DOI: 10.7242/1999-6691/2012.5.1.7 УДК 539.3

МОДЕЛЬ ПОВРЕЖДЁННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ МЕХАНИЗМОВ МАЛО- И МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ

И.А. Волков, М.Н. Ереев, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов

Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород, Россия

Для оценки прочности и ресурса ответственных инженерных объектов развита математическая модель повреждённой среды, включающая соотношения, которые определяют упругопластическое поведение материала, кинетические уравнения накопления повреждений и критерий прочности повреждённого материала. Предложена форма эволюционного уравнения накопления повреждений, вызванных совместным действием механизмов малоцикловой (МЦУ) и многоцикловой (МнЦУ) усталости. Показано, что при регулярном циклическом нагружении материала с уменьшением амплитуды деформации переход от МЦУ к МнЦУ происходит постепенно и зависит от физического взаимодействия этих механизмов в переходной зоне. Приведена методика численного определения параметров эволюционного уравнения накопления усталостных повреждений при МнЦУ. Результаты сопоставления расчетных и экспериментальных данных показали, что разработанная модель повреждённой среды достоверно описывает долговечность конструкций при совместном действии механизмов мало- и многоцикловой усталости.

Ключевые слова: моделирование, напряжённо-деформированное состояние, пластичность, повреждённость, разрушение, малоцикловая и многоцикловая усталость, долговечность, ресурс

A MODEL OF DAMAGED MEDIUM FOR EVALUATING THE DURABILITY OF STRUCTURES SUBJECTED TO COMBINED LOW- AND HIGH-CYCLE FATIGUE LOADING

I.A. Volkov, M.N. Ereev, Yu.G. Korotkikh and I.S. Tarasov

Volga State Academy of Water Transportation, Nizhny Novgorod, Russia

In order to evaluate the strength and lifetime of critical engineering structures, we have developed a mathematical model of damaged medium consisting of elastoplastic constitutive equations, kinetic equations of damage accumulation, and a strength criterion of damaged material. A version of the evolution equation describing accumulation of damages caused by a combination of low-cycle fatigue (LCF) and high-cycle fatigue (HSF) mechanisms is proposed. It is shown that under regular cyclic loading, when the amplitude of deformation in a cycle decreases, the transition from low cycle fatigue to high cycle fatigue proceeds gradually and depends on the physical interaction of these mechanisms in the transition zone. A method for determining the parameters of the evolution equation of fatigue damage accumulation is presented. Comparison of the calculated and experimental data shows that the developed model of damage medium adequately describes the durability of structures subjected to combined low- and high-cycle fatigue loading.

Key words: modeling, stress-strain state, plasticity, damage, failure, low-and high-cycle fatigue, durability, resource

1. Введение

Обоснование гарантируемой безопасной эксплуатации ответственных инженерных объектов (ядерных энергетических установок, сооружений химической, газовой, нефтяной отрасли и других) в течение длительного срока службы (40–60 лет) при коэффициенте использования ~ 90% требует на всех жизненных этапах этих объектов достоверной информации об истории и характере эксплуатационных воздействий на конструктивные элементы, об изменениях, происходящих в конструкционных материалах, и их физико-механических и прочностных характеристиках.

Внезапные прочностные отказы конструктивных элементов являются следствием неконтролируемого постепенного ухудшения начальных прочностных параметров конструкционных материалов в результате накопления повреждений под воздействием физических полей различной природы. Ввиду локальности деградационных процессов ресурс конструктивных элементов определяется ресурсом их опасных зон, в которых темпы изменения свойств материалов наибольшие, к тому же параметры здесь могут быть отличными от параметров всего объекта вследствие конструктивных особенностей, эксплуатационных условий, технологии изготовления и так далее.

Существует большое количество механизмов деградации свойств конструкционных материалов, которые приводят к исчерпанию времени жизни конкретного инженерного объекта. Но в данной работе речь пойдет лишь о тех из них, которые зависят от условий эксплуатации. Для инженерных объектов энергетического назначения доминирующими механизмами, определяющими ресурс конструктивных узлов, являются малоцикловая и многоцикловая усталость. В окрестности предела текучести оба эти механизма обуславливают усталостную долговечность конструкционного материала, поэтому актуальным является их совместное моделирование [1–5].

Долговечность при малоцикловой усталости в значительной степени определяется характеристиками процессов упругопластического деформирования конструкционных материалов и историей их

нагружения [6]. Многоцикловая усталость металла является следствием микроскопической деформации, вызывающей совокупность необратимых процессов на микро- и мезоуровнях (циклическая вязкость, внутреннее трение и так далее) [7]. В работах [8–10] с современных позиций механики повреждённой среды развита математическая модель, описывающая процессы накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при многоосных непропорциональных путях малоциклового термосилового нагружения. В [7] приведён энергетический критерий многоцикловой усталости и основные экспериментальные результаты его обоснования.

В настоящей работе с учетом энергетического критерия модель повреждённой среды для описания процессов малоцикловой усталости [9, 10] обобщается на случай совместного протекания процессов малои многоцикловой усталости металлов и приводится пример её реализации при циклических термосиловых нагружениях с целью анализа усталостной долговечности конкретных конструктивных элементов.

2. Эволюционные уравнения накопления повреждений для оценки совместного действия механизмов МЦУ и МнЦУ

Моделирование процессов накопления усталостных повреждений при совместном рассмотрении механизмов мало- и многоцикловой усталости основывается на интегрировании по известной истории термосилового нагружения эволюционных уравнений неизотермического упругопластического деформирования материала и кинетических уравнений накопления усталостных повреждений. Математическая модель при МнЦУ базируется на экспериментально подтвержденном для большого класса конструкционных сталей критерии В.Т. Трощенко, который в случае симметричного регулярного циклического нагружения имеет вид [7]:

$$\sum_{1}^{N_f} \left[\Delta W'_e - \Delta W_{\mu} \right] = W_e^f = \text{const}, \qquad (1)$$

где W_e^f — критическая удельная работа, соответствующая зарождению усталостной трещины; $W_e' = \sum_{1}^{N_f} \Delta W_e' = \sum_{1}^{N_f} \sigma_{ij}' \Delta e_{ij}'^e$ — полная удельная работа девиатора напряжений σ_{ij}' на девиаторе упругих деформаций $e_{ij}'^e$; $W_u = \sum_{1}^{N_f} \Delta W_u = \sum_{1}^{N_f} \left[\Delta W_y \left(\Delta W_e' / \Delta W_y \right)^{\alpha} \right]$ — «неопасная» часть полной накопленной удельной работы; $W_y = \sum_{1}^{N_f} \Delta W_y$ — удельная работа девиаторов напряжений, соответствующая пределу выносливости материала; α — параметр материала; N_f — число циклов до зарождения усталостной трещины.

Для нерегулярного циклического нагружения на этапе времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ соотношение (1) записывается в виде [11]:

$$\Delta W_o = \Delta W_e \left[1 - f\left(\gamma\right) \right], \qquad \gamma = \sigma_u / \sigma_u^{\gamma}, \qquad \Delta W_e = \sigma_{ij}' \Delta e_{ij}'' / 2, \qquad (2)$$

где σ_u — интенсивность тензора напряжений $\sigma_u = (\sigma'_{ij}\sigma'_{ij})^{1/2}$; σ_u^y — интенсивность тензора напряжений, соответствующая условному пределу выносливости материала; ΔW_o — «опасная» часть полной удельной энергии упругого деформирования ΔW_e , затрачиваемая на образование микродефектов при МнЦУ; $\Delta W_u = \Delta W_e \cdot f(\gamma)$ — «неопасная» часть удельной энергии ΔW_e на этапе нагружения; $f(\gamma)$ — функция относительного значения амплитуды интенсивности напряжений, характеризующая степень влияния механизма МнЦУ на кривую усталости.

Функцию $f(\gamma)$ можно представить в виде уравнения

$$f(\gamma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \gamma \leq 1; \\ 1 - b^* \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma^* - 1}\right)^m & \text{при } 1 < \gamma < \gamma^*; \\ 1 - b^* & \text{при } \gamma \geq \gamma^*, \end{cases}$$
(3)



где b^* , γ^* , m — экспериментально определяемые параметры материала [7]. График функции показан на рисунке 1. Здесь $\gamma \in [0, 1]$ соответствует области отсутствия условий зарождения усталостной трещины, $\gamma \in (1, \gamma^*)$ области образования усталостной трещины по механизму МнЦУ, а диапазон $\gamma \ge \gamma^*$ — области образования усталостной трещины по совместному механизму малои многоцикловой усталости.

По своей структуре эволюционное уравнение в области МнЦУ можно представить в виде, аналогичном эволюционному уравнению накопления усталостных повреждений при МЦУ [9, 10]:

$$\Delta \omega_i = (\alpha_i + 1) / (r_i + 1) f_i(\beta) z_i^{\alpha_i} (1 - \omega_i)^{-r_i} \Delta z_i, \quad i = e, p,$$

$$\tag{4}$$

$$f_i(\beta) = \exp(-k_i\beta), \quad \beta = \sigma/\sigma_u, \ \sigma = \sigma_{kk}/3,$$
 (5)

$$z_{p} = \frac{W_{p} - W_{a}}{W_{p}^{f} - W_{a}}, \quad z_{e} = \frac{W_{e}}{W_{e}^{f}} \left[1 - f\left(\gamma\right) \right], \tag{6}$$

$$\Delta z_{p} = \frac{\Delta W_{p}}{W_{p}^{f} - W_{a}}, \quad \Delta z_{e} = \frac{\Delta W_{e}}{W_{e}^{f}} \Big[1 - f(\gamma) \Big], \tag{7}$$

$$W_p = \sum \Delta W_p, \quad \Delta W_p = \rho_{ij} \Delta e_{ij}^p, \quad W_e = \sum \Delta W_e, \quad \Delta W_e = \sigma_{ij}' \Delta e_{ij}'^e, \tag{8}$$

где ω — повреждённость материала; ρ_{ij} — тензор остаточных микронапряжений; W_a — значение энергии W_p в конце первой стадии процесса накопления усталостных повреждений при МЦУ [9, 10]; W_p^f и W_e^f — значения энергий, соответствующие образованию макроскопической трещины при изолированном развитии процессов МЦУ и МнЦУ; α_i , r_i и k_i — параметры материала.

При механизмах исчерпания ресурса, сочетающих МЦУ и МнЦУ, суммарная повреждённость определяется выражением:

$$\omega = \sum \Delta \omega, \quad \Delta \omega = \Delta \omega_e + \Delta \omega_p . \tag{9}$$

В качестве критерия окончания стадии развития рассеянных микроповреждений (образования макротрещины) может быть принят критерий достижения величиной повреждённости ω своего критического значения ω_f:

$$\omega = \omega_f \le 1. \tag{10}$$

3. Определение материальных параметров модели повреждённой среды при МнЦУ

В общем случае для практического применения модели повреждённой среды при МнЦУ необходимо знать для каждого конструкционного материала следующие материальные параметры: b^* — асимптотическое значение относительной удельной «опасной» энергии за цикл (характеризует начало участка совместного действия деградационных механизмов МЦУ и МнЦУ); γ^* — относительное значение амплитуды интенсивности напряжений σ_u , соответствующее b^* ; m — степенной показатель в функции $f(\gamma)$, вводимый для учета нелинейности влияния МнЦУ; σ_u^y — амплитуда интенсивности напряжений, соответствующая условному пределу усталости; W_e^f — критическое значение «опасной» энергии при МнЦУ.

Перечисленные параметры находятся по экспериментально-теоретической методике, подробно изложенной в [10] для случая МЦУ. Согласно методике из исследуемого конструкционного материала изготавливается серия лабораторных образцов, которые подвергаются одноосному циклическому растяжению–сжатию для установления количества циклов до зарождения усталостной трещины N_f в рабочей части образца. Эксперимент проводится при заданной амплитуде интенсивности деформаций



 Δe_u^T , отвечающей техническому пределу текучести материала σ_u^T . Из эксперимента также находится значение «опасной» энергии многоцикловой усталости: $W_e^f = \sigma'_{ij} e'_{ij}/2$.

Параметры γ^* и σ_u^y связаны формулой $\gamma^* = \sigma_u^* / \sigma_u^y$, где σ_u^* — то значение интенсивности тензора напряжений, после которого приращение относительной «опасной» энергии за цикл Δz_e не зависит от амплитуды деформации (Рис. 1). При определении параметров значение σ_u^* принимается равным $\sigma_u^* = \sigma_u^T$, а $\sigma_u^y = \sigma_u^T / 3$, если условный предел выносливости материала принять равным $N_f^y \approx 10^{12}$ циклов. При перечисленных условиях параметр $\gamma^* = 3$.

Значение параметра b^* выбирается по имеющейся экспериментальной информации и таким образом, чтобы влияние МнЦУ начинало сказываться с момента расхождения экспериментального графика усталостной долговечности с расчетным, полученным по математической модели усталостной долговечности при МЦУ [8]. Значение параметра b^* находится в диапазоне $0 < b^* < 1$.

Значение параметра *m* выбирается из условия наилучшего приближения расчётной кривой усталости к экспериментальной.

эволюционных С целью верификации уравнений совместной модели МЦУ и МнЦУ было проведено расчетное построение кривой усталости для стали 08X18H10T при одноосном циклическом растяжении-сжатии лабораторного образца. Материальные параметры модели МнЦУ для стали 08X18H10T были следующими: $b^* = 0,3$, m = 8, $\gamma^* = 3$, $\sigma_u^y = 61,5 \text{ MIIa}$, $W_e^f = 5050 \text{ MJm}/\text{m}^3$. Ha рисунке 2 приведены кривые усталости, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными [8].



На рисунках 3, 4 представлены графики изменения величины усталостных повреждений в зависимости от количества циклов до разрушения при двух значениях амплитуды полных деформаций. Из анализа кривых можно сделать вывод, что при амплитуде полных деформаций $\Delta e_{11} = 0,003$ доля усталостных повреждений от действия механизмов МЦУ и МнЦУ примерно одинаковая, а при амплитуде полных деформаций $\Delta e_{11} = 0,002$ основным механизмом накопления усталостных повреждений является МнЦУ.





4. Численные результаты

С использованием определяющих соотношений механики повреждённой среды [9, 10] и уравнений (1)–(10) численно решена задача усталостной долговечности фланцевого соединения трубопровода при совместном учёте механизмов МЦУ и МнЦУ. Конструкция работает в составе теплогидравлического стенда при циклическом комбинированном термосиловом нагружении, имеет два фланца, выполненные из нержавеющей стали 08X18H10T и соединённые между собой болтами. Фланцы обеспечивают соединение труб, по которым подаются питающие среды. Для предотвращения течи питающей среды в пиковые моменты нагружения фланцы свариваются между собой (Рис. 5, *a*).

В качестве расчётной принята осесимметричная модель конструкции, нагружаемая на внутренней



Рис. 5. Расчётная схема нагружения фланцевого соединения (a); и соответствующая конечно-элементная сетка (б)

поверхности давлением p, на торце цилиндрического участка верхнего фланца — давлением p_p и циклически меняющейся температурой T (Рис. 6), при условии отсутствия перемещений на торце цилиндрического участка нижнего фланца ($u_y = 0$). Поле температур по объёму конструкции определяется из решения соответствующей задачи теплопроводности.

Результаты расчёта сопоставляются с результатами, отвечающими нормам, принятым в расчётах на прочность элементов оборудования и изделий реакторных установок с водным теплоносителем плавучих атомных станций [12].

При создании расчётной модели были использованы следующие инженерные подходы и учтены особенности рассматриваемой конструкции:

– длины цилиндрических участков фланцев *l* и *2* (Рис. 5, *a*) выбирались такими, что исключалось влияние краевого эффекта: $l \ge 2, 5\sqrt{R\delta}$, где *R* и δ — средний радиус и толщина стенки цилиндрического участка соответствующего фланца;

механические характеристики сварного соединения и свариваемого материала считались одинаковыми;

– при решении осесимметричной задачи во фланцах между болтовыми соединениями (вблизи отверстий под болты) выделялись области (Рис. 5, *a*), в которых учитывалось снижение жёсткости из-за наличия отверстий путём задания здесь эффективного модуля упругости материала: $E_{\phi} = \phi E$, где ϕ — некоторый поправочный коэффициент;

– влияние отброшенной части трубопровода учитывалось путем приложения давления p_p



Рис. 6. История циклического комбинированного нагружения фланцевого соединения давлением и полем температур: температура (кривая 1);давление (2)

на торце цилиндрического участка фланца *1* $p_p = -p d_s^2 / (d_u^2 - d_s^2)$, где d_s — внутренний, а d_u — наружный диаметр цилиндрического участка фланца *1* (Рис. 5, *a*).

Расчёт напряжённо-деформированного состояния фланцевого соединения проведён методом конечных элементов [8]. Использованная конечно-элементная сетка представлена на рисунке 5, б. С целью более точного определения напряжений производилось сгущение сетки в окрестности сварного соединения (зона 3). Физико-механические характеристики стали 08Х18Н10Т и параметры модели повреждённой среды взяты из работы [11].

Для расчёта усталостных повреждений использовались два подхода [8]:

 – «нормативный», основанный на проведении численного исследования согласно методике, изложенной в [12]; смысл методики заключается в том, что рассчитывается упругое НДС конструкции и затем применяется правило линейного суммировании повреждений;

 – «энергетический», основанный на концепции повреждённой среды, упругопластическом решении задачи и нелинейном суммировании усталостных повреждений [8–10].

В процессе работы фланцевое соединение испытывает циклическое термосиловое нагружение. Один такой цикл показан на рисунке 6. На следующем рисунке представлены поля интенсивности напряжений, полученные при упругом (Рис. 7, a) и уточнённом упругопластическом (Рис. 7, b) расчётах на момент времени, соответствующий максимальному нагружению трубопровода. Из рисунков видно, что «опасными» зонами с наибольшими темпами накопления усталостных повреждений являются: зона 1 фланца 1, зона 2 фланца 2 и зона 3 сварного соединения (см. Рис. 5, b).

Подконструкция	Номер зоны	«Нормативный» подход [12]		«Энергетический» подход
		$n_{\sigma} = 2$, $n_N = 10$	$n_{\sigma}=1$, $n_{N}=1$	
		Максимальная величина поврежденности расчетных зон ю		
Фланец 1	1	31,46	3,140	0,0040
Фланец 2	2	7,15	0,710	0,0028
Сварной шов	3	1,10	0,109	0,2600

Таблица. Результаты расчёта усталостной долговечности опасных зон фланцевого соединения

Таблица содержит результаты расчета величины максимального усталостного повреждения в «опасных» зонах на основе двух подходов для 2000 циклов комбинированного термосилового нагружения (Рис. 6) (n_{σ} и n_{N} — коэффициенты запаса по напряжениям и числу циклов соответственно). На рисунке 8 дано графическое сравнение величин повреждённости в сварном шве (зона 3), полученных с использованием двух вышеуказанных подходов.

Проведённые численные исследования и сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными показали, что многоцикловая усталость вносит значительный вклад в усталостную долговечность при циклическом нагружении в области предела текучести материала (Рис. 3), и предложенная модель повреждённой среды позволяет её учитывать при расчёте усталостной долговечности конструкций.



Рис. 7. Поля интенсивности тензора напряжений (Па): упругий (а) и упругопластический (б) расчёты

5. Заключение

Математическая модель повреждённой среды, описывающая процессы накопления повреждений в конструкционных материалах, распространена на случай совместного протекания процессов малои многоцикловой усталости. Разработанная модель позволяет учесть:

 нелинейное суммирование повреждений при изменении условий нагружения, а также повреждений в результате действия отдельных усталостных механизмов;

– усталостную долговечность материала как в зонах с развитыми нестационарными пластическими деформациями, так и в зонах упругой работы материала при циклическом нагружении.

Решена задача усталостной долговечности фланцевого соединения при комбинированном



Рис. 8. Зависимость величины повреждённости от числа циклов нагружения: «нормативный» подход [12] $n_{\sigma} = 2$, $n_N = 10$ (кривая *I*); «нормативный» подход [12] $n_{\sigma} = 1$, $n_N = 1$ (2); «энергетический» подход [8–10] (3)

термосиловом нагружении, которая показала: - согласно методике [12] требуемая долговечность данного соединения не обеспечивается даже при использовании нормативных коэффициентов запаса циклической прочности по напряжениям и числу циклов;

– на основании результатов расчётов по развитой модели повреждённой среды наиболее нагруженной зоной данного соединения является сварной шов (зона 3), определяющий ресурс конструкции; ресурс фланцевого соединения превышает допустимый на 25%;

 использование линейного суммирования повреждений [12] в сварном шве без учета коэффициентов запаса приводит к ошибке в неконсервативную сторону.

Литература

- 1. *Махутов Н.А., Гаденин М.М.* Исследования нелинейных эффектов деформирования и критериев разрушения // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2005. Т. 71, № 8. С. 57-67.
- Kolmogorov V.L., Burdukovskii B.G., Kamantsev I.S. Prediction of damage under multicycle loading // Inorganic Materials. 2010. – V. 46, N. 14. – P. 1567-1569. DOI
- Oakley S.Y., Nowell D. Prediction of the combined high- and low-cycle fatigue performance of gas turbine blades after foreign object damage // Int. J. Fatigue. – V. 29, N. 1. – P. 69-80. DOI
- 4. *Hou N.X., Wen Z.X., Yu Q.M., Yue Z.F.* Application of a combined high and low cycle fatigue life model on life prediction of SC blade // Int. J. Fatigue. V. 31, N. 4. P. 616-619. DOI
- 5. Schweizer C., Seifert T., Nieweg B., von Hartrott P., Riedel H. Mechanisms and modelling of fatigue crack growth under combined low and high cycle fatigue loading // Int. J. Fatigue. 2011. V. 33, N. 2. P. 194-202. DOI
- 6. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. М.: Мир, 1984. 530 с.
- 7. *Трощенко В.Т., Фомичев Л.А.* Энергетический критерий усталостного разрушения // Проблемы прочности. 1993. № 1. С. 3-10.
- Митенков Ф.М., Кайдалов В.Б., Коротких Ю.Г. Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок. М.: Машиностроение, 2007. – 448 с.
- 9. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
- 10. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Численное моделирование накопления усталостных повреждений при сложном пластическом деформировании // Вычисл. мех. сплош. сред. 2009. Т. 2, № 1. С. 5-18.
- Большухин М.А., Зверев Д.Л., Кайдалов В.Б., Коротких Ю.Г. Оценка долговечности конструкционных материалов при совместных процессах малоцикловой и многоцикловой усталости // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / ННГУ. – 2010. – № 72. – С. 28-35.
- 12. Руководство по расчётам на прочность элементов оборудования и изделий реакторных установок с водным теплоносителем плавучих атомных станций (РП-ОИРУ-ПАС-04). Москва: ГУП ИЦП МАЭ, 2004. 226 с.

Поступила в редакцию 04.08.11; опубликована в электронном виде 11.04.12

Сведения об авторах

Волков Иван Андреевич, дфмн, проф., зав. каф., Волжская государственная академия водного транспорта (ВГАВТ), 603005, Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Коротких Юрий Георгиевич, дфмн, проф., ВГАВТ; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Ереев Михаил Николаевич, асп., ВГАВТ; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Тарасов Иван Сергеевич, асп., ВГАВТ; E-mail: pmptmvgavt@yandex.ru