

DOI: [10.7242/1999-6691/2012.5.3.39](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.3.39)
УДК 536.24

ЛАМИНАРНЫЕ И ТУРБУЛЕНТНЫЕ РЕЖИМЫ СОПРЯЖЕННОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В КВАДРАТНОЙ ОБЛАСТИ

М.А. Шеремет

*Томский государственный университет, Томск, Россия
Томский политехнический университет, Томск, Россия*

Проведено математическое моделирование ламинарных и турбулентных режимов нестационарной термогравитационной конвекции в замкнутой квадратной области с теплопроводными стенками конечной толщины в безразмерных переменных «скорость – давление – температура». Получены карты линий тока, изотерм и турбулентной вязкости, а также зависимости среднего числа Нуссельта на границе раздела сред от времени, числа Рэлея и относительного коэффициента теплопроводности.

Ключевые слова: сопряженный теплоперенос, естественная конвекция, турбулентность, метод контрольного объема, неравномерная структурированная сетка, алгоритм SIMPLER

LAMINAR AND TURBULENT CONJUGATE REGIMES OF NATURAL CONVECTION IN A SQUARE ENCLOSURE

M.A. Sheremet

*Tomsk State University, Tomsk, Russia
Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia*

Mathematical simulation of laminar and turbulent regimes of unsteady conjugate natural convection in a square enclosure with heat-conducting walls of finite thickness has been carried out in terms of dimensionless variables such as velocity, pressure, temperature. Results are presented in the form of contour maps for streamlines, isotherms and turbulent viscosity. The average Nusselt number at a solid-fluid interface is obtained as a function of time, Rayleigh number and thermal conductivity ratio.

Keywords: conjugate heat transfer, natural convection, turbulence, finite volume method, non-uniform structured mesh, SIMPLER algorithm

1. Введение

Анализ влияния теплопроводных твердых стенок на режимы конвективного теплопереноса в замкнутых и полуоткрытых областях притягивает внимание исследователей вот уже не одно десятилетие [1–11]. Такой интерес обусловлен широким спектром практических приложений, включающих особенности охлаждения электронного оборудования [11, 12], моделирования двигателей внутреннего сгорания, солнечных коллекторов и различных подсистем энергетических установок [13], процессов теплопереноса в элементах строительных конструкций [14]. Известно, что учет теплопроводности твердых стенок в замкнутых областях может существенно изменять структуру течения и интегральные показатели теплопереноса [7–11]. Так, например, в [7, 8] установлено, что при высоких значениях относительного коэффициента температуропроводности наблюдается существенное изменение средней температуры полости. Показано также, что учет реальных теплофизических характеристик материала ограждающих стенок приводит к более низким значениям температуры в полости, чем при рассмотрении идеально-теплопроводных стенок в случае нагрева со стороны окружающей среды.

В серии исследований [5, 6, 9–11], посвященной математическому моделированию сопряженного свободноконвективного теплопереноса в замкнутых областях с локальным источником тепловыделения, продемонстрированы существенные отличия результатов решения сопряженной и несопряженной задач, отражающие влияние теплопроводных стенок конечной толщины на режимы переноса тепла и массы в ламинарном приближении. Обнаружено, что уменьшение толщины ограждающих стенок может приводить к снижению значения функции тока в ядре конвективной ячейки, что способствует повышению среднего коэффициента теплообмена в случае высоких абсолютных значений плотности внешнего теплового потока. Увеличение же относительного коэффициента теплопроводности проявляется в повышении среднего числа Нуссельта на характерных границах раздела сред, а также интенсифицирует взаимное влияние кондуктивной теплопередачи в твердых элементах и конвективного теплообмена в полости. Выяснено также, что в сопряженных задачах конвективного теплопереноса временной фактор определяет не только моменты формирования, развития и диссипации вихревых структур в газовой полости, но и характеризует термическую инерционность элементов твердого материала [5, 6, 9–11]. Экспериментальный и численный анализ сопряженной естественной конвекции в замкнутой полости с теплопроводными стенками конечной толщины в ламинарном приближении проведен

в [1]. Полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии кондуктивного механизма переноса энергии в стенках на теплоотдачу свободной конвекции в квадратной полости. Установлено, что теплопроводность может приводить к стабилизации или дестабилизации гидродинамических структур.

Численному анализу гидродинамики и теплопереноса в замкнутой области с непроницаемой твердой перегородкой в центре полости посвящены работы [15, 16]. Исследования, проведенные методом конечных разностей в безразмерных переменных «функция тока – завихренность» [15] и в естественных переменных [16], показывают, что интенсивность теплопереноса зависит от рода жидкости, заполняющей области по обе стороны от перегородки, а также от расстояния между перегородкой и изотермической стенкой. В [16] констатируется, что использование перегородки между вертикальными изотермическими стенками значительно ослабляет конвективный теплоперенос в полости.

На основе анализа режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса [17] в замкнутой наклонной области, одна из стенок которой является теплопроводной, сделан вывод о незначительном влиянии относительного коэффициента теплопроводности и толщины стенки на среднее число Нуссельта на поверхности изотермической стенки. В свою очередь в [18] рассматривается аналогичная постановка задачи без учета влияния угла наклона и излучения в полости и обнаружено, что при умеренных значениях числа Грасгофа повышение относительного коэффициента теплопроводности материала вертикальной твердой стенки может вызывать двукратное увеличение среднего числа Нуссельта на границе раздела сред.

Представленный обзор отражает закономерности сопряженных задач конвективного теплопереноса в ламинарном приближении. Как известно, увеличение температурного напора или размеров изучаемого объекта приводит к формированию турбулентных режимов течения, которые, с одной стороны, имеют более широкие сферы приложений, а с другой стороны, их анализ значительно усложняется за счет введения турбулентных характеристик течения [14, 19, 20]. На сегодняшний день имеется не так много информации о теоретических, а тем более экспериментальных исследованиях сопряженного свободноконвективного теплопереноса в замкнутых областях. Так, численный анализ влияния локального источника энергии и относительного коэффициента теплопроводности на турбулентные режимы теплопереноса в квадратной полости с теплопроводными стенками конечной толщины методом конечных разностей в безразмерных переменных «функция тока – завихренность» проведен в [19, 20]. Установлено, что фактор нестационарности при $\lambda_{2,1} = 6,8 \cdot 10^{-5}$ ($\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$ — относительный коэффициент теплопроводности; λ_1, λ_2 — коэффициенты теплопроводности материала твердых стенок и газа) проявляется в характере продвижения термического факела к правой стенке: при $\tau < 400$, где τ — безразмерное время, тепловой факел смещается влево, а при $\tau > 400$ начинается движение к правому элементу твердого материала. В случае $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ такой эффект не наблюдается. Показано, что режимы течения и теплопереноса, формирующиеся в области решения при увеличении коэффициента теплопроводности материала твердой стенки, аналогичны режимам, возникающим при повышении числа Грасгофа вследствие интенсификации дополнительного механизма подвода энергии в газовую полость за счет достижения определенной степени прогрева элементов ограждающих стенок от источника тепловыделения. Исследования турбулентной естественной конвекции в квадратной полости с непрозрачной верхней стенкой и полупрозрачной для излучения вертикальной стенкой проведены в [14]. Найдено, что наличие теплопроводной верхней стенки приводит к формированию застойной зоны в верхней части полости, поэтому основным механизмом переноса энергии в этой зоне является теплопроводность.

Целью настоящего исследования является численный анализ ламинарных и турбулентных режимов конвективного теплопереноса в замкнутой области с теплопроводными стенками конечной толщины.

2. Математическая модель

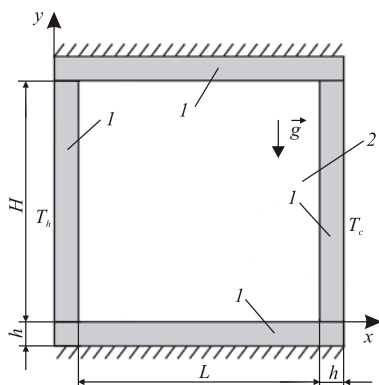


Рис. 1. Область решения рассматриваемой задачи: 1 – твердые стенки; 2 – газовая среда

Рассматривается краевая сопряженная задача нестационарного конвективного теплопереноса в замкнутой квадратной полости длиной L и высотой H , заполненной газом (Рис. 1). Область решения представляет собой прямоугольник, ограниченный от внешней среды теплопроводными стенками конечной толщины h . На внешней поверхности левой стенки поддерживается постоянная температура T_h , а на внешней поверхности правой стенки — температура $T_c < T_h$. Горизонтальные стенки теплоизолированы с наружной стороны. Предполагается, что теплофизические свойства материала стенок и газа не зависят от температуры. Газ считается теплопроводной ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска.

Процесс переноса тепла в рассматриваемой области описывается системой нестационарных двумерных уравнений турбулентной естественной конвекции в газовой полости [21, 22] и нестационарным двумерным уравнением теплопроводности для элементов твердого материала [23]. В качестве замыкающей модели турбулентности применялась стандартная $(k - \varepsilon)$ модель [22].

Математическая модель была сформулирована в безразмерных естественных переменных «скорость – давление – температура». В качестве масштабов расстояния, времени, скорости, температуры, давления, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации, соответственно, выбирались L , $t_0 = (L/(g_y \beta \Delta T))^{1/2}$, $V_0 = (g_y \beta \Delta T L)^{1/2}$ — скорость естественной конвекции, ΔT , $p_0 = \rho g_y \beta \Delta T L$, $k_0 = g_y \beta \Delta T L$, $\varepsilon_0 = (g_y \beta \Delta T)^{3/2} L^{1/2}$. Безразмерные переменные вычислялись по формулам: $X = x/L$, $Y = y/L$; $\tau = t/t_0$; $U = u/V_0$, $V = v/V_0$; $\Theta = (T - T_0)/\Delta T$; $P = p/p_0$; $K = k/k_0$; $E = \varepsilon/\varepsilon_0$. При этом x, y — координаты точки в декартовой системе координат; ρ — плотность; g_y — составляющая ускорения силы тяжести в проекции на ось y ($g_x = 0$); β — температурный коэффициент объемного расширения; t — время; u, v — составляющие скорости в направлении осей x, y , соответственно; p — давление; T — температура; T_0 — начальная температура внутри области решения, $T_0 = 0,5(T_{hc} + T)$; ΔT — перепад температур стенок $\Delta T = T_{hc} - T$; k — кинетическая энергия турбулентности; ε — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности.

Безразмерные уравнения Рейнольдса совместно со стандартной $(k - \varepsilon)$ моделью турбулентности имели следующий вид:

– в газовой полости (область 2 на рисунке 1)

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial}{\partial X} \left(P + \frac{2}{3} K \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + 2v_t \right) \frac{\partial U}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + v_t \right) \frac{\partial U}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[v_t \frac{\partial V}{\partial X} \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial}{\partial Y} \left(P + \frac{2}{3} K \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + v_t \right) \frac{\partial V}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + 2v_t \right) \frac{\partial V}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial X} \left[v_t \frac{\partial U}{\partial Y} \right] + \Theta, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right], \quad (4)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \tau} + U \frac{\partial K}{\partial X} + V \frac{\partial K}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial K}{\partial Y} \right] + P_k + G_k - E, \quad (5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + U \frac{\partial E}{\partial X} + V \frac{\partial E}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial E}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial E}{\partial Y} \right] + c_1 (P_k + c_3 G_k) \frac{E}{K} - c_2 \frac{E^2}{K}, \quad (6)$$

– в твердой стенке (область 1 на рисунке 1):

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{1,2}}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (7)$$

Здесь $a_{1,2} = a_1/a_2$ — относительный коэффициент температуропроводности; a_1 — коэффициент температуропроводности материала твердых стенок; a_2 — коэффициент температуропроводности газа; $Pr_t = v_t/a_t$ — турбулентное число Прандтля; a_t — коэффициент турбулентной температуропроводности; $Ra = g_y \beta \Delta T L^3 / (\nu a_2)$ — число Рэлея, где ν — коэффициент кинематической вязкости газа; $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, c_1, c_2, c_3$ — эмпирические постоянные модели турбулентности; $P_k = v_t \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right]$ — слагаемое, характеризующее порождение турбулентности за счет сдвиговых напряжений; $G_k = -\frac{v_t}{Pr_t} \frac{\partial \Theta}{\partial Y}$ — слагаемое, описывающее генерацию или диссипацию турбулентной кинетической энергии за счет

выталкивающей силы. Турбулентная вязкость вычислялась по формуле Колмогорова–Прандтля $\nu_t = c_\mu K^2 / E$.

Параметры $(k-\varepsilon)$ модели соответствовали данным [22]: $c_\mu = 0,09$; $c_1 = 1,44$; $c_2 = 1,92$; $c_3 = 0,8$; $Pr_t = 1,0$; $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$.

Начальные и граничные условия для сформулированной системы дифференциальных уравнений в частных производных (1)–(7) были следующими:

– начальное условие: $U(X, Y, 0) = V(X, Y, 0) = K(X, Y, 0) = E(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = 0$;

– граничные условия

– на границе $X = 0$: $\Theta_h = 0,5$;

– на границе $X = 1 + 2h/L$: $\Theta_c = -0,5$;

– горизонтальные внешние границы считались адиабатическими: $\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0$;

– на внутренних границах раздела сред: $U = V = 0$, $\Theta_1 = \Theta_2$, $\frac{\partial \Theta_2}{\partial \vec{n}} = \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial \vec{n}}$.

Здесь $\lambda_{1,2} = \lambda_1 / \lambda_2$ — относительный коэффициент теплопроводности; λ_1, λ_2 — коэффициенты теплопроводности материала твердых стенок и газа; \vec{n} — вектор нормали к поверхности.

Как известно, вблизи стенок местное турбулентное число Рейнольдса является столь малым, что вязкие эффекты превалируют над турбулентными. Один из наиболее распространенных подходов к моделированию пристеночных течений связан с использованием метода пристеночных функций, который обладает двумя очевидными достоинствами: позволяет экономить вычислительные ресурсы и учитывать влияние различных факторов, в частности, шероховатости стенок за счет введения эмпирической информации [24, 25]. В настоящей работе использовался метод пристеночных функций для корректного описания изменения профилей скорости, кинетической энергии турбулентности, скорости диссипации кинетической энергии турбулентности и температуры вблизи стенок. Необходимо отметить, что основой для построения универсальных соотношений (пристеночных функций), связывающих параметры течения с расстоянием от стенки, послужило одно из важных свойств внутренней пристеночной области течения (вязкий подслоя, буферная зона, область логарифмического профиля скорости). Это свойство заключается в том, что в этой области течения профиль скорости слабо зависит от числа Рейнольдса, продольного градиента давления и других внешних условий [24, 25].

Сформулированная краевая задача (1)–(7) с соответствующими начальными и граничными условиями решалась методом контрольного объема [26–28] на неравномерной структурированной сетке. Для аппроксимации конвективных слагаемых применялся степенной закон [26], для диффузионных слагаемых — центральные разности. Совместное определение полей скорости и давления осуществлялось с помощью процедуры SIMPLER [26], алгоритм которой на каждом временном слое имел следующий вид:

1. Запоминались поля искоемых характеристик (скорости, давления, температуры и турбулентных параметров), отражающие значения этих параметров на предыдущем временном слое.
2. Инициировались глобальные итерации, выполнение которых на каждом временном слое гарантирует [26–28] получение корректных полей скорости, давления, температуры и турбулентных характеристик. На каждой глобальной итерации выполнялись следующие действия:

- 2.1. Задавались начальные приближения для полей скорости, температуры, давления, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации.

- 2.2. Определялись псевдоскорости [26].

- 2.3. Решалось уравнение для давления с учетом найденного поля псевдоскорости.

- 2.4. Находились компоненты скорости из решения разностных уравнений количества движения с использованием рассчитанного выше поля давления.

- 2.5. Вычислялось уточненное поле давления на основе определенного в п. 2.4 поля скорости.

- 2.6. Корректировалось поле скорости с использованием найденного уточненного поля давления.

- 2.7. Определялось поле температуры.

- 2.8. Рассчитывалось поле кинетической энергии турбулентности.

- 2.9. Вычислялось поле скорости диссипации кинетической энергии турбулентности.

- 2.10. Оценивалась молярная вязкость.

На каждом временном слое выполнение глобальных итераций ограничивалось либо условием сходимости, либо количеством повторений (максимальное число повторений составляло 100). Условие сходимости имело следующий вид: сумма невязок для каждого из решаемых разностных уравнений не должна превышать 10^{-6} .

Разностные уравнения движения разрешались на основе итерационного метода переменных направлений. Разностные уравнения энергии как в газовой полости, так и в твердой стенке решались одновременно методом неполной факторизации Булеева [29]. Построение неравномерной структурированной сетки осуществлялось следующим образом [7]: $S_{i+1} = S_i + \alpha_s^i \Delta$, где S_i определяет положение грани контрольного объема, Δ — шаг сетки, α_s — параметр сгущения. Для корректной аппроксимации градиентов искомых характеристик сгущение разностной сетки в полости проводилось по направлению к стенкам. Шаг по времени выбирался на основе условия устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви.

Разработанный метод решения тестировался на двух модельных задачах. В качестве теста для сопряженной задачи естественной конвекции проведен анализ свободноконвективного теплопереноса в замкнутой прямоугольной области, одна из вертикальных стенок которой имеет конечную толщину [18]. В таблице 1 представлены значения среднего числа Нуссельта на границе раздела сред в сравнении с данными других авторов.

Во второй модельной задаче рассматривалась естественная конвекция в замкнутой области [30] с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками. В качестве определяемых величин выступали поля температуры и турбулентной вязкости при высоких числах Рэлея (Рис. 2), а также среднее число Нуссельта на вертикальной стенке в широком диапазоне изменения числа Ra (Табл. 2). В тестовых расчетах применялась неравномерная структурированная разностная сетка размерностью 52×52 ($\Delta = 10^{-4}$, $\alpha_s = 1,3$). Результаты, представленные на рисунке 2 и в таблицах 1, 2, наглядно показывают, что используемый численный алгоритм решения приводит к достаточно хорошему согласованию с результатами других авторов.

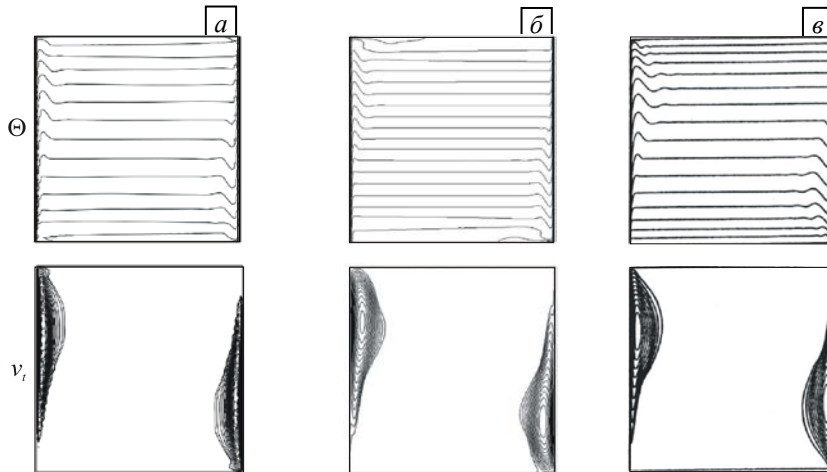


Рис. 2. Поля температуры и турбулентной вязкости при $Ra = 5 \cdot 10^{10}$: результаты автора (а), результаты [31] (б), результаты [32] (в)

Таблица 2. Значения среднего числа Нуссельта

Ra	Полученные результаты	Данные других авторов						
		[7]	[14]	[30]	[33]	[34]	[35]	[36]
10^3	1,117	–	–	1,121	1,118	1,108	1,114	–
10^4	2,241	2,254	–	2,286	2,243	2,201	2,245	–
10^5	4,509	4,616	–	4,546	4,519	4,430	4,510	–
10^6	8,844	8,973	–	8,652	8,799	8,754	8,806	6,20
10^7	16,453	17,051	–	16,790	–	–	–	13,36
10^8	30,174	32,811	–	30,506	–	32,045	32,300	28,78
10^9	59,390	68,381	74,96	57,350	–	74,700	60,100	62,00
10^{10}	127,111	–	159,89	103,663	–	156,850	134,6	133,57
10^{11}	277,890	–	341,05	–	–	–	–	287,78

Таблица 1. Значения среднего числа Нуссельта в зависимости от числа Грасгофа и относительного коэффициента теплопроводности

Gr	$\lambda_{1,2}$	[7]	[18]	Результаты автора
10^3	1	0,877	0,87	0,872
	5	–	1,02	1,023
	10	–	1,04	1,046
10^5	1	2,082	2,08	2,116
	5	–	3,42	3,421
	10	–	3,72	3,781
10^6	1	2,843	2,87	3,002
	5	–	5,89	6,306
	10	–	6,81	6,935

3. Результаты численного моделирования

Краевая задача (1)–(7) с соответствующими начальными и граничными условиями решалась численно при следующих значениях безразмерных комплексов: $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ (ламинарная модель), $10^7 \leq Ra \leq 10^{12}$ (турбулентная модель); $Pr = 0,7$, $\lambda_{1,2} = 23,08$, $a_{1,2} = 0,016$ и $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$; $H/L = 1$, $h/L = 0,2$. Основное внимание уделялось анализу влияния числа Рэлея, относительного коэффициента теплопроводности, а также временного фактора на распределения основных параметров исследуемого процесса. Все вычисления проводились на неравномерной структурированной разностной сетке размерностью 72×72 , в каждой твердой стенке содержалось по 10 контрольных объемов. Сгущение разностной сетки производилось по направлению к внутренним границам раздела сред.

Для лучшего восприятия режимов течения гидродинамические поля изображались с помощью изолиний функции тока Ψ , которая определялась по известному полю скорости в результате решения следующей задачи

Дирихле для уравнения Пуассона: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X}$; $\Psi = 0$ на внутренних поверхностях твердых стенок.

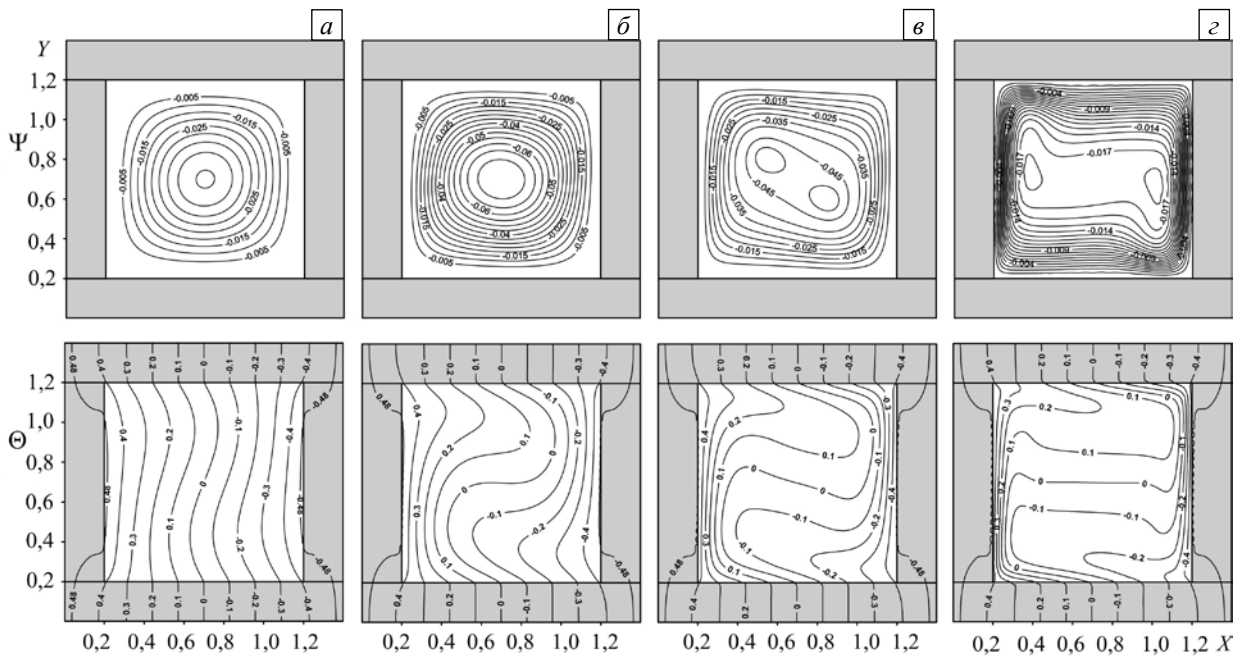


Рис. 3. Линии тока Ψ и поля температуры Θ в стационарном режиме при $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$ и разных значениях числа Рэлея Ra : 10^3 (а), 10^4 (б), 10^5 (в), 10^6 (г)

Линии тока и изотермы, отражающие влияние выталкивающей силы, представлены на рисунке 3 в приближении ламинарного течения. Видно, что увеличение числа Рэлея приводит к модификации структуры течения в полости. Необходимо отметить, что представленные конфигурации термогидродинамических структур качественно напоминают поля скорости и температуры в случае несопряженной постановки задачи [30], при этом основные отличия заключаются в меньшей интенсивности конвективного течения и более низкой температуре полости, что объясняется влиянием термически-инерционных твердых стенок.

Дальнейший рост величины температурного напора (Рис. 4) приводит к формированию турбулентных режимов переноса массы, импульса и энергии, которые проявляются в более интенсивном внутреннем перемешивании и перераспределении тепловых и гидродинамических характеристик. Следует отметить образование инвариантной относительно числа Рэлея структуры течения, изменяемой составляющей которой является лишь интенсивность движения газовых масс. Рост Ra проявляется в уменьшении толщины турбулентного пограничного слоя, который можно разбить на пять зон [25]: вязкий подслой, буферную зону, область логарифмического профиля скорости, область закона следа и область перемежаемости. Первые три принято объединять в одну внутреннюю область или область закона стенки. Внутренняя область занимает порядка 20% толщины турбулентного пограничного слоя, и в ней генерируется около 80% всей энергии турбулентности.

Необходимо также отметить, что поля турбулентной вязкости для несопряженной (Рис. 2) и сопряженной (Рис. 4, б) задач различны. Наличие теплопроводных твердых стенок проявляется в формировании вторичного ядра турбулентной вязкости в угловых зонах полости, что, по всей видимости, обусловлено воздействием дополнительного температурного напора на внутренних границах раздела сред

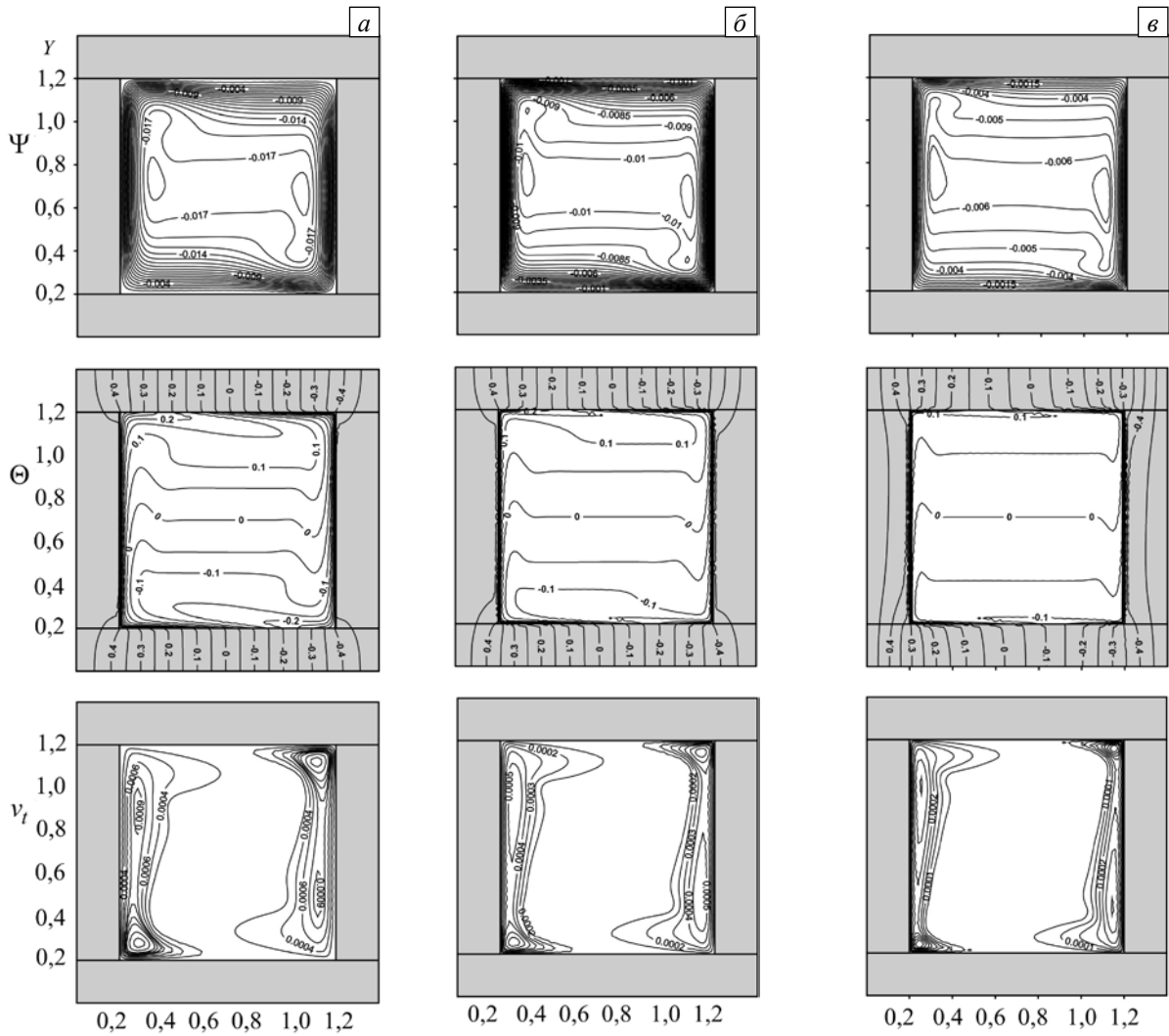


Рис. 4. Линии тока Ψ , поля температуры Θ и турбулентной вязкости ν_t в стационарном режиме при $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$ и различных значениях числа Рэлея Ra : 10^8 (а), 10^{10} (б), 10^{12} (в)

вследствие аккумуляции части энергии в твердых стенках. Подтверждением существования такого дополнительного воздействия является качественное совпадение представленных распределений ν_t с полученными при рассмотрении дополнительного механизма излучения [37]. Проведен анализ влияния числа Рэлея и относительного коэффициента теплопроводности материала ограждающих стенок на обобщенный коэффициент теплообмена (среднее число Нуссельта) на внутренней поверхности левой

стенки $Nu_{avg} = \int_{h/L}^{1+h/L} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=h/L} dY$ (Рис. 5). Представленные графические зависимости наглядно

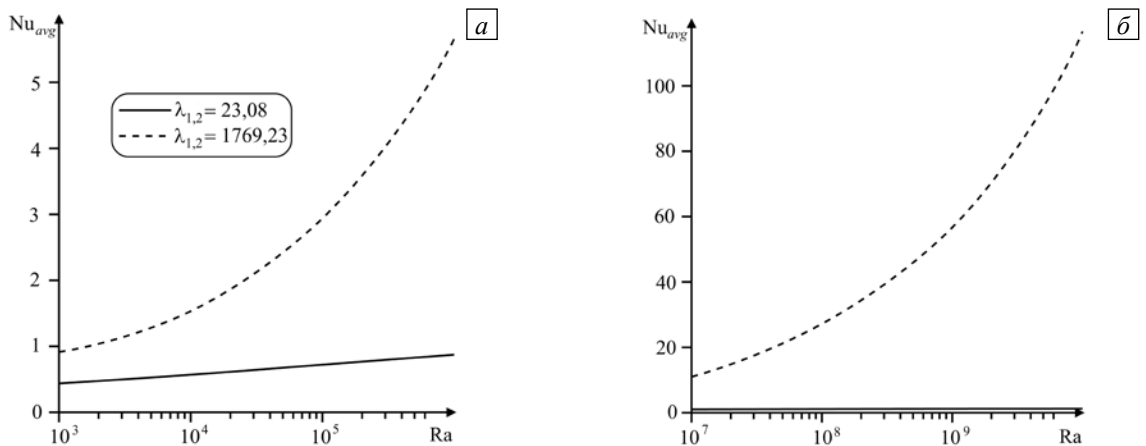


Рис. 5. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея: $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ (а); $10^7 \leq Ra \leq 10^{12}$ (б)

демонстрируют характерный рост интенсивности теплообмена на внутренней поверхности стенки. При этом рост $\lambda_{1,2}$ приводит к значительному увеличению среднего числа Нуссельта.

Для Nu_{avg} были установлены следующие корреляционные зависимости:

$$Nu_{avg} = \begin{cases} 0,14Ra^{0,27}, & 10^3 \leq Ra \leq 10^6; \\ 0,09Ra^{0,31}, & 10^7 \leq Ra \leq 10^{12} \end{cases} \text{ при } \lambda_{1,2} = 1769,23, a_{1,2} = 0,6;$$

$$Nu_{avg} = \begin{cases} 0,22Ra^{0,1}, & 10^3 \leq Ra \leq 10^6; \\ 0,64Ra^{0,03}, & 10^7 \leq Ra \leq 10^{10} \end{cases} \text{ при } \lambda_{1,2} = 23,08, a_{1,2} = 0,016.$$

Динамика изолиний функции тока, температуры и турбулентной вязкости представлена на рисунках 6, 7 в ламинарном ($Ra = 10^5$) и турбулентном ($Ra = 10^{11}$) приближениях. При $\tau = 2$ (Рис. 6, а) в газовой полости формируется одноячейчатая конвективная структура, содержащая в центральной части два противоположно вращающихся вихря малой интенсивности. Причем восходящий поток образуется вблизи поверхности нагревающейся стенки, а нисходящее течение — у поверхности противоположной стенки. С течением времени (Рис. 6, б) происходит уменьшение размеров внутренних вихрей и незначительный их дрейф к центру полости. При этом интенсивность конвективного течения возрастает вследствие повышения градиента температуры на внутренних границах раздела сред, что обусловлено достижением волн пониженной и повышенной температуры газовой полости. Распределение изотерм также отражает начало формирования тепловых пограничных слоев вблизи вертикальных поверхностей. Взаимодействие между этими слоями и формирование стационарных полей скорости и температуры со временем становится заметнее (Рис. 6, д).

В турбулентном режиме теплопереноса (Рис. 7) распределения термогидродинамических характеристик несколько отличаются от ламинарных профилей, отражая «отклик» гидродинамики на незначительные температурные возмущения внутри анализируемого объекта. Так, при $\tau = 2000$, когда изотерма, соответствующая безразмерной температуре $\Theta = 0,05$, только достигает внутренней поверхности левой стенки, в газовой полости уже формируется гидродинамическая структура, которая в дальнейшем незначительно видоизменяется, при этом изотерма $\Theta = 0$ уже занимает свое стационарное положение. Такая термогидродинамическая картина характеризует наличие большой скорости распространения возмущений от элементов твердой стенки вглубь газовой полости. Качественные модификации поля турбулентной вязкости также не наблюдаются при $\tau > 2000$.

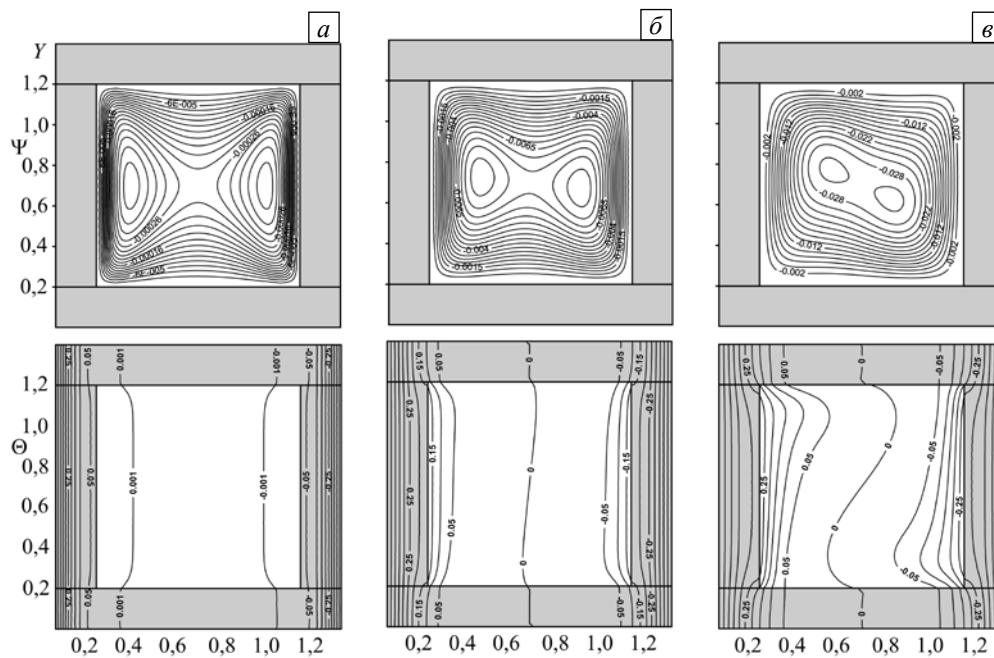


Рис. 6. Линии тока Ψ и изотермы Θ при $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$, $Ra = 10^5$ в различные моменты времени τ : 2 (а), 5 (б), 8 (в), 10 (г), ∞ (д)

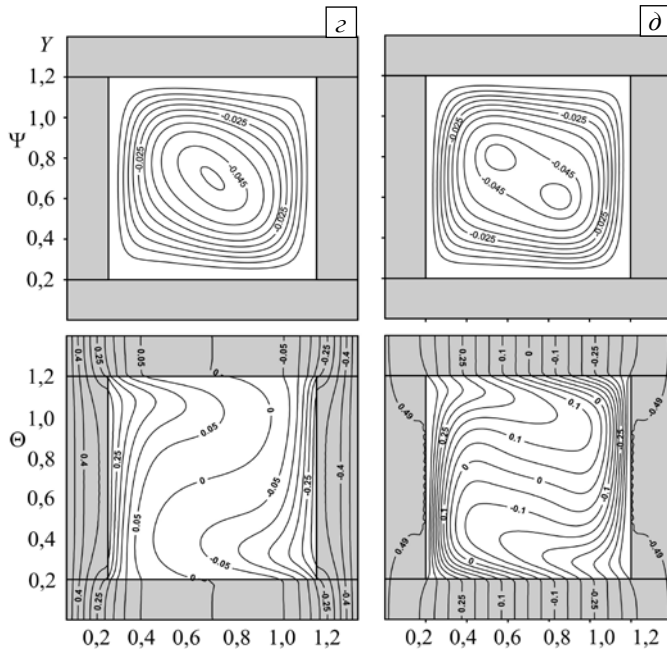


Рис. 6. Продолжение

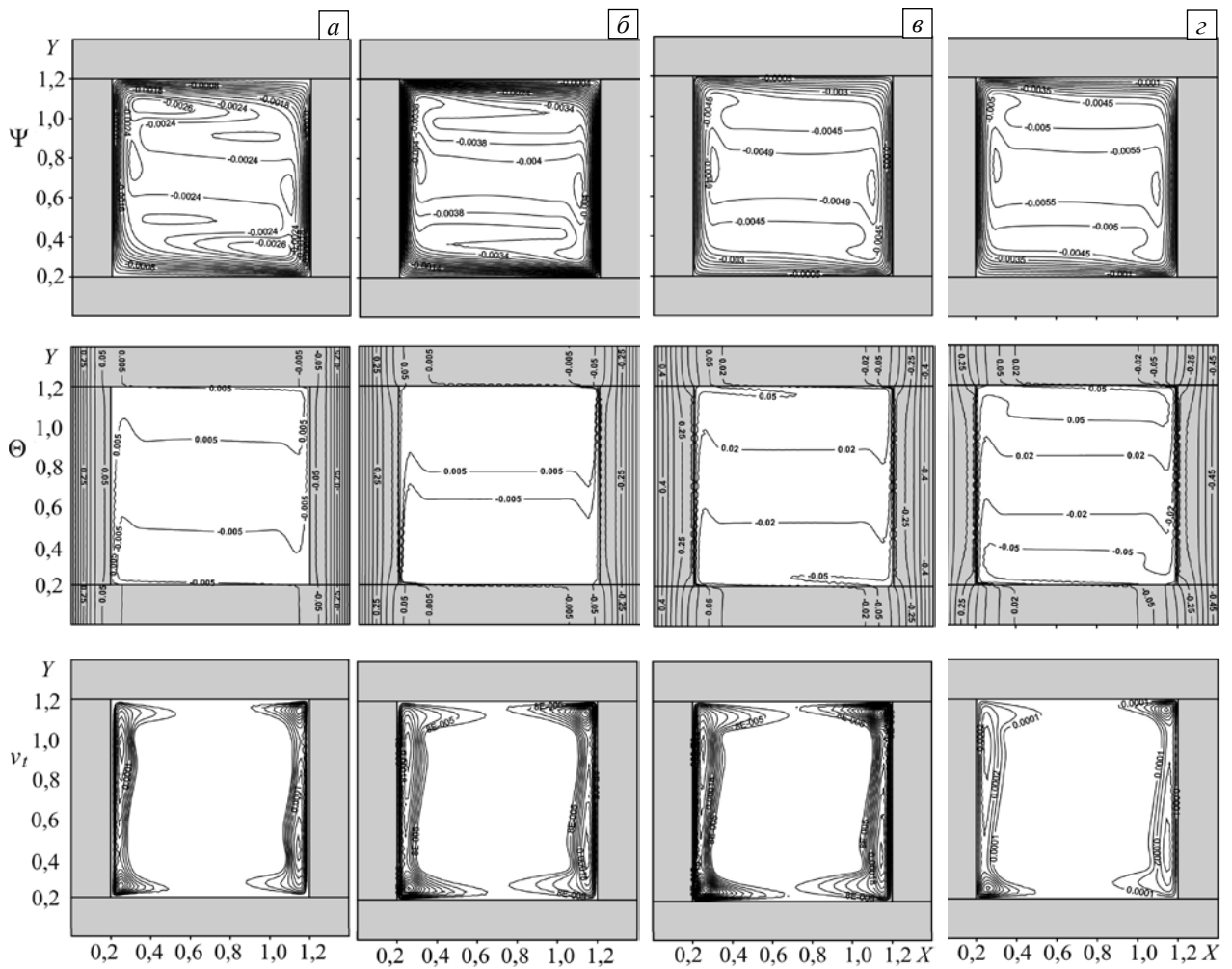


Рис. 7. Линии тока Ψ , изотермы Θ и изолинии турбулентной вязкости v_t при $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$, $Ra = 10^{11}$ в различные моменты времени τ : 2000 (а), 4000 (б), 6000 (в), 8000 (г)

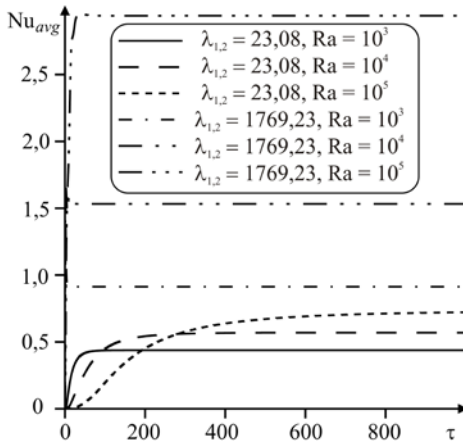


Рис. 8. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени при $10^3 \leq Ra \leq 10^5$

На рисунках 8, 9 представлена графическая зависимость среднего числа Нуссельта на внутренней поверхности левой стенки в ламинарном (Рис. 8) и турбулентном (Рис. 9) приближениях. Рисунок 8 наглядно показывает, что увеличение относительного коэффициента теплопроводности, обусловленное ростом теплопроводности материала твердой стенки, отражается на интенсификации теплообмена на границе раздела сред. При этом повышение числа Рэлея приводит к значительному увеличению времени, необходимого для достижения Nu_{avg} постоянного значения при $\lambda_{1,2} = 23,08$. Соответственно, можно выделить начальные участки, характеризующиеся большей интенсивностью теплообмена при меньших значениях температурного напора, что является особенно важным при разработке чувствительной электронной аппаратуры, функционирующей в условиях импульсных режимов «включение – выключение» [38]. Наблюдаемая картина задержки времени достижения стационарных значений

для среднего числа Нуссельта проявляется и в случае $\lambda_{1,2} = 1769,23$, но при $Ra > 10^{10}$ (Рис. 9, б).

Необходимо отметить, что уменьшение коэффициента теплопроводности материала ограждающих стенок на два порядка приводит к снижению среднего числа Нуссельта на границе раздела сред также на два порядка.

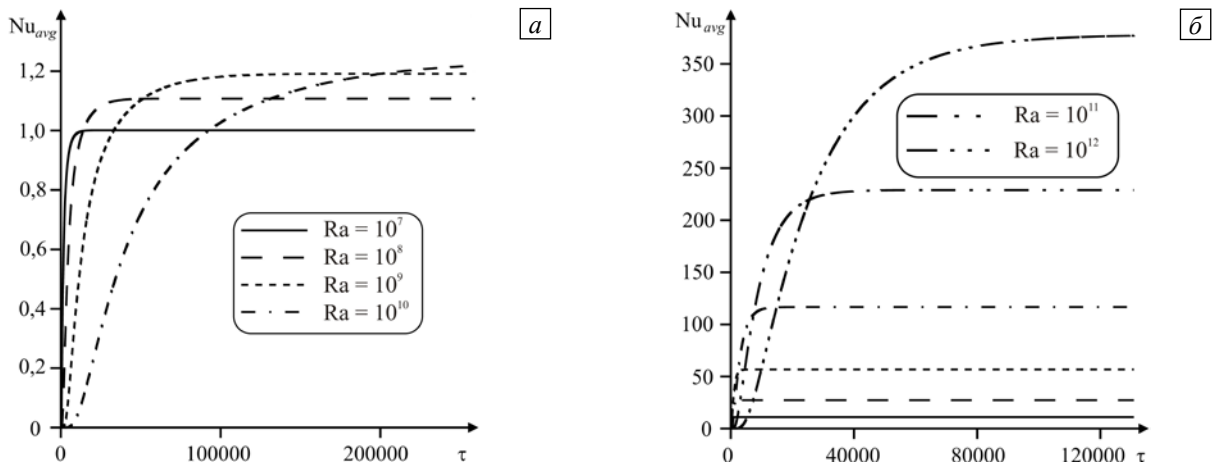


Рис. 9. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени при $10^7 \leq Ra \leq 10^{12}$: $\lambda_{1,2} = 23,08$, $a_{1,2} = 0,016$ (а), $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$ (б)

На рисунке 10 продемонстрировано влияние относительного коэффициента теплопроводности на распределения локальных термогидродинамических характеристик процесса. Представленные распределения в очередной раз подтверждают тезис о существенном влиянии теплопроводных ограждающих стенок на режимы течения и теплопереноса в полости.

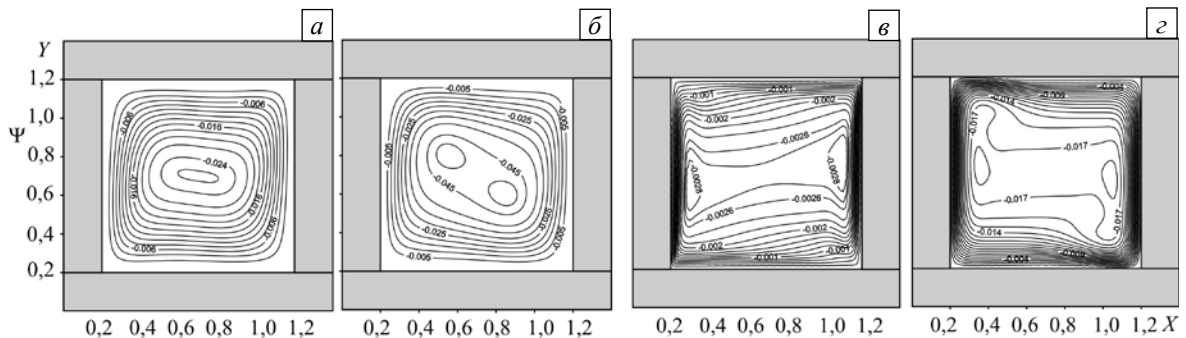


Рис. 10. Линии тока Ψ и изотермы Θ в стационарном режиме: $\lambda_{1,2} = 23,08$, $a_{1,2} = 0,016$, $Ra = 10^5$ (а), $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$, $Ra = 10^5$ (б), $\lambda_{1,2} = 23,08$, $a_{1,2} = 0,016$, $Ra = 10^8$ (в), $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$, $Ra = 10^8$ (г)

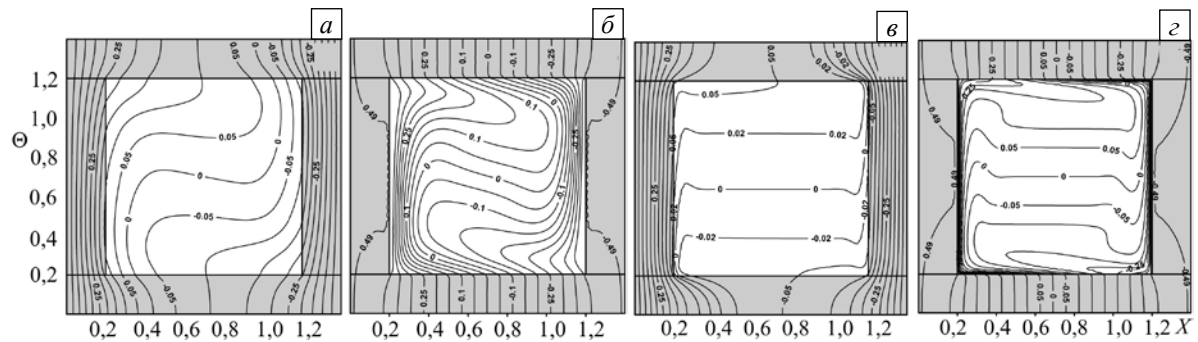


Рис. 10. Продолжение

4. Заключение

Проведен численный анализ нестационарных ламинарных и турбулентных режимов конвективного теплопереноса в замкнутой квадратной полости с теплопроводными стенками конечной толщины. В результате получены распределения линий тока и поля температуры при следующих значениях определяющих параметров $10^3 \leq Ra \leq 10^{12}$; $Pr = 0,7$; $\lambda_{1,2} = 23,08$, $a_{1,2} = 0,016$; $\lambda_{1,2} = 1769,23$, $a_{1,2} = 0,6$; $H/L = 1$; $h/L = 0,2$. Выведены корреляционные соотношения для среднего числа Нуссельта на внутренней границе раздела сред в зависимости от числа Рэлея. Установлены особенности сопряженной задачи при формировании вторичного ядра турбулентной вязкости в угловых зонах полости. Продемонстрирована динамика развития пограничных слоев у внутренних поверхностях вертикальных стенок. Установлено наличие большой скорости распространения возмущений от элементов твердой стенки вглубь газовой полости в условиях турбулентных режимов теплопереноса. Показано существенное количественное и качественное влияние теплопроводных стенок на режимы течения и теплопереноса при высоких числах Рэлея.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (ГК № П357), а также при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8).

Литература

1. Kim D.M., Viskanta R. Study of the effects of wall conductance on natural convection in differently oriented square cavities // J. Fluid Mech. – 1984. – V. 144. – P. 153-176. DOI
2. Лыков А.В., Алексащенко А.А., Алексащенко В.А. Сопряженные задачи конвективного теплообмена: учеб. пособие. – Минск: Изд-во БГУ, 1971. – 346 с.
3. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А., Соловьев С.Л. Теплообмен в ядерных энергетических установках: учеб. пособие. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 548 с.
4. Павлюкевич Н.В. Сопряженные задачи теплообмена // Тепловые процессы в технике. – 2011. – № 4. – С. 149-158.
5. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Conjugate heat transfer in an enclosure under the condition of internal mass transfer and in the presence of the local heat source // Int. J. Heat Mass Tran. – 2009. – V. 52, N. 1-2. – P. 1-8. DOI
6. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Двумерная задача естественной конвекции в прямоугольной области при локальном нагреве и теплопроводных границах конечной толщины // МЖГ. – 2006. – № 6. – С. 29-39.
7. Liaqat A., Baytas A.C. Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources // Int. J. Heat Mass Tran. – 2001. – V. 44, N. 17. – P. 3273-3280. DOI
8. Liaqat A., Baytas A.C. Numerical comparison of conjugate and non-conjugate natural convection for internally heated semi-circular pools // Int. J. Heat Fluid Fl. – 2001. – V. 22, N. 6. – P. 650-656. DOI
9. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. – Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 176 с.
10. Sheremet M.A. The influence of cross effects on the characteristics of heat and mass transfer in the conditions of conjugate natural convection // J. Eng. Thermophys. – 2010. – V. 19, N. 3. – P. 119-127. DOI
11. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. К вопросу об эффективном регулировании теплопереноса и гидродинамики в замкнутых областях за счет оптимального выбора материалов ограждающих стенок и внешней тепловой нагрузки // Микроэлектроника. – 2011. – Т. 40, № 5. – С. 351-358.
12. Jaluria Y. Design and optimization of thermal systems. – Boca Raton, Florida: CRC Press, 2008. – 752 p.
13. Шеремет М.А., Никифоров А.А., Волокитин О.Г. Комплекс для получения силикатного расплава из золотходов // Стекло и керамика. – 2007. – № 9. – С. 23-26.
14. Xaman J., Mejia G., Álvarez G., Chávez Y. Analysis on the heat transfer in a square cavity with a semitransparent wall: Effect of the roof materials // Int. J. Therm. Sci. – 2010. – V. 49, N. 10. – P. 1920-1932. DOI

15. *Oztop H.F., Varol Y., Koca A.* Natural convection in a vertically divided square enclosure by a solid partition into air and water regions // *Int. J. Heat Mass Tran.* – 2009. – V. 52, N. 25-26. – P. 5909-5921. DOI
16. *Kahveci K.* A differential quadrature solution of natural convection in an enclosure with a finite-thickness partition // *Numer. Heat Tr. A-Appl.* – 2007. – V. 51, N. 10. – P. 979-1002. DOI
17. *Nouanegue H.F., Muftuoglu A., Bilgen E.* Heat transfer by natural convection, conduction and radiation in an inclined square enclosure bounded with a solid wall // *Int. J. Therm. Sci.* – 2009. – V. 48, N. 5. – P. 871-880. DOI
18. *Kaminski D.A., Prakash C.* Conjugate natural convection in a square enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls // *Int. J. Heat Mass Tran.* – 1986. – V. 29, N. 12. – P. 1979-1988. DOI
19. *Kuznetsov G.V., Sheremet M.A.* Numerical simulation of turbulent natural convection in a rectangular enclosure having finite thickness walls // *Int. J. Heat Mass Tran.* – 2010. – V. 53, N. 1-3. – P. 163-177. DOI
20. *Шеремет М.А.* Математическое моделирование турбулентных режимов сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутой области с локальным источником тепла // *Т и А.* – 2011. – Т. 18, № 1. – С. 117-131.
21. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
22. *Launder B.E., Spalding D.B.* The numerical computation of turbulent flows // *Comput. Method. Appl. M.* – 1974. – V. 3, N. 2. – P. 269-289. DOI
23. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности: учеб. пособие. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
24. *Белов И.А., Исаев С.А., Коробков В.А.* Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. – Л.: Судостроение, 1989. – 256 с.
25. *Белов И.А., Исаев С.А.* Моделирование турбулентных течений: учеб. пособие. – СПб.: Изд-во БГТУ, 2001. – 108 с.
26. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
27. *Versteeg H.K., Malalasekera W.* An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method. – New York: Wiley & Sons, 1995. – 257 p.
28. *Ferziger J.H., Peric M.* Computational methods for fluid dynamics. – Berlin: Springer Verlag, 2002. – 423 p.
29. *Ильин В.П.* Методы неполной факторизации для решения алгебраических систем. – М.: Физматлит, 1995. – 288 с.
30. *Dixit H.N., Babu V.* Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method // *Int. J. Heat Mass Tran.* – 2006. – V. 49, N. 3-4. – P. 727-739. DOI
31. *Ridouane E.H., Campo A., Hasnaoui M.* Turbulent natural convection in an air-filled isosceles triangular enclosure // *Int. J. Heat Fluid Fl.* – 2006. – V. 27, N. 3. – P. 476-489. DOI
32. *Henkes R.A.W.M., Hoogendoorn C.J.* Comparison exercise for computations of turbulent natural convection in enclosures // *Numer. Heat Tr. B-Fund.* – 1995. – V. 28, N. 1. – P. 59-78. DOI
33. *Vahl Davis G.* Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution // *Int. J. Numer. Meth. Fl.* – 1983. – V. 3, N. 3. – P. 249-264. DOI
34. *Markatos N.C., Pericleous K.A.* Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity // *Int. J. Heat Mass Tran.* – 1984. – V. 27, N. 5. – P. 755-772. DOI
35. *Barakos G., Mitsoulis E., Assimacopoulos D.* Natural convection flow in a square cavity revisited: Laminar and turbulent models with wall functions // *Int. J. for Numer. Meth. Fl.* – 1994. – V. 18, N. 7. – P. 695-719. DOI
36. *Elsherbiny S.M., Raithby G.D., Hollands K.G.T.* Heat transfer by natural convection across vertical and inclined air layers // *J. Heat Trans.-T. ASME.* – 1982. – V. 104, N. 1. – P. 96-102. DOI
37. *Xaman J., Alvarez G., Hinojosa J., Flores J.* Conjugate turbulent heat transfer in a square cavity with a solar control coating deposited to a vertical semitransparent wall // *Int. J. Heat Fluid Fl.* – 2009. – V. 30, N. 2. – P. 237-248. DOI
38. *Кузнецов Г.В., Шеремет М.А.* О возможности регулирования тепловых режимов типичного элемента радиоэлектронной аппаратуры или электронной техники с локальным источником тепла за счет естественной конвекции // *Микроэлектроника.* – 2010. – Т. 39, № 6. – С. 452-467.

Поступила в редакцию 13.07.11; опубликована в электронном виде 22.10.12