

DOI: [10.7242/1999-6691/2012.5.4.56](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.4.56)

УДК 532.5

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ И КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В МИКРОКАНАЛАХ

А.В. Минаков<sup>1,2</sup>, А.С. Лобасов<sup>1</sup>, А.А. Дектерев<sup>1,2</sup>*Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия  
Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск, Россия*

В данной работе представлены результаты тестирования и адаптация универсального программного CFD пакета SigmaFlow применительно к задачам моделирования изотермических течений и теплообмена жидкостей в микроканалах. Для моделирования тепломассообмена в микроканалах использованы классические методы механики сплошных сред, основанные на решении уравнений Навье-Стокса с граничными условиями прилипания на стенках каналов. Проведенные в работе вычислительные эксперименты подтвердили справедливость такого подхода вплоть до размеров каналов порядка 10 мкм. В целом, по результатам проведенного тестирования получено хорошее качественное и количественное согласие с имеющимися экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* микроканалы, вычислительная гидродинамика, уравнения Навье-Стокса, метод контрольного объема

## SIMULATION OF HYDRODYNAMICS AND CONVECTIVE HEAT TRANSFER IN MICROCHANNELS

A.V. Minakov<sup>1,2</sup>, A.S. Lobasov<sup>1</sup> and A.A. Dekterev<sup>1,2</sup>*Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia  
Institute of Thermal Physics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

The paper present the results of testing and adaptation of the universal CFD software package SigmaFlow applied to the problems of modeling isothermal fluid flow and heat transfer in microchannels. To simulate heat and mass transfer in microchannels, the classical methods of continuum mechanics based on the solution of the Navier–Stokes equations with slip boundary conditions at channel walls were used. Computational experiments confirmed the validity of the proposed approach for channel dimensions up to 10  $\mu\text{m}$ . In general, the test results are in good qualitative and quantitative agreement with the experimental data.

*Key words:* microchannels, CFD, Navier-Stokes equations, control volume method

### 1. Введение

В существующих на сегодняшний день и во вновь создаваемых теплообменных приложениях всё более важным становится применение микромасштабных охлаждающих устройств, таких как микроканальные теплоприёмники, которые обеспечивают высокие значения коэффициента теплопередачи при течении жидкостей в относительно небольших объёмах. В особенности это характерно для тех теплообменников, в которых течение хладагента осуществляется через большое число вырезанных или вытравленных микроканалов с целью теплоотведения и поддержания постоянной температуры. Наиболее часто такие условия реализуются: в микроэлектромеханических системах, интегрированных электрических цепях, лазерно-диодных массивах, высокоэнергетических отражателях и других микроустройствах, подверженных кратковременным высоким тепловым нагрузкам; в устройствах для охлаждения электроники, управления температурными режимами в аэрокосмической индустрии; в микроэлектромеханических устройствах для биологических и химических исследований и так далее.

По мере развития микро- и нанотехнологий и внедрения их в различные отрасли человеческой деятельности (электроника, химическая, биологическая, пищевая индустрии) все чаще возникают задачи, где объектом изучения является течение жидкости в микро- и наноканалах. Микроканалы — каналы, характерный диаметр которых порядка 100 мкм, получили в настоящее время очень широкое распространение в различных приложениях. Их применяют для транспорта наночастиц, бактерий, молекул ДНК, охлаждения микроэлектронных устройств, в качестве химических реакторов для микроскопических количеств вещества и многого другого. Несмотря на низкие значения чисел Рейнольдса и, как правило, отсутствие турбулентности, в микроканалах обеспечивается высокая интенсивность теплопередачи благодаря малым значениям термических сопротивлений стенок и теплоносителей. Поверхность теплопередачи в расчете на единицу объема достигает чрезвычайно высоких значений. Развитие новых приложений, для которых главным требованием является возможность охлаждения различных жидких и газообразных веществ в ограниченном пространстве, заставляет многих исследователей сфокусироваться на изучении и предсказании тепло- и гидродинамических процессов в мини- и микроканалах.

Одним из методов изучения таких процессов является численное моделирование, в частности, на основе методов вычислительной гидродинамики. Несмотря на микронные, а в некоторых случаях и нанометровые размеры каналов, течения жидкости в них могут быть описаны в рамках классической гидродинамики. Группой специалистов Красноярского филиала Института теплофизики СО РАН (г. Новосибирск) и кафедры теплофизики Сибирского федерального университета (г. Красноярск, в которую входят и авторы данной статьи, развивается программный пакет SigmaFlow, предназначенный для исследования широкого класса гидродинамических и теплофизических процессов и оптимизации технологического оборудования объектов теплоэнергетики, гидроэнергетики и атомной энергетики. Целью настоящей работы является тестирование CFD (Computational Fluid Dynamics) пакета программ SigmaFlow на задачах течений и теплообмена в микроканалах.

## 2. Математическая модель и основные моменты численной методики

В обычных условиях течения жидкостей и не слишком разреженных газов описываются методами механики сплошной среды. Однако в микроканалах ситуация существенно меняется. Действительно, если газ неплотный (до давлений примерно 10–20 атм), соответствующее число Кнудсена ( $Kn$ ) микротечений изменяется в пределах:  $10^{-2} \leq Kn \leq 10^2$ . В этом диапазоне чисел Кнудсена течение уже не описывается уравнениями гидродинамики. Точнее, на нижнем пределе все еще можно использовать уравнения Навье–Стокса, но с граничными условиями скольжения. Затем примерно до чисел Кнудсена  $Kn \sim 10^{-1}$  следует применять уравнения Барнетта, а далее — кинетическое уравнение Больцмана. При этом к уравнениям Барнетта необходимо относиться с осторожностью: строго говоря, они неполные, поскольку не учитывают эффекты памяти.

Таким образом, начиная примерно с 50 мкм, моделирование микротечений газа нельзя проводить обычными гидродинамическими методами, а можно использовать метод прямого статистического моделирования Монте-Карло (ПСМ). Однако скорости течений в микроканалах обычно невелики, а в этих условиях метод ПСМ работает неудовлетворительно. Реального результата можно добиться, прибегнув в данных задачах к полному уравнению Больцмана или к методу молекулярной динамики. Однако последний требует наличия в ячейке порядка  $10^5$ – $10^6$  молекул, необходимые при этом вычислительные затраты будут колоссальными. С микротечениями жидкостей ситуация немного проще, поскольку приближение сплошной среды здесь работает для каналов гораздо меньших размеров, чем для газов.

В рамках подхода, использованного в данной работе, микротечения моделируются уравнениями Навье–Стокса. Оценки значений числа Кнудсена, приведенные выше, показывают, что в случае течения жидкостей такое описание адекватно для микроканалов с минимальным характерным размером порядка 1 мкм. Сегодня известно немало алгоритмов, позволяющих решить такую задачу. Это и различные модификации метода Галеркина, включая спектральные методы, и методы конечных элементов и конечных объемов, и различные бессеточные методы (см. [1] и цитируемую там литературу).

В данной работе для моделирования течений и теплообмена в микроканалах использовался CFD пакет SigmaFlow — универсальный некоммерческий программный продукт для решения широкого класса задач гидродинамики, тепломассообмена и горения [2–4]. В работе рассматриваются несжимаемые течения ньютоновских жидкостей, которые описываются системой уравнений Навье–Стокса, включающей – уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность,  $\mathbf{v}$  — вектор скорости,  $t$  — время;

– уравнение переноса импульса:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \hat{\tau}, \quad (2)$$

где  $p$  — давление в жидкости,  $\hat{\tau}$  — тензор вязких напряжений, компоненты которого определяются как

$$\hat{\tau}_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad \mu — \text{молекулярная вязкость};$$

– уравнение переноса энергии, которое рассматривается в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} h) = \nabla(\lambda \nabla T) + S_h, \quad (3)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $h$  и  $T$  — энтальпия и температура среды,  $S_h$  — источниковый член, отвечающий за приток (отток) энергии в процессе химического реагирования, излучения или в каких-либо других процессах.

Энтальпия среды вычислялась как

$$h(T) = \int_{T_0}^T C_p(T) dT, \quad (4)$$

а зависимость удельной теплоемкости от температуры задавалась в виде полинома 4-й степени (определение коэффициентов  $Z_{m+1}$  см. в [7]):

$$C_p(T) = Z_2 + \sum_{m=2}^5 Z_{m+1} T^{m-1}.$$

Температура среды  $T$  в каждой точке рассчитывается из уравнения (4) по вычисленному из уравнения (3) значению энтальпии  $h$ .

В качестве граничных условий на стенках каналов для компонент вектора скорости во всех случаях использовались условия прилипания.

Хотя для течения жидкости в микроканалах турбулентные режимы нетипичны, однако они могут иметь место и являются крайне интересными как с фундаментальной, так и с практической точек зрения, поэтому такие течения также были рассмотрены в данной работе. Считается, что при помощи уравнений Навье–Стокса можно описать как ламинарное, так и турбулентное течения, однако возможности существующей вычислительной техники таковы, что практически все реальные достижения в расчетах турбулентных течений связаны с полуэмпирическими моделями турбулентности, основанными на RANS методе — осреднённых по Рейнольдсу уравнениях Навье–Стокса. При этом чаще всего для моделирования турбулентных режимов течения применяется стандартная  $k-\varepsilon$  модель. Однако опыт моделирования турбулентных течений в ограниченных областях показывает, что более адекватные результаты, особенно для низкорейнольдсовых течений ( $Re = 3000 \div 10000$ ), характерных для микроканалов, получаются при  $k-\varepsilon$  SST модели турбулентности [5], которая и используется в настоящей работе.

Детальное описание численного алгоритма программы SigmaFlow содержат работы [2–4]. Здесь же отмечаются основные моменты численной методики. Разностный аналог конвективно-диффузионных уравнений находится с помощью метода конечного объема [6–8] для неструктурированных сеток. В этом случае полученная схема автоматически оказывается консервативной. Суть метода заключается в разбиении расчетной области на контрольные объемы и интегрировании исходных уравнений сохранения по каждому контрольному объему для получения конечно-разностных соотношений. Аппроксимация конвективных членов уравнений переноса осуществляется с помощью противопоточных схем второго порядка QUICK [9]. Для аппроксимации нестационарных слагаемых уравнений гидродинамики применяется неявная схема второго порядка. Диффузионные потоки и источниковые члены представляются в виде конечно-объемных аналогов центрально-разностных соотношений со вторым порядком точности. Связь между полями скорости и давления, обеспечивающая выполнение уравнения неразрывности, реализуется при помощи SIMPLE-C процедуры на совмещенных сетках [6, 7]. Для устранения осцилляций поля давления используется подход Рхи–Чоу, заключающийся во введении монотонизатора в уравнения для поправки давления [10]. Полученные в результате дискретизации исходной системы дифференциальных уравнений разностные уравнения решаются итерационным способом при помощи алгебраического многосеточного решателя AMG [11].

Разработанный алгоритм применялся при решении широкого круга задач внешнего и внутреннего обтекания [2–4]. Вместе с тем, его пригодность для описания микротечений требует специального тестирования.

### 3. Моделирование изотермических течений в микроканалах

Тестирование численного алгоритма применительно к описанию микротечений начиналось с ламинарной задачи изотермического течения в Т-образном микроканале. Микроканал имел два входа и один выход. Геометрию канала можно видеть на рисунке 1. Ширина узкой части канала составляла 200 мкм, ширина широкой части — 400 мкм, толщина канала — 200 мкм, длина канала смешения — 3000 мкм. На твердых стенках задавались условия прилипания. Задача рассматривалась в пространственной и, в общем случае, нестационарной постановке. Через верхний и нижний входы канала подавалась чистая вода с расходом  $Q$ . Исследование течения в таком канале проводилось при различных значениях числа Рейнольдса (в диапазоне от 1 до 1000), которое определялось следующим образом:

$Re = \rho U d_h / \mu$ , где  $U = Q / (2\rho H^2)$  — среднерасходная скорость в канале смешения,  $H = 200$  мкм — высота канала,  $d_h = 267$  мкм — гидравлический диаметр.

В Институте теплофизики СО РАН выполнено экспериментальное исследование течения в данном канале [12]. При помощи микро-PIV (Particle Image Velocimetry) метода измерены поля скорости в различных сечениях микроканала. Качественное сравнение расчетных и экспериментальных полей скорости в центральном продольном сечении миксера для двух режимов течения показано на рисунке 1. Как видно, наблюдается хорошее соответствие результатов расчета и эксперимента. Количественное сравнение расчетных и экспериментальных профилей скорости в центральном поперечном сечении смешивающего канала на расстоянии 2,5 калибра от его входа приведено на рисунке 2. Здесь сплошные линии соответствуют расчетным профилям, символы — экспериментальным. Анализ количественного сравнения результатов расчетов и экспериментов свидетельствует, что в экспериментальных профилях скорости заметна небольшая несимметрия относительно центра канала, которая связана, вероятно, с неидеальностью изготовления микроканала, однако в целом согласование расчета и эксперимента вполне хорошее.

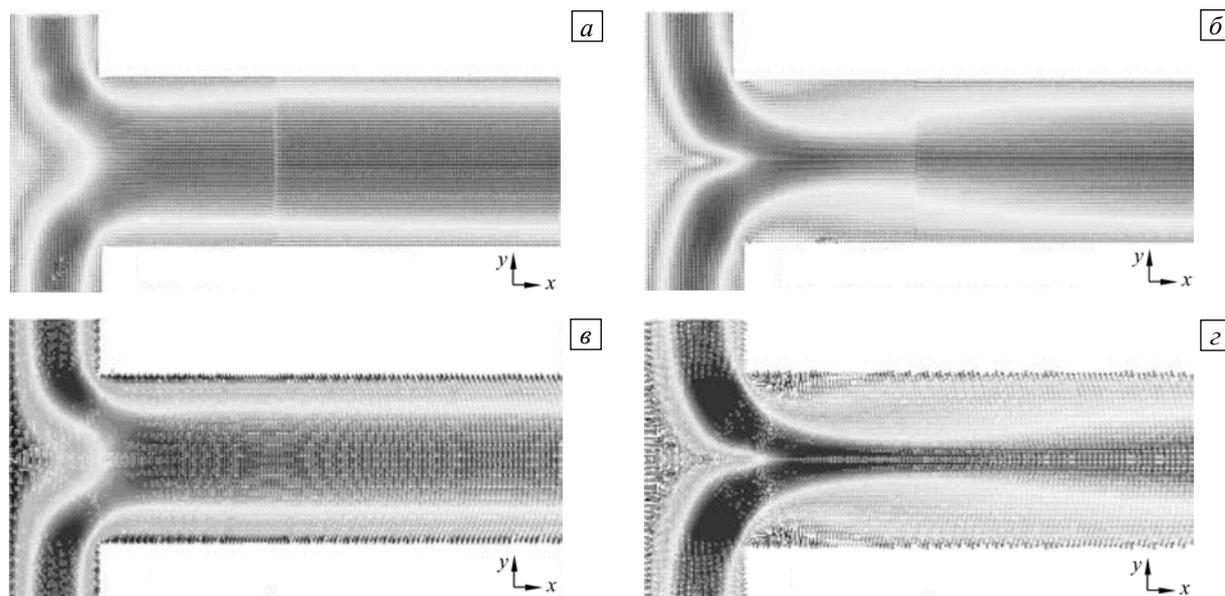


Рис. 1. Экспериментальные (а, б) и расчетные (в, з) поля скорости в центральном сечении микромиксера для чисел Рейнольдса  $Re = 10$  (а, в) и  $Re = 120$  (б, з)

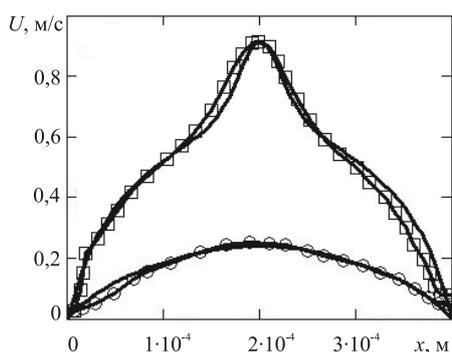


Рис. 2. Вычисленные профили поперечной скорости в центральном сечении канала для  $Re = 10$  (нижние кривые) и  $Re = 120$  (верхние кривые); сплошные линии с символами — экспериментальные данные

В результате численного моделирования установлено [12], что в данном микроканале реализуется интересная картина режимов течения. В зависимости от числа Рейнольдса условно можно выделить следующие режимы:  $Re < 5$  — стационарное безвихревое течение;  $5 < Re < 150$  — стационарное вихревое течение с образованием симметричных относительно центральной плоскости канала вихрей Дина;  $150 < Re < 240$  — стационарное несимметричное течение с образованием S-образной вихревой структуры в канале смешения, связанной с поворотом вихрей Дина из-за развития неустойчивости Кельвина–Гельмгольца;  $240 < Re < 400$  — нестационарное периодическое течение;  $400 < Re < 600$  — нестационарное квазипериодическое течение;  $Re > 600$  — хаотическое течение, ламинарно-турбулентный переход.

Поскольку гидравлический диаметр микроканалов очень мал, чрезвычайно актуальным является вопрос о гидравлическом сопротивлении таких каналов.

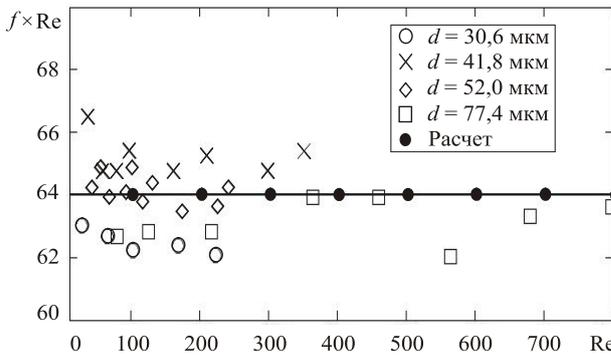
Для изучения поведения коэффициента трения было проведено моделирование течения в микроканалах различной формы и размеров в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Результаты моделирования сравнивались с экспериментальными данными, взятыми из работ [13–15].

**Задача 1.** Рассматривалось влияние диаметра микроканала на величину его коэффициента трения  $f$ .

Известно, что для развитого ламинарного течения в круглом макроскопическом канале величина

коэффициента трения равняется  $f = 64/Re$ . На рисунке 3 приведена зависимость произведения  $f \times Re$  от числа Рейнольдса, полученная в эксперименте [13] для микроканалов круглого сечения различного диаметра. Из рисунка видно, что у ламинарных течений в микроканалах так же, как и у макроскопических течений, отсутствует зависимость коэффициента  $f \times Re$  от числа Рейнольдса и размера канала. Максимальное отклонение экспериментальных данных от значения 64 в данном случае не превышает 4%. Какой-либо корреляции в поведении коэффициента трения в зависимости от диаметра микроканала не наблюдается (см. Рис. 3).

Для сравнения с экспериментом черными точками на рисунке 3 показаны расчетные значения, полученные для канала диаметром 30,6 мкм. Естественно, что в расчете коэффициент трения также не зависит от размера канала. Видно, что расчетные данные с очень высокой точностью (максимальное отклонение 0,05 %) соотносятся с аналитическим значением, равным 64. Для получения такой точности оказалось достаточно 30 узлов расчетной сетки по радиусу канала.



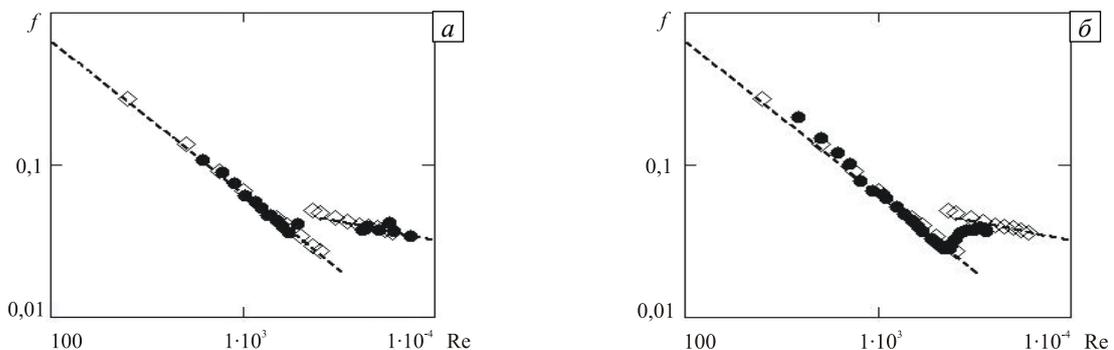
**Рис. 3.** Зависимость коэффициента  $f \times Re$  от числа Рейнольдса при различных диаметрах канала; символами обозначены экспериментальные данные, взятые из работы [13]

*Задача 2.* Исследовалось течение в микроканалах в турбулентном режиме. На рисунке 4 показана зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса для круглого и прямоугольного микроканалов. Круглый микроканал имел диаметр 244 мкм и длину 40 мм. Экспериментальные данные по этому каналу, представленные точками на рисунке 4, *a*, взяты из работы [14]. Ширина

прямоугольного микроканала равнялась 222 мкм, высота — 597 мкм, длина — 41,0 мм. Экспериментальные данные для прямоугольного канала, представленные точками на рисунке 4, *б*, взяты из работы [15]. Результаты расчетов обозначены ромбами. Рабочей жидкостью в том и другом случаях была вода с постоянными свойствами (плотность — 1000 кг/м<sup>3</sup>, динамическая вязкость — 0,001 Па·с).

Для каждого микроканала проведена серия расчётов в ламинарном и турбулентном режимах течения. Моделирование осуществлялось в диапазоне чисел Рейнольдса от 250 до 6000. Турбулентность течения описывалась моделью  $k - \omega SST$ . Расчетная сетка содержала 500000 узлов и сгущалась к стенкам каналов. Величина  $Y+$  (безразмерное расстояние от стенки канала до ближайшего узла сетки) на стенке для максимального из рассмотренных значений числа Рейнольдса на использованной сетке не превышала 2.

Полученные расчётные данные сравнивались с экспериментальными данными, соответствующими аналитическими решениями и данными корреляции Блазиуса (см. Рис. 4). Как видно из рисунка, во всех случаях найденные численно значения хорошо согласуются с соответствующими аналитическими решениями в ламинарном случае и корреляцией Блазиуса в турбулентном режиме. Экспериментальные результаты для обоих каналов хорошо соотносятся с расчетными в ламинарном случае и с приемлемой точностью — в турбулентном. Рисунок свидетельствует, что в диапазоне чисел Рейнольдса от 2000 до 3000 в микроканалах, так же как и в макроскопических каналах, наблюдается ламинарно-турбулентный переход. Поведение коэффициента трения и в ламинарном, и турбулентном режимах отвечает классическим зависимостям, и опять-таки не важно, какой канал рассматривается, микро- или крупномасштабный. Тем не менее, следует отметить одно важное обстоятельство.



**Рис. 4.** Зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса: микроканал круглого сечения  $d = 244$  мкм (*a*); микроканал прямоугольного сечения  $h = 222$  мкм (*б*); ромбы – результаты расчетов, точки – экспериментальные данные [14, 15]

Согласно данным из работы [14] при проведении экспериментов каналы имели довольно гладкие стенки. Средняя высота шероховатостей составляла  $\delta = 0,4$  мкм, что при диаметре канала 200 мкм давало относительную высоту шероховатостей  $\delta/d = 0,2\%$ . Понятно, что такая величина вряд ли сильно сказывалась на значениях коэффициента сопротивления. Однако с уменьшением размеров микроканалов абсолютная высота шероховатостей меняется слабо, а относительная высота  $\delta/d$  существенно увеличивается, и это обстоятельство необходимо учитывать при расчете турбулентных течений в микроканалах малого диаметра.

#### 4. Моделирование теплообмена в микроканалах

Значительное повышение интереса к микротечениям связано, кроме всего прочего, с их высоким потенциалом в области увеличения коэффициента теплоотдачи, обусловленного большим значением отношения площади поверхности микроканала к его объёму и короткой зоной теплообмена. Кроме того, в микроканалах может быть достигнуто более быстрое и эффективное тепловое перемешивание.

**Задача 1.** Одним из наиболее часто используемых пассивных микротеплообменников является так называемый Т-миксер, состоящий из двух входных и одного выходного каналов. Схема такого теплообменника показана на рисунке 5. Тестирование алгоритма моделирования теплообмена в микроканалах проведено на задаче неизотермического течения в Т-образном канале, имеющем следующую геометрию: ширина канала — 500 мкм, высота — 100 мкм, длина канала смешения — 3000 мкм, длина входных каналов — 1250 мкм. Более подробное описание геометрии приведено в работе [16]. Рабочей жидкостью являлась вода. Во входных каналах задавался постоянный массовый расход в 1,5 г/ч. Температура воды на одном из входов равнялась 27°C, на другом — 55°C. Все стенки канала кроме нижней, согласно постановке эксперимента, считались адиабатическими. На нижней стенке выполнялось условие постоянства температуры, которая принималась равной температуре холодной жидкости (27°C). В зоне Т-образного соединения (см. работу [16]) горячая и холодная вода текли соосно по двум входным рукавам, тепловое перемешивание начиналось при их контакте. Число Рейнольдса, рассчитанное по ширине канала, было меньше единицы. Течение предполагалось стационарным и ламинарным. В процессе теплового перемешивания в канале смешения преобладала теплопроводность. В расчете применялась декартова двухблочная сетка со сгущением к области слияния потоков, состоящая из 245000 узлов.

Результаты численного моделирования сопоставлялись с экспериментальными данными из работы [16]. Профили распределения температуры получены с помощью LIF (Laser Induced Fluorescence) метода (данная методика подробно описана в работе [16]). На рисунке 5 показано распределение температуры жидкости в поперечных сечениях канала смешения, расположенных на расстояниях 0 мкм (сечение 1–1), 25 мкм (2–2), 50 мкм (3–3) и 75 мкм (4–4) от входа в канал. Рисунок также содержит экспериментальные значения температур для этих сечений. Ось абсцисс в сечениях является безразмерная координата  $y^*$  —

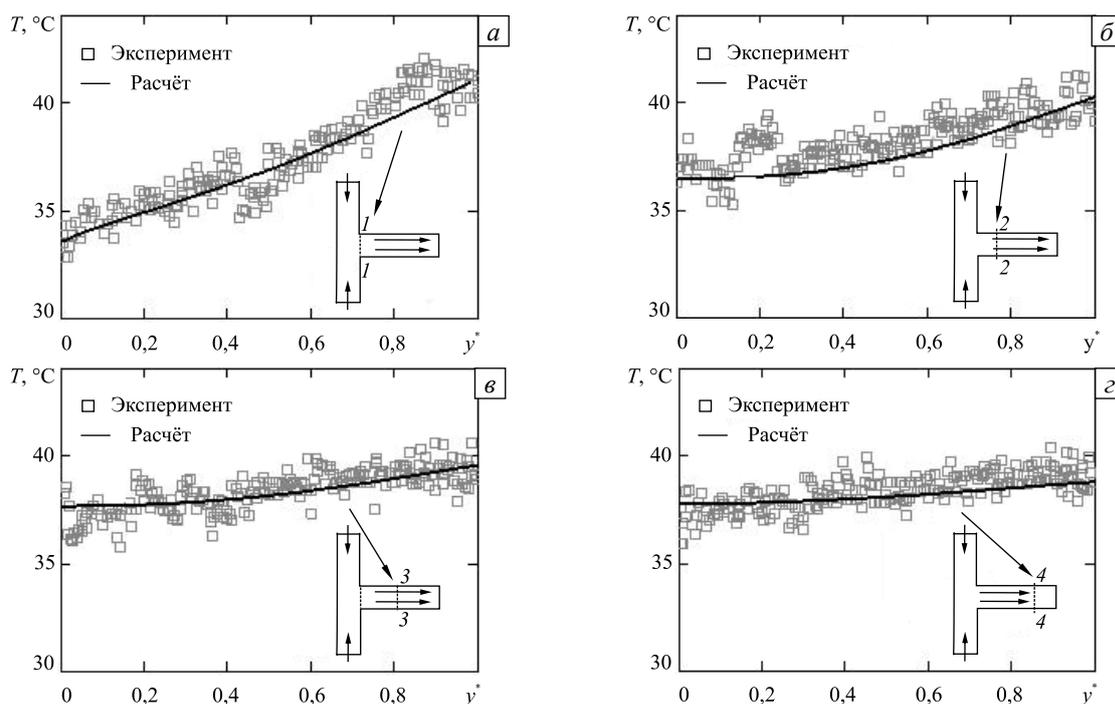
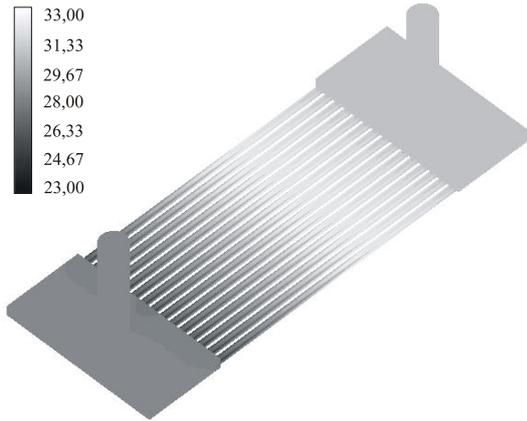


Рис. 5. Схема Т-образного теплообменника и распределение температуры в различных сечениях его канала смешения: сечение 1–1 (а); 2–2 (б); 3–3 (в); 4–4 (г)

приведённая ширина канала ( $y^* = y/W$ , где  $W$  — полуширина канала, равная 0,25 мм. Как видно из графиков, расчет во всех сечениях хорошо воспроизводит профили температуры в микроканале.

**Задача 2.** Моделировался теплообмен в микротеплообменнике, представляющем из себя блок, состоящий из 15 микроканалов прямоугольного сечения. Размеры каждого из микроканалов следующие: высота — 772 мкм, ширина — 1100 мкм, длина — 50000 мкм. Теплообменник изображен на рисунке 6, где также представлено распределение температуры стенок для числа Рейнольдса, равного 100. Охлаждающая вода подавалась через круглый перпендикулярный блоку канал диаметром 5000 мкм (расположенный на рисунке 6 сверху). Затем она попадала в раздающий коллектор размерами 30×15 мм<sup>2</sup> и высотой 2,5 мм. Дальнейшее движение происходило по микроканалам, нижняя стенка которых касалась охлаждаемой поверхности. После этого нагретая вода поступала в противоположный конец блока — собирающий коллектор, и отводилась через круглый канал. Следует заметить, что площадь охлаждаемой поверхности такого теплообменника равна 30×50 мм<sup>2</sup>, что соответствует размерам типичных элементов микросхем процессоров ЭВМ.



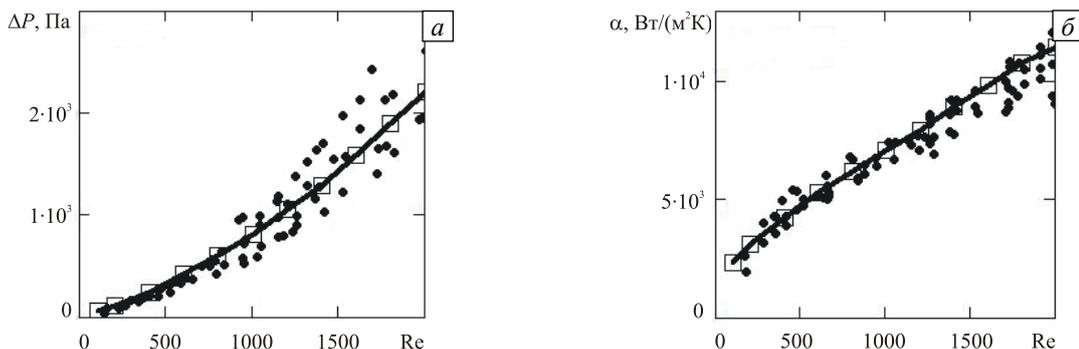
**Рис. 6.** Изолинии температуры на стенках микротеплообменника, а также подводящего и отводящего каналов

Проведено численное исследование этого устройства в рамках ламинарной нестационарной постановки. Число Рейнольдса определялось через расход воды на входе в теплообменник и диаметр подводящего канала и варьировалось в диапазоне от 100 до 2000. Исследуемыми величинами являлись падение давления между входом и выходом в теплообменник и величина среднего коэффициента теплоотдачи. Температура воды на входе в теплообменник задавалась равной 27°С. В каждом микроканале на нижней стенке устанавливалась постоянная плотность теплового потока, равная 10 кВт/м<sup>2</sup>. Остальные стенки рассматривались как адиабатические.

Для расчета использовалась структурированная многоблочная сетка, состоящая из 400000 узлов. Такая детализация была подобрана из методических расчетов. Полученные расчётные данные сравнивались с экспериментальными из [17]. Рисунок 7 содержит сопоставление результатов численного моделирования с экспериментом. На графиках представлены зависимости перепада давления между входом и выходом из теплообменника  $\Delta P$  и среднего коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  от числа Рейнольдса. Коэффициент теплоотдачи в данной задаче определялся следующим образом:  $\alpha = q/(T_w - T_f)$ , где  $T_w$  — средняя температура стенки микроканала,  $T_f$  — средняя арифметическая температура жидкости на входе и выходе из теплообменника.

Сравнение результатов показывает, что расчет в целом хорошо соотносится с экспериментом во всем рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса как по величине перепада давления, так и по величине коэффициента теплоотдачи. Разброс экспериментальных данных, увеличивающийся с ростом числа Рейнольдса, вызван тем, что после достижения значения  $Re = 800$  течение в собирающем коллекторе теплообменника перестает быть стационарным. Поэтому расчетные данные при больших числах Рейнольдса усреднялись по времени.

Следует обратить внимание на то, что коэффициент теплоотдачи в исследуемом устройстве достигает чрезвычайно высоких значений — 13000 Вт/(м<sup>2</sup>·К), которые в обычных условиях недостижимы для макроскопических однофазных теплообменников. Этот вывод указывает на перспективы применения микротеплообменников для эффективного использования тепловой энергии.



**Рис. 7.** Зависимость перепада давления (а) и среднего коэффициента теплоотдачи (б) от числа Рейнольдса; точки обозначены экспериментальные данные из [17], сплошная линия с квадратами – расчётные значения

## 5. Заключение

На основе универсального программного комплекса SigmaFlow разработана численная методика моделирования гидродинамики и теплообмена в микроканалах. Математическая модель, учитывающая гидродинамику микротечений и теплообмен, основывается на уравнениях Навье–Стокса и на уравнении переноса энергии и рассматривается в пространственной нестационарной постановке. Проведенные в рамках данной работы вычислительные эксперименты подтвердили справедливость такого подхода для жидкостей с граничными условиями прилипания на стенках вплоть до размеров каналов порядка 10 мкм. Тестирование математической модели и численного алгоритма осуществлено путем сравнения с имеющимися экспериментальными данными по течениям и теплообмену в микроканалах. В целом по результатам тестирования достигнуто хорошее согласование вычисленных и экспериментальных данных как по локальным характеристикам течения (формам профиля скорости и температуры, полученным микро-PIV методом и LIF измерениями), так и по интегральным параметрам (коэффициентам сопротивления и теплоотдачи) в широких диапазонах чисел Рейнольдса и размеров микроканалов. Для большинства рассматриваемых задач расхождение с экспериментом составило порядка нескольких процентов. Данное обстоятельство еще раз подтверждает, что для жидкостей, вплоть до течений в каналах микроканального размера, гидродинамика и теплообмен описываются классическими соотношениями механики сплошных сред.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-33061) и Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (соглашения № 16.740.11.0642, 14.A18.21.0344, 14.132.21.1750 и 8756).

## Литература

1. Karniadakis G., Beskok A., Aluru N. Microflows and nanoflows. – Springer Science+Business Media, Inc., 2005. – Interdisciplinary Applied Mathematics. – V. 29. – 817 p.
2. Rudyak V.Ya., Minakov A.V., Gavrilov A.A., Dekterev A.A. Application of new numerical algorithm of solving the Navier–Stokes equations for modelling the work of a viscometer of the physical pendulum type // Thermophys. Aeromech. – 2008. – V. 15, N. 2. – P. 333-345. [DOI](#)
3. Гаврилов А.А., Минаков А.В., Дектерев А.А., Рудяк В.Я. Численный алгоритм для моделирования ламинарных течений в кольцевом канале с эксцентриситетом // Сиб. журн. индустр. математики. – 2010. – Т. 13, № 4. – С. 3-14.
4. Гаврилов А.А., Минаков А.В., Дектерев А.А., Рудяк В.Я. Численный алгоритм для моделирования установившихся ламинарных течений неньютоновских жидкостей в кольцевом зазоре с эксцентриситетом // ЖВТ. – 2012. – Т. 17, № 1. – С. 44-56.
5. Menter F.R. Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows // AIAA 24th Fluid Dynamic Conference, Orlando, Florida, July 6-9, 1993. – AIAA 93-2906.
6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
7. Быстров Ю.А., Исаев С.А., Кудрявцев Н.А., Леонтьев А.И. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб. – СПб.: Судостроение, 2005. – 392 с.
8. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. – Berlin: Springer Verlag, 2002. – 423 p.
9. Leonard B.P. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation // Comput. Method Appl. M. – 1979. – V. 19, N. 1. – P. 59-98. [DOI](#)
10. Рхи С.М., Чоу У.Л. Численный расчет турбулентного обтекания профиля с отрывом у задней кромки // Аэрокосмическая техника. – 1984. – Т. 2, № 7. – С. 33-43.
11. Trottenberg U., Oosterlee C.W., Schüller A. Multigrid. – Academic Press, 2001. – 631 p.
12. Бильский А.В., Минаков А.В., Ягодницына А.А. Экспериментальное и численное исследование режимов течения и процессов перемешивания в микромиксере Т-типа // Доклады IV Всероссийской конференции «Фундаментальные основы МЭМС- и нанотехнологий», Новосибирск, 6-8 июня, 2012. – Вып. 4. – С. 81-86.
13. Judy J., Maynes D., Webb B.W. Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels // Int. J. Heat Mass Tran. – 2002. – V. 45, N. 17. – P. 3477-3489. [DOI](#)
14. Hwang Yu.W., Kim M.S. The pressure drop in microtubes and the correlation development // Int. J. Heat Mass Tran. – 2006. – V. 49, N. 11-12. – P. 1804-1812. [DOI](#)
15. Liu D., Garimella S.V. Investigation of liquid flow in microchannels // J. Thermophys. Heat Tr. – 2004. – V. 18, N. 1. – P. 65-72. [DOI](#)
16. Xu B., Wong T.N., Nguyen N.-T., Che Z., Chai J.C.K. Thermal mixing of two miscible fluids in a T-shaped microchannel // Biomicrofluidics. – 2010. – V. 4, N. 4. – 044102. [DOI](#)
17. Gaurav Agarwal, Manoj Ku. Moharana, Khandekar Sameer Thermo-hydrodynamics of developing flow in a rectangular mini-channel array // Proc. of the 9th International and 20th National ISHMT-ASME Heat and Mass Transfer Conference, Mumbai, India, 4-6 January, 2010. – P. 1342-1349. [DOI](#)

Поступила в редакцию 13.08.12; опубликована в электронном виде 28.12.12

## Сведения об авторах

Минаков Андрей Викторович, кфмн, доц., Сибирский федеральный университет (СФУ), 660079, Красноярск, пр. Свободный, д. 79; E-mail: tov-andrey@yandex.ru

Лобасов Александр Сергеевич, асп., СФУ; Email: perpetuityrs@mail.ru

Дектерев Александр Анатольевич, ктн, снс, Институт теплофизики СО РАН (ИТ СО РАН им. С.С. Кутателадзе), 630090, Новосибирск, пр. Лаврентьева, д. 1; E-mail: dekterev@mail.ru