

DOI: [10.7242/1999-6691/2012.5.4.54](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.4.54)
УДК 532.5-678

МОДЕЛЬ УТЕЧЕК ЧЕРЕЗ РАДИАЛЬНЫЕ ЗАЗОРЫ В ОДНОШНЕКОВОМ ЭКСТРУДЕРЕ СО СЛАБО ЛИНЕЙНО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ПО ДЛИНЕ ГЕОМЕТРИЕЙ ШНЕКА

И.А. Петров, Е.В. Славнов

Институт механики сплошных сред УРО РАН, Пермь, Россия

Предложена модель массопереноса в радиальном зазоре между внутренней поверхностью корпуса экструдера и шнеком с изменяющейся по его длине геометрией. В рамках модели перетекание жидкости через реборду шнека приводит к изменению секундного объемного расхода жидкости по каналу шнека, обуславливающему градиент давления, который в свою очередь задает интенсивность перетекания. Поток утечек, таким образом, представляет собой распределенную по длине шнека пространственную обратную связь. С помощью метода последовательных приближений получены численные решения системы модельных уравнений для цилиндрического шнека, конических шнеков, шнека с переменным по длине шагом нарезки. Определено влияние высоты зазора на напорно-расходные характеристики, величину развиваемого давления и вид его распределения по длине указанных шнеков.

Ключевые слова: течение в шнеке, радиальные утечки, циркуляция, распределенная обратная связь, отклонение аргумента

MODEL OF LEAKAGES THROUGH RADIAL CLEARANCES IN A SINGLE SCREW EXTRUDER WITH LINEARLY CHANGING GEOMETRY OF SCREW

I.A. Petrov and E.V. Slavnov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

The model of mass transfer of fluid flow through the radial clearance between the inner surface of the extruder barrel and screw with linearly varying geometry is proposed. It is assumed that the leakage of fluid over the flight changes the flow rate along the screw conduit, which specifies pressure gradient. The pressure gradient defines in turn the rate of leakages, and hence the flow of leakages is considered as a distributed feedback. The system of equations is solved using the method of successive iterations for cylindrical screws, conic screws and screws with a changing pitch. The influence of the clearance height on the pressure drop – flow rate characteristics of the screw and the type of pressure distribution is analyzed.

Key words: flow in extruder, radial leakages, circulation, distributed feedback, argument deviation

1. Введение

Одним из направлений теории шнековых машин является исследование влияния зазоров между гребнем винта и внутренней поверхностью цилиндра на рабочие характеристики установки. Анализ величины утечки жидкости, предложенный в работе [1], говорит о том, что утечки могут не учитываться, если зазор не превышает 5% глубины канала шнека. В то же время известно, что существует предельное значение величины зазора, при котором происходит существенная потеря напорности и срыв устойчивого процесса экструзии [2]. Хотя наличие зазоров и приводит к снижению напорности шнека и, как следствие, к уменьшению производительности, в некоторых ситуациях иметь большие радиальные зазоры необходимо для того, чтобы обеспечить качественное смешение компонентов и выравнивание их температур [1, 3, 4]. Например, зона плавления двухзаходных шнеков устроена таким образом, что над ребордой, разделяющей каналы, существует зазор, через который происходит перетекание расплава; это позволяет отделить расплавленную часть материала от нерасплавленной, увеличивая тем самым интенсивность плавления вследствие диссипативного разогрева [5, 6].

При рассмотрении массопереноса в зазоре общепринятый подход состоит в установлении суммарного потока утечек жидкости при заданном давлении, что позволяет оценить влияние зазоров на производительность и расходно-напорные характеристики шнековых машин [1, 7, 8, 9]. Считаем, что недостатком существующих моделей является вынесение потока утечек за пределы основного течения в канале шнека и предположение о распределении давления по длине шнека как об известном.

В статьях [10, 11] рассмотрена новая модель, в которой покинувшие канал утечки не выносятся за пределы основного течения, а возвращаются в него в некоторой точке, расположенной в предшествующем витке с другой стороны реборды. Интенсивность утечек определяется перепадом давления в соответствующих точках через реборду. Перепад давления зависит от объемного расхода жидкости по каналу шнека, который, в свою очередь, обуславливается интенсивностями утечек. В результате в статьях [10, 11] модель течения в шнеке рассматривается как система с распределенной пространственной обратной связью, интересная, кроме того, и тем, что ее модельные уравнения являются уравнениями с отклоняющимся аргументом.

В данной статье предлагается обобщение описанной модели на случай шнека с медленно изменяющейся по длине геометрией, когда производная функции, описывающей геометрию шнека, пренебрежимо мала по отношению к самой функции. В модельных уравнениях присутствует как положительное, так и отрицательное отклонение аргумента, в отличие от статьи [11], в которой используются уравнения с постоянным запаздыванием на двух шагах.

2. Модель радиальных утечек

Рассмотрим течение в шнеке как совокупность течений в канале шнека и в радиальном зазоре между внутренней поверхностью цилиндра и гребнем реборды. Решим задачу течения в канале в обращенном движении, используя модель с параллельными пластинами [1, 2]. Пренебрежем градиентом давления поперек канала шнека ввиду того, что исследуемые в рамках используемой модели шнеки имеют небольшие углы нарезки канала [1], не превышающие 20 градусов. Для ньютоновских жидкостей применим принцип суперпозиции. Общий расход вдоль оси канала шнека равен разнице расхода ненапорного течения, вызванного движением верхней стенки, и расхода напорного течения, направленного в противоположную сторону [1]. Для краткости расход ненапорного течения далее будем называть куэттовским, напорного — пуазейлевским.

Развернем канал на плоскость и направим ось x вдоль канала посередине его изменяющегося сечения. Введем следующие обозначения: $h(x)$ и $b(x)$ — высота и ширина канала в точке с координатой x ; $u_x(x)$ — проекция скорости верхней стенки на ось x ; μ — динамическая вязкость; $Q_k(x)$ — куэттовский расход; $Q_p(x)$ — пуазейлевский расход; $Q(x)$ — суммарный расход; $P(x)$ — давление.

Величина куэттовского расхода равна интегралу по высоте и ширине канала от треугольного профиля скорости в среднем по длине канала сечении. Интегрирование поперек канала состоит в умножении интеграла по высоте на величину $b(x)$ и поправочный коэффициент $2/3$, с помощью которого учитывается прилипание жидкости к боковым стенкам канала. Итак,

$$Q_k(x) = \frac{u_x(x)h(x)b(x)}{3}. \quad (1)$$

Значение поправочного коэффициента проверено моделированием в пакете ANSYS CFX течения в прямоугольном канале с движущейся верхней стенкой при нулевом градиенте давления.

Связь величины пуазейлевского расхода с градиентом давления получим с помощью приближенной формулы гидравлики для прямоугольной трубы [12]: $H = \frac{109}{3g}lv \frac{A^2 + B^2}{A^2B^2}$, где H — перепад давления

(метры столба жидкости), A и B — полуоси прямоугольного сечения, l — длина трубы, g — ускорение свободного падения, ϑ — кинематическая вязкость, v — средняя скорость течения жидкости. Заменяв в последней формуле l на Δx , A — на $h(x)/2$, B — на $b(x)/2$, умножив на плотность жидкости ρ

и ускорение g , а также учитывая, что $Q_p(x) = h(x)b(x)v$, получим: $\Delta P(x) = \frac{40}{3}\rho\vartheta Q_p(x) \frac{h^2(x) + b^2(x)}{h^3(x)b^3(x)} \Delta x$.

Устремив Δx к нулю и заменив произведение $\vartheta\rho$ динамической вязкостью μ , выразим градиент давления в канале через расход пуазейлевского течения:

$$\frac{dP(x)}{dx} = \frac{40}{3}\mu Q_p(x) \frac{h^2(x) + b^2(x)}{h^3(x)b^3(x)}. \quad (2)$$

Общий расход по каналу равняется разнице куэттовского и пуазейлевского расходов:

$$Q(x) = Q_k(x) - Q_p(x). \quad (3)$$

Используя выражения (1)–(3), найдем зависимость градиента давления от секундного объемного расхода жидкости по каналу шнека:

$$\frac{dP(x)}{dx} = \frac{40}{9}\mu u_x(x) \frac{h^2(x) + b^2(x)}{h^2(x)b^2(x)} - \frac{40}{3}\mu \frac{h^2(x) + b^2(x)}{h^3(x)b^3(x)} Q(x). \quad (4)$$

Уравнение (4) проверялось в конечно-элементном пакете ANSYS CFX на примере изотермического течения в прямой трубе прямоугольного сечения с подвижной верхней стенкой при заданном перепаде давлений на концах. Расчеты, произведенные по выражению (4), соответствуют результатам этого численного моделирования с отклонением не более 1%.

Далее, рассмотрим течение в зазоре. Расположим ось y вертикально, а ось z перпендикулярно образующей реборды в направлении, противоположном градиенту давления. Учитывая, что высота зазора $h_z(x)$ много меньше его длины (толщина реборды) b_z , будем полагать течение в нем как течение в плоской щели. Введем обозначения: $u_z(x)$ — проекция скорости стенки на ось z ; $\Delta(x)$ — длина линии, по которой разворачивается канал, от точки с координатой x до соответствующей ей точки, находящейся с другой стороны реборды в положительном направлении координатной линии x .

При изотермическом течении в плоской щели поле скорости определяется выражением [13]:

$$v = -\frac{1}{2\mu} \frac{dP(z)}{dz} (y^2 - yh_z(x)) + \frac{u_z(x)}{h_z(x)} y, \tag{5}$$

Проинтегрируем поле скорости по высоте зазора в точке реборды с координатой $x + \Delta(x)$. Запишем градиент давления вдоль зазора как перепад давления на витке, деленный на толщину реборды b_z :

$$q(x) = \frac{h_z^3(x + \Delta(x))}{12\mu} \left[\frac{P(x + \Delta(x)) - P(x)}{b_z} \right] + \frac{u_z(x + \Delta(x))h_z(x + \Delta(x))}{2}. \tag{6}$$

Величину $q(x)$, вычисляемую по формуле (6), будем называть интенсивностью притока жидкости в точку с координатой x .

Последующие рассуждения иллюстрируются рисунком 1, на котором изображены участки канала шнека с координатами x_1 и $x = x_1 + \Delta(x_1)$, разделенные ребордой. Выделим в канале шириной $b(x)$ и глубиной $h(x)$ параллелепипед длиной δx , переднее сечение которого пересекает ось канала в точке

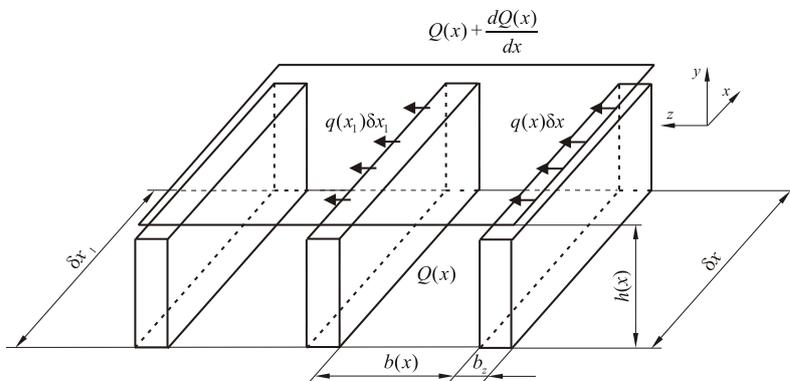


Рис. 1. Схема перетекания материала из данного витка в предыдущий виток шнека

с координатой x . В результате изменения геометрии шнека, например, его внешнего диаметра, в предыдущем витке шнека ему будет соответствовать параллелепипед длиной δx_1 , переднее сечение которого пересечет ось канала в точке с координатой $x_1 = x - \Delta(x_1)$. Объем жидкости, притекающий за единицу времени в выделенный в предыдущем витке шнека параллелепипед с координатой x через зазор, будет равняться $q(x)\delta x$. Это количество жидкости приведет

к увеличению секундного объемного расхода, протекающего по каналу. Если выделенный объем канала окажется не в первом витке шнека, из него будет происходить вытекание жидкости, которое послужит притоком для соответствующего ему объема в предыдущем витке. Отток материала из выделенного объема, являющийся притоком через реборду для некоторого объема на виток назад, вызовет уменьшение секундного объемного расхода по каналу.

Общее изменение секундного объемного расхода по каналу обуславливается притоком материала из предыдущего витка $q(x)\delta x$ и оттоком его в предыдущий виток $q(x_1)\delta x_1$. Количество жидкости, утекающей из данного выделенного малого объема, ввиду отсутствия источников внутри системы, равно количеству жидкости, притекающей в некоторый малый объем, соответствующий данному. Изменение секундного объемного расхода по каналу на участке длиной δx имеет вид:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = q(x) - q(x_1) \frac{\delta x_1}{\delta x}. \tag{7}$$

В уравнении (7) x_1 — координата точки, находящейся на виток назад от соответствующей точки с координатой x ; $\frac{\delta x_1}{\delta x}$ — отношение длин элементарных параллелепипедов, зависящее от геометрии шнека, которое будет определено дальше. Если геометрия шнека постоянна по его длине, то $\Delta(x_1) = \Delta = \text{const}$, $\delta x_1 = \delta x$, и уравнение (7) запишется как

$$\frac{dQ(x)}{dx} = q(x) - q(x - \Delta).$$

Примем, что для первого витка канала утечки отсутствуют, а для последнего отсутствует приток.

Уравнения (4), (6), (7) образуют полную систему уравнений модели изотермического течения линейной несжимаемой жидкости в шнеке с изменяющейся по длине геометрией с учетом массопереноса в зазоре между внутренней поверхностью корпуса и гребнем реборды шнека. Из системы уравнений видно, что приток из следующего витка приводит к изменению секундного объемного расхода по каналу, что в свою очередь изменяет градиент давления, который обуславливает интенсивность притока. В результате получается механическая система с распределенной по ее длине обратной связью, которая описывается дифференциальными уравнениями с отклоняющимся аргументом. Отметим, что в общем случае величина отклонения аргумента Δx переменна и определяется геометрией шнека. Система уравнений (4), (6), (7) содержит как положительное отклонение, так и запаздывание аргумента x_1 .

3. Безразмерные уравнения модели

Здесь и далее через z будем обозначать координату вдоль оси шнека. Так как любому значению координаты x однозначно соответствует значение координаты z , то система уравнений (4), (6), (7) может быть записана по координате z с помощью замен $dx = \frac{dz}{\sin(\varphi(z))}$, $\delta x = \frac{\delta z}{\sin(\varphi(z))}$, $\delta x_1 = \frac{\delta z_1}{\sin(\varphi(z_1))}$:

$$\begin{cases} \frac{dP_1(z)}{dz} \sin(\varphi(z)) = \frac{40}{9} \mu u_{1z}(z) \frac{h_1^2(z) + b_1^2(z)}{h_1^2(z) b_1^2(z)} - \frac{40}{3} \mu \frac{h_1^2(z) + b_1^2(z)}{h_1^3(z) b_1^3(z)} Q_1(z), \\ q_1(z) = \frac{h_{1z}^3(z + \Delta_1(z))}{12\mu} \left[\frac{P_1(z + \Delta_1(z)) - P_1(z)}{b_{1z}} \right] + \frac{u_{1z}(z + \Delta_1(z)) h_{1z}(z + \Delta_1(z))}{2}, \\ \frac{dQ_1(z)}{dz} = \frac{q_1(z)}{\sin(\varphi(z))} - \frac{q_1(z_1) f_1(z)}{\sin(\varphi(z_1))}, \end{cases} \quad (8)$$

где $\varphi(z)$ — угол нарезки канала шнека; $h_1(z)$, $b_1(z)$, $h_{1z}(z)$, $u_{1z}(z)$, $f_1(z) = \frac{\delta z_1}{\delta z}$ — зависимости, определяемые заданной геометрией шнека и записанные через новую координату; $P_1(z)$, $Q_1(z)$, $q_1(z)$ — искомые функции новой координаты. Вводя функцию зависимости шага нарезки от аксиальной координаты $s(z)$, вычислим $f_1(z)$ как отношение шага резьбы в соответствующих точках: $f_1(z) = \frac{s(z_1)}{s(z)}$.

Отметим, что для всех шнеков с постоянным шагом нарезки $f_1(z) = 1$. Функция $\Delta_1(z)$ является аналогом функции $\Delta(x)$ и задает проекцию отрезка, соединяющего соответствующие точки, лежащие на противоположных сторонах реборды, на ось z .

Обозначим через l длину шнека. Введем безразмерные комплексы: $\bar{z} = z/l$ — координата вдоль оси шнека; $\bar{\Delta}(\bar{z}) = \Delta_1(\bar{z})/l$ — отклонение аргумента; $\bar{P}(\bar{z}) = \frac{9 \sin(\varphi(0)) h_1^2(0) b_1^2(0)}{40 \mu u_{1z}(0) [h_1^2(0) + b_1^2(0)] l} P_1(\bar{z})$ — давление;

$\bar{Q}(\bar{z}) = \frac{3}{h_1(0) b_1(0) u_{1z}(0)} Q_1(\bar{z})$ — расход; $\bar{q}(\bar{z}) = \frac{2}{h_1(0) u_{1z}(0)} q_1(\bar{z})$ — интенсивность притока;

$\bar{D}(\bar{z}) = D(\bar{z})/l$ — внешний диаметр; $\bar{h}(\bar{z}) = h_1(\bar{z})/l$ — высота канала; $\bar{h}_z = h_{1z}(\bar{z})/l$ — высота зазора; $\bar{b}(\bar{z}) = b_1(\bar{z})/l$ — ширина канала; $\bar{b}_z = b_{1z}/l$ — толщина реборды.

При подстановке безразмерных комплексов в систему (8) с учетом линейного изменения геометрии шнека по длине она приводится к виду:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\bar{P}(\bar{z})}{d\bar{z}} &= c_1(\bar{z}) - c_2(\bar{z})\bar{Q}(\bar{z}), \\ \bar{q}(\bar{z}) &= c_3(\bar{z} + \bar{\Delta}(\bar{z}))[\bar{P}(\bar{z} + \bar{\Delta}(\bar{z})) - \bar{P}(\bar{z})] + c_4(\bar{z} + \bar{\Delta}(\bar{z})), \\ \frac{d\bar{Q}(\bar{z})}{d\bar{z}} &= c_5(\bar{z})\bar{q}(\bar{z}) - c_5(\bar{z} - \bar{\Delta}(\bar{z}))\bar{q}(\bar{z} - \bar{\Delta}(\bar{z}))f(\bar{z}), \end{aligned} \right. \quad (9)$$

где $c_1(\bar{z}) = \frac{\bar{h}^2(0)\bar{b}^2(0)}{\bar{h}^2(\bar{z})\bar{b}^2(\bar{z})} \frac{(\bar{h}^2(\bar{z}) + \bar{b}^2(\bar{z})) \operatorname{tg}(\varphi(0)) \bar{D}(\bar{z})}{(\bar{h}^2(0) + \bar{b}^2(0)) \operatorname{tg}(\varphi(\bar{z})) \bar{D}(0)}$, $c_2(\bar{z}) = \frac{\bar{h}^3(0)\bar{b}^3(0)}{\bar{h}^3(\bar{z})\bar{b}^3(\bar{z})} \frac{(\bar{h}^2(\bar{z}) + \bar{b}^2(\bar{z})) \sin(\varphi(0))}{(\bar{h}^2(0) + \bar{b}^2(0)) \sin(\varphi(\bar{z}))}$,
 $c_3(\bar{z}) = \frac{20}{27} \frac{\bar{h}_z^3(\bar{z})}{\sin(\varphi(0))\bar{b}_z} \frac{(\bar{h}^2(0) + \bar{b}^2(0))}{\bar{h}^3(0)\bar{b}^2(0)}$, $c_4(\bar{z}) = \frac{\bar{D}(\bar{z})}{\bar{D}(0)} \frac{\bar{h}_z(\bar{z}) \sin(\varphi(\bar{z}))}{\bar{h}(0) \cos(\varphi(0))}$, $c_5(\bar{z}) = \frac{3}{2\bar{b}(0)\sin(\varphi(\bar{z}))}$, $f(\bar{z}) = \frac{\delta\bar{z}_1}{\delta\bar{z}}$.

4. Численное решение системы

Для численного решения системы использовался метод последовательных приближений, реализуемый в виде итерационного процесса, внутри которого последовательно интегрировались уравнения системы (9).

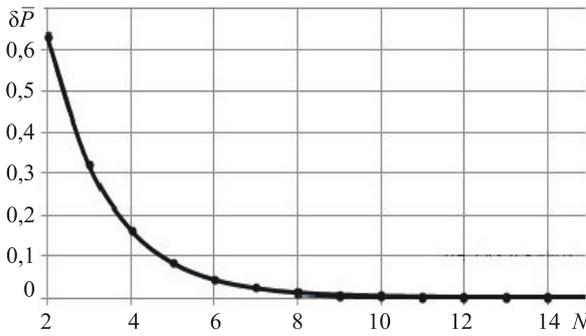


Рис. 2. Сходимость решения при вычислении безразмерного давления в зависимости от числа итераций; точки – расчетные значения; сплошная линия – аппроксимирующая их кривая

На первой итерации принималось нулевое приближение безразмерного расхода: $\bar{Q}^0(\bar{z}) = \bar{Q}(0)$ (здесь верхний индекс искомой величины означает номер приближения), по которому интегрированием первого уравнения системы находилось первое приближение для безразмерного давления. Далее по нему вычислялись первые приближения для интенсивности притока и безразмерного расхода. Вторая итерация начиналась с вычисления второго приближения безразмерного давления на основе первого приближения для расхода. На каждой итерации вычислялись максимальные абсолютные отклонения вновь полученных приближений от предыдущих. Итерационный процесс

заканчивался, когда все максимальные абсолютные отклонения становились меньше принятого по критерию сходимости значения. В рамках одной итерации уравнения интегрировались методом конечных разностей. Решение системы отыскивалось на отрезке $\bar{z} \in [0;1]$ с краевыми условиями: $\bar{Q}(0) = \bar{Q}_0$; $\bar{P}(0) = \bar{P}_0 = 0$; $\bar{q}(\bar{z}) = 0$ при $\bar{z} < 0$ и $\bar{z} > \bar{z}_1$, где $\bar{z}_1 + \bar{\Delta}(\bar{z}_1) = 1$.

На рисунке 2 приведен график сходимости итерационного процесса при вычислении безразмерного давления, полученный для одного из вариантов ($\delta\bar{P}$ — максимальное абсолютное отклонение N -го приближения функции безразмерного давления от ее $(N-1)$ -го приближения, где N — номер итерации). Из графика видно, что величина максимального абсолютного отклонения зависит от номера итерации по убывающему экспоненциальному закону (сплошная линия — аппроксимирующая зависимость).

5. Результаты моделирования

Моделирование производилось: для цилиндрических шнеков с различными значениями отношения шага нарезки к диаметру; для шнеков с конусностью по внешнему диаметру, конусностью по внутреннему диаметру; для шнеков с изменяющимся по длине шагом нарезки. Каждый шнек рассматривался при высоте зазора $h_z(x)$, равной 0; 0,025; 0,05; 0,075; 0,1; 0,125; 0,15 высоты канала $h(x)$, на входе шнека и различных начальных условиях. Результатами моделирования являются зависимости, показывающие изменения интегральных характеристик течения по длине шнека.

На рисунке 3 представлены кривые распределения давления по длине канала для цилиндрического шнека с постоянной геометрией. Кривая 1 отвечает шнеку без зазора, кривая 2 — шнеку с зазором, равным 0,1 высоты канала, при $\bar{Q}_0 = 0,5$. В обоих случаях распределение давления описывается линейной зависимостью с достоверностью аппроксимации (разницей между единицей и среднеквадратичным отклонением) $R^2 = 1$ и $R^2 = 0,9999$ соответственно.

Для цилиндрического шнека наличие зазора приводит к снижению создаваемого давления экструзии при заданном расходе, при этом вид распределения давления по длине остается линейным за исключением двух первых и двух последних витков. Решение системы (9) для шнеков с различным отношением шага нарезки канала к диаметру показало, что при уменьшении этого параметра чувствительность давления экструзии к высоте зазора увеличивается. Расходно-напорные характеристики цилиндрического шнека получались линейными.

На рисунке 4 приводится распределение давления по длине конического по наружному диаметру шнека. Кривая 1 соответствует шнеку без зазора, кривая 2 — шнеку с зазором 0,1 высоты канала. Как видно из графиков, наличие зазора приводит не только к снижению давления экструзии, но и к изменению общего характера распределения давления по длине канала. В этом случае на последней трети канала шнека градиент давления становится отрицательным, что делает шнек неработоспособным.

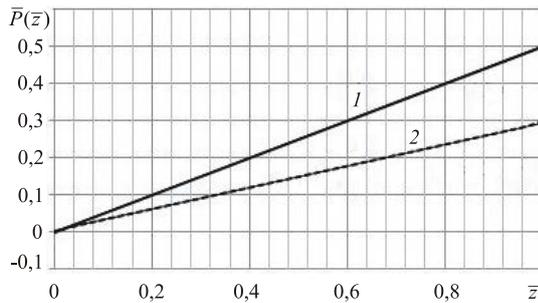


Рис. 3. Распределение давления по длине цилиндрического шнека, при отсутствии (кривая 1) и наличии (2) зазора, равного 0,1 высоты канала

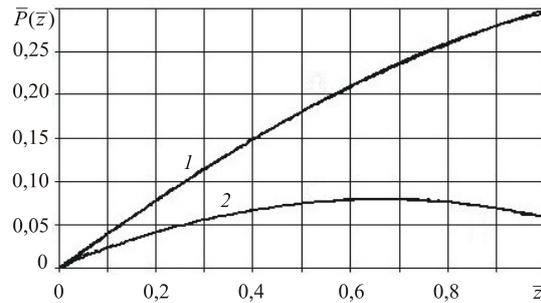


Рис. 4. Распределение давления по длине конического по внешнему диаметру шнека при отсутствии зазора (кривая 1) и при высоте зазора в 0,1 от высоты канала (2)

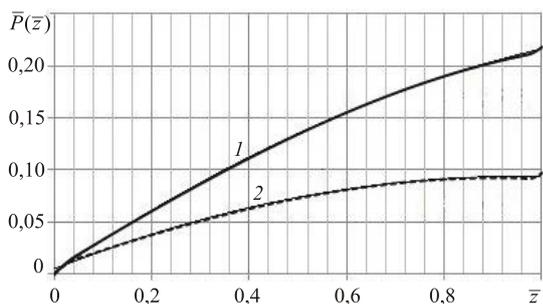


Рис. 5. Распределение давления по длине шнека с линейно изменяющимся шагом нарезки, для высоты зазора в 0,1 (кривая 1) и 0,15 высоты канала (2)

Рисунок 5 содержит пример распределения давления по длине шнека с линейно уменьшающимся шагом нарезки, полученный для высоты зазора, равной 0,1 и 0,15 высоты канала при $\bar{Q}_0 = 0,5$. За исключением двух первых и двух последних витков распределение давления по длине шнека в этом случае описывается параболой. Подобное распределение также наблюдается у шнеков с конусностью по внешнему и внутреннему диаметру. Напорно-расходные характеристики всех шнеков получались линейными.

Знание распределения давления дает возможность оценить влияние высоты зазора на напорно-расходные характеристики шнека.

Рассмотрим цилиндрический шнек, для которого ввиду постоянства геометрии $\bar{c}_1(\bar{z}) = 1, \bar{c}_2(\bar{z}) = 1,$

$$\bar{c}_3(\bar{z}) = \frac{20}{27} \frac{\bar{h}_z^3}{\sin(\varphi) \bar{b}_z} \frac{\bar{h}^2 + \bar{b}^2}{\bar{h}^3 \bar{b}^2}, \bar{c}_4(\bar{z}) = \frac{\bar{h}_z}{\bar{h}} \operatorname{tg}(\varphi), \bar{c}_5(\bar{z}) = \frac{3}{2\bar{b} \sin(\varphi)}. \text{ С учетом линейности давления система (9)}$$

для цилиндрического шнека может быть приведена к виду:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\bar{P}(\bar{z})}{d\bar{z}} &= 1 - \bar{Q}(\bar{z}), \\ \bar{q} &= \frac{20}{27} \frac{\bar{h}_z^3}{\bar{b}_z \sin(\varphi)} \frac{\bar{h}^2 + \bar{b}^2}{\bar{h}^3 \bar{b}^2} \frac{d\bar{P}(\bar{z})}{d\bar{z}} \bar{\Delta} + \frac{\bar{h}_z}{\bar{h}} \operatorname{tg}(\varphi), \\ \bar{Q}(\bar{z}) - \bar{Q}_0 &= \frac{2}{\bar{b} \sin(\varphi)} \bar{q} \bar{\Delta}. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Решив систему (10) относительно градиента давления, получим:

$$\frac{d\bar{P}(\bar{z})}{d\bar{z}} = \frac{(1 - \bar{Q}_0) - 2 \frac{\bar{h}_z}{\bar{h}} \frac{\bar{\Delta}}{\bar{b} \cos(\varphi)}}{1 + \frac{40 \bar{h}_z^3 (\bar{h}^2 + \bar{b}^2) \bar{\Delta}^2}{27 \bar{h}^3 \sin^2(\varphi) \bar{b}_z \bar{b}^3}}. \quad (11)$$

Из выражения (11) следует, что величина градиента давления при заданном расходе зависит от отношения высоты зазора к высоте канала шнека. Если при этом второй член в знаменателе $\left[\frac{40 \bar{h}_z^3 (\bar{h}^2 + \bar{b}^2) \bar{\Delta}^2}{27 \bar{h}^3 \sin^2(\varphi) \bar{b}_z \bar{b}^3} \right] \ll 1$, то зависимость линейна и определяется выражением

$$\frac{d\bar{P}(\bar{z})}{d\bar{z}} = (1 - \bar{Q}_0) - 2 \frac{\bar{h}_z}{\bar{h}} \frac{\bar{\Delta}}{\bar{b} \cos(\varphi)}. \quad (12)$$

Например, для шнеков с углом нарезки канала в 17 градусов и отношением высоты канала к ширине 1:5, а высоты зазора к высоте канала 1:10 знаменатель выражения (11) составляет 1,164; при уменьшении угла нарезки канала знаменатель увеличивается, что обуславливает увеличение чувствительности давления экструзии к высоте зазора. Расходно-напорные характеристики являются линейными и лежат ниже расходно-напорных характеристик шнека без зазора, причем с увеличением отношения \bar{h}_z/\bar{h} их крутизна уменьшается.

Шнеки со слабо изменяющейся геометрией можно рассматривать как совокупность витков различных

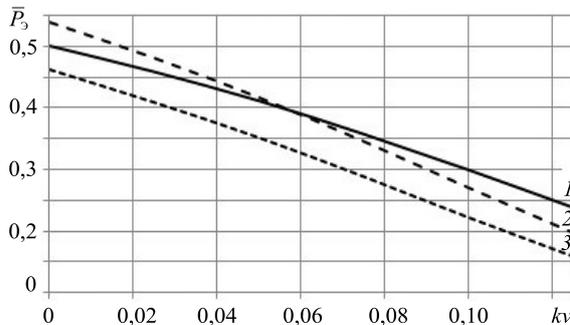


Рис. 6. Зависимость величины развиваемого давления от отношения высоты зазора к высоте канала на входе цилиндрического (кривая 1), конического по нарезке (2) и конического по внешнему диаметру шнеков (3)

цилиндрических шнеков, для каждого из которых верно выражение (11). Как следствие, ранее сделанные выводы для цилиндрических шнеков справедливы и для этих шнеков.

На рисунке 6 приведены графики зависимости безразмерного давления экструзии \bar{P}_3 от величины отношения высоты зазора к высоте канала kv для цилиндрического (кривая 1), конического по внутреннему диаметру (кривая 2) и конического по внешнему диаметру (кривая 3) шнеков. Для конических шнеков отношение высот зазора и канала вычисляются на начале шнека. Безразмерная высота канала цилиндрического шнека равняется 0,01, а для конических изменяется от 0,01 на входе до 0,0075 на выходе. Графики

получены при $\bar{Q}_0 = 0,5$ и $\bar{z} = 1$. Из графиков видно, что при заданном расходе зависимость развиваемого шнеками давления от высоты зазора близка к линейной, что подтверждает справедливость выражения (12).

6. Выводы

Предложена модель утечек через радиальные зазоры в шнековых машинах с линейной медленно изменяющейся по длине шнека геометрией в случае изотермического течения линейной вязкой несжимаемой жидкости. Численно решена система дифференциальных уравнений, содержащих опережение и запаздывание аргумента. Получены зависимости давления экструзии от зазора и найдены величины расходно-напорных характеристик при разных значениях зазора для шнеков с различной геометрией.

Анализ распределения давления, расхода и интенсивности утечек по длине шнека говорит о том, что постоянный поток утечек может быть вынесен за пределы течения в канале шнека только для цилиндрического шнека с постоянным шагом нарезки. Для шнеков же с изменяющейся геометрией интенсивность утечек и объемный расход изменяются по длине канала. Поэтому вынесение постоянного потока утечек за пределы канала приведет к погрешностям в определении напорно-расходных и интегральных характеристик течения.

Установлено, что, несмотря на изменение расхода по каналу шнеков с сужающимся каналом, функция, описывающая распределение давления имеет такой же вид, как и при отсутствии зазоров. Для шнеков с переменной геометрией существуют режимы, в которых наличие зазора приводит к качественному изменению характера распределения давления по каналу шнека. Зависимость давления экструзии от зазора оказалась близкой к линейной для всех исследованных геометрий шнека. Чувствительность давления экструзии к зазору зависит от геометрии шнека. Чем значительнее изменяется геометрия, тем чувствительнее давление экструзии к высоте зазора. Подобная закономерность присуща и шнекам с меньшим шагом нарезки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №10-08-96069р-Урал_а).

Литература

1. Янков В.И., Боярченко В.И., Первадчук В.П. Переработка волокнообразующих полимеров: В семи томах. – Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». – Т. 2. Течение полимеров в шнековых насосах. – 2005. – 998 с.
2. Раувендааль К. Экструзия полимеров. – С.-Петербург: Профессия, 2010. – 768 с.
3. Янков В.И., Славнов Е.В., Уржунцева С.И. Шнековые машины с продольной циркуляцией Сообщение 3. Интенсификация процесса смешения // Химические волокна. – 2003. – № 5. – С. 49-57.
4. Янков В.И., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Неизотермическое течение растворов и расплавов полимеров в каналах постоянного поперечного сечения // ТОХТ. – 2004. – Т. 38, № 2. – С. 192-201.
5. Myers J.A., Barr R.A. Improved screw design for maximum conductive melting // ANTEC 2002 Plastics: Annual Technical Conference. San Francisco, California, August 2, 2002. – V. 1 – P. 414-418. <http://www.robertbarr.com/pdfs/improved-screw-design.pdf> (дата обращения: 27.11.12)
6. Славнов Е.В., Янков В.И. Продольная циркуляция расплава полимера в двухзаходном шнековом смесителе с межканальным зазором // Вестник ПГТУ. Технологическая механика. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 2002. – С. 3-7.
7. Янков В.И., Славнов Е.В., Уржунцева С.И. Шнековые машины с продольной циркуляцией. Сообщение 2. Влияние радиальных зазоров на рабочие характеристики // Химические волокна. – 2003. – № 4. – С. 44-49.
8. Янков В.И., Славнов Е.В., Уржунцева С.И. Шнековые машины с продольной циркуляцией жидкости. Сообщение 1. Напорно-расходные характеристики // Химические волокна. – 2003. – № 2. – с. 54-59.
9. Mohr W.D., Mallouk R.S. Flow, power requirement, and pressure distribution of fluid in a screw extruder // Ind. Eng. Chem. – 1959. – V. 51, N. 6. – P. 765-770. DOI
10. Славнов Е.В., Судаков А.И., Бузмакова С.В. Модель радиальных утечек с циркуляцией в однозаходных шнековых машинах // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2008. – Т. 1, № 4. – С. 88-96. DOI
11. Петров И.А., Славнов Е.В. Моделирование течения в шнеке с радиальным зазором как системы с распределенной обратной связью, описываемой дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом. // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2012. – Т. 5, № 1. – С. 107-113. DOI
12. Справочник инженера машиностроителя: В 6 т. / Под ред. Н.С. Ачеркана. – М.: Машгиз, 1956. – Т. 2. – 562 с.
13. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика: В 2 ч. – М.: Физматгиз, 1963. – Ч. 2. – 727 с.

Поступила в редакцию 25.06.12; опубликована в электронном виде 28.12.12

Сведения об авторах

Петров Илья Андреевич, асп., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; E-mail: uralmaster_85@mail.ru

Славнов Евгений Владимирович, зав.лаб., дтн, ИМСС УрО РАН; Email: slavnov@icmm.ru