

DOI: [10.7242/1999-6691/2012.5.1.13](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.1.13)
УДК 532.5+678

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ШНЕКЕ С РАДИАЛЬНЫМ ЗАЗОРОМ КАК СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ, ОПИСЫВАЕМОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

И.А. Петров, Е.В. Славнов

Институт механики сплошных сред УРО РАН, Пермь, Россия

Рассмотрена модель утечек через радиальный зазор в шнековых машинах. Основным недостатком большинства используемых моделей является то, что поток утечек выносится за границы канала, хотя в реальности происходит перетекание материала из одного витка шнека в другой, сопрягающийся с ним через реборду. Идея описываемого подхода заключается в том, что при моделировании течения в канале баланс массовых расходов через основной канал и зазор выражается как дополнительное дифференциальное соотношение, а интенсивность расхода утечек с учетом распределения давления по длине канала определяется функциональной зависимостью с запаздывающим аргументом. Предложен алгоритм и выполнена его реализация на примере изотермического течения линейной вязкой жидкости в прямооточном шнеке. В пространстве конструктивных параметров получено уравнение поверхности, позволяющее оценивать направленность и степень влияния параметров на характер течения в шнековых машинах.

Ключевые слова: течение в шнеке, радиальные утечки, циркуляция, распределенная обратная связь, запаздывание аргумента

MODELING OF FLOW IN AN EXTRUDER WITH RADIAL CLEARANCE AS A DISTRIBUTED FEEDBACK SYSTEM DESCRIBED BY A DELAY DIFFERENTIAL EQUATION

I.A. Petrov and E.V. Slavnov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

A model used to calculate leakages through the radial clearance in screw extruders is considered. The primary disadvantage of most widely used models is that the leakage flow is carried outside the boundaries of the channel, whereas in reality the material migrates from one flight of the extruder channel to the other conjugated via the flight land. The developed approach to the numerical modeling of the flow in the channel is based on the idea that the balance of mass discharges through the main channel and clearance can be expressed as an additional differential relationship, and the intensity of the leakage flow, with allowance for pressure distribution throughout the channel length, is defined by a delay differential equation. We present here an algorithm and its implementation to examine the isothermal flow of linear viscous flow fluid in a straight – flow extruder. The proposed surface equation allows us to estimate the orientation of structural parameters and the degree of their influence on the flow pattern in screw machines.

Key words: flow in extruder, radial leakages, circulation, distributed feedback, augment delay

1. Модель течения

Наличие радиальных зазоров существенно влияет на рабочие характеристики шнековых машин [1]. Мор и Маллок [2] впервые предложили метод учета утечек через радиальный зазор при течении ньютоновской жидкости в изотермическом режиме течения. Дальнейшее развитие модель нашла в работах [3, 4, 5, 6]. Основным недостатком этой модели является то, что поток утечек выносится за границы канала и больше не участвует в процессе течения, хотя в действительности происходит перетекание потока утечек из одного витка шнека в другой, сопрягающийся с ним через реборду.

В статье [7] предложена модель течения линейной жидкости в однозаходном одношнековом экструдере с учетом циркуляции жидкости в канале шнека, в которой утечки через радиальный зазор участвуют в основном течении, обуславливая изменение расхода вдоль канала шнека. Интенсивность потока утечек зависит от градиента давления, который в свою очередь определяется потоком утечек. В каждой точке канала шнека происходит приток и отток материала через зазоры из точек, расположенных в соседних витках шнека, удаленных от рассматриваемой точки на расстояние, равное длине его витка (Рис. 1). Общая идея заключается в том, что при описании течения в канале баланс массовых расходов через основной канал и зазор выражается путем введения дополнительного дифференциального уравнения, а интенсивность потока утечек с учетом распределения давления по длине канала определяется функциональной зависимостью с запаздывающим аргументом.

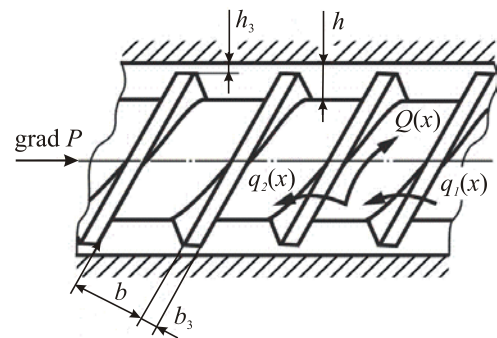


Рис. 1. Схема течения в шнеке экструдера

В приближении изотермического течения и условии постоянства по длине геометрии корпуса экструдера и геометрии шнека уравнения модели в безразмерных величинах записываются следующим образом:

$$\frac{dP(x)}{dx} = 1 - Q(x), \quad (1)$$

$$\frac{dQ(x)}{dx} = A_1 n [q_1(x) - q_2(x)], \quad (2)$$

$$q_1(x) = A_1 n k_b k_v^3 [P(x) - P(x - \Delta x)] + B k_v, \quad (3)$$

$$q_2(x) = A_1 n k_b k_v^3 [P(x - \Delta x) - P(x - 2\Delta x)] + B k_v \Upsilon(x - \Delta x), \quad (4)$$

где n — количество витков шнека; \tilde{x} , $\Delta\tilde{x}$, \tilde{P} , \tilde{Q} , \tilde{q} — размерная величина, соответственно, координаты вдоль канала шнека, длины витка шнека по образующей, давления в выходном конце канала, объемного расхода по каналу шнека, интенсивности утечек; $x = \tilde{x}/l$ — безразмерная координата по длине шнека; $\Delta x = \Delta\tilde{x}/l = 1/n$ — безразмерная длина витка шнека; $l = n\Delta\tilde{x}$ — длина развернутого шнека; h — глубина нарезки шнека; h_s — величина зазора между ребордой и поверхностью корпуса; b — ширина канала шнека; b_s — ширина реборды; φ — угол нарезки шнека; μ — динамическая вязкость; u — скорость подвижной границы; $P = \tilde{P}/P_{\max}$ — безразмерное давление ($P_{\max} = 6\mu ul/h^2$ — максимальное развиваемое давление при нулевом расходе); $Q = \tilde{Q}/\tilde{Q}_k$ — безразмерный расход по каналу шнека ($\tilde{Q}_k = uhb/2$ — расход при нулевом градиенте давления); $q_1 = 2\tilde{q}_1/(uh)$, $q_2 = 2\tilde{q}_2/(uh)$ — безразмерные интенсивности притока и оттока через реборды шнека соответственно; $A_1 = 2(k+1)/\sin(2\varphi)$; $B = \operatorname{tg}(\varphi)$; $k_b = b/b_s$; $k = \cos(\varphi)/k_b$; $k_v = h_s/h$; $\Upsilon(x - \Delta x)$ — функция Хэвисайда.

В статье [8] решение системы уравнений, моделирующей утечки через радиальный зазор в однозаходных шнековых машинах (1)–(4), выполнено численно в пакете «Matlab». В данной работе, в отличие от указанной, для описания утечек предложено использование уравнения второго порядка с двойным запаздыванием аргумента и найдено его точное аналитическое решение.

Покажем, что система уравнений (1)–(4) может быть приведена к одному линейному неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка с запаздывающим аргументом. Дифференцируя уравнение (1) по x и учитывая уравнения (2)–(4), получим:

$$\frac{d^2 P(x)}{dx^2} = -A_1^2 n^2 k_b k_v^3 [P(x) - 2P(x - \Delta x) + P(x - 2\Delta x)] + B k_v A_1 n (1 - \Upsilon(x - \Delta x)).$$

Введем обозначение: $\omega^2 = A_1^2 n^2 k_b k_v^3 = 4(\cos \varphi + k_b)/(k_b \sin^2(2\varphi)) n^2 k_v^3$. Тогда система приводится к уравнению

$$\frac{d^2 P(x)}{dx^2} + \omega^2 P(x) = 2\omega^2 P(x - \Delta x) - \omega^2 P(x - 2\Delta x) + A_1 n B k_v (1 - \Upsilon(x - \Delta x)), \quad (5)$$

где ω можно трактовать как частоту собственных колебаний системы.

2. Решение системы

Рассмотрим основную начальную задачу для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$\frac{dP(x)}{dx} = f[x, P(x), P(x - \Delta x), P(x - 2\Delta x)],$$

где запаздывание $\Delta x > 0$ — постоянная величина. Наиболее естественным методом решения этой задачи является так называемый метод шагов (или метод последовательного интегрирования) [8], заключающийся

в том, что решение рассматриваемой задачи $P(x)$ определяется для каждого отрезка изменения x из дифференциальных уравнений без запаздывания: $x_0 + i\Delta x \leq x \leq x_0 + (i+1)\Delta x$, $i = 0, \dots, n$.

Согласно методу шагов при $x_0 \leq x \leq x_0 + \Delta x$ аргумент $x - \Delta x$ изменяется на начальном множестве $[x_0 - \Delta x, x_0]$, и третий аргумент функции f , имеющий вид $P(x - \Delta x)$, становится равным заданной начальной функции $\varphi_0(x - \Delta x)$. В результате определим функцию $P_1(x)$ на отрезке $x_0 \leq x \leq x_0 + \Delta x$, которую обозначим как $\varphi_1(x)$. На отрезке $x_0 + \Delta x \leq x \leq x_0 + 2\Delta x$ будем иметь $\frac{dP_2}{dx} = f[x, P_2(x), \varphi_1(x - \Delta x)]$. В общем случае на отрезке $x_0 + i\Delta x \leq x \leq x_0 + (i+1)\Delta x$ запишем: $\frac{dP_{i+1}}{dx} = f[x, P_{i+1}(x), \varphi_i(x - \Delta x)]$, где $\varphi_i(x)$ — решение рассматриваемой начальной задачи на отрезке $x_0 + (i-1)\Delta x \leq x \leq x_0 + i\Delta x$.

Метод шагов дает возможность определять решение $P(x)$ на некотором конечном отрезке и одновременно доказывает существование решения в окрестности точки $[x_0, \varphi(x_0)]$ при φ и f , непрерывных в рассматриваемой области изменения переменных, и его единственность для функции f , удовлетворяющей одному из условий, обеспечивающих единственность решения уравнения без отклонений аргумента, например, условию Липшица по второму аргументу [8].

Так как целью является получение аналитического решения системы только на отрезке, соответствующем длине шнека, использование метода шагов выглядит приемлемым по времени. В данном случае решение будет представлять собой кусочно-непрерывную функцию с числом «компонент», равным числу шагов. Число шагов, в свою очередь, равняется числу витков шнека, которое обычно не превышает тридцати.

Вернемся к системе, которая может быть приведена к уравнению (5).

Если найденное из уравнения (5) значение $P(x)$ подставим в исходную систему, то получим выражения для интенсивностей утечек и расхода по каналу шнека. Определим вид решения. Для первого шага

$$0 \leq x \leq \Delta x, \quad P_0(x - \Delta x) = 0, \quad P_0(x - 2\Delta x) = 0, \quad Y(x - \Delta x) = 0 \Rightarrow \frac{d^2 P_1(x)}{dx^2} + \omega^2 P_1(x) = A_1 n B k_v. \quad (6)$$

Последнее уравнение описывает изменение давления в пределах первого витка шнека. Его общим решением будет

$$P_1(x) = c_1 \cos(\omega x) + c_2 \sin(\omega x) + A_1 n B k_v / \omega^2. \quad (7)$$

Постоянные коэффициенты c_1 и c_2 находятся из начальных условий $Q_1(0) = Q_0$ и $P_1(0) = P_0$.

Для второго шага

$$\Delta x \leq x \leq 2\Delta x, \quad P_1(x - \Delta x) = c_1 \cos[\omega(x - \Delta x)] + c_2 \sin[\omega(x - \Delta x)] + A_1 n B k_v / \omega^2, \quad P_1(x - 2\Delta x) = 0, \\ B k_v [1 - Y(\bar{x} - \Delta \bar{x})] = 0 \Rightarrow \frac{d^2 P_2(x)}{dx^2} + \omega^2 P_2(x) = 2\omega^2 \{c_1 \cos[\omega(x - \Delta x)] + c_2 \sin[\omega(x - \Delta x)] + A_1 n B k_v / \omega^2\}.$$

Собственное решение в этом случае выглядит так же, как и на первом шаге. Так как $\Delta x = 1/n = \text{const}$, выражение, стоящее в правой части последнего уравнения, после раскрытия тригонометрических функций является функцией аргумента x без запаздывания. Эта функция имеет вид $R_2(x) = D_2(x) \cos(\omega x) + E_2(x) \sin(\omega x) + C_2$, где $D_2(x)$ и $E_2(x)$ — полиномы, степень которых на втором шаге равна нулю. Корни характеристического уравнения для первого и второго шагов одинаковы и составляют $r = \pm \omega i$. Так как корень характеристического уравнения есть частота изменения тригонометрических функций в правой части выражения для $R_2(x)$, то частное решение в данном случае следует искать как $P_2^*(x) = x N_2(x) \cos(\omega x) + x M_2(x) \sin(\omega x) + c_2$, где $N_2(x)$ и $M_2(x)$ — полиномы, степень которых равна степени полиномов $D_2(x)$ и $E_2(x)$. В качестве начальных условий на втором шаге следует брать значения функций, полученные на первом шаге и вычисленные в точке $x = \Delta x$:

$P_2(\Delta x) = P_1(\Delta x)$. В результате решение для второго шага запишется как $P_2(x) = c_{12} \cos(\omega x) + c_{22} \sin(\omega x) + xN_2(x) \cos(\omega x) + xM_2(x) \sin(\omega x) + c_2$.

Отличие третьего шага от второго состоит в появлении члена $P(x-2\Delta x)$. Очевидно, что величина $P(x-2\Delta x)$ равна решению уравнения на первом шаге при условии, что вместо аргумента x используется аргумент $x-2\Delta x$. Уравнение для третьего шага, тем не менее, будет иметь тот же вид, что и для второго: $\frac{d^2 P_3(x)}{dx^2} + \omega^2 P_3(x) = D_3(x) \cos(\omega x) + E_3(x) \sin(\omega x) + C_3$. Степень полиномов $D_3(x)$ и $E_3(x)$ равняется единице.

Общая методика решения дифференциального уравнения для всех последующих шагов одинакова и заключается в следующем. Решение на любом шаге представляет собой сумму, состоящую из произведений полиномов U_i и V_i степени $(i-1)$, где i — номер шага, соответственно на косинус и синус аргумента ωx , и некоторой константы c_i . Таким образом, общий вид решения для давления описывается формулой

$$P_i(x) = U_i(x) \cos(\omega x) + V_i(x) \sin(\omega x) + c_i. \quad (8)$$

Решение задачи сводится к определению на каждом шаге коэффициентов полиномов U_i и V_i и постоянной c_i . С каждым шагом степени полиномов увеличиваются. Это связано с тем, что корень характеристического уравнения, отвечающего уравнению (5), есть величина постоянная и равная на каждом шаге частоте изменения тригонометрических функций в правой части уравнения (8).

Рассмотрим решение на i -м шаге. Дифференцируем уравнение (7):

$$\frac{dQ_i(x)}{dx} = -\frac{d^2 P_i(x)}{dx^2}. \quad (9)$$

Принимая во внимание (8) и (9), получаем

$$\frac{dQ_i(x)}{dx} - \omega^2 P_i(x) = \cos(\omega x) \left[-2\omega \frac{dV_i(x)}{dx} - \frac{d^2 U_i(x)}{dx^2} \right] + \sin(\omega x) \left[2\omega \frac{dU_i(x)}{dx} - \frac{d^2 V_i(x)}{dx^2} \right] - \omega^2 c_i. \quad (10)$$

Из уравнений исходной системы следует

$$\frac{dQ(x)}{dx} - \omega^2 P(x) = -2\omega^2 P(x-\Delta x) + \omega^2 P(x-2\Delta x),$$

или с учетом (8) и (10):

$$\begin{aligned} & \cos(\omega x) \left[-2\omega \frac{dV_i(x)}{dx} - \frac{d^2 U_i(x)}{dx^2} \right] + \sin(\omega x) \left[2\omega \frac{dU_i(x)}{dx} - \frac{d^2 V_i(x)}{dx^2} \right] - \omega^2 c_i = \\ & = -2\omega^2 \left\{ U_{i-1}(x-\Delta x) \cos[\omega(x-\Delta x)] + V_{i-1}(x-\Delta x) \sin[\omega(x-\Delta x)] + c_{i-1} \right\} + \\ & + \omega^2 \left\{ U_{i-2}(x-2\Delta x) \cos[\omega(x-2\Delta x)] + V_{i-2}(x-2\Delta x) \sin[\omega(x-2\Delta x)] + c_{i-2} \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

После раскрытия тригонометрических функций, использования формулы бинома Ньютона и приведения подобных выражение (11) принимает вид:

$$\begin{aligned} & \cos(\omega x) \left[-2\omega \frac{dV_i(x)}{dx} - \frac{d^2 U_i(x)}{dx^2} \right] + \sin(\omega x) \left[2\omega \frac{dU_i(x)}{dx} - \frac{d^2 V_i(x)}{dx^2} \right] - \omega^2 c_i = \\ & = D_i(x) \cos(\omega x) + E_i(x) \sin(\omega x) + C_i. \end{aligned} \quad (12)$$

Соотношение (12) позволяет избежать решения системы алгебраических уравнений для определения коэффициентов в искомым полиномах. Покажем это.

Вводя обозначения $U_i(x) = \sum_{j=0}^{i-1} U_{i,j} x^j$, $V_i(x) = \sum_{j=0}^{i-1} V_{i,j} x^j$, $D_i(x) = \sum_{j=0}^{i-2} D_{i,j} x^j$, $E_i(x) = \sum_{j=0}^{i-2} E_{i,j} x^j$, находим первую и вторую производные полиномов $U_i(x)$ и $V_i(x)$:

$$\frac{dU_i(x)}{dx} = U_{i,i-1}(i-1)x^{i-2} + \dots + U_{i,1} = \sum_{j=0}^{i-2} U_{i,j+1}(j+1)x^j, \quad (13)$$

$$\frac{dV_i(x)}{dx} = V_{i,i-1}(i-1)x^{i-2} + \dots + V_{i,1} = \sum_{j=0}^{i-2} V_{i,j+1}(j+1)x^j, \quad (14)$$

$$\frac{d^2U_i(x)}{dx^2} = U_{i,i-1}(i-1)(i-2)x^{i-3} + \dots + U_{i,2}(1) \cdot (2) = \sum_{j=0}^{i-3} U_{i,j+2}(j+1)(j+2)x^j, \quad (15)$$

$$\frac{d^2V_i(x)}{dx^2} = V_{i,i-1}(i-1)(i-2)x^{i-3} + \dots + V_{i,2}(1) \cdot (2) = \sum_{j=0}^{i-3} V_{i,j+2}(j+1)(j+2)x^j. \quad (16)$$

Подставляя значения производных из (13)–(16) в уравнение (12) и приравнивая выражения перед синусом и косинусом в правой и левой частях (12), получаем систему двух алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -2\omega \sum_{j=0}^{i-2} V_{i,j+1}(j+1)x^j - \sum_{j=0}^{i-3} U_{i,j+2}(j+1)(j+2)x^j = \sum_{j=0}^{i-2} D_{i,j} x^j, \\ 2\omega \sum_{j=0}^{i-2} U_{i,j+1}(j+1)x^j - \sum_{j=0}^{i-3} V_{i,j+2}(j+1)(j+2)x^j = \sum_{j=0}^{i-2} E_{i,j} x^j. \end{cases} \quad (17)$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой частях обоих уравнений системы (17), имеем

$$V_{i,j+1} = [D_{i,j} + U_{i,j+2}(j+1)(j+2)] / [-2\omega(j+1)], \quad U_{i,j+1} = [E_{i,j} + V_{i,j+2}(j+1)(j+2)] / [2\omega(j+1)],$$

или после замены j на $j-1$:

$$V_{i,j} = [D_{i,j-1} + U_{i,j+1} \cdot j \cdot (j+1)] / (-2 \cdot \omega \cdot j), \quad (18)$$

$$U_{i,j} = [E_{i,j-1} + V_{i,j+1} \cdot j \cdot (j+1)] / (2 \cdot \omega \cdot j), \quad (19)$$

$$c_i = -C_i / \omega^2. \quad (20)$$

В соотношениях (18) и (19) индекс j пробегает значения от $i-1$ до 1. При $j=i-1$ величины $U_{i,j+1}$ и $V_{i,j+1}$, стоящие в правых частях выражений (18) и (19), обращаются в нуль, позволяя сразу найти $U_{i,j}$ и $V_{i,j}$, которые будут выступать в роли $U_{i,j+1}$ и $V_{i,j+1}$ при $j=i-2$. Таким образом, вычисляя в искомым полиномах последовательно по формулам (18) и (19) коэффициенты перед степенями x , начиная со старшей степени, можно найти все из них до первой степени x включительно. Коэффициенты при нулевой степени полиномов так найти нельзя; они должны быть определены из начальных условий. Выражение (20) для постоянной составляющей решения получается непосредственно из уравнения (12).

Итак, процедура вычисления коэффициентов искомым полиномов на текущем шаге состоит из вычисления правой части уравнения (12) и коэффициентов решения на данном шаге.

1. Вычисление правой части уравнения (12):

1.1 Изменяем некоторый служебный индекс k на отрезке от $i-2$ до 0 с шагом, равным единице.

1.2 Определяем некоторый индекс j на отрезке от k до 0 с шагом, равным единице.

1.3 Для каждого получившегося сочетания индексов k и j вычисляем коэффициенты полиномов

$E(x)$ и $D(x)$ по формулам:

$$\begin{aligned} E_{i,j}^k = & E_{i,j}^{k-1} - 2\omega^2 \sin(\omega/n) \cdot U_{i-1,k} \cdot \text{Bin}_{k,k-j} \cdot (1/n)^{k-j} - 2\omega^2 \cos(\omega/n) \cdot V_{i-1,k} \cdot \text{Bin}_{k,k-j} \cdot (1/n)^{k-j} + \\ & + \omega^2 \sin(2\omega/n) \cdot U_{i-2,k} \cdot \text{Bin}_{k,k-j} \cdot (2/n)^{k-j} + \omega^2 \cos(2\omega/n) \cdot V_{i-2,k} \cdot \text{Bin}_{k,k-j} \cdot (2/n)^{k-j}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$D_{i,j}^k = D_{i,j}^{k-1} - 2\omega^2 \cos(\omega/n) \cdot U_{i-1,k} \cdot Bin_{k,k-j} \cdot (1/n)^{k-j} + 2\omega^2 \sin(\omega/n) \cdot V_{i-1,k} \cdot Bin_{k,k-j} \cdot (1/n)^{k-j} + \\ + \omega^2 \cos(2\omega/n) \cdot U_{i-2,k} \cdot Bin_{k,k-j} \cdot (2/n)^{k-j} - \omega^2 \sin(2\omega/n) \cdot V_{i-2,k} \cdot Bin_{k,k-j} \cdot (2/n)^{k-j},$$

Предполагается, что до начала вычислений $E(x)$ и $D(x)$ состоят лишь из нулевых элементов. $Bin_{i,j}$ — элементы матрицы **Bin**, которая имеет вид:

$$\mathbf{Bin} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ 1 & -5 & 10 & -10 & 5 & -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}.$$

2. Вычисление коэффициентов решения на текущем шаге:

2.1 Изменяем индекс j от $i-1$ до 1 с шагом 1.

2.2 Для каждого j вычисляем коэффициенты по формулам (18) и (19).

2.3 Из начальных условий находим коэффициенты в искомым полиномах при нулевой степени x .

Алгоритм определения коэффициентов искомым полиномов реализован в среде Turbo Pascal. В итоге получен набор таблиц (для давления, расхода и утечек), содержащих значения коэффициентов в принятом виде решения. Вычисления производились при различных значениях параметра k_v . На рисунке 2 представлены результаты одного из вариантов расчета, в котором $k_v = 0,2$.

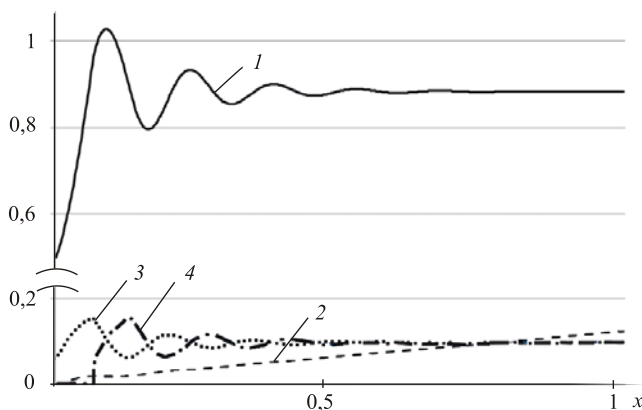


Рис. 2. Графики изменения интегральных характеристик Q (кривая 1), P (2), q_1 (3), q_2 (4) вдоль канала шнека при $k_v = 0,2$

С точки зрения прикладной значимости предлагаемой модели интерес представляет влияние на характер течения в шнеке величины ω . С одной стороны, ω — основной параметр в уравнении (5), определяющий решение, с другой стороны, он является функцией трех приведенных величин: зазора, угла нарезки канала и длины канала перетекания, представляющих конструктивные характеристики шнека. При стремлении ω к нулю решение практически соответствует решению для плоской щели. С увеличением ω интегральные характеристики по координате x приобретают колебательный характер, сначала затухающий, а затем, при дальнейшем увеличении ω , расходящийся. В результате прямых

расчетов можно определить конкретное значение ω_{sp} , соответствующее этому переходу. Приравняв комплекс из приведенных величин найденному значению ω_{sp} , можно построить соответствующую поверхность в трехмерном пространстве указанных параметров. Уравнением поверхности будет следующее выражение:

$$\omega_{sp}^2 = 4(\cos \varphi + k_b)^2 n^2 k_v^3 / [k_b \sin^2(2\varphi)]. \quad (22)$$

Чем меньшими будут значения его правой части, тем устойчивее будет процесс экструзии при выбранных технологических характеристиках шнековой машины. Кроме того, выражение (22) позволяет варьировать входящие в него параметры и тем самым оценивать направленность и степень их влияния на характер течения.

Таким образом, на ограниченном по аргументу отрезке получено точное аналитическое решение уравнения второго порядка с двойным запаздыванием аргумента. В пространстве конструктивных

параметров шнека предложено уравнение поверхности, позволяющее оценить направленность и степень влияния параметров на характер течения в шнековых машинах. Результаты аналитического решения и численного моделирования [1] хорошо согласуются между собой.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-08-96069-р_Урал_a).

Литература

1. Раувендааль К. Экструзия полимеров. – С.-Петербург: Профессия, 2006. – 762 с.
2. Mohr W.D., Mallouk R.S. Flow, power requirement, and pressure distribution of fluid in a screw extruder // *Ind. Eng. Chem.* – 1959. – V. 51, N. 6. – P. 765-770.
3. Янков В.И., Первадчук В.П., Боярченко В.И. Процессы переработки волокнообразующих полимеров. – М. Химия, 1989. – 319 с.
4. Янков В.И., Славнов Е.В., Уржунцева С.И. Шнековые машины с продольной циркуляцией жидкости. Сообщение 1. Напорно-расходные характеристики // *Химические волокна.* – 2003. – № 2. – с. 54-59.
5. Янков В.И., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Неизотермическое течение полимерных жидкостей в винтовых уплотнениях с продольной циркуляцией // *Химическое и нефтегазовое машиностроение.* – 2006. – № 3. – С. 12-15.
6. Янков В.И., Труфанова Н.М., Щербинин А.Г. Изотермическое течение аномально-вязких жидкостей в винтовых уплотнениях с продольной циркуляцией // *Химическое и нефтегазовое машиностроение.* – 2006. – № 6. – С. 3-5.
7. Славнов Е.В., Судаков А.И., Бузмакова С.В. Модель радиальных утечек с циркуляцией в однозаходных шнековых машинах // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2008. – Т. 1, № 4. – С. 88-96.
8. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. – М.: Наука, 1971. – 296 с.

Поступила в редакцию 21.12.10; опубликована в электронном виде 11.04.12

Сведения об авторах

Петров Илья Андреевич, асп., Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Ак. Королёва, д. 1; E-mail: uralmaster_85@mail.ru

Славнов Евгений Владимирович, дфмн, проф., зав. лаб., ИМСС УрО РАН; E-mail: slavnov@icmm.ru