О ПЕРЕНОСЕ ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ДВУХФАЗНЫМ ФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПОТОКОМ

А.И. Никифоров, Р.В. Садовников, Г.А. Никифоров

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, Казань, Россия

Представлена новая математическая модель переноса дисперсных частиц двухфазным фильтрационным потоком. Учтены процессы осаждения частиц в пористом теле и их срыва со стенок пор. Численное решение получено методом контрольных объемов. Показано, что основная масса твердой породы выносится из нефтяного пласта потоком воды. Выявлен эффект перераспределения твердых частиц в поровых каналах различного размера.

Ключевые слова: фильтрация, дисперсные частицы, кольматация, суффозия, метод контрольных объемов

ABOUT TRANSPORT OF DISPERSED PARTICLES BY A TWO-PHASE FILTRATION FLOW

A.I. Nikiforov, R.V. Sadovnikov and G.A. Nikiforov

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center of RAS, Kazan, Russia

A new mathematical model is proposed to describe the transport of dispersed particles by a two-phase filtration flow. Particle deposition in a porous body and particle detachment from pore walls are taken into account. A numerical solution is obtained by the control volume method. It is shown that the majority of solid particles are washed away from an oil reservoir by the water flow. The effect of redistribution of solid particles in the pore channels of various sizes is revealed.

Key words: filtration, dispersed particles, colmatation, suffosion, control volume method

1. Введение

Заводнение является одним из основных методов разработки нефтяных месторождений. В процессе вытеснения нефти нагнетаемая в пласт вода, как правило, переносит с собой различные твердые примеси в виде дисперсных частиц. Частицы могут попадать в фильтрационный поток следующими путями: в результате неполной очистки вод перед их закачкой в залежь; из буровых растворов, проникающих в пласты и содержащих в себе глинистые частицы; из самой пористой среды, содержащей на поверхности пор различные твердые частицы; в некоторых технологиях нефтедобычи предусматривается закачка воды со взвешенными частицами. Среди множества работ, посвященных изучению процессов осаждения частиц на стенках капилляров (кольматации) и вымывания частиц из пористого тела (суффозии), следует обратить внимание на монографию [1], в которой представлена математическая модель переноса дисперсных примесей однофазным потоком. Процессы кольматации и суффозии воспроизводятся посредством кинетических соотношений. Такие же кинетические соотношения использованы и в работе [2]. В [3] этот подход обобщен на случай двухфазной фильтрации.

При более детальном описании процессов кольматации и суффозии используются функция распределения пор по размерам и какая-либо идеальная модель пористой среды и учитываются факторы, влияющие на положение частиц в потоке [4, 5, 6]. В работах [6, 7, 8] пористая среда выглядит как примыкающие друг к другу слои, состоящие из цилиндрических капилляров со случайным распределением радиусов по размерам. Считается, что количество частиц, проходящих через капилляры слоя, пропорционально суммарной площади поперечных сечений капилляров (их просветной площади), а число закупоренных в единицу времени пор совпадает с числом задержанных за то же время частиц. При определении изменения пористости полагается, что объем частиц, застрявших в среде за единицу времени, совпадает с объемом забитых ими за этот же период времени пор.

В настоящей работе предлагается математическая модель переноса дисперсных частиц двухфазным потоком несжимаемых несмешивающихся жидкостей в неоднородном нефтяном пласте. В отличие от модели из работы [9] она учитывает, что частицы не только осаждаются в пористом теле, но и могут быть сорванными фильтрационным потоком со стенок пор. Также вводится допущение, согласно которому для блокирования порового канала достаточно одной частицы, если ее размеры удовлетворяют условию блокирования.

2. Законы сохранения

Пусть для каждой точки нефтяного пласта характерными являются величины: коэффициент пористости $m_0 = m_0(x, y, z)$; коэффициент абсолютной проницаемости $k_0 = k_0(x, y, z)$, под которым понимается

проницаемость по нефти при пластовом насыщении связанной водой [10]; m_p — часть порового пространства, занятая осевшими частицами. Во внимание не принимаются пористость осадочного слоя, капиллярные и гравитационные силы. Считается, что: концентрация примесей в фазах мала; течение жидкостей медленное, без фазовых переходов; обмен частицами между нефтью и водой осуществляется только через осадочный слой на стенках пор.

Уравнения сохранения масс фаз и компонентов запишем в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} (mS_i) + \operatorname{div} \mathbf{U}_i = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial t} (R_i mS_i) + \operatorname{div}(R_i \mathbf{U}_i) = -q_{R_i},$$

где *i* — идентификатор фазы (*i* = *o* отвечает нефти, *i* = *w* — воде); m = m(x, y, z, t) — коэффициент пористости, причем $m(x, y, z, 0) = m_0$; **U**_i — скорость фильтрации фазы; S_i — насыщенность пласта *i*-й фазой, причем $S_o + S_w = 1$; R_i — объемная концентрация частиц в *i*-й фазе; q_{Ri} — интенсивность изменения объема частиц в фазе.

Уравнения движения фаз представим с помощью обобщенного закона Дарси:

$$\mathbf{U}_i = -\frac{K_i}{\mu_i} \operatorname{grad}(P) \quad (i = o, w),$$

где P — давление в жидкостях; μ_i — динамическая вязкость фазы; $K_i = k f_i(S_i)$, $f_i(S_i)$ — относительная фазовая проницаемость, k(x, y, z, t) — коэффициент абсолютной проницаемости пласта с учетом изменения структуры порового пространства из-за осаждения – выноса частиц и блокирования капилляров, $(k(x, y, z, 0) = k_0)$. Положим, что блокирование пор приводит к увеличению объемов неподвижных жидкостей в пористой среде.

3. Функция распределения пор по размерам

Для описания изменения фильтрационно-емкостных характеристик пласта воспользуемся функцией распределения пор по размерам: $\varphi = \varphi(r,t)$, где r — радиус порового канала. Пусть распределение поровых каналов по размерам в начальный момент времени t = 0 известно: $\varphi(r,0) = \varphi_0(r)$. Изменению функции распределения пор по размерам во времени будет соответствовать уравнение [11]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left(u_r \varphi \right) + u_\eta = 0, \qquad (1)$$

где u_r — скорость изменения радиусов поровых каналов; u_η — скорость изменения количества поровых каналов радиусом r. Согласно физике явления величина u_r определяется процессами кольматации и суффозии, а u_η — процессом блокирования поровых каналов.

Распределение пор по размерам для чистого пласта (то есть пласта в отсутствие осевших в нем частиц) $\varphi_*(r)$ и масса осевших в единичном объеме частиц обычно бывают известными. Если это так, то необходимо каким-то образом перераспределить частицы по отдельным порам и тем самым задать функцию $\varphi_0(r)$. Поступим следующим образом. Распределим частицы в соответствии с равенством $\alpha\varphi_0(\alpha r) = \varphi_*(r)$, (где параметр $\alpha \le 1$), то есть выполним условие одинаковости относительных изменений радиусов проходного сечения всех пор за счет осевших частиц. Величину α найдем, воспользовавшись равенством между пористостью и просветностью (просветность — это отношение просветной площади сечения образца ко всей площади сечения) [12], из условия $m_p/m_0 = \int_0^{\infty} r^2(\varphi_* - \varphi_0) dr / \int_0^{\infty} r^2 \varphi dr$, откуда $\alpha = \sqrt{m_0/(m_0 + m_p)}$. Тогда толщина осадочного слоя h

в поровом канале радиусом r в начальный момент времени будет равняться $h = (1 - \alpha)r$.

Отметим, что кольматация наблюдается во всех поровых каналах, в которые проникает суспензия, тогда как блокирование происходит только при условии, что размер частиц не меньше радиусов сужений (горл) r_g поровых каналов. Следовательно, скорость u_η отлична от нуля только в области $0 \le r_g \le l/2$, где l — характерный размер частиц. Отметим также, что блокироваться могут и каналы, радиусы горл

которых изначально превышали величину l/2, но вследствие кольматации изменились, и размеры горл стали удовлетворять условию блокирования.

4. Модель пористой среды

Представим реальную пористую среду в виде системы цилиндрических капилляров различных радиусов с фиктивными сужениями, то есть будем считать, что капилляр радиусом r может быть блокирован частицей размером l, если $l \ge r_g = \gamma r$. Элемент пористой среды, составленный из капилляров, будем считать эквивалентным элементу реальной пористой среды, если тот и другой характеризуются

одной и той же функцией распределения пор по размерам и при одинаковом перепаде давления обеспечивают равные расходы жидкости.

При построении замыкающих соотношений примем следующие д о п у щ е н и я :

1. Частицы в жидкости и на стенках капилляров распределяются равномерно.

2 Отношение радиуса горла к радиусу цилиндрической части γ одинаково для всех капилляров и сохраняется в процессе осаждения частиц на их стенки.

3. Капилляр блокируется частицей, попавшей в горло, полностью, если характерный размер частицы не меньше диаметра горла.

4. Собственная пористость массы осевших частиц пренебрежимо мала по сравнению с пористостью пласта.

5. Процессы осаждения частиц на стенки капилляров и их срыва со стенок независимы, то есть частицы всегда осаждаются, если присутствуют в потоке; осевшие на стенки частицы всегда срываются, если скорость потока жидкости критическая.

6. Всем частицам присуща шарообразная форма и один характерный размер — диаметр 1.

7. Капилляры в пучке могут быть заняты либо нефтью, либо водой. Если одна из жидкостей имеет преобладающую смачиваемость, то эта жидкость занимает капилляры малого радиуса. В случае нейтральной смачиваемости доля капилляров радиусом *r*, заполненных *i*-й фазой, пропорциональна насыщенности образца этой фазой.

Заметим, что д о п у щ е н и е 7 соответствует гипотезе, положенной в основу модели двухфазной фильтрации, согласно которой вода и нефть движутся по своим системам пор [13].

5. Сужение капилляра

Согласно работе [4] скорость сужения любого цилиндрического канала вследствие кольматации в однофазном потоке вычисляется по формуле $dr/dt = -R(2u_m D^2/(rL))^{1/3}$, где R — объемная концентрация частиц; L — длина канала; u_m — среднее значение скорости жидкости в канале; D — коэффициент диффузии.

В соответствии с допущением7 средняя скорость движения фазы в капилляре радиусом г суммарной скоростью фильтрации $\mathbf{U} = \mathbf{U}_{a} + \mathbf{U}_{w}$ будет связана с соотношением $u_{mi} = |\mathbf{U}| r^2 / [8\varsigma (K_o/\mu_o + K_w/\mu_w)\mu_i]$, где $i = o, w; \varsigma$ — коэффициент извилистости порового канала [12]. Следует иметь в виду, что при преобладающей смачиваемости породы водой последняя будет занимать капилляры, радиус которых не превышает значения r_w , определяемого равенством $\int_{0}^{\infty} r^{2} \varphi(r) dr = S_{w} \int_{0}^{\infty} r^{2} \varphi(r) dr.$

По аналогии с однофазным течением для двухфазного течения скорость сужения капилляра, занятого *i*-й фазой, можно принять в виде $u_{ki} = -R_i S_i \left(2u_{mi} D^2 / (rL) \right)^{1/3}$, где i = o, w.

6. Расширение капилляра

Воспользуемся следующими двумя утверждениями из [1]:

– частицы могут быть сорваны жидкостью со стенки капилляра при достижении некоторой критической скорости потока *u*_{*};

 интенсивность суффозии пропорциональна разности между достигнутой «истинной» скоростью в капилляре и критической.

Будем считать, что частицы шарообразной формы диаметром l в капилляре радиусом r срываются со стенки при достижении потоком некоторой критической средней скорости $u_* = u_*(r, l)$. Чтобы найти величину этой скорости, запишем условия равновесия сил, действующих на частицу. Со стороны

движущейся жидкости — это гидродинамическая сила, стремящаяся вовлечь частицу в движение; со стороны стенок капилляра — это силы притяжения и трения (вследствие неровностей поверхности), удерживающие частицу на стенке [14].

Предположим, что по величине гидродинамическая сила совпадает со стоксовой силой [15] при средней скорости набегающего потока, равной средней скорости жидкости в кольце $(r_0 \le r \le r_0 + l)$, а удерживающая сила пропорциональна весу частицы (аналогична силе трения с некоторым фиктивным коэффициентом трения C_f). Тогда для капилляра радиусом r_0 , занятого *i*-й фазой, из условия равенства сил

 $6\pi\mu_o (l/2) u_{mo} \Big[1 - (1 - l/(2r_0))^2 \Big] = C_f (\pi/6) l^3 \rho_p g$, где ρ_p — плотность частиц, g — ускорение свободного

падения, получим выражение для критической скорости: $u_{*i} = C_f l^2 \rho_p g / \left[18 \mu_i \left[1 - \left(1 - l/(2r_0) \right)^2 \right] \right].$

Согласно экспериментальным данным интенсивность изменения объема частиц V_r в капиллярах радиусом r в однофазном потоке хорошо описывается формулой [1]: $\partial V_r / \partial t = -\delta(u_m - u_*)V_r$. Учитывая, что при двухфазном течении только часть порового пространства занята *i*-й фазой, имеем:

$$\partial V_r / \partial t = -S_i \delta \left(u_{mi} - u_{*i} \right) V_r.$$
⁽²⁾

Если N_r — количество капилляров с проходным сечением радиусом r, то $V_r = \pi ((r+h)^2 - r^2) L N_r$. Тогда из (2) следует, что $u_{si} = \partial h/\partial t = -S_i \delta(u_{mi} - u_{*i})h \cdot (r+h/2)/r$. Наконец, скорость изменения радиуса капилляра (и толщины осадочного слоя, но с обратным знаком) из-за осаждения и выноса частиц в капилляре, занятом *i*-й фазой, будет равна: $u_{ri} = u_{si} - u_{ki}$.

Заметим, что в уравнении (1) скорость изменения радиуса пор есть суммарный результат осаждения и срыва частиц в обеих фазах. Так как в силу хаотичности распределения поровых каналов по объему пористого тела нет возможности указать, по каким порам движется нефть, а по каким вода, то в целом в элементарном объеме пористой среды скорость сужения пор примем в виде суммы: $u_r = u_m + u_{rw}$.

7. Блокирование капилляров

Воспользуемся до пущением 2, согласно которому радиус горла капилляра $r_g = \gamma r$, где $\gamma \le 1$. Капилляр, который может быть блокирован частицей размером *l*, имеет радиус, не превышающий $r = l/(2\gamma)$.

Предположим, что доля заблокированных капилляров радиусом r пропорциональна количеству частиц, попавших в те из них, чьи размеры удовлетворяют условию блокирования $l \ge 2\gamma r$; при этом коэффициент пропорциональности β (0 < $\beta \le 1$) можно назвать коэффициентом формы частицы. Пусть N — общее число капилляров в образце пористой среды, имеющем единичное поперечное сечение. За время Δt в капилляры радиусом r, занятые *i*-й фазой, поступит частиц с суммарным объемом, пропорциональным количеству протекающей фазы: $V_{ri} = \pi r^2 R_i S_i u_{mi} N \varphi dr \Delta t$. Поскольку объем одной частицы равен $v = \pi l^3/6$, то в суммарном объеме будет следующее количество частиц: $M = V_{ri}/v = 6r^2 R_i S_i u_{mi} N \varphi dr \Delta t/l^3$, а значит, будет блокировано M капилляров радиусом r.

В то же время функция распределения пор по размерам, в результате блокирования пор за время Δt , изменится на величину $\Delta \varphi_i$, и количество блокированных пор может быть выражено как $M = N \Delta \varphi_i dr$. Приравняв два выражения для количества частиц, получим: $\Delta \varphi_i / \Delta t = 6r^2 R_{io} S_i u_{mi} \varphi / l^3$. Таким образом, интенсивность блокирования пор, занятых *i*-й фазой, $u_{\eta i}$ составит: $u_{\eta i} = \begin{cases} 6\beta r^2 R_i S_i u_{mi} \varphi / l^3 & (2\gamma r \le l), \\ 0 & (2\gamma r > l). \end{cases}$. Скорость изменения количества капилляров радиусом *r*, согласно уравнению (1), будет следующей: $u_n = u_{\eta e} + u_{\eta w}$.

8. Пористость

Для оценки изменения пористости, вызванного структурным преобразованием порового пространства, коэффициент пористости для текущего момента времени запишем в виде произведения $m = m_f m_0$,

а множитель m_f определим, используя понятие просветности: $m_f = \int_0^\infty r^2 \varphi dr / \int_0^\infty r^2 \varphi_0 dr$.

9. Проницаемость

Перестройка структуры порового пространства вследствие кольматации и блокирования пор влечет за собой изменение и его абсолютной проницаемости. Если представим коэффициент абсолютной проницаемости для текущего момента времени в виде произведения $k = k_f k_0$, где множитель k_f , характеризует относительное изменение проницаемости пористого тела, то, воспользовавшись моделью

параллельных капилляров и формулой Пуазейля [15], установим: $k_f = \int_0^{\infty} r^4 \varphi(r) dr / \int_0^{\infty} r^4 \varphi_0(r) dr$.

10. Интенсивность массообмена

Если q_{Ri} — суммарная интенсивность изменения объема частиц в *i*-й фазе, то за время Δt объем частиц изменится на величину $q_{Ri}\Delta t$. За это же время радиусы капилляров изменятся на $\Delta r = u_{ri}\Delta t$ и, соответственно, изменится объем порового пространства. Приравняем эти два объема:

$$q_{Ri}\Delta t = m \left[\int_{0}^{\infty} (r + \Delta r)^2 \varphi \, dr - \int_{0}^{\infty} r^2 \varphi \, dr \right] / \int_{0}^{\infty} r^2 \varphi \, dr \, .$$

Пренебрегая слагаемыми, содержащими Δr^2 и $r\Delta r$, получим: $q_{Ri} = 2m \int_0^\infty r u_{ro} \varphi dr / \int_0^\infty r^2 \varphi dr$.

11. Результаты расчетов

Сформулированная задача переноса дисперсных частиц двухфазным потоком несжимаемых несмешивающихся жидкостей в неоднородном нефтяном пласте решалась численно конечно-элементным методом контрольных объемов [16]. При отыскании узловых значений давления, насыщенности и концентрации интегралы от членов уравнений неразрывности, содержащих временную производную, вычислялись с использованием метода концентрации масс («лампинг»-подхода) [16], а конвективное слагаемое интегрировалось с учетом направления потока. Для уравнения (1) использовалась неявная схема, в которой при интегрировании конвективных членов принималось во внимание характеристическое направление.

11.1. Сравнение с экспериментом

В работе [17] представлены результаты экспериментов по кольматации породных кернов дисперсными частицами, размеры которых не превышали 15 мкм. Функция распределения частиц в воде ψ в зависимости от их размера представлена на рисунке 1. Образцы керна размерами $0,127 \times 0,127 \times 0,127 \times 0,127$ м характеризовались коэффициентом пористости $m_0 = 0,21$ и базовым коэффициентом проницаемости $k_0 = 0,031$ мкм². Информацию о структуре порового пространства автор [17] не приводит, поэтому функция распределения пор по размерам подбиралась методом проб и ошибок и приведена на рисунке 2. Суспензия содержала 30 мг/л тонкодисперсных кварцевых частиц и закачивалась при постоянном перепаде давления на керне 0,14 МПа.





Рис. 1. Распределение частиц по размерам в закачиваемой воде





Рис. 3. Относительное изменение проницаемости пласта k/k_0 в зависимости от количества прокачанной суспензии $v_{\text{пор}}$ (в поровых объемах); сравнение экспериментальных данных [17] с расчетными: **•** – просеянные частицы размером до 2 μ , **•** – просеянные частицы размером до 10 μ , • – непросеянные частицы размер до 15 μ

Потери проницаемости керна как функции количества профильтрованной воды в поровых объемах для различных составов водной дисперсии, полученные из эксперимента и рассчитанные по приведенной выше модели, видны из рисунка 3. Рассмотрено три состава дисперсной примеси: 1) непросеянные частицы; 2) просеянные частицы того же состава размером до 10 мкм; 3) просеянные частицы размером до 2 мкм. Наблюдается удовлетворительное совпадение эксперимента и теории. В ходе выполнения вычислений выявлена повышенная чувствительность получаемых результатов к изменению состава пор в области их больших значений, что следует учитывать при проведении натурных экспериментов по установлению распределения пор по размерам.

11.2. Трехслойный пласт

Расчеты выполнялись для фрагмента вертикального сечения пласта, обладающего нейтральной смачиваемостью и проницаемостью 0,024 мкм², размерами 100×26 м. Предполагалось, что через входное сечение пласта x = 0 поступала вода под давлением 10,5 МПа, а через выходное сечение x = 100 м отбиралась нефть и вода вместе с содержащимися в них твердыми частицами при давлении 10 МПа. Кровля и подошва пласта (y = 0 и y = 26 м) считались непроницаемыми. Прочие характеристики пласта имели следующие значения: коэффициент пористости пласта m = 0, 2; часть порового пространства, занятая осевшими частицами, $m_p = 0, 2$; вязкость нефти $\mu_0 = 5$ МПа·с. Относительные фазовые проницаемости аппроксимировались функциями: $f_o = B_o (1 - S_{o^*} - S_w)^{E_o}$ и $f_w = B_w (S_w - S_{w^*})^{E_w}$, где $S_{o^*} = 0,3$; $S_{w^*} = 0,18$; $B_o = B_w = 1, E_o = E_w = 2$.

Рисунок 4 содержит графики зависимости количества отобранной нефти и попутной воды от времени. На рисунке 5 приведены графики объемов твердых примесей, выносимых нефтью и водой. Видно, что основная масса частиц выносится водой. Следует отметить, что по форме графики выноса частиц совпадают с графиками отбора нефти и воды. На рисунке 6 показаны толщины осадочного слоя из твердых частиц в порах различного размера для начального и нескольких последующих моментов времени. Численное моделирование показало, что в крупных порах вынос частиц преобладает над их осаждением, тогда как в порах малого размера наблюдается обратная картина, то есть вынос частиц из пористого тела сопровождается их перераспределением по порам различного размера. Частицы вымываются из крупных пор, осаждаются в мелких порах и затем вымываются из последних.



Рис. 4. Количество отобранной из пласта нефти (Q_o) и воды (Q_w)



Рис. 5. Динамика выноса твердых частиц из пласта нефтью (Q_{po}) и водой (Q_{pw})



Рис. 6. Толщина осадочного слоя на стенках капилляров различного радиуса r в точке пласта с координатами x = 10 м, y = 3 м в различные моменты времени t (сутки): I = 0; 2 = 40; 3 = 100; 4 = 200; 5 = 300; 6 = 400; 7 = 500; 8 = 800; 9 = 1150

12. Выводы

Разработана математическая модель процессов кольматации и суффозии в пористой среде при движении в ней двухфазного потока жидкости, переносящей твердые частицы. В основу описания изменений фильтрационно-емкостных характеристик пористой среды положена функция распределения пор по размерам. Показано, что основная масса твердой породы выносится из пласта потоком воды. Выявлен эффект перераспределения твердых частиц в поровых каналах различного размера.

Работа выполнялась в рамках программы фундаментальных исследований Отделения ЭММиПУ РАН «Динамика многофазных и неоднородных жидкостей» №14ОЭ.

Литература

- 1. Шехтман Ю.М. Фильтрация малоконцентрированных суспензий. М.: АН СССР, 1961. 211 с.
- Gruesbeck C., Collins R.E. Entrainment and deposition of fine particles in porous media // SPE J. 1982. V. 22, N. 6. P. 847-856.
- Закиров Р.Х., Захарченко Т.А. Экспериментальные исследования движения дисперсных частиц в пористой среде // Сб.: Фильтрация многофазных систем (материалы Всесоюзного семинара). – Новосибирск, 1991. – С. 24-26.
- Sharma M.M., Yortsos Y.C. Transport of particulate suspensions in porous media: Model formulation // AIChE Journal. 1987. – V. 33, N. 10. – P. 1636-1643. DOI
- 5. *Резников Г.Д.* О поглощении частиц в фильтрах водопроводных очистных сооружений // Инженерно-физический журнал. 1999. Т. 72, № 1. С. 38-42.
- 6. *Капранов Ю.И*. Структурная модель процесса механической кольматации пористой среды // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики. 1989. Вып. 90. С. 27-39.
- 7. Капранов Ю.И. О фильтрации взвеси твердых частиц // ПММ. 1999. Т. 63, № 4. С. 620-628.
- 8. *Капранов Ю.И.* Изменения поровой структуры в потоке монодисперсной взвеси // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 2. С. 113-121.
- 9. Никифоров А.И., Никаньшин Д.П. Перенос частиц двухфазным фильтрационным потоком // Матем. моделирование. 1998. Т. 10, № 6. С. 42-52.
- 10. Крэйг Ф.Ф. Разработка нефтяных месторождений при заводнении. М.: Недра, 1974. 192 с.
- 11. Газизов А.Ш., Никифоров А.И., Газизов А.А. Математическая модель вытеснения нефти водой с применением полимердисперсных систем // Инженерно-физический журнал. 2002. Т. 75, № 1. С. 91-94.
- 12. Котяхов Ф.И. Основы физики нефтяного пласта. М.: Гостоптехиздат, 1956. 362 с.
- 13. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 207 с.
- Sahimi M., Imdakm A.O. Hydrodynamics of particulate motion in porous media // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 66, N. 9. P. 1169-1173. DOI
- 15. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат, 1955. 519 с.
- 16. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988. 352 с.
- 17. *Тронов В.П.* Фильтрационные процессы и разработка нефтяных месторождений. Казань: Изд-во «Фэн» Академии наук РТ, 2004. 584 с.

Поступила в редакцию 02.07.12; опубликована в электронном виде 25.04.13

Сведения об авторах

Никифоров Анатолий Иванович, дфмн, снс, зав.лаб., Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН (ИММ КазНЦ РАН), 420111, Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31; E-mail: ai_nikifor@yahoo.com Садовников Роман Валерьевич, ктн, снс, ИММ КазНЦ РАН; E-mail: sadovnikov@mail.knc.ru Никифоров Григорий Анатольевич, кфмн, нс, ИММ КазНЦ РАН; E-mail: ganikiforov@mail.ru