

УДК 534.8

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКАХ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А.В. Осетров, Нгуен Ван Шо

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»,
Санкт-Петербург, Россия*

Рассматривается порядок решения двумерной задачи распространения поверхностной акустической волны в пьезоэлектрических анизотропных средах при наличии металлических электродов, возбуждающих механические колебания (так называемый встречно-штыревой преобразователь). В качестве независимых переменных выбираются три компоненты вектора механического смещения и электрический потенциал. Задача сводится к обобщенной системе дифференциальных уравнений, допускающей решение в коммерчески доступном программном обеспечении (мода PDE пакета COMSOL Multiphysics). Для случая отсутствия металлических электродов выполнено сопоставление полученных результатов с известными аналитическими решениями. Вычисления для ниобата лития продемонстрировали высокую степень совпадения с известными из литературы данными измерений. Показана необходимость учета в уравнениях всех трех компонент вектора механических смещений, что исключает возможность использования большинства пакетов, основанных на методе конечных элементов и учитывающих лишь смещения в плоскости распространения волны. Результаты работы могут быть полезными при расчете широкого класса устройств акустоэлектроники, использующихся в мобильной связи, навигации и медицинской аппаратуре.

Ключевые слова: метод конечных элементов, поверхностная акустическая волна, встречно-штыревой преобразователь, акустоэлектроника

CALCULATION OF THE PARAMETERS OF SURFACE ACOUSTIC WAVES IN PIEZOELECTRICS USING THE FINITE ELEMENT METHOD

A.V. Osetrov and Nguyen Van So

Saint Petersburg State Electrotechnical University "LETI", Saint Petersburg, Russia

A numerical procedure has been developed for solving the two-dimensional problem of propagation of surface acoustic waves in piezoelectric materials in the presence of metal electrodes that excite mechanical vibrations (interdigital transducers). Three components of the mechanical displacement vector and an electric potential are taken as the independent variables. The problem is reduced to the system of differential equations, which can be solved using the COMSOL Multiphysics software package (PDE modes). For the case of no metal electrodes, a comparison is made between the obtained data and the available analytical solutions. For lithium niobate, an excellent agreement has been observed between our results and the measurement data from the literature. It is shown that all three components of the mechanical displacement vector have to be taken into account, which excludes application of most FEM-based software packages designed to evaluate only the displacements in the wave propagation plane. The results can be useful for calculating a wide range of surface acoustic wave devices for mobile communications, and for navigation and medical equipment.

Key words: finite element method, surface acoustic wave, interdigital transducer, surface acoustic wave devices

1. Введение

Проектирование устройств, работа которых основывается на использовании поверхностных акустических волн (ПАВ), является перспективным направлением научных исследований, имеющим ярко выраженное практическое приложение, поскольку такие устройства находят широкое применение в мобильной связи, навигации

и медицинской аппаратуре, где выполняют функции фильтров, датчиков и устройств обработки сигналов [1]. Постоянное ужесточение требований к параметрам устройств приводит к необходимости совершенствования методов их расчета, и здесь немаловажную роль имеют численные методы, в частности метод конечных элементов (МКЭ), который позволяет учитывать реальную геометрию электродов, что не удается сделать в рамках аналитических методов.

Методы численных расчетов устройств на ПАВ особенно интенсивно развивались на протяжении последних двадцати лет, однако практически полностью были привязаны к разработке специализированных программных средств, обусловленных специфичностью задачи и ограниченностью вычислительных ресурсов. МКЭ предлагался к использованию в совокупности с другими методами или даже полностью замещался такими методами. Так, в [2] можно найти детальный обзор подобных методов за период до 2000 года, в [3–9] — последующее развитие этого направления. В настоящее время в силу высокой производительности вычислений предпочтительным, по мнению авторов, является использование универсального МКЭ, который позволяет расширить круг разработчиков, которым доступно моделирование устройств акустоэлектроники, и существенно ускорить во времени процесс выпуска новых устройств. С помощью МКЭ в современной постановке [10] возможен расчет как обычных поверхностных акустических волн, так и вытекающих поверхностных волн (иногда называемых псевдоповерхностными), сопровождающихся генерацией объемных волн.

Основное применение при расчетах параметров поверхностных акустических волн сегодня находят пакеты ANSYS [11–14] и COMSOL [15–17]. Однако из-за причин, описываемых далее, в большинстве случаев рассматривается затратная с точки зрения вычислений трехмерная модель [13–14, 16–17], хотя для многих приложений достаточно ограничиться двухмерной моделью, если предполагать отсутствие зависимости характеристик волны от третьей пространственной переменной.

На пути использования универсальных МКЭ решателей для пьезоэлектрических анизотропных сред встает проблема специфической сложности такой задачи, обусловленная, прежде всего, необходимостью вычислений всех трех компонент вектора механических смещений для двухмерной задачи распространения ПАВ. Попытка ограничиться только двумя компонентами смещений (для той плоскости, в которой ищется решение) приводит к существенным погрешностям, выходящим за рамки допустимых; этот вопрос исследовался в [18] и частично будет затронут в данной публикации. Ряд авторов пользуется двухмерной моделью, не акцентируя внимание на приближенности такого подхода, например, используя элементы “plane13” или “plane223” в пакете ANSYS [11, 12] или моду “piezo plane strain” в пакете COMSOL (см. пример “SAW Gas Sensor” из документации COMSOL). Существуют и другие ограничения применимости к решению рассматриваемой задачи стандартных конечных элементов или стандартных физических моделей, которые перечислены в [11] для ANSYS и в [18] для COMSOL. Следует также подчеркнуть, что ПАВ в анизотропных пьезоэлектриках, применяющихся в устройствах акустоэлектроники, не является в чистом виде волной Рэлея, обладающей сагиттальной (имеющей только две компоненты смещения [19–20]) поляризацией. В результате среди существующих программных МКЭ средств приходится выбирать такие, которые позволяли бы выражать проблему в терминах дифференциальных уравнений, то есть давали пользователю возможность самому осуществлять математическую формулировку задачи. Авторами данной работы выбран коммерчески доступный пакет COMSOL Multiphysics, имеющий моду PDE (Partial Differential Equation) в форме задания коэффициентов дифференциальных уравнений. Сведение задачи распространения ПАВ в пьезоэлектриках с электродами к обобщенной системе дифференциальных уравнений и последующий анализ получаемых решений являются основным содержанием настоящей публикации.

2. Формулировка задачи распространения поверхностных акустических волн в пьезоэлектрическом материале

Рассматривается двухмерная задача в декартовых координатах x_1, x_3 , где (x_1) и $(-x_1)$ — направления распространения ПАВ, а $(-x_3)$ — направление их затухания (Рис. 1), то есть параметры волн не зависят от координаты x_2 , направленной от наблюдателя и не показанной на рисунке. В общем случае, в виду анизотропии свойств пьезоэлектрического материала, существуют все три компоненты механических смещений, которые обозначим как U_1, U_2 и U_3 (соответственно, в направлении оси x_1, x_2 и x_3); также для описания электрического поля введём электрический потенциал ϕ . Набор из четырех переменных — U_1, U_2, U_3, ϕ , полностью характеризует такую пьезоэлектрическую систему; то есть, используя эти переменные можно определить все другие механические и электрические параметры в квазистатическом приближении (данная система находится именно в квазистатическом состоянии, поскольку скорость акустических волн существенно меньше скорости электромагнитных волн, что позволяет считать электрическое поле потенциальным, а магнитное исключить из рассмотрения [20]). Принципиальное отличие рассматриваемой задачи от стандартных задач, реализованных во многих МКЭ пакетах, заключается в наличии смещения $U_2 \neq 0$, так как колебания не считаются сагиттально поляризованными, в отличие, например, от классической волны Рэлея (здесь $U_1 \neq 0, U_2 = 0, U_3 \neq 0$).

Введем ограничения на размер области, для которой решается задача. От полубезграничного пространства $x_3 < 0$ перейдем к конечной области, размер которой по координате x_1 определяется длиной волны (что позволит использовать периодические граничные условия), а по координате x_3 — величиной, достаточной для затухания ПАВ. Расчётная область показана на рисунке 1, где Ω_1 — область, занимаемая пьезоэлектрическим материалом, Ω_2 и Ω_3 — области металлических (чаще всего алюминиевых) электродов. Здесь также обозначено: $\Gamma_1, \dots, \Gamma_4$ — границы областей; λ — длина ПАВ; w, h, a — геометрические параметры электродов; p — период структуры металлических электродов; Δz — толщина пьезоэлектрической подложки. Заметим, что расчетная схема может быть легко обобщена на случай нескольких слоев, лежащих на пьезоэлектрике, при сохранении всех полученных далее в статье аналитических результатов.

Суть задачи заключается в нахождении собственных частот поверхностных волн в соответствующих областях (Рис. 1). При этом в отсутствие электродов существует одна собственная частота, которая позволяет рассчитать фазовую скорость ПАВ $V_{\text{фаз}}$, а в присутствии электродов — две собственные частоты, зная которые, можно вычислить фазовую скорость и коэффициент отражения [18, 21, 22] (так называемые СОМ-параметры или параметры связанных мод [23]). При проектировании устройств акустоэлектроники на основании найденных параметров выбирается структура

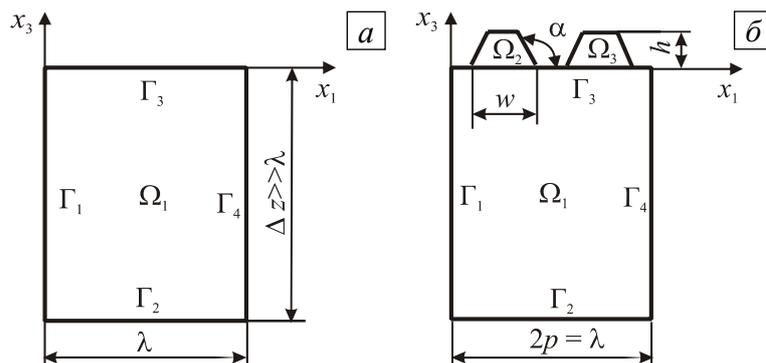


Рис. 1. Расчетная область при отсутствии электродов (а) и с нанесенными электродами (б)

встречно-штыревого преобразователя (ВШП), представляющего собой конечную по протяженности вдоль оси x_1 систему металлических электродов.

Математическая формулировка задачи для области Ω_1 включает:

– уравнения пьезоакустики в тензорной форме [19–20, 24] (производится суммирование по повторяющимся индексам)

$$T_{ij} = C_{ijkl}S_{kl} - e_{kij}E_k, \quad D_i = \varepsilon_{ij}E_j + e_{ijk}S_{jk} \quad (i, j, k, l=1, 2, 3); \quad (1)$$

– соотношения для компонент тензора деформаций

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \right); \quad (2)$$

– уравнение для скалярного потенциала φ электрического поля

$$E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}; \quad (3)$$

– уравнение движения, описывающее механические колебания частиц сплошной среды

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}. \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) приняты обозначения: T , S — тензоры напряжений и деформаций; \mathbf{E} , \mathbf{D} — векторы напряженности и индукции электрического поля; C , e , ε — тензоры модулей упругости, пьезомодулей и диэлектрической проницаемости соответственно; ρ — плотность среды.

Будем считать пьезоэлектрик диэлектриком, не содержащим свободных зарядов (обычно такое же приближение считается справедливым и для полупроводников), то есть для него выполняется закон Гаусса

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0. \quad (5)$$

Подставляя (1) с учетом (2), (3) в уравнения (4), (5), получим систему уравнений, описывающую распространение волны в пьезоэлектрике (см. также [19])

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_l} + e_{kij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}, \quad e_{ijk} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i \partial x_k} - \varepsilon_{ij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_j} = 0. \quad (6)$$

Для областей Ω_2 и Ω_3 , отвечающих металлическим электродам, пьезоэффект отсутствует, поэтому уравнения акустики можно получить из (6), полагая компоненты тензора пьезомодулей равными нулю.

Для полноты постановки задачи на границах Γ_1 и Γ_4 зададим периодические граничные условия: механические $U_i|_{\Gamma_1} = U_i|_{\Gamma_4}$, $T_{ij}n_j|_{\Gamma_1} = -T_{ij}n_j|_{\Gamma_4}$, ($i=1, 2, 3$, \mathbf{n} — внешняя нормаль границы) и электрические $\varphi|_{\Gamma_1} = \varphi|_{\Gamma_4}$, $D_j n_j|_{\Gamma_1} = -D_j n_j|_{\Gamma_4}$; на нижней границе Γ_2 примем условие отсутствия акустического ($U_i|_{\Gamma_2} = 0$, $i=1, 2, 3$) и электрического ($\varphi|_{\Gamma_2} = 0$) полей; на границе Γ_3 в зоне отсутствия электродов зададим условия как на свободной поверхности ($T_{ij}n_j|_{\Gamma_3} = 0$, $i=1, 2, 3$, $D_j n_j|_{\Gamma_3} = 0$) [18].

На границе раздела электродов и пьезоэлектрика механические условия обеспечивают непрерывность вектора механических смещений \mathbf{U} , а электрические условия определяют значения электрических потенциалов, приложенных к электродам (потенциалы электродов Ω_2 и Ω_3 могут иметь разную величину).

3. Формулировка обобщенных уравнений

Приведем дифференциальные уравнения в частных производных (6) к виду

$$ea_{lk} \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} + da_{lk} \frac{\partial u_k}{\partial t} + \nabla \cdot (-\mathbf{c}_{lk} \nabla u_k - \boldsymbol{\alpha}_{lk} u_k + \boldsymbol{\gamma}_l) + \boldsymbol{\beta}_{lk} \cdot \nabla u_k + a_{lk} u_k = f_l \quad \text{в } \Omega, \quad (7)$$

принятому в форме “coefficient form” моды PDE пакета COMSOL Multiphysics. Здесь k и l меняются от 1 до N — числа независимых переменных (для рассматриваемой задачи $N=4$, что соответствует трем компонентам вектора механического смещения и электрическому потенциалу); Ω — расчетная область вычисления, включающая все подобласти: $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3$; ∇ — оператор набла; \mathbf{ea} , \mathbf{da} , \mathbf{a} , \mathbf{c} , $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ — матрицы размерностью $N \times N$; \mathbf{u} , $\boldsymbol{\gamma}$, \mathbf{f} — векторы размерностью N . При этом ea_{lk} , da_{lk} , a_{lk} , f_l есть скаляры, а $\boldsymbol{\alpha}_{lk}$, $\boldsymbol{\beta}_{lk}$, $\boldsymbol{\gamma}_l$ — векторы, имеющие количество компонент n , равное числу пространственных переменных (трем для трехмерной задачи и двум для двухмерной); \mathbf{c}_{lk} — матрица размерностью $n \times n$, характеризующая анизотропию материала. Матрица \mathbf{ea} называется «массовой матрицей» или «массовым коэффициентом».

Перейдем от проблемы во временной области к проблеме нахождения собственных значений. Для этого произведем замену производной по времени на произведение \mathbf{u} и величины $(-\lambda)$; в результате уравнения (7) примут вид

$$\nabla \cdot (-\mathbf{c} \cdot \nabla \mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\gamma}) + \boldsymbol{\beta} \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} + \mathbf{da} \cdot \lambda \mathbf{u} - \mathbf{ea} \cdot \lambda^2 \mathbf{u} \quad \text{в } \Omega, \quad (8)$$

где λ — собственное значение.

Преобразуем уравнения (6), описывающие исследуемую пьезоэлектрическую систему, к виду (8), принятому в пакете COMSOL, учитывая, что $\mathbf{u} = (U_1, U_2, U_3, \varphi)^T$, T — знак операции транспонирования. Представим тензоры напряжений и деформаций в матричной форме [19, 24]:

$$\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6)^T = (T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{23}, T_{13}, T_{12})^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6)^T = (S_{11}, S_{22}, S_{33}, 2S_{23}, 2S_{13}, 2S_{12})^T.$$

Тогда уравнения (1) можно переписать в виде $T_i = C_{ij} S_j - e_{ki}^T E_k$, $D_m = \varepsilon_{mn} E_n + e_{mi} S_i$ ($i, j = 1, 2, \dots, 6$), ($k, m, n = 1, 2, 3$), где C_{ij} , e_{mi} — элементы матриц модулей упругости и пьезомодулей пьезоэлектрического материала. Компоненты T_i и D_m векторов \mathbf{T} и \mathbf{D} (9) можно выразить через независимые переменные задачи (U_1, U_2, U_3, φ) , если подставить формулы (2) для компонент тензора деформаций, записанных через компоненты вектора механических смещений, и формулы (3) для напряженности электрического поля. В результате преобразований получим:

$$T_i = \frac{\partial}{\partial x_1} (C_{i1} U_1 + C_{i6} U_2 + C_{i5} U_3 + e_{i1} \varphi) + \frac{\partial}{\partial x_2} (C_{i6} U_1 + C_{i2} U_2 + C_{i4} U_3 + e_{i2} \varphi) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_3} (C_{i5} U_1 + C_{i4} U_2 + C_{i3} U_3 + e_{i3} \varphi) \quad (i = 1, 2, \dots, 6); \quad (10)$$

$$D_m = \frac{\partial}{\partial x_1} (e_{m1} U_1 + e_{m6} U_2 + e_{m5} U_3 - \varepsilon_{m1} \varphi) + \frac{\partial}{\partial x_2} (e_{m6} U_1 + e_{m2} U_2 + e_{m4} U_3 - \varepsilon_{m2} \varphi) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_3} (e_{m5} U_1 + e_{m4} U_2 + e_{m3} U_3 - \varepsilon_{m3} \varphi) \quad (m = 1, 2, 3).$$

Уравнения (4), (5) в случае гармонической зависимости компонент вектора смещений и электрического потенциала от времени по закону $\exp(j\omega t)$, где ω — угловая частота, и с учетом первого уравнения системы (9) запишутся в виде:

$$\begin{aligned} -\rho\omega^2 U_1 - \left(\frac{\partial T_1}{\partial x_1} + \frac{\partial T_6}{\partial x_2} + \frac{\partial T_5}{\partial x_3} \right) &= 0, & -\rho\omega^2 U_2 - \left(\frac{\partial T_6}{\partial x_1} + \frac{\partial T_2}{\partial x_2} + \frac{\partial T_4}{\partial x_3} \right) &= 0, \\ -\rho\omega^2 U_3 - \left(\frac{\partial T_5}{\partial x_1} + \frac{\partial T_4}{\partial x_2} + \frac{\partial T_3}{\partial x_3} \right) &= 0, & -\frac{\partial D_m}{\partial x_m} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Подстановка (10) в (11) приводит к следующей системе дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, включающей четыре уравнения с четырьмя неизвестными (U_1, U_2, U_3, φ):

$$\mathbf{ea} \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{u} - \nabla \cdot (\mathbf{c} \nabla \mathbf{u}) = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (12)$$

где

$$\mathbf{ea} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12} & \mathbf{c}_{13} & \mathbf{c}_{14} \\ \mathbf{c}_{21} & \mathbf{c}_{22} & \mathbf{c}_{23} & \mathbf{c}_{24} \\ \mathbf{c}_{31} & \mathbf{c}_{32} & \mathbf{c}_{33} & \mathbf{c}_{34} \\ \mathbf{c}_{41} & \mathbf{c}_{42} & \mathbf{c}_{43} & \mathbf{c}_{44} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

При этом подматрицы \mathbf{c}_{ij} имеют размерность 3×3 и зависят от параметров материалов областей $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$. Если материал — пьезоэлектрик (как в области Ω_1), то матрица \mathbf{c} зависит от констант $C_{ij}, e_{kj}, \varepsilon_{mn}$ (см. далее Приложение 1). Когда материал является изотропным (как в областях Ω_2, Ω_3 металлических электродов), приведенные в Приложении 1 выражения тоже справедливы, если пьезоэлектрические константы считать нулевыми (то есть $e_{kj} = 0$), а упругие константы C_{ij} задать равными упругим модулям изотропного материала или выразить через константы Ламе λ и μ . Уравнение (12) сводится к уравнению (8), если матрицы $\mathbf{da}, \mathbf{\alpha}, \mathbf{\beta}, \mathbf{\gamma}, \mathbf{a}, \mathbf{f}$ задать нулевыми матрицами, а угловую частоту ω считать искомым собственным значением.

В литературе [25] матрицу \mathbf{c} из (13) записывают в виде $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{UU} & \mathbf{K}_{U\varphi} \\ \mathbf{K}_{\varphi U} & \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \end{pmatrix}$, где подматрицы $\mathbf{K}_{UU}, \mathbf{K}_{U\varphi}, \mathbf{K}_{\varphi\varphi}$ представляют механическую жесткость, пьезоэлектрическую связь и диэлектрическую энергию соответственно, причем справедливо соотношение $\mathbf{K}_{\varphi U} = \mathbf{K}_{U\varphi}^T$. Как видно из Приложения 1, компоненты подматриц $\mathbf{c}_{14}, \mathbf{c}_{24}, \mathbf{c}_{34}$ действительно зависят только от пьезоэлектрических констант, а \mathbf{c}_{44} — только от электрических констант.

Выражения в Приложении 1 записаны для общего случая трехмерной модели, в которой учитываются все компоненты смещения в трехмерном пространстве. Для двухмерной задачи параметры ПАВ не зависят от координаты x_2 , и все производные по координате x_2 обращаются в ноль, поэтому новые подматрицы второго ранга \mathbf{c}_{ij} можно получить путем вычеркивания всех вторых строк и столбцов из матриц третьего ранга (см. Приложение 2).

Если в дополнение к допущению двухмерного характера задачи считать ПАВ сагиттально поляризованной (этому условию удовлетворяет вырожденная волна, наблюдаемая у анизотропных материалов только в некоторых срезах, задаваемых ориентацией нормали к срезу x_3 относительно основных кристаллографических осей, и направлениях распространения волны в пределах среза, определяемых осью x_1),

то нужно учитывать только две компоненты — U_1 и U_3 , вектора механических смещений, то есть набор неизвестных сократится до трёх — U_1 , U_3 , φ . При этом массовая матрица $\mathbf{e}\mathbf{a}$ и матрица \mathbf{c} в процедуре “coefficient form” будут иметь вид:

$$\mathbf{e}\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{c}_{12} & \mathbf{c}_{14} \\ \mathbf{c}_{31} & \mathbf{c}_{33} & \mathbf{c}_{34} \\ \mathbf{c}_{41} & \mathbf{c}_{43} & \mathbf{c}_{44} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где \mathbf{c}_{ij} — подматрицы размерностью 2×2 (см. Приложение 2). Заметим, что в (14) размерность матриц на единицу меньше, чем в (13), что означает исключение влияния второй компоненты смещения U_2 ; этот случай реализован в COMSOL Multiphysics как мода “piezo plane strain application” акустического модуля [18]. Таким образом, для этого частного случая результаты, найденные посредством предлагаемого подхода, можно сравнить с результатами вычислений, получаемыми без задания коэффициентов дифференциальных уравнений. Такое сравнение, показавшее идентичность результатов, было проведено для дополнительной проверки приведенных в статье формул.

4. Результаты вычислений и их анализ

Для полубезграничной среды значения скорости звука v_0 , полученные с использованием акустической моды “piezo plane strain application” (в предположении сагиттальной поляризации ПАВ) и моды “PDE” (двухмерная задача со всеми компонентами механических смещений), приведены в таблице. Здесь же, для сопоставления по точности, представлены результаты, полученные одним из авторов данной статьи [26, 27] с помощью аналитического подхода. Константы материалов при вычислениях взяты из работ [28, 29]. Срез материала и направление распространения ПАВ описывали углами Эйлера [1, 19]. При расчетах МКЭ область имела размеры, [м]: $4 \cdot 10^{-5} \times 20 \cdot 10^{-5}$; количество конечных элементов составляло 2466. Для проверки точности и сходимости предлагаемого в данной статье подхода задача решена при большем количестве конечных элементов — 8749, и это привело к изменению решения не более чем на 0,0003%.

Таблица. Скорость ПАВ, рассчитываемая с использованием разных приближений

Метод решения	Материал и углы Эйлера для ПАВ			
	GaAs (0;0;0)	GaAs (0;0;45°)	LiNbO ₃ (0;0;0)	LiNbO ₃ (0;38°;0)
	Скорость ПАВ v_0 , [м/с]			
аналитический метод	2722,3	2866,6	3787,1	3979,0
МКЭ с учетом двух компонент смещений	2722,3	2866,7	3902,0	3983,3
МКЭ с учетом трех компонент смещений	2722,3	2867,1	3787,2	3981,0

Данные, приведенные в таблице, свидетельствуют о совпадении результатов аналитического и численного подходов с использованием МКЭ при учете трех компонент смещений; точность решения может быть увеличена заданием более мелкой сетки и выбором большей протяженности пьезоэлектрика в направлении затухания ПАВ (см. Рис. 1). Для срезов GaAs (0; 0; 0) и GaAs (0; 0; 45°) вторая компонента смещения равна нулю (ПАВ является сагиттально поляризованной), поэтому скорость ПАВ в этих материалах с учетом всех трех компонент смещения не отличается от скорости ПАВ при наличии только двух ненулевых компонент. Для среза LiNbO₃ (0; 38°; 0) ненулевая компонента U_2 мала вблизи поверхности, и поэтому игнорирование ее несущественно меняет скорость ПАВ.

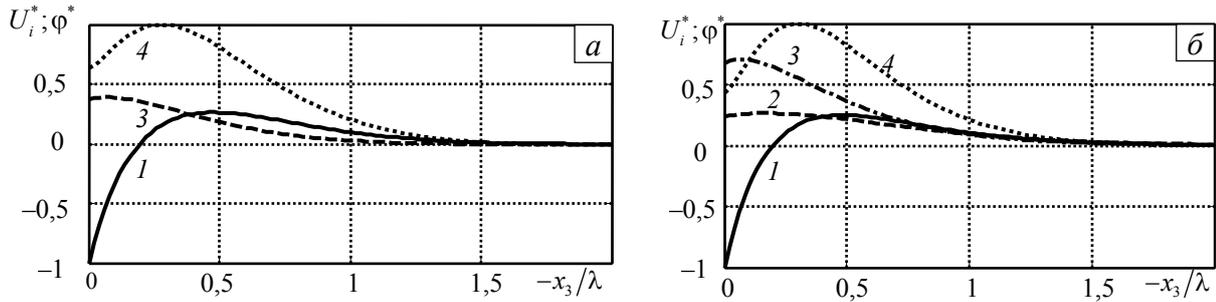


Рис. 2. Распределение в направлении затухания ПАВ компонент механического смещения $U_i^* = U_i/U_{\max}$ и электрического потенциала $\varphi^* = \varphi/\varphi_{\max}$, нормированных по их наибольшим значениям соответственно, для модели с двумя (а) и тремя (б) компонентами смещения;

$$U_1^* - \text{кривая } 1, U_2^* - 2, U_3^* - 3, \varphi^* - 4$$

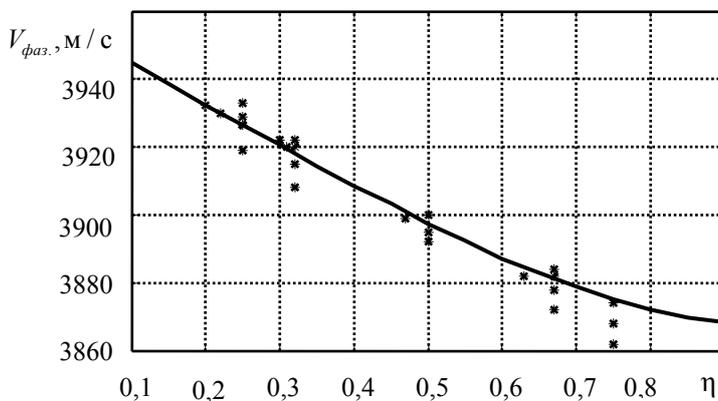


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости от коэффициента металлизации в случае короткого замыкания на срезе $\text{LiNbO}_3 (0; 38^\circ; 0)$; (*) отвечают эксперименту, сплошная линия – МКЭ расчету

Причина значительной разницы скоростей ПАВ для среза $\text{LiNbO}_3 (0; 0; 0)$ следует из сопоставления рисунков 2, а и 2, б. Видно, что максимальные значения компоненты смещения U_2 составляют порядка 30% от значений других компонент смещения, таким образом, предположение $U_2 = 0$ является некорректным. Кроме того, существенно различается соотношение между первой и третьей компонентами смещения (доля U_3 более значительна, см. Рис. 2, б), а также изменяется характер зависимости электрического потенциала (наблюдается более резкий перепад φ между значением на границе подложки и максимальным значением).

На рисунке 3 показаны зависимости фазовой скорости $V_{\text{фаз}}$ от коэффициента металлизации $\eta = w/p$, рассчитанные МКЭ при наличии трёх компонент смещения, в сопоставлении с экспериментальными результатами [30] на срезе $\text{LiNbO}_3 (0; 38^\circ; 0)$ при $\alpha = 90^\circ$, $h/\lambda = 0,3\%$. Совпадение вычисленных результатов с данными эксперимента служит еще одним подтверждением правильности выбранного подхода и приведенных выражений.

5. Выводы

Проведен анализ системы, состоящей из пьезоэлектрика с нанесенными на нем металлическими электродами, который показал возможность решения двухмерной задачи распространения ПАВ путем ее сведения к обобщенным дифференциальным уравнениям с последующим использованием МКЭ. Основным результатом данной работы являются выражения (12), (13) и приведенные в приложениях формулы для подматриц; используя их, можно сформировать коэффициенты обобщенной системы дифференциальных уравнений (7), (8) и использовать пакет COMSOL Multiphysics для

проведения вычислений МКЭ. Достоверность предлагаемого подхода и полученных результатов подтверждается сопоставлением с результатами вычислений МКЭ для частного случая сагиттально поляризованной ПАВ, с вычислениями посредством аналитического метода для случая без электродов и сравнением с известными из литературы результатами измерений при наличии электродов.

6. Приложения

Приложение 1. Подматрицы c_{ij} , используемые для реализации трехмерной модели:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c}_{11} &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{16} & C_{15} \\ C_{61} & C_{66} & C_{65} \\ C_{51} & C_{56} & C_{55} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{12} &= \begin{pmatrix} C_{16} & C_{12} & C_{14} \\ C_{66} & C_{62} & C_{64} \\ C_{56} & C_{52} & C_{54} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{13} &= \begin{pmatrix} C_{15} & C_{14} & C_{13} \\ C_{65} & C_{64} & C_{63} \\ C_{55} & C_{54} & C_{53} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{14} &= \begin{pmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{16} & e_{26} & e_{36} \\ e_{15} & e_{25} & e_{35} \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{c}_{21} &= \begin{pmatrix} C_{61} & C_{66} & C_{65} \\ C_{21} & C_{26} & C_{25} \\ C_{41} & C_{46} & C_{45} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{22} &= \begin{pmatrix} C_{66} & C_{62} & C_{64} \\ C_{36} & C_{32} & C_{34} \\ C_{46} & C_{42} & C_{44} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{23} &= \begin{pmatrix} C_{65} & C_{64} & C_{63} \\ C_{35} & C_{34} & C_{33} \\ C_{45} & C_{44} & C_{43} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{24} &= \begin{pmatrix} e_{16} & e_{26} & e_{36} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{c}_{31} &= \begin{pmatrix} C_{51} & C_{56} & C_{55} \\ C_{41} & C_{46} & C_{45} \\ C_{31} & C_{36} & C_{35} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{32} &= \begin{pmatrix} C_{56} & C_{52} & C_{54} \\ C_{46} & C_{42} & C_{44} \\ C_{36} & C_{32} & C_{34} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{33} &= \begin{pmatrix} C_{55} & C_{54} & C_{53} \\ C_{45} & C_{44} & C_{43} \\ C_{35} & C_{34} & C_{33} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{34} &= \begin{pmatrix} e_{15} & e_{25} & e_{35} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{c}_{41} &= \begin{pmatrix} e_{11} & e_{16} & e_{15} \\ e_{21} & e_{26} & e_{25} \\ e_{31} & e_{36} & e_{35} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{42} &= \begin{pmatrix} e_{16} & e_{12} & e_{14} \\ e_{26} & e_{22} & e_{24} \\ e_{36} & e_{32} & e_{34} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{43} &= \begin{pmatrix} e_{15} & e_{14} & e_{13} \\ e_{25} & e_{24} & e_{23} \\ e_{35} & e_{34} & e_{33} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{44} &= \begin{pmatrix} -\varepsilon_{11} & -\varepsilon_{12} & -\varepsilon_{13} \\ -\varepsilon_{21} & -\varepsilon_{22} & -\varepsilon_{23} \\ -\varepsilon_{31} & -\varepsilon_{32} & -\varepsilon_{33} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Приложение 2. Подматрицы c_{ij} , используемые для реализации двухмерной модели:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c}_{11} &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{15} \\ C_{51} & C_{55} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{12} &= \begin{pmatrix} C_{16} & C_{14} \\ C_{56} & C_{54} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{13} &= \begin{pmatrix} C_{15} & C_{13} \\ C_{55} & C_{53} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{14} &= \begin{pmatrix} e_{11} & e_{31} \\ e_{15} & e_{35} \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{c}_{21} &= \begin{pmatrix} C_{61} & C_{65} \\ C_{41} & C_{45} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{22} &= \begin{pmatrix} C_{66} & C_{64} \\ C_{46} & C_{44} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{23} &= \begin{pmatrix} C_{65} & C_{63} \\ C_{45} & C_{43} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{24} &= \begin{pmatrix} e_{16} & e_{36} \\ e_{14} & e_{34} \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{c}_{31} &= \begin{pmatrix} C_{51} & C_{55} \\ C_{31} & C_{35} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{32} &= \begin{pmatrix} C_{56} & C_{54} \\ C_{36} & C_{34} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{33} &= \begin{pmatrix} C_{55} & C_{53} \\ C_{35} & C_{33} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{34} &= \begin{pmatrix} e_{15} & e_{35} \\ e_{13} & e_{33} \end{pmatrix}; \\
 \mathbf{c}_{41} &= \begin{pmatrix} e_{11} & e_{15} \\ e_{31} & e_{35} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{42} &= \begin{pmatrix} e_{16} & e_{14} \\ e_{36} & e_{34} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{43} &= \begin{pmatrix} e_{15} & e_{13} \\ e_{35} & e_{33} \end{pmatrix}; & \mathbf{c}_{44} &= \begin{pmatrix} -\varepsilon_{11} & -\varepsilon_{13} \\ -\varepsilon_{31} & -\varepsilon_{33} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Литература

1. *Morgan D.* Surface acoustic wave filters with applications to electronic communications and signal processing. – Elsevier, 2007. – 448 p.
2. *Hashimoto K.-Y., Omori T., Yamaguchi M.* Analysis of SAW excitation and propagation under periodic metallic grating structures // Int. J. of High Speed Electronics and Systems. – 2000. – V. 10, N. 3. – P. 685-734.
3. *Laude V., Reinhardt A., Ballandras S., Khelif A., Solal M.* Fast FEM/BEM computation of SAW harmonic admittance and slowness curves // IEEE Ultras. Symp. – 2004. – P. 445-448.
4. *Finger N., Kovacs G., Shoberl J., Langer U.* Accurate FEM/BEM – simulation of surface acoustic wave filters // IEEE Ultras. Symp. – 2003. – P. 1680-1685.
5. *Kubat F., Ruile W., Reindl L.* P-matrix based calculations of the potential and kinetic power in resonating SAW-structures // IEEE Ultras. Symp. – 2002. – P. 329-332.
6. *Taziev R. M.* FEM/BEM for simulation of LSAW devices // IEEE Trans. UFFC. – 2007. – V. 54, N. 10. – P. 2060-2069.
7. *Чередник В.И., Двоешерстов М.Ю.* СОМ параметры, Р матрицы и FEM-BEM теория // Современные наукоемкие технологии. – 2006. – № 8. – С. 74-75.
8. *Тазиев Р.М.* Особенности возбуждения квазипродольных и сдвиговых вытекающих акустических волн в пьезоэлектриках // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2010. – Т. 7, № 3. – С. 17-23.

9. *Pollard T.B., Pereira da Cunha M.* Improved SHSAW transduction efficiency using grating and uniform electrode guiding // IEEE Trans. UFFC. – 2011. – V. 58, N. 5. – P. 1087-1096.
10. *Hofer M., Finger N., Kovacs G., Schöberl J., Zaglmayr S., Langer U., Lerch R.* Finite-element simulation of wave propagation in periodic piezoelectric SAW structures // IEEE Trans. UFFC. – 2006. – V. 53, N. 6. – P. 1192-1201.
11. *Peng D., Fengqi Yu.F.* A novel FEA simulation model for RFID SAW tag // IEEE Trans. UFFC. – 2009. – V. 56, N. 8. – P. 1753-1760.
12. *Matthews G.I., Baghai-Wadji A.* Analysis of additional surface mechanical features in micro-acoustic devices – A combined FEM-JTFA approach // IEEE Ultras. Symp. – 2009. – P. 2676-2679.
13. *Smole P., Ruile W., Pongratz P.* Characterization of surface acoustic wave propagation in ZnO layer on a conductive substrate // IEEE Ultras. Symp. – 2002. – P. 307-310.
14. *Rocha-Gaso M.-I., Fernández-Díaz R., Arnau-Vives A., March-Iborra C.* Mass sensitivity evaluation of a Love wave sensor using the 3D finite element method // IEEE Freq. Contr. Symp. – 2010. – P. 228-231.
15. *Darinskii A.N., Weihnacht M., Schmidt H.* Surface acoustic wave scattering from steps, grooves, and strips on piezoelectric substrates // IEEE Trans. UFFC. – 2010. – V. 57, N. 9. – P. 2042-2050.
16. *Frommelt T., Gogel D., Kostur M., Talkner P., Hanggi P., Wixforth A.* Flow patterns and transport in Rayleigh surface acoustic wave streaming: combined finite element method and raytracing numerics versus experiments // IEEE Trans. UFFC. – 2008. – V. 55, N. 10. – P. 2298-2305.
17. *Zhgoon S., Tsimbal D., Shvetsov A., Bhattacharjee K.* 3D finite element modeling of real size SAW devices and experimental validation // IEEE Ultras. Symp. – 2008. – P. 1932-1935.
18. *Осетров А.В., Нгуен Ван Шо.* Анализ поверхностных акустических волн в области встречно-штыревого преобразователя // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2011. – № 1. – С. 81-88.
19. *Royer D., Dieulesaint E.* Elastic waves in solids. Part I: Free and guided propagation. – Springer, 2000. – 374 p.
20. *Викторов И.А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах // М.: Наука, 1981. – 287 с.
21. *Chen D.P., Haus H.A.* Analysis of metal-strip SAW gratings and transducers // IEEE SU. – 1985. – V. SU 32, N. 3. – P. 395-408.
22. *Bauerschmidt P., Lerch R., Machui J., Ruile W., Visintini G.* Reflection and transmission coefficients of SAW in periodic grating computed by finite element analysis // IEEE Ultras. Symp. – 1990. – P. 421-423.
23. *Дмитриев В.Ф.* Теория связанных волн – универсальный метод расчета устройств на поверхностных акустических волнах // ЖТФ. – 2004. – Т. 74, № 10. – С. 94-102.
24. *Яковлев Л.А.* Основные уравнения механики и электродинамики сплошных сред: Учеб. пособие. – СПб.: ГЭТУ, 1992. – 76 с.
25. *Buchner M., Ruile W., Dietz A., Dill R.* FEM analysis of the reflection coefficient of SAWs in an infinite periodic array // IEEE Ultras. Symp. – 1991. – P. 371-375.
26. *Osetrov A.V., Frolich H.-J., Koch R., Chilla E.* Acoustoelastic effect in anisotropic layered structures // Phys. Rev. B. – 2000. – V. 62, N. 21. – P. 13963-13969.
27. *Osetrov A. V., Frolich H.-J., Koch R., Chilla E.* Acoustoelastic effect in stressed heterostructures // IEEE Trans. UFFC. – 2002. – V. 49, N. 1. – P. 94-98.
28. *Slobodnik A.J., Conway E.D., Delmonico R.T.* Microwave acoustics handbook. Vol. I A. surface wave velocities // NTIS. Springfield – AFCRL-TR-73-0597– AD0780172 – VA 22151.
29. *Kovacs G., Anhorn M., Engan H.E., Visintini G., Ruppel C.C.W.* Improved material constants for LiNbO₃ and LiTaO₃ // IEEE Ultras. Symp. – 1990. – P. 435-438.
30. *Wright P.V.* Modeling and experimental measurements of the reflection properties of SAW metallic gratings // IEEE Ultras. Symp. – 1984. – P. 54-63.

Поступила в редакцию 21.12.10

Сведения об авторах

Осетров Александр Владимирович, д.т.н., проф., Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» (СПб ГЭТУ), 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5; E-mail: AVOsetrov@inbox.ru

Нгуен Ван Шо, студ., СПб ГЭТУ; E-mail: nvsovn@yahoo.com