

DOI: [10.7242/1999-6691/2012.5.4.48](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.4.48)
 УДК 532.517.4: 536.25

ДВУМЕРНЫЕ И КВАЗИДВУМЕРНЫЕ РАСЧЕТЫ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ СЛОЯХ

А.С. Теймуразов¹, А.Ю. Васильев², П.Г. Фрик^{1,2}

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

²Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

Численно исследована турбулентная конвекция Рейлея–Бенара в ограниченном твердыми стенками вертикальном слое размерами $1 \times \Gamma \times 1$ (Γ – аспектное отношение, характеризующее толщину слоя) в рамках двумерной (2D) и квазидвумерной (Q2D) постановок. Основные расчеты выполнены для числа Рейлея $Ra = 2,2 \cdot 10^9$ и числа Прандтля $Pr = 7$. Проведено сравнение с результатами экспериментальных исследований турбулентной конвекции, возникающей в заполненной водой и подогреваемой снизу полости размерами $250 \times d \times 250$ мм³ (размер d варьировался от 15 до 50 мм). Показано, что при аспектном отношении $\Gamma \leq 0,1$ даже в рамках грубой модели линейного трения, использовавшейся в Q2D расчетах, учет трения на боковых границах позволяет получить реалистичную структуру турбулентного потока. При этом Q2D модель не только правильно описывает динамику крупномасштабного течения в слое, но и воспроизводит структуру распределения спектральной плотности энергии пульсаций скорости.

Ключевые слова: конвекция, турбулентность, тонкие слои, прямое численное моделирование

2D AND QUASI-2D DNS OF TURBULENT CONVECTION IN VERTICAL LAYERS

A.S. Teymurazov¹, A.Yu. Vasiliev² and P.G. Frick^{1,2}

¹Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

²Perm State National Research University, Perm, Russia

Turbulent Rayleigh-Benard convection in a bounded vertical layer of size $1 \times \Gamma \times 1$ (Γ is the aspect ratio that characterizes the layer thickness) is studied by two-dimensional (2D) and quasi-two-dimensional (Q2D) direct numerical simulations (DNS) mainly performed for Rayleigh number $Ra = 2.2 \cdot 10^9$ and Prandtl number $Pr = 7$. The simulation results are verified by comparison with the results of an experimental investigation into the convective flow of water in a rectangular box heated from below with dimensions $250 \times d \times 250$ mm³ (d varied from 15 to 50 mm). It is shown that, even in the framework of a crude model of linear friction used in the Q2D model, consideration of friction on lateral boundaries allows us to get a realistic structure of the turbulent flow with the aspect ratio $\Gamma \leq 0.1$. The Q2D model correctly describes the dynamics of the large-scale flow and reproduces the experimental power spectral density of velocity fluctuations.

Key words: convection, turbulence, thin layers, DNS

1. Введение

Двумерная турбулентность — явление достаточно абстрактное и в чистом виде не существует не только в природе, но и в лабораторных условиях [1]. Несмотря на это, двумерные турбулентные потоки активно исследуются, поскольку обладают совершенно особыми свойствами и к тому же требуют существенно меньших вычислительных ресурсов, благодаря чему стали доступны для прямого численного моделирования (с отношением шага сетки к размеру полости менее 0,001) [2, 3] примерно на двадцать лет раньше, чем трехмерные потоки [4].

Конвективная турбулентность примечательна тем, что соображения размерности дают степенные законы, не зависящие от размерности пространства — и в трехмерном, и в двумерном случаях предположение о существовании интервала масштабов, в котором реализуется баланс сил плавучести и нелинейных взаимодействий, приводит к известному степенному закону Обухова–Болджиано [5, 6], что дает надежду на исследование свойств развитой конвективной турбулентности в значительно более простой двумерной постановке. Ситуация, однако, не столь проста. Многолетние попытки получения интервала Обухова–Болджиано дали крайне неоднозначные результаты относительно условий его существования — последние исследования указывают на то, что в разных областях даже одного турбулентного конвективного течения могут устанавливаться различные степенные законы [7]. Вследствие этого трехмерность структуры реального потока становится принципиальной, и двумерное моделирование может дать неправильные результаты.

В то же время есть примеры качественно верного воспроизведения достаточно тонких эффектов, возникающих в реальных конвективных потоках, с помощью двумерных моделей. Так, в работе [8] результаты экспериментального исследования спонтанных перебросов направления крупномасштабной циркуляции, возникающей в прямоугольной полости на фоне развитой конвективной турбулентности, сопоставляются с результатами расчета двумерной конвективной турбулентности в квадратной области и демонстрируют качественное согласие.

Известен компромиссный подход, состоящий в рассмотрении крупномасштабных (квазидвумерных) турбулентных потоков в слоях жидкости [9, 10] с помощью двумерных уравнений. Такие потоки могут возникать в тонких слоях [11], в том числе конвективной природы [12]. Подход состоит в учете профиля течения с последующим интегрированием уравнений движения поперек слоя и переходе к двумерным уравнениям, которые могут учитывать достаточно сложные эффекты, связанные с нелинейным взаимодействием различных полей [13, 14]. В простейшем случае учет квазидвухмерности сводится к появлению в уравнениях так называемого линейного трения, описывающего влияние боковых стенок [15].

В данной работе рассматривается возможность использования двумерных и квазидвумерных моделей для описания важнейших характеристик турбулентной конвекции Релея–Бенара (подогрев снизу) в прямоугольных полостях квадратного (в вертикальном плане) сечения с варьируемой толщиной. Задача исследовалась экспериментально в работе [16], где показано, что вариация толщины полости (при фиксированных числах Релея и Прандтля) приводит к качественным перестройкам характера крупномасштабной циркуляции (КМЦ) в полости. Авторы [16] выделили три различных режима циркуляции. Для первого режима свойственна устойчивая циркуляция, амплитуда которой демонстрирует стохастические колебания, но направление циркуляции остается неизменным. Второй режим — режим с инверсиями, имеет чередующиеся интервалы с КМЦ в том или ином направлении. Длительность интервалов случайна, а в пределах каждого интервала КМЦ ведет себя как при первом режиме. Третий, смешанный, режим характеризуется многочисленными сменами направления КМЦ, которые не разделяются интервалами с квазистойчивой циркуляцией в одном направлении. При этом важно, что режим с перебросами возникает только в узком диапазоне значений аспектного отношения (порядка 0,2); именно этот режим моделировался в работе [8] с помощью двумерных численных расчетов.

Цель работы — выяснить, помогает ли учет влияния боковых стенок получить более реалистичное описание конвективной турбулентности в полости (по крайней мере, крупномасштабной циркуляции), и найти границы применимости модели линейного трения к течениям такого вида.

2. Постановка задачи и математическая модель

Рассматривается конвекция несжимаемой вязкой жидкости в прямоугольной области с твердыми границами. Верификация результатов расчета производится на основе экспериментальных данных, полученных на установке, представляющей собой кубическую полость с внутренним размером $L = 250$ мм; горизонтальные стенки куба представляют собой массивные медные теплообменники, а вертикальные стенки изготовлены из плексигласа толщиной 25 мм. В двух противоположных стенках имеется система вертикальных пазов, в которые устанавливаются плексигласовые перегородки, выделяющие в центральной части куба полость толщиной d , имеющую квадратное сечение. Начало системы координат находится в центре полости (Рис. 1, *a*). В экспериментах толщина d принимала значения от 15 до 250 мм [16]. В данной работе используются результаты экспериментов для выделенной полости с $d = 15; 24; 50$ мм. Куб заполнен дистиллированной водой, а движение жидкости исследуется в центральном сечении xOz внутренней полости с помощью системы цифровых трассерных измерений скорости (PIV системы). Перепад температуры на горизонтальных теплообменниках варьируется от 10 до 30°C.

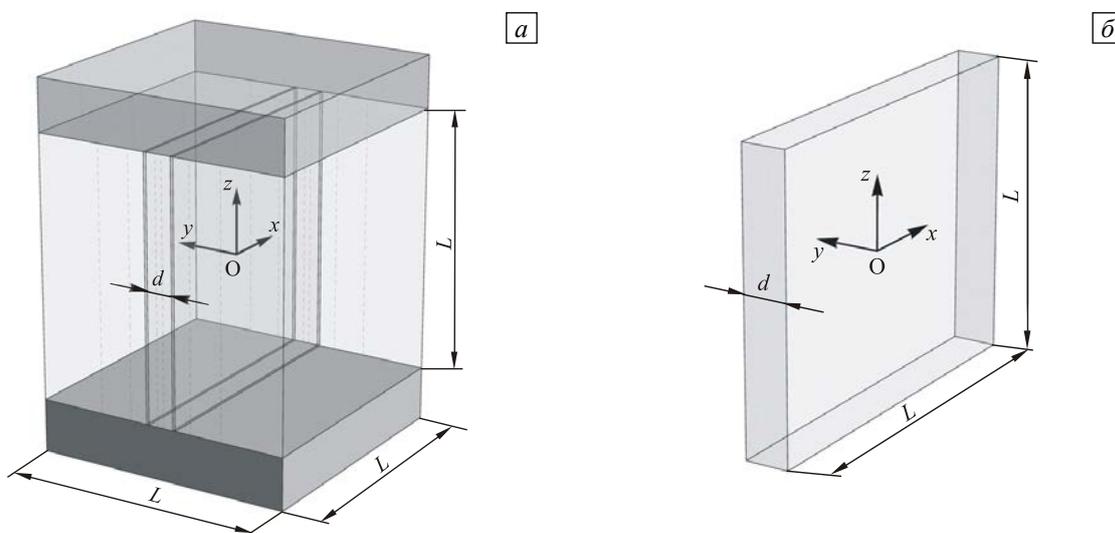


Рис. 1. Схема модели: экспериментальная установка (*a*), расчетная область (*b*)

Задача исследуется численно в двух различных постановках. В первом случае рассматривается двумерное течение в квадратной области, во втором — течение в тонкой вертикальной полости $d \ll L$ (Рис. 1, б) в приближении Хеле-Шоу, описывающем двумерное течение в щели с учетом заданного поперечного профиля скорости. Обе математические модели имеют в основе уравнения термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \text{Pr}^{-1} \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= -\nabla P + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} T \mathbf{e}_z, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T &= \Delta T. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь: $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля; $\text{Ra} = g\beta\theta L^3/(\nu\chi)$ — число Релея; t — время; \mathbf{v} — вектор скорости движения жидкости; P — давление (отклонение от гидростатического давления P_0); T — температура (отклонение от среднего значения T_0); ρ — среднее значение плотности; ν — кинематическая вязкость; g — ускорение свободного падения; β — температурный коэффициент объемного расширения; χ — коэффициент температуропроводности; \mathbf{e}_z — единичный вектор, направленный вдоль оси z . За единицы измерения длины, времени, скорости и давления выбраны L , L^2/ν , χ/L , $\rho\nu\chi/L^2$ соответственно. Единицей измерения температуры служит θ — разность температуры между горизонтальными границами полости.

Итак, первая из двух математических моделей является полностью двумерной (далее модель 2D). Она описывает двумерное конвективное течение в квадратной области, поле скорости в котором является плоским, то есть $\mathbf{v} = [v_x, 0, v_z]$, $\partial_y \mathbf{v} = \partial_y T = 0$.

Вторая модель, модель Хеле-Шоу, — квазидвумерная (далее будет называться моделью Q2D). В этом случае течение в вертикальном слое толщиной $d \ll L$ (Рис. 1, б) считается плоским, то есть $\mathbf{v} = [v_x, 0, v_z]$, но с заданным профилем скорости поперек слоя:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, z, t) \cos(\pi y/d). \quad (2)$$

Подстановка (2) в уравнения (1) с последующим интегрированием по y от $-d/2$ до $d/2$ приводит к двумерным уравнениям, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\pi}{4} \text{Pr}^{-1} \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= -\frac{\pi}{2} \nabla P + \Delta \mathbf{v} - \frac{\pi^2}{\Gamma^2} \mathbf{v} + \frac{\pi}{2} \text{Ra} T \mathbf{e}_z, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{2}{\pi} \mathbf{v} \cdot \nabla T &= \Delta T. \end{aligned} \quad (3)$$

Предпоследнее слагаемое в первом уравнении описывает вязкое трение о боковые стенки полости; $\Gamma = d/L$ есть аспектное отношение, характеризующее геометрию полости.

Граничные условия одинаковы для обеих постановок (2D и Q2D). Для скорости задаются условия прилипания на всех границах ($\mathbf{v} = 0$). Температура равняется $T = \theta/2$ на дне и $T = -\theta/2$ на верхней границе. Боковые границы теплоизолированы ($\partial T/\partial n = 0$). Вычисления начинаются из состояния равновесия, то есть $\mathbf{v}(x, z, 0) = 0$, $T(x, z, 0) = 0$, $P(x, z, 0) = 0$.

Дискретизация уравнений (1) для 2D модели и уравнений (3) для Q2D модели проводится по методу конечных объемов. Для решения применяется метод, основанный на процедуре коррекции давления (pressure-based algorithm), а именно полуявный метод для связанных через давление уравнений — SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) [17]. Используется равномерная расчетная сетка с совмещенными узлами (collocated grid), то есть значения всех переменных вычисляются в одних и тех же узлах [18]. Неявная расчетная схема аппроксимирует исходную систему дифференциальных уравнений со вторым порядком точности по координате и по времени. Программная реализация алгоритма выполняется с учетом возможности расчетов на многопроцессорных системах. Параллелизация компьютерного кода для систем с распределенной памятью производится с использованием библиотек MPI. Для распределения данных между процессорами применяется метод регулярной декомпозиции

расчетной области. Граничный обмен осуществляется с помощью «теневого» областей. Решение системы линейных алгебраических уравнений на каждом шаге алгоритма реализуется с помощью устойчивого метода бисопряженных градиентов BiCGStab (Stabilized version of BiConjugate Gradient method) из свободно распространяемой библиотеки с открытым исходным кодом PETSc (Portable, Extensible Toolkit for Scientific Computation) [19].

Расчеты проводились на вычислительном кластере «Уран» ИММ УрО РАН (г. Екатеринбург). Для выбора размера расчетной сетки проведены тестовые вычисления на сетках с различным количеством узлов. Во всех основных расчетах расчетная сетка была равномерной и имела размер 512×512 узлов. Для такой сетки ускорение работы параллельного алгоритма относительно времени счета на одном процессоре составило: на 32-х процессорах — 30,6 раз; на 64-х процессорах — 45,8 раз; на 128-ти — 72,6 раза.

3. Обсуждение результатов

Основная часть расчетов выполнена для фиксированных значений чисел Прандтля ($Pr = 7$) и Релея ($Ra = 2,2 \cdot 10^9$), соответствующих средней температуре воды 25°C и перепаду температур $\theta = 10^\circ\text{C}$. В лабораторных экспериментах при этих значениях параметров наблюдались все три режима КМЦ (по мере расширения полости) [16]. Качественное изменение структуры двумерного потока при учете трения на боковых стенках иллюстрирует рисунок 2, на котором показаны примеры мгновенных полей скорости, полученные в двумерных расчетах и Q2D расчетах для ширины щели $d = 15$ мм. На этом же рисунке приведен и пример поля скорости, измеренного в лабораторном эксперименте с помощью PIV-системы в центральном сечении xOz полости при тех же значениях параметров. Можно видеть, что в Q2D расчетах масштабы доминирующих структур подобны наблюдаемым в эксперименте, в то время как чисто двумерная модель дает один доминирующий вихрь, сопровождаемый парой вихрей противоположного знака в углах области.

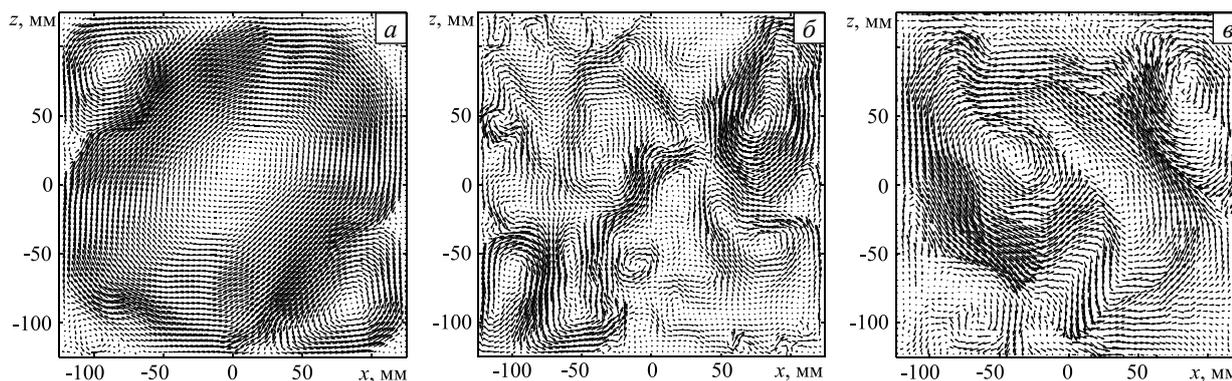


Рис. 2. Мгновенные поля скорости для $Ra = 2,2 \cdot 10^9$: чисто двумерный случай (2D расчет) (а); модель с линейным трением $d = 15$ мм (Q2D расчет) (б); эксперимент при $d = 15$ мм (в)

Для количественной оценки характера эволюции крупномасштабной циркуляции жидкости в полости вычислялась амплитуда старшей моды разложения поля завихренности в ряд Фурье

$$B_{11}(t) = \frac{4}{L^2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \omega_y(x, z, t) \cos(\pi x/L) \cos(\pi z/L) dx dz$$

и регистрировались ее вариации в течение длительного времени (несколько тысяч секунд размерного времени). На рисунке 3 показаны изменения амплитуды $B_{11}(t)$ в течение 4000 секунд, полученные по экспериментальным данным и по результатам Q2D расчетов для трех значений толщины слоя ($d = 15; 24; 50$ мм). Следует отметить, что хотя вычисления и начинались из состояния равновесия, начальный этап развития течения изымался из рассмотрения. Таким образом, началу отсчета по оси времени на рисунке 3 соответствует начало анализируемого интервала, а не момент старта расчетов. Это действие аналогично тому, как в физическом эксперименте после включения установки следует ожидание выхода системы на режим, и лишь потом проводятся измерения. Вариации амплитуды носят случайный характер и детального совпадения дать не могут, но, тем не менее, из рисунка видно, что при малых толщинах (15 и 24 мм) колебания, полученные в расчетах и экспериментах, имеют близкую амплитуду и похожую структуру, в то время как для $d = 50$ мм расчет и эксперимент дают принципиально

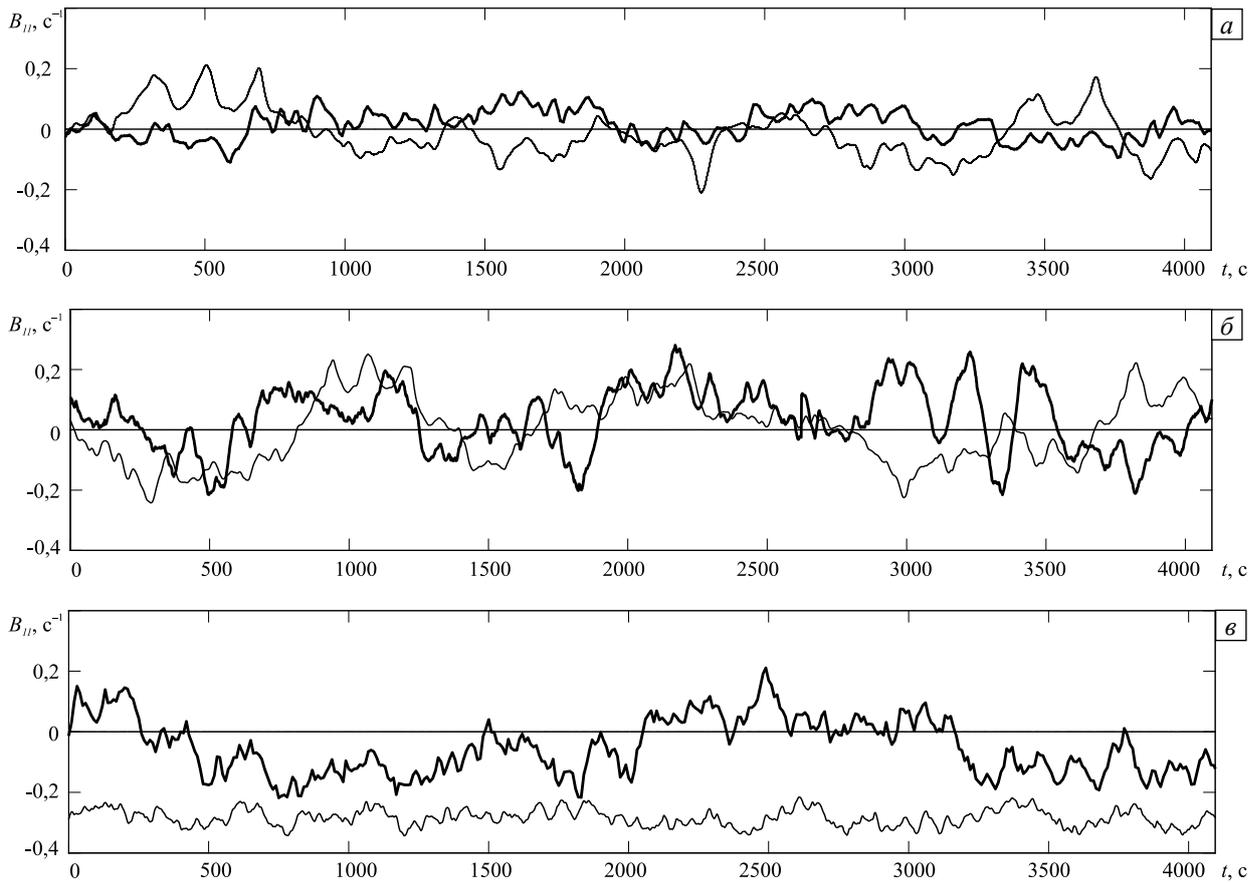


Рис. 3. Примеры изменений амплитуды крупномасштабной циркуляции со временем: $d = 15$ мм (а), $d = 24$ мм (б), $d = 50$ мм (в); тонкая линия – Q2D расчет, жирная линия – эксперимент

разные режимы поведения КМЦ: в эксперименте возникает циркуляция со сменой направления вращения, в расчете поток закручивается в одну сторону, а амплитуда циркуляции совершает относительно слабые колебания вокруг своего среднего значения.

Помимо поведения крупномасштабной циркуляции интерес представляют характеристики поля мелкомасштабных (турбулентных) пульсаций скорости. На рисунке 4 представлены поля энергии пульсаций скорости E_n , полученные в Q2D расчетах и эксперименте для $d = 24$ мм. Структура полей для полной энергии в расчетах и в эксперименте достаточно близка (см. Рис. 4, д, е), хотя интенсивность пульсаций в расчетах в целом получается завышенной. Однако сравнение энергии пульсаций

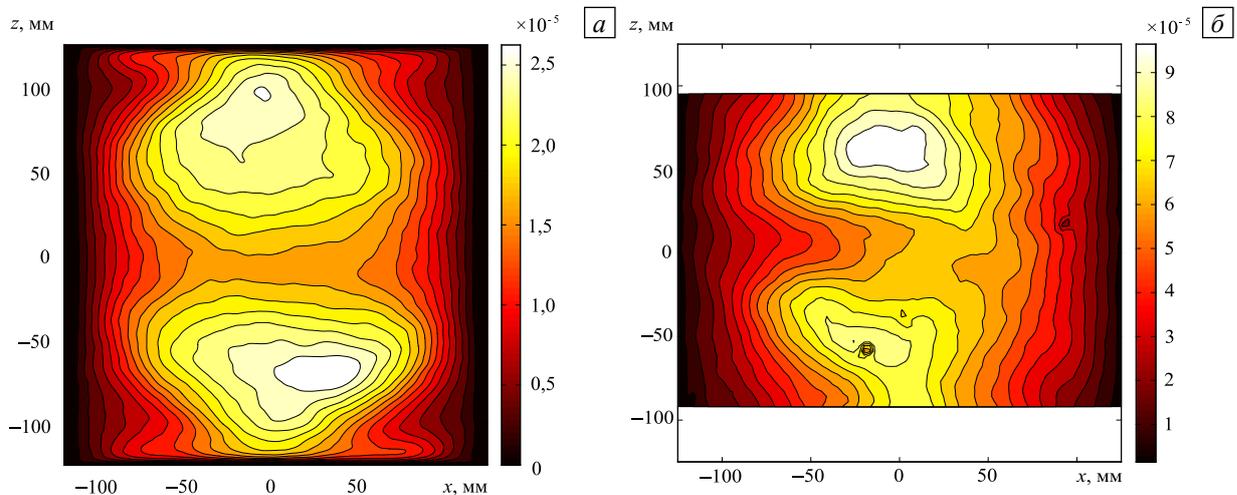


Рис. 4. Распределение средней по времени энергии пульсаций скорости E_n , m^2/c^2 при $d = 24$ мм: горизонтальная компонента (расчет (а), эксперимент (б)); вертикальная компонента (расчет (д), эксперимент (е)); полная энергия (расчет (д), эксперимент (е))

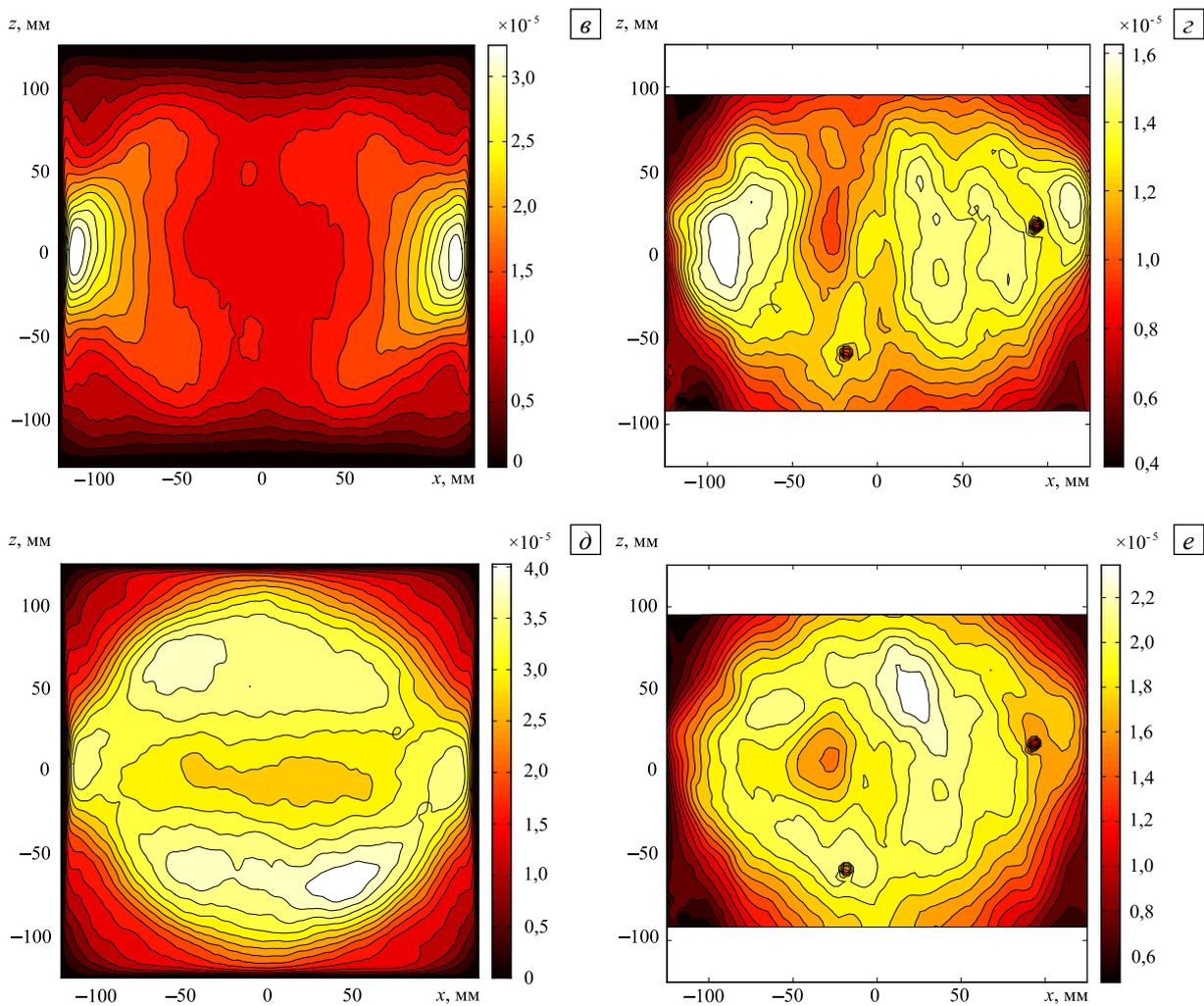


Рис. 4. Продолжение

отдельных компонент скорости показывает, что приближение Q2D приводит к более выраженной концентрации пульсаций вертикальной компоненты скорости у вертикальных границ, хотя поля для горизонтальной компоненты подобны (отметим, что в эксперименте не удастся получить данные в областях вблизи горизонтальных границ из-за сильной рефракции в тепловых пограничных слоях — этим областям соответствуют белые горизонтальные полосы на рисунке 4, б, з, е).

Рисунок 5 показывает изменение структуры поля энергии пульсаций с увеличением толщины полости d , полученное в Q2D ($d = 7,5; 15; 24; 50$ мм) и 2D ($d = \infty$) расчетах. Видно, что в узкой полости (в тонком слое) энергия пульсаций достаточно равномерно распределена по всей области, за исключением периферии. По мере увеличения толщины полости роль трения о боковые поверхности падает, и в структуре крупномасштабного течения проступает характерная для 2D модели трехвихревая структура — большой центральный вихрь и два меньших, расположенных в противоположных углах (см. Рис. 2, а). Направление вращения центрального вихря устанавливается случайным образом и остается неизменным в течение всего времени расчета. Энергия пульсаций концентрируется при этом вблизи границы противовращающихся вихрей. Такую картину можно видеть на рисунке 5, з, на котором показан случай $d = 30$ мм (при $d = 24$ мм еще сохраняется режим, при котором отсутствует выделенное направление циркуляции). При $d = 50$ мм результаты Q2D расчета практически не отличаются от расчетов 2D. Интенсивные пульсации скорости оказываются локализованными в узких язычках, примыкающих к границам в местах столкновения потоков, обусловленных соответствующей парой вихрей.

Интегральные значения энергии пульсаций скорости E_n в центральном сечении полости приведены в таблице наряду с энергией среднего течения (E_{cp}) и их отношением (часто называемым коэффициентом турбулентности). Видно, что по мере роста аспектного отношения Γ энергия среднего течения, получаемая в Q2D расчетах, монотонно растет, приближаясь к значению из 2D расчета. Энергия пульсаций

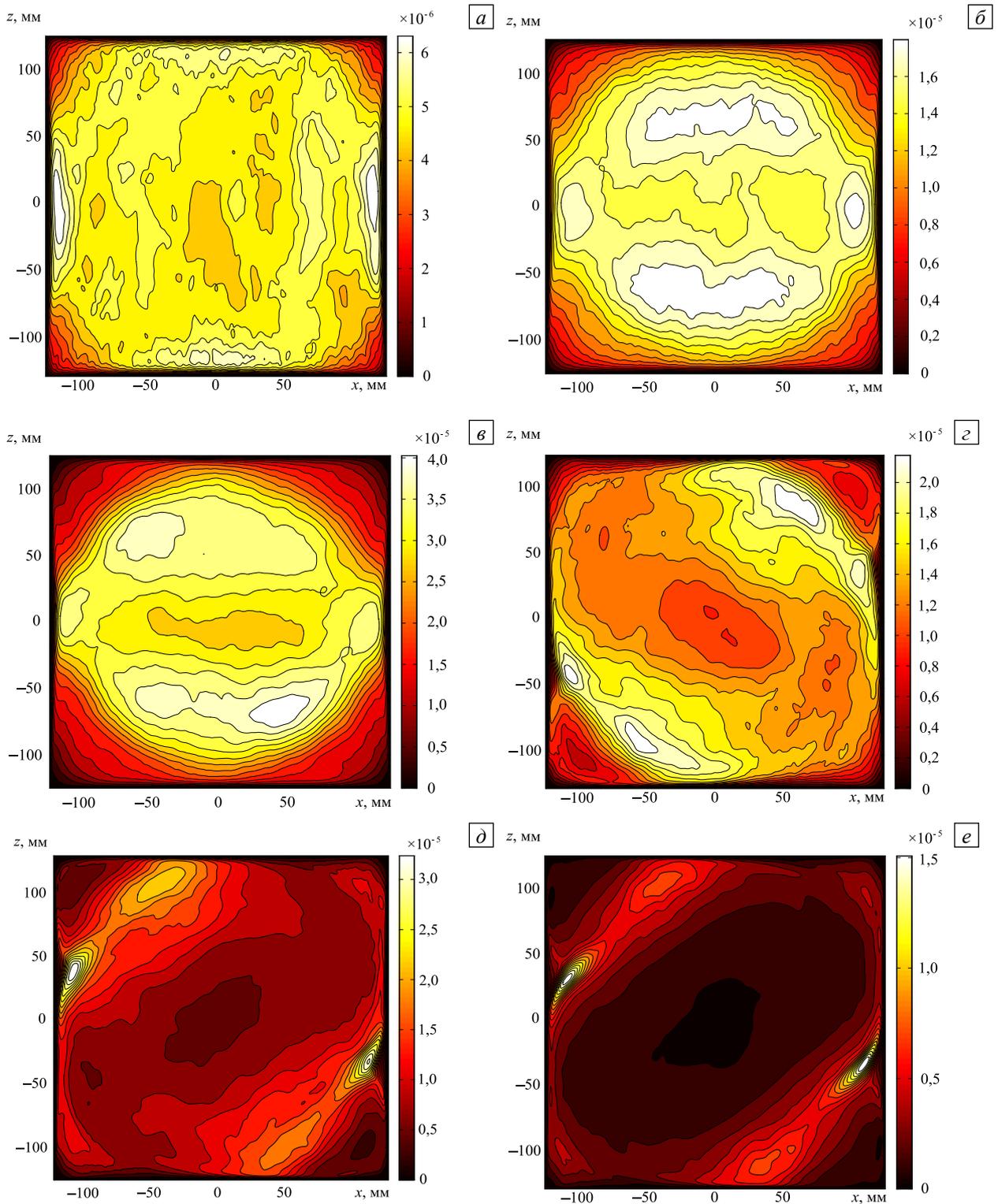


Рис. 5. Распределение средней по времени полной энергии пульсаций скорости E_n , $\text{м}^2/\text{с}^2$, полученное в расчетах для различных значений толщины полости d , мм: 7,5 (а); 15 (б); 24 (в); 30 (г); 50 (д); ∞ (то есть 2D расчет) (е)

при этом имеет максимум при $\Gamma \approx 0,1$, а ее отношение к энергии среднего течения монотонно падает с ростом толщины слоя. Результаты экспериментальных измерений подтверждают обнаруженные тенденции в поведении энергии пульсаций скорости для $\Gamma \leq 0,1$, хотя в расчетах коэффициент турбулентности завышен. Для $\Gamma = 0,2$ режим течения, наблюдаемого в эксперименте, принципиально отличается от расчетного: в расчетах циркуляции жидкости свойственно постоянное направление, а в эксперименте наблюдаются интервалы случайной длительности с циркуляцией различного

Таблица. Энергия среднего течения E_{cp} и энергия турбулентных пульсаций E_n для всех рассмотренных режимов

d , мм	Γ	E_{cp} , m^2/c^2		E_n , m^2/c^2		E_n / E_{cp}		
		Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	
7,5		0,030	$2,4 \cdot 10^{-7}$	–	$4,7 \cdot 10^{-6}$	–	19,60	–
15		0,068	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$7,5 \cdot 10^{-6}$	8,50	2,42
24		0,096	$4,4 \cdot 10^{-6}$	$4,8 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	5,90	3,54
30		0,120	$2,8 \cdot 10^{-5}$	–	$1,4 \cdot 10^{-5}$	–	0,50	–
50	+	0,200	$5,8 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-6}$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	$7,0 \cdot 10^{-6}$	0,17	0,74
50	\pm	0,200	–	$2,5 \cdot 10^{-6}$	–	$1,4 \cdot 10^{-5}$	–	5,51
∞		∞	$5,7 \cdot 10^{-5}$	–	$2,6 \cdot 10^{-6}$	–	0,05	–

направления. В последнем случае среднее значение амплитуды КМЦ близко к нулю, и энергия среднего течения резко падает (см. таблицу). Для того чтобы сравнить эти экспериментальные данные с расчетными, получены значения энергии только для интервалов времени, характеризуемых заданным направлением циркуляции (строка в таблице помечена знаком «+»). Расчет показал, что уровень пульсаций снижается в 35 раз; в эксперименте также наблюдается падение, но не столь радикальное (в 4 раза). При подсчете пульсаций относительно общего среднего значения, вычисленного по результатам всей реализации (строка « \pm »), средняя энергия оказывается существенно меньшей, а энергия пульсаций большей, и их отношение дает наибольшее для всех экспериментов значение.

Принципиальное отличие структуры турбулентного потока в двумерных и квазидвумерных расчетах иллюстрирует и рисунок 6, на котором представлены спектральные плотности энергии пульсаций вертикальной компоненты скорости в двух выделенных точках полости — в центре ($x = y = z = 0$) и в точке ($x = y = 0, z = -94$ мм). Q2D расчет (тонкие линии) дает выраженный степенной интервал с характерным для трехмерной турбулентности колмогоровским наклоном « $-5/3$ » (в интервале частот $0,01 \div 0,1$ Гц), возможность появления которого в рамках двумерного расчета (даже при наличии линейного трения) далеко не очевидна. В двумерной (не конвективной) турбулентности интервал « $-5/3$ » характеризуется обратным каскадом энергии и возникает на масштабах, больших масштаба возбуждения турбулентности [1]. На масштабах, меньших масштаба возбуждения, в двумерной турбулентности возникает инерционный интервал переноса энтропии, характеризуемый наклоном « -3 ». Этот наклон также показан на рисунке, и можно видеть, что высокочастотная часть спектров, полученных в Q2D расчетах, действительно тяготеет к такому наклону.

Полученные в Q2D расчетах спектры близки к экспериментальным спектрам энергии пульсаций скорости, также показанных на рисунке 6. Основное отличие состоит в том, что на частотах выше 0,1 Гц в экспериментальных спектрах отсутствует переход к спектру « -3 ». Это не удивительно, так как частота 0,1 Гц соответствует пространственным структурам с масштабами порядка толщины слоя (при пересчете

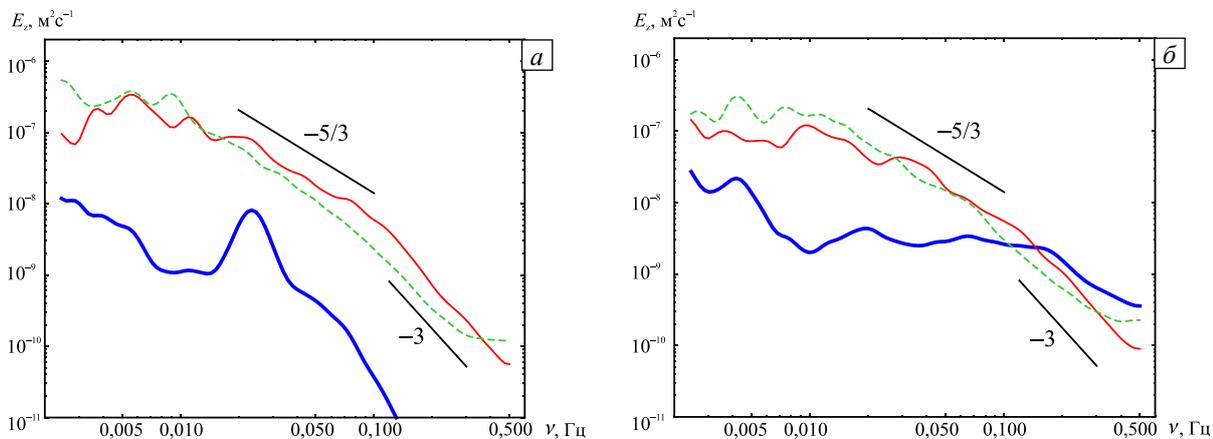


Рис. 6. Спектральная плотность энергии пульсаций вертикальной компоненты скорости V_z в центре полости (а) и в точке ($x = 0, z = -94$ мм) (б); Q2D расчет (тонкая линия) и эксперимент (штриховая линия) для $d = 24$ мм; 2D расчет (жирная линия); прямыми линиями показаны наклоны « $-5/3$ » и « -3 »

по характерной средней скорости течения), что означает переход к существенно трехмерной структуре турбулентного потока, в которой интервал «-3» появиться не может. Отметим, что спектры, рассчитанные для пульсаций скорости в тех же точках, но по данным 2D модели (жирная линия на рисунке 6), имеют принципиально другую структуру. Во-первых, энергия пульсаций в этом случае на порядок ниже. Во-вторых, в спектрах отсутствует интервал со степенным законом. В-третьих, в центральной части полости появляется доминирующая частота пульсаций (пик в спектре приходится на частоту 0,023 Гц).

Для сопоставления полученных результатов с данными работы [8] выполнена серия расчетов для $Pr = 3,5$; $Ra = 2,2 \cdot 10^8$ и аспектных отношений $\Gamma = 0,03; 0,1; 0,2; \infty$. При таком соотношении параметров действительно возникает режим с инверсиями, причем как в 2D, так и в Q2D расчетах при $\Gamma = 0,2$. Вариации амплитуды КМЦ, полученные в долговременных расчетах для $Pr = 3,5$ и различных значений толщины слоя, показаны на рисунке 7. Видно, что для малых аспектных отношений результаты качественно не меняются по отношению к случаю $Pr = 7$, $Ra = 2,2 \cdot 10^9$: в тонкой щели циркуляция очень слабая, с увеличением толщины возникают колебания вокруг нулевого значения. Режим с инверсиями реализуется при достаточно большом аспектном отношении, при котором, как было показано выше, структура реального турбулентного потока не воспроизводится.

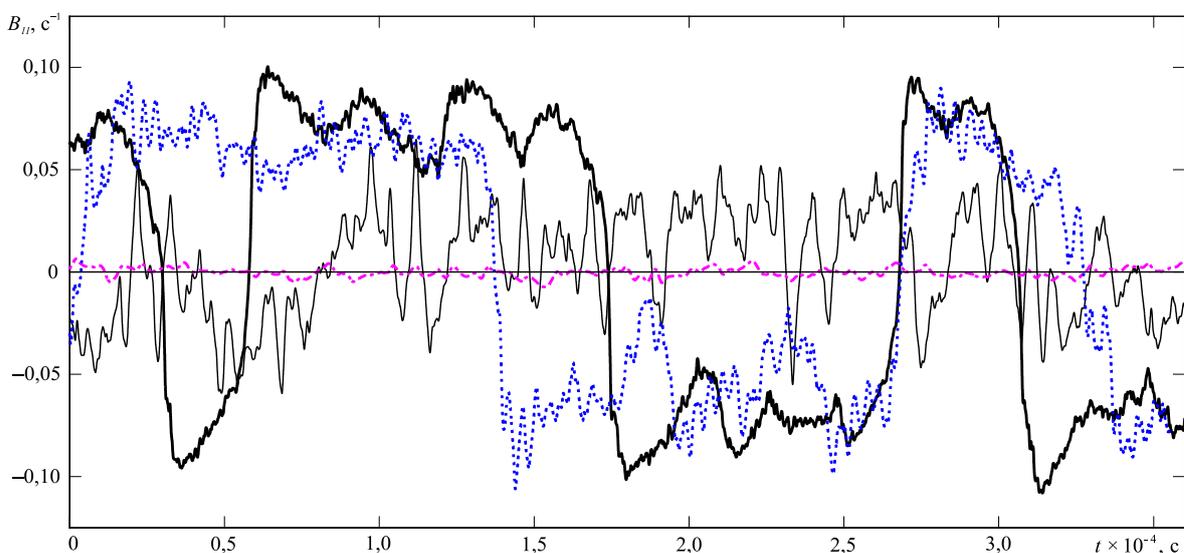


Рис. 7. Поведение амплитуды крупномасштабной циркуляции со временем при $Pr = 3,5$ и $Ra = 2,2 \cdot 10^8$: штрихпунктирная линия – $d = 7,5$ мм; тонкая линия – $d = 25$ мм; пунктирная линия – $d = 50$ мм; жирная линия – $d = \infty$, то есть 2D расчет

4. Заключение

Выполнены расчеты турбулентной конвекции в тонких вертикальных слоях жидкости при подогреве снизу в рамках чисто двумерной (2D) и квазидвумерной (Q2D) моделей и проведено сопоставление результатов с данными лабораторных экспериментов. Показано, что учет трения на боковых границах даже в рамках грубой модели линейного трения, используемой в Q2D расчетах, позволяет получить реалистичную структуру турбулентного потока при аспектном отношении $\Gamma \leq 0,1$. При этом Q2D модель не только правильно описывает динамику крупномасштабного течения в слое, но и воспроизводит распределение энергии пульсаций скорости как в физическом пространстве, так и в пространстве Фурье.

Результаты расчетов в 2D постановке имеют достаточно слабое отношение к турбулентному течению в реальной полости при любом аспектном отношении, хотя именно в такой постановке были выполнены расчеты в работе [8] для определения области параметров, в которой существует режим со случайными инверсиями направления циркуляции. Отметим, что область существования режимов с инверсиями ограничена сверху как по числу Рейля, так и по числу Прандтля. Режим с инверсиями не наблюдается при использованных значениях числа Рейля $Ra = 2,2 \cdot 10^9$ и числа Прандтля $Pr = 7$ ни в расчетах, представленных здесь, ни в 2D расчетах работы [8].

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований УрО РАН (проект № 12-Т-1-1008), РФФИ (проект №11-01-96000_Урал), Совета по грантам Президента РФ для молодых ученых – докторов наук (грант МД-4471.2011.1), а также проекта Международных исследовательских групп, поддерживаемого Министерством образования Пермского края.

Литература

1. Фрик П.Г. Турбулентность: подходы и модели. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. – 332 с.
2. Benzi R., Paladin G., Patarnello S., Santangelo P., Vulpiani A. Intermittency and coherent structures in two-dimensional turbulence // J. Phys. A: Math. Gen. – 1986. – V. 19, N. 18. – P. 3771-3784. DOI
3. Babiano A., Basdevant C., Legras B., Sadoumy R. Vorticity and passive-scalar dynamics in two-dimensional turbulence // J. Fluid Mech. – 1987. – V. 183. – P. 379-397. DOI
4. Kaneda Y., Ishihara T., Yokokawa M., Itakura K., Uno A. Energy dissipation rate and energy spectrum in high resolution direct numerical simulations of turbulence in a periodic box // Phys. Fluids. – 2003. – V. 15. – P. L21-L24. DOI
5. Обухов А.М. О влиянии архимедовых сил на структуру температурного поля в турбулентном потоке // ДАН СССР. – 1959. – Т. 125, № 6. – С. 1246–1248.
6. Bolgiano R. Turbulent spectra in a stably stratified atmosphere // J. Geophys. Res. – 1959. – V. 64, N. 12. – P. 2226-2229. DOI
7. Lohse D., Xia K.-Q. Small-scale properties of turbulent Rayleigh-Benard convection // Annu. Rev. Fluid Mech. – 2010. – V. 42. – P. 335-364. DOI
8. Sugiyama K., Ni R., Stevens R.J.A.M. et al. Flow reversals in thermally driven turbulence // Phys. Rev. Lett. – 2010. – V. 105, N. 3. – 034503-034506. DOI
9. Аристов С.Н., Фрик П.Г. Крупномасштабная турбулентность в тонком слое неизотермической вращающейся жидкости // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1988. – Т. 4. – С. 48-55.
10. Аристов С.Н., Фрик П.Г. Крупномасштабная турбулентность в конвекции Релея-Бенара // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1989. – № 5. – С. 43-48.
11. Sommeria J. Experimental study of the two-dimensional inverse energy cascade in a square box // J. Fluid Mech. – 1986. – V. 170. – P. 139-168. DOI
12. Баранников В.А., Фрик П.Г., Шайдулов В.Г. Спектральные характеристики двумерной турбулентной конвекции в вертикальной щели // ПМТФ. – 1988. – № 2. – С. 42-46.
13. Аристов С.Н., Фрик П.Г. Нелинейные эффекты влияния экмановского слоя на динамику крупномасштабных вихрей в мелкой воде // ПМТФ. – 1991. – № 2. – С. 49-54.
14. Шварц К.Г., Шкляев В.А. Численное моделирование атмосферных мезомасштабных процессов переноса многокомпонентной примеси при торфяном пожаре // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2012. – Т. 5, № 3. – С. 274-283. DOI
15. Должанский Ф.В., Крымов В.А., Манин Д.Ю. Устойчивость и вихревые структуры квазидвумерных сдвиговых течений // УФН. – 1990. – Т. 160, № 7. – С. 1-47. DOI
16. Васильев А.Ю., Фрик П.Г. Инверсии крупномасштабной циркуляции при турбулентной конвекции в прямоугольных полостях // Письма в ЖЭТФ. – 2011. – Т. 93, № 6. – С. 363-367. DOI
17. Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. – Washigton: McGraw-Hill, Hemisphere Publishing Corporation, 1980. – 197 p.
18. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. – Berlin: Springer Verlag, 2002. – 423 p.
19. Balay S., Brown J., Buschelman K. et al. PETSc users manual: Rep.: ANL-95/11 – Revision 3.3. – Argonne National Laboratory, 2012. <http://www.mcs.anl.gov/petsc/petsc-current/docs/manual.pdf> (дата обращения: 01.12.2012).

Поступила в редакцию 03.10.12; опубликована в электронном виде 20.12.12

Сведения об авторах

Теймуразов Андрей Сергеевич, асп., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; E-mail: tas@icmm.ru

Васильев Андрей Юрьевич, асп., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614990, ГСП, Пермь, ул. Букирева, д. 15; E-mail: valdemar326@mail.ru

Фрик Петр Готлобович, дфмн, проф., зав.лаб, ИМСС УрО РАН; E-mail: frick@icmm.ru