шаровым сегментом не принимаются во внимание канавки со смазочным материалом, присутствующие на сферической полимерной антифрикционной прослойке в реальной конструкции. Вывод о возможности исключения канавок со смазочным материалом основывается на результатах численного анализа, проведенного в работе [29].

Характерные размеры опорной части с шаровым сегментом были следующими: максимальная высота  $h = 4,83 \cdot 10^{-2}$  м и ширина  $b_k = 2b = 2 \times 0,1369 = 0,2738$  м; толщина антифрикционной полимерной прослойки  $h_p = 4,0 \cdot 10^{-3}$  м.

Для оценки сходимости результатов решения в зависимости от числа узловых неизвестных рассматривалась задача (1)–(10) в осесимметричном случае. Реализованы четыре варианта сетки, в которых прослойка разбивалась по толщине соответственно на 2, 4, 8 и 16 слоев элементов. В нижней и верхней плитах размер элементов увеличивался по мере удаления от контактных поверхностей. При разбиении прослойки на 16 слоев элементов общее количество узловых неизвестных составляло около 150 тысяч, при этом имелось около 1000 контактных элементов. Расчет занял порядка 2 минут; для решения контактной задачи с применением алгоритма автоматического выбора приращения величины внешнего

воздействия понадобилось 8 подэтапов нагружения по 25 общих итераций выполнения условий контакта и трения. При использовании сетки с 8-ю слоями элементов по толщине прослойки общее число узловых неизвестных составляло около 50 тысяч, контактных элементов — около 500, время расчета — порядка 16 секунд, для решения контактной задачи потребовалось, соответственно, 4 подэтапа по 12 итераций. Все расчеты выполнялись на серверной платформе Soc-1366 SuperMicro 4U 7046T-H6R (с двумя шестиядерными процессорами Soc-1366 Intel Xeon X5650).

Выполнен анализ сходимости решения контактной задачи по параметрам контакта: положению границ областей сцепления и скольжения, контактному давлению и контактному касательному напряжению на контактной поверхности прослойки  $S_{K_1}$ . Для модифицированного фторопласта на рисунке 6 показаны относительное контактное давление  $P_{K_1}/P$ , относительное контактное касательное напряжение  $\tau_{K_1}/P$ , разность перемещений в тангенциальном к границе контакта  $S_{K_1}$  направлении точек, принадлежащих различным контактирующим поверхностям, а также обозначены области в зоне контакта, где реализуется сцепление и проскальзывание. Распределенная вертикальная нагрузка, приложенная к верхней плите, составляла  $P = 54$  МПа.



**Рис. 6.** Относительные величины давления (а) и касательного напряжения (б) на поверхности контакта  $S_{K_1}$  при разбиении антифрикционной прослойки по толщине на разное число слоев: 2 слоя (линия 1), 4 (2), 8 (3), 16 (4); светлая линия – модуль разности касательных перемещений на  $S_{K_1}$ ; положение зон сцепления и проскальзывания соответствует 2-слойному разбиению

При указанных условиях нагружения разъединение контактных поверхностей не наблюдается, у края прослойки имеет место проскальзывание, а в области, где сцепление сменяется проскальзыванием, начинает понижаться как давление, так и касательное напряжение. На рисунке 6, б также демонстрируется выполнение для данного случая контактных граничных условий (б) по касательным перемещениям: при относительном проскальзывании тел 1 и 2 на поверхности  $S_{K_1}$  перемещения различны. Характер распределения зон контакта при деформировании других упомянутых материалов прослойки подобен характеру у модифицированного фторопласта, однако у чистого фторопласта происходит расхождение контактирующих тел (раскрытие контакта) вблизи края прослойки. Значения  $\tau_{K_1}/P$  значительно меньше  $P_{K_1}/P$ . При всех рассмотренных случаях нагружения и всех использованных сетках количественные различия  $\tau_{K_1}/P$  более заметны и влияют на характер распределения зон контакта, в то же время эта величина вносит малый вклад в полное контактное напряжение.

Анализ влияния количества слоев элементов сетки, на которые разбивается прослойка по толщине, на относительное контактное давление  $P_{K_1}/P$  и относительное контактное касательное напряжение  $\tau_{K_1}/P$  в точках, принадлежащих поверхности  $S_{K_1}$ , показывает, что сходимость результатов достигается при числе слоев, равном 8 (см. также [30]). Поэтому данное ограничение по числу слоев использовалось и при решении задачи в трехмерной постановке: сетка имела 8 слоев пространственных конечных элементов по толщине антифрикционной прослойки. При этом в трехмерной модели конструкции количество узловых неизвестных составляло около 1 миллиона, контактных элементов — около 100 тысяч, время расчета — 5 суток; решение контактной задачи с применением алгоритма автоматического выбора приращения величины внешнего воздействия включало ~ 60 подшагов нагружения по 45 общим итерациям выполнения условий контакта и трения.

Полученные во всех вариантах расчетов поля напряжений и деформаций в контактной зоне позволяют сделать вывод о близости напряженно-деформированного состояния полимерной прослойки в зоне

сцепления к состоянию всестороннего упругого сжатия, реализованного, в частности, при испытаниях материалов автором работы [28]. В зоне проскальзывания, особенно в окрестности поверхности  $S_{K_3}$ , наблюдаются участки, на которых помимо упругих появляются пластические деформации. По результатам расчетов в нескольких характерных точках прослойки проанализированы траектории деформирования в пространстве деформаций и установлена их близость к линейным зависимостям, что подтверждает обоснованность выбора при описании поведения прослойки деформационной теории пластичности (4).

Для оценки работы конструкции в рамках трехмерной контактной задачи рассмотрено два варианта нижней плиты со сферическим вырезом: плита квадратная в плане (вариант А) и круглая в плане (вариант Б). Установлено, что при обеих конфигурациях нижней плиты на большей части поверхности  $S_{K_1}$  преобладает полное сцепление, у края прослойки происходит проскальзывание. В целом зоны контакта распределяются подобно тому, как дает расчет в осесимметричной постановке. Наблюдается раскрытие контакта у края прослойки в варианте А нижней плиты. Оба варианта плиты характеризуются практически осесимметричным распределением на  $S_{K_1}$  контактного давления и контактного касательного напряжения. Сопоставление этих величин в сечении  $y=0$  с результатами решения задачи в осесимметричной постановке представлены на рисунке 7.

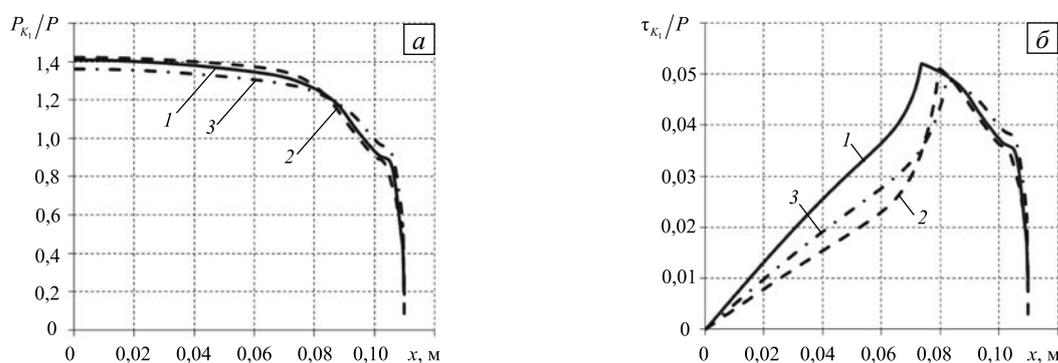


Рис. 7. Относительные величины давления (а) и касательного напряжения (б) на поверхности контакта  $S_{K_1}$  в сечении  $y=0$ : осесимметричное решение (линия 1), 3D решение, нижняя плита вида А (2), 3D решение, нижняя плита вида Б (3)

Из рисунка видно, что распределение относительного контактного давления имеет хорошее количественное совпадение для трех вариантов решения задачи. Характер распределения контактных касательных напряжений подобен во всех приведенных случаях: в направлении от центра прослойки напряжения постепенно возрастают, достигают выраженного максимума в области смены контактных состояний и понижаются к краю прослойки. Однако вариант А имеет особенность: контактное давление и контактное касательное напряжение у края прослойки отсутствуют, что связано с полным отлипанием контактирующих тел. Некоторое расхождение результатов решения осесимметричной задачи и трехмерной задачи для варианта Б нижней плиты обусловлено конечно-элементным разбиением: задачи решены на разных по характеру и степени густоты сетках.

## 5. Заключение

В рамках исследования выполнена общая постановка задачи контактного взаимодействия с учетом трения на поверхности контакта для упругих тел с антифрикционной упругопластической прослойкой. Результаты решения задачи деформирования плитами пресса образца из материала прослойки подтверждают хорошее количественное соответствие данным натурального эксперимента и обоснованность выбора вида определяющих соотношений. Численно решена задача контактного взаимодействия с учетом трения в опорной части мостового пролета с шаровым сегментом в осесимметричной и трехмерной постановках. Для разных материалов антифрикционной прослойки, используемых в этой конструкции, изучено распределение контактного давления и контактного касательного напряжения, а также характер контакта (реализация режима сцепления или проскальзывания). Рассмотрено влияние степени дискретизации расчетной области и геометрических особенностей опорной плиты на параметры контакта в целом.

Расчет конструкции с нижней плитой вида А показал, что около 1% площади контактной поверхности не участвует в работе из-за полного отлипания. На 10% контактной поверхности у края прослойки во всех вариантах расчета наблюдается резкое падение значений контактных параметров, что также соответствует снижению работоспособности части конструкции. Использование плиты вида Б обеспечивает отсутствие отлипания в зоне контакта, что свидетельствует о более эффективной работе узла в целом.

## Литература

1. *Rakowski W.A., Zimowski S.* Polyesterimide composites as a sensor material for sliding bearings // *Compos. Part B Eng.* – 2006. – V. 37, N. 2-3. – P. 81-88. DOI
2. *Pinchuk L.S., Nikolaev V.I., Tsvetkova E.A., Goldade V.A.* Tribology and biophysics of artificial joints. – London, Amsterdam: Elsevier, 2006. – 350 p.
3. *Тукашев Ж.Б., Адилханова Л.А.* Исследование напряженно-деформированного состояния дорожного покрытия // *Геология, география и глобальная энергия.* – 2010. – № 2. – С. 163-166.
4. *Александров В.М., Чебаков М.И.* Введение в механику контактных взаимодействий. – Ростов-на-Дону: Изд-во ООО «ЦВВР», 2007. – 114 с.
5. *Айзикович С.М., Александров В.М., Белоконь А.В., Крнев Л.И., Трубчик И.С.* Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред. – М.: Физматлит, 2006. – 237 с.
6. *Механика контактных взаимодействий.* – М.: Физматлит, 2001. – 672 с.
7. *Горячева И.Г.* Механика фрикционного взаимодействия. – М.: Наука, 2001. – 479 с.
8. *Никишин В.С., Шапиро Г.С.* Пространственные задачи теории упругости для многослойных сред. – М.: ВЦ АН СССР, 1970. – 260 с.
9. *Александров В.М., Мхитарян С.М.* Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. – М.: Наука, 1983. – 488 с.
10. *Воронин Н.А.* Расчет параметров упругого контакта и эффективных характеристик топокомпозиата для случая взаимодействия последнего со сферическим индентором // *Трение и износ.* – 2002. – Т. 23, № 6. – С. 583-596.
11. *Chidlow S.J., Teodorescu M., Vaughan N.D.* Predicting the deflection and sub-surface stress field within two-dimensional inhomogeneously elastic bonded layered solids under pressure // *Int. J. Solids Struct.* – 2011. – V. 48, N. 22-23. – P. 3243-3256. DOI
12. *Sergici A.O., Adams G.G., Müftü S.* Adhesion in the contact of a spherical indenter with a layered elastic half-space // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2006. – V. 54, N. 9. – P. 1843-1861. DOI
13. *Goryacheva I.G., Torskaya E.V.* Modeling of fatigue wear of a two-layered elastic half-space in contact with periodic system of indenters // *Wear.* – 2010. – V. 268, N. 11-12. – P. 1417-1422. DOI
14. *Воронин Н.А.* Особенности и прикладной аспект механики контактного взаимодействия жесткого сферического штампа с упругопластичным слоистым полупространством // *Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел и деталей машин: Межвуз. сб. науч. тр. / Под ред. Н.Б. Демкина.* – Тверь: ТГТУ, 2006. – 232 с.
15. *Дрозд М.С., Матлин М.М., Сидякин Ю.И.* Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации. – М.: Машиностроение, 1986. – 224 с.
16. *Александров В.М., Кадомцев И.Г., Царюк Л.Б.* Осесимметрические контактные задачи для упругопластических тел // *Трение и износ.* – 1984. – Т. 5, № 1. – С. 16-26.
17. *Peng W., Bhushan B.* Three-dimensional contact analysis of layered elastic/plastic solids with rough surfaces // *Wear.* – 2001. – V. 249, N. 9. – P. 741-760. DOI
18. *Rogovoy A., Ivanov B.* Displacement formulation of the friction conditions on the contact surface // *Comput. Struct.* – 1997. – V. 62, N. 1. – P. 133-139. DOI
19. *Méchain-Renaud C., Cimetière A.* BEM solution of two dimensional unilateral contact problems with friction by a new approach // *Eng. Anal. Bound. Elem.* – 2003. – V. 27, N. 3. – P. 269-277. DOI
20. *Rodríguez-Tembleque L., Buroni F.C., Abascal R., Sáez A.* 3D frictional contact of anisotropic solids using BEM // *Eur. J. Mech. A-Solid.* – 2011. – V. 30, N. 2. – P. 95-104. DOI
21. *Khoei A.R., Nikbakht M.* An enriched finite element algorithm for numerical computation of contact friction problems // *Int. J. Mech. Sci.* – 2007. – V. 49. – P. 183-199. DOI
22. *Li Y., Liu G.R., Zhang G.Y.* An adaptive NS/ES-FEM approach for 2D contact problems using triangular elements // *Finite Elem. Anal. Des.* – 2011. – V. 47, N. 3. – P. 256-275. DOI
23. *Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С.* Анализ напряженного состояния контактной системы «диск–лопатка» ГТД // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2011. – Т. 4, № 2. – С. 5-16. DOI
24. *González J.A., Park K.C., Felippa C.A., Abascal R.* A formulation based on localized Lagrange multipliers for BEM-FEM coupling in contact problems // *Comput. Method. Appl. M.* – 2008. – V. 197, N. 6-8. – P. 623-640. DOI
25. *Rodríguez-Tembleque L., Abascal R.* A FEM-BEM fast methodology for 3D frictional contact problems // *Comput. Struct.* – 2010. – V. 88, N. 15-16. – P. 924-937. DOI
26. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
27. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
28. *Адамов А.А.* Экспериментальное исследование механического поведения композитов на основе фторопласта, работающих при больших давлениях в тонких слоях // *Мат. VII Российской научно-техн. конф. «Механика микронеоднородных материалов и разрушение».* – Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН, 2012. – Электронный оптический диск, вкладка «Публикации». – 7 с.
29. *Каменских А.А., Труфанов Н.А.* Исследование влияния смазочных канавок в антифрикционной прослойке на напряженное состояние контактного узла // *Вестник ПНИПУ. Прикладная математика и механика.* – 2012. – № 10. – С. 77-89.
30. *Каменских А.А., Адамов А.А.* Численное исследование сферического контактного узла с полимерной антифрикционной прослойкой // *ФиППТиТ.* – 2012. – № 3-2 (293). – С. 48-55.

Поступила в редакцию 24.01.13; опубликована в электронном виде 25.04.13

### Сведения об авторах

Каменских Анна Александровна, асп., Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), 614990, Пермь, Комсомольский пр., д. 29; E-mail: anna\_kamenskikh@mail.ru

Труфанов Николай Александрович, дтн, проф., зав.каф., ПНИПУ; E-mail: nat@pstu.ru