

DOI: [10.7242/1999-6691/2012.5.2.27](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.2.27)
 УДК 532.546, 534-14

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СРЕДЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ «ОДНОРОДНАЯ ЖИДКОСТЬ – ПОРИСТАЯ СРЕДА» В ПОЛЕ ВИБРАЦИЙ ВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ

Е.А. Колчанова¹, Д.В. Любимов², Т.П. Любимова¹

¹*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия*

²*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия*

В рамках осредненного подхода исследована линейная задача устойчивости равновесия в двухслойной системе «однородная жидкость – пористая среда, насыщенная той же жидкостью» в поле силы тяжести и вертикальных высокочастотных вибраций. Показано, что, как в отсутствие, так и при наличии вибраций, нейтральные кривые в некотором диапазоне параметров имеют бимодальный характер. Вибрации стабилизируют равновесие и увеличивают длину волны наиболее опасных возмущений. Кроме того, вибрации приводят к тому, что «длинноволновая» неустойчивость равновесия в системе возникает при меньших значениях эффективной проницаемости пористой среды и больших безразмерных толщинах жидкого слоя, чем в случае статического поля силы тяжести.

Ключевые слова: конвекция, проницаемость пористой среды, двухслойная система, вибрации

INFLUENCE OF EFFECTIVE MEDIUM PERMEABILITY ON STABILITY OF A TWO-LAYER SYSTEM “PURE FLUID-POROUS MEDIUM” UNDER HIGH-FREQUENCY VIBRATIONS

E.A. Kolchanova¹, D.V. Lyubimov² and T.P. Lyubimova¹

¹*Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia*

²*Perm State National Research University, Perm, Russia*

In the framework of the averaged approach a linear stability problem for a two-layer system consisting of pure fluid layer and porous medium saturated by the fluid under gravity and vertical high-frequency vibrations is investigated. It is shown that in the presence of vibrations neutral curves are bimodal in some range of parameters as in the case of a static gravity field. Vibrations stabilize the equilibrium of the two-layer system and increase the length of most unstable perturbation waves. Moreover, vibrations make “long-wave” perturbations to be most unstable at lower porous medium permeability and larger fluid layer thickness than in the absence of vibrations.

Key words: convection, porous medium permeability, two-layer system, vibration

1. Введение

Изучается влияние высокочастотных вертикальных вибраций и эффективной проницаемости пористой среды на возбуждение конвекции в подогреваемой снизу двухслойной системе, состоящей из слоя однородной жидкости и расположенного под ним слоя пористой среды, насыщенной той же жидкостью, в поле силы тяжести.

Возникновение конвекции в двухслойной системе «пористая среда – одно- или двухкомпонентная жидкость» в статическом поле силы тяжести исследовалось в работах [1–4]. Бимодальный характер нейтральных кривых для системы горизонтальных слоев однородной жидкости и пористой среды, насыщенной жидкостью, впервые описан в работе [1]. Рассматривалась трехслойная система, состоящая из слоя жидкости, окруженного двумя пористыми слоями. Уравнения конвекции в жидком и пористом слоях записывались в приближении Дарси–Буссинеска с применением граничного условия равенства нулю касательной компоненты скорости жидкости на границе раздела двух сред. Показано, что при достаточно больших толщинах жидкого слоя и малых проницаемостях пористой среды наиболее опасными становятся коротковолновые возмущения, локализованные в основном в жидком слое. В [2] для описания конвекции в двухслойной системе «однородная жидкость – пористая среда, насыщенная жидкостью» использовалась модель Бринкмана–Буссинеска, учитывающая помимо силы сопротивления пористого скелета движению жидкости в среде, которая рассматривается в рамках модели Дарси–Буссинеска, вязкую диффузию жидкости в пористой среде. Нейтральные кривые монотонной неустойчивости, полученные в рамках этой модели и в рамках модели Дарси–Буссинеска, качественно согласуются.

В работах [3, 4] рассматривалось влияние отношения толщин жидкого и пористого слоев на возбуждение конвекции в двухслойной системе «одно- или двухкомпонентная жидкость – пористая среда, насыщенная жидкостью» в статическом поле силы тяжести. В [3] использовались различные уравнения для описания конвекции в пористом и жидком слоях, а в [4] конвективное течение исследовалось с помощью единого уравнения для двух сред, но путем введения неоднородной пористости m , которая на твердой

границе имела значение, равное 0, в пористой среде — от 0 до 1 и в жидкости — 1. Показано, что в случае тепловой конвекции увеличение толщины жидкого слоя приводит к понижению порога устойчивости механического равновесия системы. Полученные в [3, 4] результаты качественно согласуются.

Роль высокочастотных вибраций в возбуждении конвекции в горизонтальном слое пористой среды, насыщенной однокомпонентной жидкостью, изучалась в работах [5–7]. Установлено, что вертикальные вибрации повышают устойчивость системы вплоть до полной стабилизации равновесия. Основным эффектом воздействия высокочастотных поступательных вибраций на неоднородные среды описан в [8] и заключается в появлении средней силы, влияющей на неоднородности плотности. В случае, когда направления градиента температуры и оси вибраций совпадают с направлением силы тяжести, действие средней вибрационной силы приводит к стабилизации механического равновесия жидкости. Становится устойчивым равновесие как однородной жидкости, так и пористой среды, насыщенной однородной жидкостью. Приход в устойчивое состояние наблюдается и в двухслойной системе (см. работы [9, 10], где исследовалась устойчивость механического равновесия в двухслойной системе, состоящей из горизонтальных слоев однокомпонентной жидкости и пористой среды, насыщенной жидкостью, в поле силы тяжести и высокочастотных вибраций). В [9] рассмотрен случай тонкого жидкого слоя. Найдены эффективные граничные условия на верхней границе пористого слоя, учитывающие влияние конвекции в жидкой прослойке, и получено, что вибрации повышают порог устойчивости, а жидкая прослойка играет дестабилизирующую роль. Длина волны наиболее опасных возмущений растет с увеличением интенсивности вибраций и утолщением жидкой прослойки. В [10] рассмотрен более общий случай произвольной толщины жидкого слоя и показано, что вибрации, ввиду малости инерционных эффектов в пористой среде по сравнению с жидким слоем, оказывают более сильное влияние на коротковолновые возмущения, в основном локализованные в жидком слое, чем на «длинноволновые», охватывающие оба слоя в целом (здесь и ниже под длинноволновыми возмущениями понимаются возмущения, соответствующие минимуму нейтральной кривой при меньшем волновом числе).

Роль высокочастотных вибраций в возбуждении конвекции в двухслойной системе «однородная жидкость – пористая среда, насыщенная той же жидкостью» при изменении эффективной проницаемости пористой среды не изучалась.

2. Постановка задачи. Определяющие уравнения и граничные условия

Рассмотрим задачу устойчивости механического равновесия в двухслойной системе, состоящей из слоя однородной жидкости и расположенного под ним слоя пористой среды, насыщенной той же жидкостью, в поле силы тяжести. Система ограничена сверху и снизу твердыми изотермическими границами и подвергается вертикальным гармоническим вибрациям с амплитудой a и частотой ω .

Уравнения свободной тепловой конвекции в жидком слое записываются в приближении Буссинеска, в пористом слое — в приближении Дарси–Буссинеска [11]. Задача имеет решение, соответствующее механическому равновесию, при котором распределение температуры в слоях однородной жидкости $T_0(z)$ и пористой среды $\vartheta_0(z)$ является линейным: $\nabla T_0 = -A_f$, $\nabla \vartheta_0 = -A_m$, где A_f, A_m — вертикальные градиенты температуры в жидкости и пористой среде в состоянии механического равновесия.

Уравнения, описывающие малые возмущения равновесия, в системе отсчета, связанной с колеблющимися границами слоя, имеют вид в жидком слое:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p_f + \nu \Delta \mathbf{v} + g\beta T\gamma - a\omega^2 \beta T\gamma \cos \omega t, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi_f \Delta T + A_f \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0; \quad (2)$$

в пористом слое:

$$\frac{1}{m} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p_m - \frac{\nu}{K} \mathbf{u} + g\beta \vartheta \gamma - a\omega^2 \beta \vartheta \gamma \cos \omega t, \quad (3)$$

$$b \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \chi_{\text{eff}} \Delta \vartheta + A_m \mathbf{u} \boldsymbol{\gamma}, \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{v} — скорость конвективного движения в чистой жидкости; \mathbf{u} — скорость конвективной фильтрации в пористой среде, насыщенной жидкостью; p_f, p_m — давления в жидкости и пористой среде без учета гидростатической добавки; T, ϑ — отклонения температуры в жидкости и пористой среде от средних значений; ρ — плотность жидкости, ν — кинематическая вязкость жидкости; g — ускорение силы тяжести; β — коэффициент объемного расширения жидкости; m — коэффициент пористости;

K — коэффициент проницаемости среды; b — отношение теплоемкостей единиц объема пористой среды и жидкости; χ_f, χ_m — температуропроводности жидкости и пористой среды; χ_{eff} — эффективная температуропроводность, связанная с температуропроводностью пористой среды соотношением $\chi_{eff} = b\chi_m$; γ — орт вертикальной оси.

На твердой поверхности, ограничивающей двухслойную систему снизу, исчезают нормальная компонента возмущений скорости и возмущения температуры, на верхней границе — возмущения скорости и температуры:

$$z = -h_m : \mathbf{u} \cdot \gamma = 0, \quad \vartheta = 0, \quad (5)$$

$$z = h_f : \mathbf{v} = 0, \quad T = 0. \quad (6)$$

Здесь h_m, h_f — толщины жидкого и пористого слоев соответственно.

На границе раздела слоев выполняются условия непрерывности температуры и теплового потока:

$$z = 0 : T = \vartheta, \quad \kappa_f \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa_m \frac{\partial \vartheta}{\partial z}. \quad (7)$$

В качестве гидродинамических граничных условий на поверхности раздела принимаются: непрерывность нормальной компоненты скорости, непрерывность давления и условие равенства нулю касательной компоненты скорости жидкости [1]:

$$z = 0 : \mathbf{v} \cdot \gamma = \mathbf{u} \cdot \gamma, \quad p_f = p_m, \quad v_\tau = 0. \quad (8)$$

Поясним последнее граничное условие. Поскольку при движении в пористой среде жидкость испытывает сопротивление пористого скелета, скорость конвективной фильтрации в пористом слое, как правило, мала по сравнению со скоростью жидкости в жидком слое. Это дает основание предположить, что тангенциальная компонента скорости жидкости при переходе через границу раздела двух сред меняется скачком, и для жидкого слоя ее можно положить равной нулю на границе раздела.

Ограничимся рассмотрением вибраций с малой по сравнению с характерным размером задачи амплитудой $a \ll h_m$. Частота вибраций предполагается настолько большой, что толщина вязких пограничных слоев вблизи твердых границ слоя и границы раздела δ мала по сравнению с характерным размером задачи h_m : $\omega h_m^2 / \nu \gg 1$, $\sqrt{\nu/\omega} = \delta \ll h_m$. В этом случае все поля можно представить в виде сумм средних и пульсационных компонент и, применив метод осреднения, получить уравнения для этих компонент. Уравнения тепловой вибрационной конвекции в однородной жидкости можно найти в [12]. Вывод уравнений тепловой вибрационной конвекции в пористой среде, насыщенной жидкостью, осуществлен в [5].

Отметим, что введенные приближения справедливы в диапазоне частот от вязких до звуковых, поскольку среда считается несжимаемой, то есть при $\nu/h_m^2 \ll \omega \ll c/h_m$. Здесь c — скорость звука. Например, для воды ($\nu = 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$) при $h_m = 1 \text{ см}$ диапазон допустимых частот составляет: $10^{-2} \ll \omega \ll 10^5 \text{ с}^{-1}$.

В работах [9, 10] подробно описан вывод уравнений вибрационной конвекции в двухслойной системе «однородная жидкость – пористая среда, насыщенная той же жидкостью» в поле силы тяжести и высокочастотных вибраций. Поэтому далее приведем уравнения вибрационной конвекции для осредненных по периоду вибраций полей скорости, температуры и давления только в окончательной безразмерной форме:

в жидком слое:

$$\frac{1}{Pr_m} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla p_f + \Delta \mathbf{v} + \frac{R_p}{\varepsilon} T \gamma + \kappa b \frac{R_{pv}}{\varepsilon} \gamma \operatorname{Re}(i \mathbf{V} \gamma), \quad (9)$$

$$\chi \frac{\partial T}{\partial t} = \Delta T + \kappa^2 \mathbf{v} \gamma, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (10)$$

$$i \Omega \mathbf{V} = -\nabla P_f - T \gamma, \quad \operatorname{div} \mathbf{V} = 0; \quad (11)$$

в пористом слое:

$$\frac{\varepsilon}{m \text{Pr}_m} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p_m - \mathbf{u} + R_p \vartheta \boldsymbol{\gamma} + R_{pv} \text{Re}(i\mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \boldsymbol{\gamma}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \Delta \vartheta + \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad \text{div} \mathbf{u} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{i\Omega \mathbf{W}}{m} = -\nabla P_m - \mathbf{W} - \vartheta \boldsymbol{\gamma}, \quad \text{div} \mathbf{W} = 0 \quad (14)$$

с граничными условиями

$$z = 0: \quad \mathbf{v} \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{u} \boldsymbol{\gamma}, \quad v_\tau = 0, \quad T = \vartheta, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa \frac{\partial \vartheta}{\partial z}, \quad P_f = P_m, \quad \mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad P_f = P_m, \quad (15)$$

$$z = d: \quad \mathbf{v} = 0, \quad T = 0, \quad \mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\gamma} = 0, \quad (16)$$

$$z = -1: \quad \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\gamma} = 0, \quad \vartheta = 0, \quad \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\gamma} = 0.$$

Здесь v_τ — касательная компонента скорости жидкости; $\kappa = \kappa_m / \kappa_f$, где κ_f, κ_m — теплопроводности жидкости и пористой среды; $\mathbf{V}, \mathbf{W}, P_f, P_m$ — комплексные амплитуды пульсационных полей скорости и давления в однородной жидкости и пористой среде.

В качестве единиц измерения величин выбраны следующие: $[T] = [\vartheta] = \theta = A_m L$; $[\mathbf{v}] = [\mathbf{u}] = \chi_{\text{eff}} / (L^2 A_m)$; $[\mathbf{V}] = [\mathbf{W}] = a\omega^2 \beta \theta K / \nu$; $[P_f] = [P_m] = a\omega^2 \rho \theta L \beta$; $[t] = bL^2 / \chi_{\text{eff}}$; $[p_f] = [p_m] = \eta \chi_{\text{eff}} \theta / (LKA_m)$, где характерный масштаб L равняется толщине пористого слоя h_m .

Задача (9)–(16) содержит следующие безразмерные параметры: число Прандтля $\text{Pr}_m = \nu / \chi_m$ и число Рейля $R_p = g \beta K L^2 A_m / (\nu \chi_{\text{eff}})$ для пористой среды; вибрационное число Рейля $R_{pv} = (a\omega A_m \beta K L)^2 \omega / (2b\nu^2 \chi_{\text{eff}})$ для пористой среды; безразмерную частоту вибраций $\Omega = \omega K / \nu$; безразмерную толщину жидкого слоя $d = h_f / h_m$, параметр Дарси $\varepsilon = K / L^2$; отношение теплопроводностей пористой среды, насыщенной жидкостью, и жидкости κ ; отношение температуропроводностей пористой среды, насыщенной жидкостью, и жидкости $\chi = \kappa / b = \chi_m / \chi_f$. Здесь $b = (\rho C_p)_m / (\rho C_p)_f$, где C_{pf}, C_{pm} — удельные теплоемкости при постоянном давлении в жидкости и в пористой среде.

Ограничимся исследованием монотонной неустойчивости. Исключая давление и горизонтальные компоненты скоростей и рассматривая периодические вдоль оси x возмущения (все поля пропорциональны $\cos(kx)$, где k — волновое число возмущений), получаем спектральную задачу для нейтральных возмущений в жидком слое:

$$\varepsilon \Delta^2 v + R_p \Delta_2 T + \kappa b R_{pv} \Delta_2 \text{Re}(iV) = 0, \quad (17)$$

$$\Delta T + \kappa^2 v = 0, \quad (18)$$

$$i\Omega \Delta V = -\Delta_2 T; \quad (19)$$

в пористом слое:

$$\Delta u - R_p \Delta_2 \vartheta - R_{pv} \Delta_2 \text{Re}(iW) = 0, \quad (20)$$

$$\Delta \vartheta + u = 0, \quad (21)$$

$$i \frac{\Omega}{m} \Delta W = -\Delta W - \Delta_2 \vartheta \quad (22)$$

с граничными условиями:

$$z = 0: \quad v = u, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \varepsilon \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad T = \vartheta, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa \frac{\partial \vartheta}{\partial z}, \quad V = W, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = \left(\frac{1}{m} - i \frac{1}{\Omega} \right) \frac{\partial W}{\partial z}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
 z = d: \quad v = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad T = 0, \quad V = 0, \\
 z = -1: \quad u = 0, \quad \vartheta = 0, \quad W = 0.
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Здесь v, u, V, W — вертикальные компоненты векторов $\mathbf{v}, \mathbf{u}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2$, $\Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial z^4} - 2k^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^4$, $\Delta_2 = -k^2$.

Для системы уравнений (17)–(22) с граничными условиями (23), (24) численно строилась фундаментальная система решений с учетом ортогонализации базисных векторов частных решений [13, 14]. Полученная система однородных дифференциальных уравнений для векторов частных решений, удовлетворяющих условиям на верхней и нижней твердых границах двухслойной системы (24), решалась в каждом из слоев методом Рунге-Кутты–Мерсона пятого порядка с автоматическим выбором шага интегрирования. В некоторых точках интервала интегрирования применялся метод ортогонализации по Граму–Шмидту [15]. Из стыковки векторов частных решений на границе раздела слоев (условия (23)), получалась задача на собственные значения, из решения которой находились параметры задачи.

3. Результаты численного исследования

Численное исследование устойчивости механического равновесия двухслойной системы «однородная жидкость – пористая среда, насыщенная той же жидкостью» в поле силы тяжести и высокочастотных вибраций проводилось при фиксированных значениях следующих параметров: $\Omega = 1$, $b = 1$, $\kappa = 1,43$, $m = 0,25$. Рассматривалось влияние изменения безразмерной толщины жидкого слоя, эффективной проницаемости пористой среды и вибрационного числа Рэлея в пористой среде на устойчивость равновесия системы.

На рисунке 1 изображено семейство нейтральных кривых при $d = 0,20$ и различных значениях эффективной проницаемости пористой среды ε для двух значений вибрационного числа Рэлея: $R_{pv} = 0$ и $R_{pv} = 50$. Видно, что в области малых значений ε , как при наличии вибраций, так и в их отсутствие, наиболее опасными являются коротковолновые возмущения (то есть возмущения с большим значением волнового числа k), локализованные в основном в жидком слое (кривые 1). Поскольку при движении в пористой среде жидкость испытывает сопротивление пористого скелета, при малых значениях проницаемости гидродинамические возмущения практически не проникают в пористую среду, а сосредоточены главным образом в слое жидкости. С ростом эффективной проницаемости пористой среды наиболее опасными становятся длинноволновые возмущения (то есть возмущения с малым значением волнового числа k), охватывающие и слой жидкости, и слой пористой среды (кривые 3). При дальнейшем увеличении эффективной проницаемости пористой среды коротковолновый минимум полностью исчезает. Полученные результаты качественно согласуются с результатами работы [1], где решалась линейная задача возбуждения конвекции в трехслойной системе, состоящей из подогреваемого снизу слоя однокомпонентной жидкости, который располагается между двумя пористыми слоями, насыщенными той же жидкостью. Вибрации приводят к повышению порога устойчивости равновесия и росту длины волны наиболее опасных возмущений (см. штриховые кривые 1–3, Рис. 1).

На рисунке 2 представлены зависимости волнового числа наиболее опасных возмущений от безразмерной толщины жидкого слоя при различных значениях эффективной проницаемости пористой среды для двух значений вибрационного числа Рэлея: $R_{pv} = 0$ и $R_{pv} = 50$. Легко видеть, что с ростом толщины жидкого слоя происходит скачкообразный переход от длинноволновых возмущений к коротковолновым (кривые 1, 2 и сплошная кривая 3). Влияние вибраций на коротковолновые возмущения оказывается гораздо сильнее, чем на длинноволновые. Такое различие связано с тем,

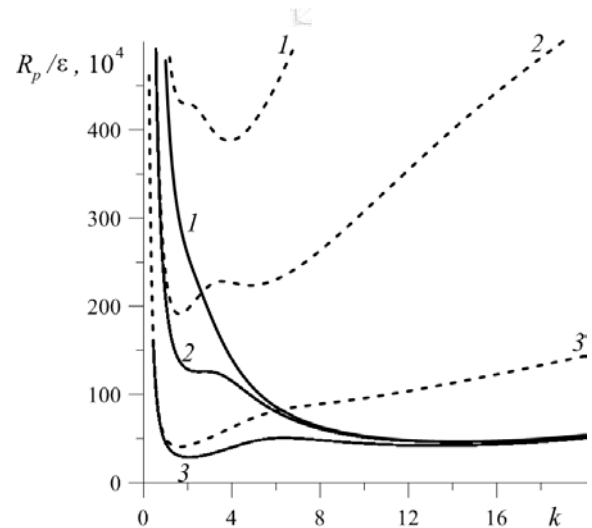


Рис. 1. Нейтральные кривые устойчивости равновесия при $d = 0,20$ и различных значениях эффективной проницаемости пористой среды $\varepsilon, 10^{-6}$: 4 (кривая 1), 10 (2), 50 (3), для двух значений вибрационного числа Рэлея $R_{pv} = 0$ (сплошные линии) и $R_{pv} = 50$ (штриховые линии)

что коротковолновые возмущения локализованы в основном в жидком слое, а длинноволновые охватывают всю систему. Инерционные эффекты, ввиду малости параметра ε , в пористом слое выражены слабее, чем в однородной жидкости, поэтому влияние вибраций на длинноволновые возмущения слабее, чем на возмущения, локализованные в жидком слое. Этот результат согласуется с результатом, представленным в работе [10]. С ростом проницаемости пористой среды длина волны наиболее опасных возмущений растет (см. кривые 1–3, Рис. 2).

Рисунок 3 содержит зависимости волнового числа наиболее опасных возмущений от эффективной проницаемости пористой среды при различных фиксированных значениях безразмерной толщины жидкого слоя для двух значений вибрационного числа Рэлея: $R_{pv} = 0$ и $R_{pv} = 50$. Как было отмечено ранее, при малых значениях ε равновесие является неустойчивым по отношению к коротковолновым возмущениям, локализованным в жидком слое (см. кривые 1, Рис. 1). С ростом ε гидродинамические возмущения начинают проникать в пористую среду, и при некотором значении этого параметра (например, для $d = 0,20$ и $R_{pv} = 0$ — это $\varepsilon = 3,22 \cdot 10^{-5}$) происходит переход от коротковолновой к длинноволновой неустойчивости (см. кривые 1, 2 на Рис. 3). Вибрации приводят к тому, что длинноволновая неустойчивость равновесия в системе возникает при меньших проницаемостях пористой среды и больших безразмерных толщинах жидкого слоя, чем в случае статического поля силы тяжести (см. например, кривые 1 на Рис. 2 или кривые 2 на Рис. 3).

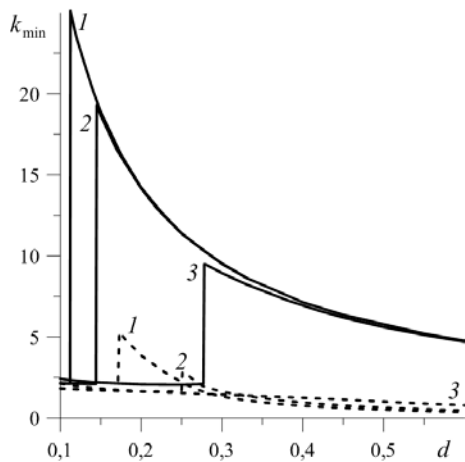


Рис. 2. Зависимости волнового числа наиболее опасных возмущений равновесия от безразмерной толщины жидкого слоя при различных значениях эффективной проницаемости пористой среды $\varepsilon, 10^{-6}$: 4 (кривая 1), 10 (2), 100 (3) для двух значений вибрационного числа Рэлея $R_{pv} = 0$ (сплошные линии) и $R_{pv} = 50$ (штриховые линии)

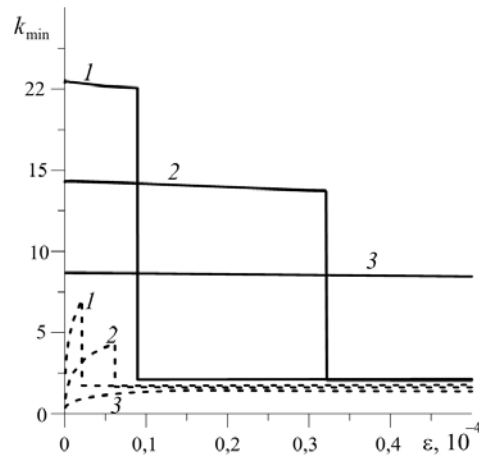


Рис. 3. Зависимости волнового числа наиболее опасных возмущений равновесия от эффективной проницаемости пористой среды при различных значениях безразмерной толщины жидкого слоя d : 0,14 (кривая 1), 0,20 (2), 0,33 (3) для двух значений вибрационного числа Рэлея $R_{pv} = 0$ (сплошные линии) и $R_{pv} = 50$ (штриховые линии)

Далее приводятся карты устойчивости для наиболее опасных возмущений в зависимости от безразмерной толщины жидкого слоя при различных значениях эффективной проницаемости пористой среды (Рис. 4) и безразмерной толщины жидкого слоя (Рис. 5). Сплошными линиями показаны кривые в отсутствие вибраций, штриховыми линиями — кривые при $R_{pv} = 50$. Как видно из рисунков, вибрации стабилизируют равновесие системы во всем исследуемом диапазоне параметров. Изломы кривых при увеличении безразмерной толщины жидкого слоя и уменьшении проницаемости среды связаны с переходом от наиболее опасных длинноволновых возмущений к наиболее опасным коротковолновым. Кривые 1–3 на рисунках 4 и 5 свидетельствуют о том, что увеличение толщины жидкого слоя и проницаемости среды приводит к понижению устойчивости равновесия системы.

На рисунке 6 представлена диаграмма на плоскости параметров $\varepsilon - h$ (где $h = 1/d$), где кривыми 1 и 3 ограничена область существования нейтральных кривых с двумя минимумами: коротковолновым и длинноволновым. При параметрах из области между кривыми 1 и 2 длинноволновые минимумы оказываются ниже коротковолновых, а при параметрах из области между кривыми 2 и 3 (заштрихованная область) наиболее опасны коротковолновые минимумы. Выше кривой 1 находится область параметров, при которых нейтральные кривые имеют один длинноволновый минимум. Область параметров, лежащая ниже кривой 3, соответствует нейтральным кривым с одним коротковолновым минимумом. В точке, где все три кривые сходятся (пик области), параметры имеют значения: $\varepsilon = 8,12 \cdot 10^{-4}$ и $h = 1,89$ ($d = 0,53$).

Заметим, что при любых значениях эффективной проницаемости пористой среды для достаточно больших толщин жидкого слоя (при $d > 0,53$) возмущения практически не проникают в пористую среду и охватывают только слой жидкости.

На рисунке 7 изображены две диаграммы на плоскости параметров $\varepsilon - h$ при $R_{pv} = 0$ и $R_{pv} = 50$. На диаграммах кривыми 1 и 3 ограничена область существования двух минимумов: коротковолнового и длинноволнового. В заштрихованных областях более опасными являются коротковолновые минимумы. Как видно, вибрации приводят к сужению интервала значений параметров ε и h , в котором нейтральные кривые являются бимодальными. Таким образом, в поле высокочастотных вибраций уже при малых значениях проницаемости пористой среды и достаточно больших толщинах жидкой прослойки длинноволновые возмущения становятся наиболее опасными и, как видно из рисунка, заштрихованная область сдвигается в сторону меньших значений ε и больших значений d . В отличие от безвибрационного случая, при котором максимальное значение эффективной проницаемости пористой среды ε , характерное для нейтральных кривых с двумя минимумами, резко уменьшается с ростом h , при наличии вибраций существует некоторое максимальное критическое значение параметра ($h_* \approx 7,7$), ниже которого наблюдается умеренный рост эффективной проницаемости среды.

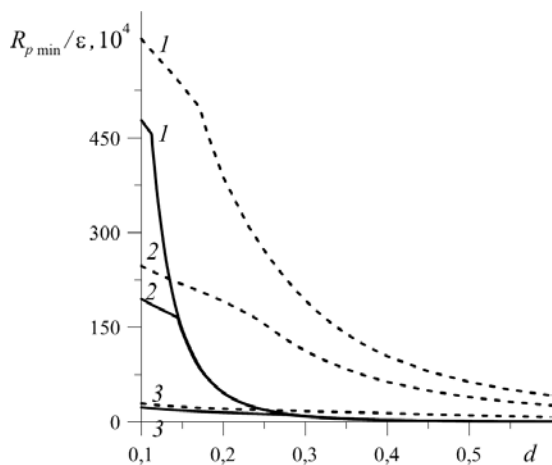


Рис. 4. Карты устойчивости для наиболее опасных возмущений в зависимости от безразмерной толщины жидкого слоя при различных значениях эффективной проницаемости среды $\varepsilon, 10^{-6}$: 4 (кривая 1), 10 (2), 100 (3) для двух значений вибрационного числа Рейля $R_{pv} = 0$ (сплошные линии) и $R_{pv} = 50$ (штриховые линии)

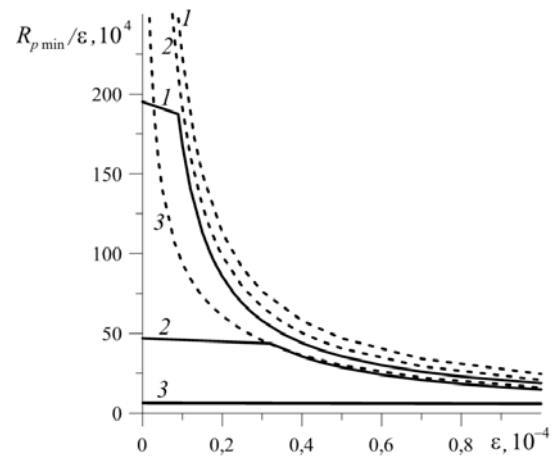


Рис. 5. Карты устойчивости для наиболее опасных возмущений в зависимости от эффективной проницаемости среды при различных значениях безразмерной толщины жидкого слоя d : 0,14 (кривая 1), 0,20 (2), 0,33 (3) для двух значений вибрационного числа Рейля $R_{pv} = 0$ (сплошные линии) и $R_{pv} = 50$ (штриховые линии)

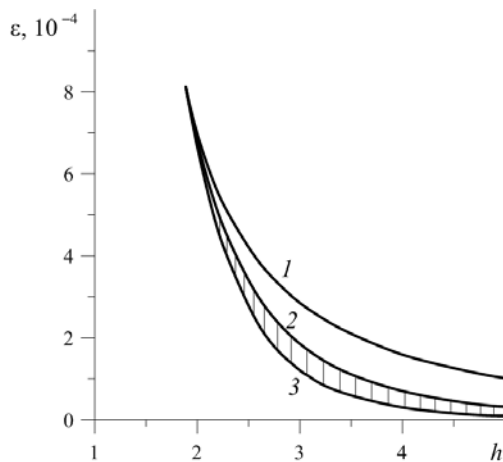


Рис. 6. Диаграмма $\varepsilon - h$; кривые 1 и 3 ограничивают область существования двух минимумов (заштрихована та ее часть, где наиболее опасными являются коротковолновые возмущения)

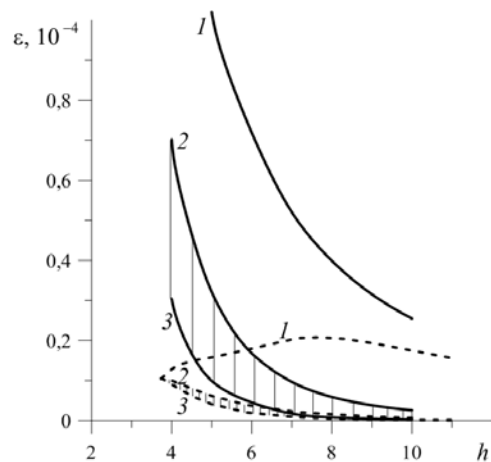


Рис. 7. Области существования двух минимумов нейтральных кривых при $R_{pv} = 0$ (сплошные линии) и $R_{pv} = 50$ (штриховые линии)

4. Заключение

В работе исследовано влияние величины эффективной проницаемости среды на возникновение конвекции в подогреваемой снизу двухслойной системе «однородная жидкость – пористая среда, насыщенная той же жидкостью» в поле силы тяжести в отсутствие и при наличии высокочастотных вибраций.

Как показали расчеты, в безвибрационном случае с ростом эффективной проницаемости пористой среды и с уменьшением толщины жидкого слоя длина волны наиболее опасных возмущений растет. Это связано с тем, что при движении в пористой среде жидкость испытывает сопротивление пористого скелета, и, соответственно, чем выше проницаемость среды и меньше влияние жидкого слоя, тем легче возмущения проникают в слой пористой среды, приводя к развитию длинноволновой неустойчивости.

При наличии вибраций нейтральные кривые, как и в случае статического поля силы тяжести, в некотором диапазоне параметров являются бимодальными. Получены диаграммы существования нейтральных кривых с двумя минимумами. Показано, что в поле высокочастотных вибраций длинноволновые возмущения становятся наиболее опасными при меньших значениях проницаемости пористой среды и больших толщинах жидкого слоя, чем в отсутствие вибраций, когда при малых значениях проницаемости среды и умеренных толщинах жидкого слоя неустойчивость равновесия в системе связана с развитием коротковолновых возмущений.

Литература

1. Любимов Д.В., Муратов И.Д. О конвективной неустойчивости в слоистой системе // Гидродинамика. – Пермь, 1977. – Вып. 10. – С. 38-46.
2. Somerton C.W., Catton I. On the thermal instability of superposed porous and fluid layers // J. Heat Transfer. – 1982. – V. 104, N. 1. – P. 160-165. DOI
3. Chen F., Chen C.F. Onset of finger convection in a horizontal porous layer underlying a fluid layer // J. Heat Transfer. – 1988. – V. 110, N. 2. – P. 403-409. DOI
4. Zhao Pinghua, Chen C.F. Stability analysis of double-diffusive convection in superposed fluid and porous layers using a one-equation model // Int. J. Heat Mass Tran. – 2001. – V. 44, N. 24. – P. 4625-4633. DOI
5. Зеньковская С.М. Действие высокочастотной вибрации на фильтрационную конвекцию // ПМТФ. – 1992. – Т. 33, № 5. – С. 83-88.
6. Зеньковская С.М., Роговенко Т.Н. Фильтрационная конвекция в высокочастотном вибрационном поле // ПМТФ. – 1999. – Т. 40, № 3. – С. 22-29.
7. Bardan G., Mojtabi A. On the Horton–Rogers–Lapwood convective instability with vertical vibration: Onset of convection // Phys. Fluids. – 2000. – V. 12, N. 11. – P. 2723-2731. DOI
8. Lyubimov D.V. Convective flows under the influence of high-frequency vibrations // Eur. J. Mech. B / Fluids. – 1995. – V. 14, N. 4. – P. 439-458.
9. Любимов Д.В., Любимова Т.П., Муратов И.Д. Влияние вибраций на возбуждение конвекции в двухслойной системе пористая среда – однородная жидкость // Гидродинамика. Межвуз. сб. науч. трудов / Перм. ун-т. – Пермь, 2004. – Вып. 14. – С. 148-159.
10. Любимов Д.В., Любимова Т.П., Муратов И.Д., Шишкина Е.А. Влияние вибраций на возникновение конвекции в системе горизонтального слоя чистой жидкости и слоя пористой среды, насыщенной жидкостью // МЖГ. – 2008. – № 5. – С. 132-143.
11. Герцуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1972. – 392 с.
12. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. Thermal vibrational convection. – N.Y.: Wiley, 1998. – 358 p.
13. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical Recipes in C++ – The art of scientific computing. – Cambridge University Press, 2007. – 1018 p.
14. Лобов Н.И., Любимов Д.В., Любимова Т.П. Численные методы решения задач теории гидродинамической устойчивости: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во ПГУ, 2004. – 101 с.
15. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.

Поступила в редакцию 13.04.12; опубликована в электронном виде 30.06.12

Сведения об авторах

Колчанова Екатерина Андреевна, асп., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Ак. Королёва, д. 1; E-mail: ekaterina_shishk@mail.ru

Любимов Дмитрий Викторович, дфмн, проф., зав. каф., Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), 614990, Пермь, ул. Букирева, д. 15

Любимова Татьяна Петровна, дфмн, проф., зав. лаб., ИМСС УрО РАН; E-mail: lyubimovat@mail.ru