

УДК 536.252

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЦЫ НА СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ ЗАДАННОЙ ТЕПЛОТДАЧЕ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.А. Бочарова, И.В. Плаксина

Дальневосточный государственный технический университет, Владивосток, Россия

Система уравнений сохранения количества движения и энергии, описывающая свободноконвективное течение около вертикальной поверхности в полубесконечной пористой среде при граничных условиях третьего рода, рассмотрена в приближении пограничного слоя. Построены асимптотические разложения по степеням параметра Дарси (Da). Исследована зависимость характеристик потока от значений параметров Da и xGr . Построены аналитические решения, применимые во всей области течения.

Ключевые слова: свободная конвекция, пористая среда, пограничный слой, асимптотические разложения, параметр Дарси

INFLUENCE OF BOUNDARY CONDITIONS ON FREE CONVECTION FLOW IN POROUS MEDIUM WITH NEWTONIAN HEATING FROM A VERTICAL SURFACE

A.A. Bocharova and I.V. Plaksina

Far East State Technical University, Vladivostok, Russia

The system of energy and momentum conservation equations, describing a free convection flow formed near a vertical surface in a semi-infinite porous medium under third-kind boundary conditions, is considered using boundary layer approximations. Asymptotic expansions in powers of a Darcy parameter (Da) are constructed. The dependence of flow characteristics on the governing dimensionless parameters Da and xGr is analyzed. Analytical solutions available for the entire flow domain are derived.

Keywords: free convection, porous medium, boundary layer, asymptotic expansions, Darcy parameter

1. Введение

Свободноконвективный пограничный слой, возникающий около нагретой непроницаемой вертикальной поверхности, ограничивающей заполненную жидкостью полубесконечную пористую среду, рассматривается во многих исследованиях при условии задания на границе или степенного закона изменения температуры, или постоянного теплового потока [1, 2]. Автомодельные решения уравнений пограничного слоя при таких граничных условиях (условиях первого и второго рода) впервые получены в работе [3], при этом в качестве модели пористой среды использовалась модель Дарси, которая не учитывает вязких эффектов на непроницаемой границе.

Для учета влияния границы и инерционных эффектов, порождаемых пористой матрицей, в качестве уравнения количества движения в исследованиях используется обобщение закона Дарси, предложенное Бринкманом. Для анализа свободной конвекции в высокопористой среде в уравнение сохранения количества движения включаются также конвективные члены. При этом каждому из рассматриваемых видов заданных тепловых граничных условий отвечают различные определяющие безразмерные критерии [4].

Возможность применимости решений, соответствующих приближению пограничного слоя, в области относительно низких значений модифицированных чисел Рэлея Ra оценивается путем исследования влияния приближений высших порядков методом сращиваемых асимптотических разложений.

Задача свободной конвекции на вертикальной поверхности пористой среды при условии, когда скорость теплоотдачи от граничной поверхности, термически сопряженной с конвективным потоком, пропорциональна локальной температуре поверхности, является более распространенной в инженерных приложениях. Авторам известно только одно теоретическое исследование [5], в котором проведен безразмерный анализ уравнений пограничного слоя, построено решение уравнений в виде разложений для функции тока и температуры около передней кромки пластины, удовлетворяющих условию постоянства теплового потока и далеко вниз по потоку, в соответствии с граничными условиями третьего рода. Однако в работе [5] исследование свободноконвективного течения в пористой среде основывается на модели Дарси, которая не позволяет получить решение, удовлетворяющее однородным граничным условиям для продольной скорости на поверхности.

В отличие от статьи [5], в которой не учитывается влияние вязких сил, в представленной работе на основе безразмерного анализа уравнений сохранения количества движения и энергии с учетом влияния вязкостных, конвективных и инерционных членов получены критерии, определяющие характеристики процесса с данными граничными условиями. С помощью метода сращиваемых асимптотических разложений построены асимптотические разложения для функции тока и температуры по параметру Дарси Da ; разложения дополнены собственными решениями в первом приближении; получены составные аналитические решения, пригодные во всей области пограничного слоя; исследована зависимость характеристик свободноконвективного течения от параметра xGr (Gr — число Грасгофа).

2. Основные уравнения

Рассматривается задача свободной конвекции около нагретой вертикальной плоскости, ограничивающей заполненную жидкостью полубесконечную пористую среду, имеющую температуру T_∞ . Декартова система координат образована осями: \bar{x} , направленной вдоль поверхности, и \bar{y} — по нормали к ней. Предполагается, что тепловой поток на поверхности пропорционален локальной температуре поверхности T , жидкость и пористая матрица находятся в термодинамическом равновесии, свойства жидкости и матрицы изотропны и постоянны. С учетом безразмерных переменных — координат $x = \bar{x}/l$, $y = \bar{y}/l$, функции тока $\Psi = \Psi_0 \bar{\Psi}$, характерных скорости $U_0 = ah_s^2 l$, длины $l = (gK\beta T_\infty)/(av_f h_s^2)$ и температуры $\Theta = (T - T_\infty)/T_\infty$, а также масштабирующего коэффициента $\Psi_0 = U_0 l$ система уравнений и граничные условия в терминах функции тока Ψ имеют вид [3]:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \Psi) - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \Psi) = \frac{\varepsilon Pr^*}{Da} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y} - \nabla^2 \Psi \right) + \frac{Pr^*}{Ra^2} \nabla^4 \Psi - \frac{2\varepsilon Pr^* Gr}{Da} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \Theta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Theta}{\partial y} = \frac{1}{Ra^2} \nabla^2 \Theta,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial y} = -Ra(1 + \Theta) \quad \text{при } y = 0, x > 0; \\ \frac{\partial \Psi}{\partial y} \rightarrow 0, \quad \Theta \rightarrow 0 \quad \text{при } y \rightarrow \infty, x > 0; \\ \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \quad \Theta = 0 \quad \text{при } x = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $Pr^* = \varepsilon \nu_f / a$, $Da = Kh_s^2$, $Gr = (Cg\beta T_\infty K^2) / \nu_f^2$, $Ra = h_s l$ — безразмерные параметры, определяющие процесс свободноконвективного течения в пористой среде при граничных условиях третьего рода. В уравнениях (1), (2) и безразмерных параметрах приняты обозначения: ε — пористость, ν_f — кинематическая вязкость, a — коэффициент температуропроводности пористой среды, K — проницаемость пористой среды, h_s — постоянный коэффициент теплоотдачи с поверхности, C — коэффициент инерции, определяемый теоретически [1], g — ускорение свободного падения, β — коэффициент температурного расширения.

Осуществляя в системе уравнений (1), (2) предельный переход при $Ra \rightarrow \infty$, и деформируя поперечную координату $y = Ra^{-1}Y$, получим уравнения пограничного слоя с соответствующими граничными условиями:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x \partial Y^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial Y^3} = \frac{\varepsilon Pr^*}{Da} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right) + Pr^* \frac{\partial^4 \Psi}{\partial Y^4} - \frac{2\varepsilon Gr Pr^*}{Da} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2},$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = -(1 + \Theta) \quad \text{при } Y = 0,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \rightarrow 0, \quad \Theta \rightarrow 0 \quad \text{при } Y \rightarrow \infty. \quad (4)$$

В левой части уравнения сохранения количества движения слагаемые описывают конвективный перенос завихренности, в правой части первое слагаемое соответствует приближению Дарси–Буссинеска, второе учитывает вязкое взаимодействие, третье слагаемое есть силы инерции, пропорциональные квадрату скорости.

3. Асимптотический анализ

Предельный переход при $Da \rightarrow 0$ приводит систему уравнений (3) к задаче, рассмотренной в работе [5], соответствующей модели Дарси в пористой среде. Чтобы учесть влияние сил вязкости и оценить порядок остальных членов уравнения, исследовать влияние параметра Дарси на характеристики свободноконвективного течения при данных граничных условиях, проведем асимптотический анализ системы уравнений (3), (4) при $Da \rightarrow 0$. Применяя метод сращиваемых асимптотических разложений [6], ищем решение в виде внешнего и внутреннего разложений, которые дополняют друг друга.

Внешнее разложение представим следующим образом:

$$\Psi(x, Y, Da) = \Psi_0(x, Y) + Da^{1/2} \Psi_1(x, Y) + \dots,$$

$$\Theta(x, Y, Da) = T_0(x, Y) + Da^{1/2} T_1(x, Y) + \dots,$$

где функции $\Psi_0(x, Y)$ и $T_0(x, Y)$ определим из решения системы уравнений

$$\frac{\partial T_0}{\partial Y} - \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial Y^2} - 2\text{Gr} \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial Y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 T_0}{\partial Y^2} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} \frac{\partial T_0}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \frac{\partial T_0}{\partial Y}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial T_0}{\partial Y} = -(1+T_0) \quad \text{при } Y=0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} \rightarrow 0, \quad T_0 \rightarrow 0 \quad \text{при } Y \rightarrow \infty.$$

Применив автомодельное преобразование $\Psi_0(x, Y) = x f_0(Y)$, $T_0(x, Y) = x h_0(Y)$, сведем систему уравнений (5), (6) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$h_0' - f_0'' - x\text{Gr} \left((f_0')^2 \right)' = 0, \quad h_0'' = f_0' h_0 - f_0 h_0', \quad f_0(0) = f_0'(0) = 0, \quad (7)$$

$$h_0'(0) = -(1+h_0(0)), \quad f_0'(\infty) = 0, \quad h_0(\infty) = 0,$$

которую совместно с соответствующими граничными условиями решим численно методом прогонки [7] для различных значений параметра $x\text{Gr}$. В результате получим зависимость характеристик свободноконвективного процесса от данного комплекса. При значении параметра Грасгофа $\text{Gr} \rightarrow 0$, стремящемся к нулю, получим решение, которое соответствует результатам работы [5]. При увеличении значений параметра Грасгофа Gr растет влияние инерционной составляющей пористой матрицы.

Для того чтобы нулевое приближение было равномерным во всей области течения, дополним внешнее разложение внутренним: $\Psi(x, Y, \text{Da}) = \text{Da}^{1/2} \Phi_0(x, \tilde{y}) + \text{Da} \Phi_1(x, \tilde{y}) + \dots$, $\Theta(x, Y, \text{Da}) = \theta_0(x, \tilde{y}) + \text{Da}^{1/2} \theta_1(x, \tilde{y}) + \dots$, где $Y = \text{Da}^{1/2} \tilde{y}$. Следуя методу сращиваемых асимптотических разложений, для определения неизвестных функции Φ_0, θ_0 получим систему уравнений, в которой учитываются слагаемые, соответствующие силам вязкости, а члены, отвечающие конвективным и инерционным силам, в нулевом приближении пренебрежимо малы. Необходимые граничные условия следуют из сращивания внешнего и внутреннего разложений для продольной скорости и температуры:

$$\frac{\partial^4 \Phi_0}{\partial \tilde{y}^4} + \varepsilon \left(\frac{\partial \theta_0}{\partial \tilde{y}} - \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \tilde{y}^2} \right) = 0, \quad \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \tilde{y}^2} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_0}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \frac{\partial \theta_0}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad \text{при } \tilde{y} = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial \tilde{y}}(x, \infty) = \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y}(x, 0), \quad \theta_0(x, \infty) = T_0(x, 0).$$

Дальнейшее сращивание внешнего и внутреннего приближений определяет граничные условия и первый член внешней асимптотической последовательности. Система уравнений для пары функций $\Psi_1(x, Y)$, $T_1(x, Y)$ и соответствующие граничные условия имеют вид:

$$\frac{\partial T_1}{\partial Y} - \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial Y^2} - 2\text{Gr} \left(\frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial Y^2} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial Y} \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial Y^2} \right) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial Y^2} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial Y} \frac{\partial T_0}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \frac{\partial T_1}{\partial Y} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \frac{\partial T_0}{\partial Y},$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_1}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial T_1}{\partial Y} = -T_1 \quad \text{при } Y = 0,$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial Y}(x, 0) = \frac{\partial \Phi_0}{\partial \tilde{y}}(x, \infty), \quad T_1(x, 0) = \theta_0(x, \infty),$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial Y} \rightarrow 0, \quad T_1 \rightarrow 0 \quad \text{при } Y \rightarrow \infty.$$

Применяя автомодельное преобразование $\Psi_1(x, Y) = f_1(Y)$, $T_1(x, Y) = h_1(Y)$, сведем систему (9) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений $h_1' - f_1'' - 2xGr(f_0'f_1')' = 0$, $h_1'' + f_0h_1' - f_1'h_0 = 0$ с соответствующими граничными условиями $f_1(0) = f_1'(0) = 0$, $h_1'(0) + h_1(0) = 0$, $f_1'(\infty) = 0$, $h_1(\infty) = 0$. Полученные поправки первого порядка позволяют расширить область применимости уравнений пограничного слоя на область значений параметров, отличающихся от предельных, за счет учета приближений высших порядков в тепловых граничных условиях на поверхности.

4. Аналитическое решение

Рассмотрим решение системы уравнений (3), (4) без учета квадратичной поправки, что позволяет получить автомодельные решения и аналитическое решение, удовлетворяющее условию:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x \partial Y^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial Y^3} = \frac{\varepsilon Pr^*}{Da} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right) + Pr^* \frac{\partial^4 \Psi}{\partial Y^4},$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Theta}{\partial Y}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = -(1 + \Theta) \quad \text{при } Y = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \rightarrow 0, \quad \Theta \rightarrow 0 \quad \text{при } Y \rightarrow \infty.$$

В этом случае нулевое внешнее разложение представим как

$$\frac{\partial T_0}{\partial Y} - \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial Y^2} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 T_0}{\partial Y^2} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} \frac{\partial T_0}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \frac{\partial T_0}{\partial Y}, \tag{11}$$

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial T_0}{\partial Y} = -(1 + T_0) \quad \text{при } Y = 0, \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial Y} \rightarrow 0, \quad T_0 \rightarrow 0 \quad \text{при } Y \rightarrow \infty.$$

Внутренняя задача (8) остается неизменной. Аналитические решения внешней (11) и внутренней (8) задач имеют вид:

$$\Psi_0(x, Y) = -A_1(x) \alpha(x) e^{-Y/\alpha(x)} + A_2(x), \quad T_0(x, Y) = A_1(x) e^{-Y/\alpha(x)}, \tag{12}$$

$$\Phi_0(x, \tilde{y}) = A_4(x) \left(1 - \sqrt{\varepsilon} \tilde{y} - e^{-\sqrt{\varepsilon} \tilde{y}} \right), \quad \theta_0(x, \tilde{y}) = A_5(x) + A_3(x) \tilde{y}. \tag{13}$$

Перепишав внешнее решение для функции тока и температуры во внутренних переменных, а внутреннее решение — во внешних переменных и проведя сращивание этих решений, найдем неизвестные функции A_i : $A_1(x) = A_5(x)$, $A_2(x) = \alpha(x) A_5(x)$, $A_3(x) = 0$, $A_4(x) = -A_5(x)/\sqrt{\varepsilon}$. Возьмем $A_5(x) = h_0(0)$, где $h_0(0)$ известно из численного решения системы уравнений (7). Для определения функции $\alpha(x)$ подставим решения (12) в интегральную форму уравнения сохранения энергии (5) и получим соответствующее дифференциальное уравнение:

$$\alpha'(x) + 2\alpha(x)/x = 2/(xh_0(0)\alpha(x)).$$

Его частное решение есть $\alpha(x) = 1/\sqrt{h_0(0)}$. С учетом найденных величин внешнее и внутреннее решения (12), (13) имеют вид:

$$\begin{aligned} \Psi_0(x, Y) &= -\sqrt{h_0(0)} e^{-\sqrt{h_0(0)}Y} + \sqrt{h_0(0)}, & T_0(x, Y) &= h_0(0) e^{-\sqrt{h_0(0)}Y}, \\ \Phi_0(x, \tilde{y}) &= -\frac{h_0(0)}{\varepsilon} (1 - \sqrt{\varepsilon} \tilde{y} - e^{-\sqrt{\varepsilon} \tilde{y}}), & \theta_0(x, \tilde{y}) &= h_0(0). \end{aligned} \quad (14)$$

Составные решения для продольной скорости и температуры

$$\frac{\partial \Psi^c}{\partial Y}(x, Y) = h_0(0) e^{-\sqrt{h_0(0)}Y} - h_0(0) e^{-(\sqrt{\varepsilon}/\sqrt{Da})Y}, \quad \Theta^c(x, Y) = h_0(0) e^{-\sqrt{h_0(0)}Y} \quad (15)$$

конструируются из суммы внешнего и внутреннего решений за вычетом их общей части и являются однородно применимыми для всей области пограничного слоя.

5. Собственные решения

Построенное асимптотическое решение внешней задачи не является единственным. Оно определено с точностью до собственных решений, которые связаны с неопределенностью в области передней кромки в начале координат при $x=0$ и удовлетворяют нулевым граничным условиям задачи [8]. Внешнее асимптотическое разложение следует дополнить слагаемыми $\tilde{f}_1(x, y) = \ln x \tilde{f}_1(Y)$, $\tilde{g}_1(x, y) = \ln x g_1(Y)$ [9]:

$$\begin{aligned} \Psi(x, Y, Da) &= \Psi_0(x, Y) + Da^{1/2} (\ln x \tilde{f}_1(Y) + \Psi_1(x, Y)) + \dots, \\ \Theta(x, Y, Da) &= T_0(x, Y) + Da^{1/2} (\ln x \tilde{g}_1(Y) + T_1(x, Y)) + \dots, \end{aligned}$$

где система уравнений для пары собственных функций $\tilde{f}_1(Y)$, $\tilde{g}_1(Y)$ имеет вид: $\tilde{h}_1' - \tilde{f}_1'' = 0$, $\tilde{h}_1'' = \tilde{f}_1' h_0 - \tilde{h}_1' f_0$, откуда следует, что $\tilde{f}_1(Y)$, $\tilde{g}_1(Y)$ определяются как $\tilde{f}_1(Y) = c_1 f_0(Y)$, $\tilde{g}_1(Y) = c_1 h_0(Y)$; здесь c_1 — константа, которая, вообще говоря, не может быть определена в рамках развитой теории [8].

Таким образом, дополнение внешнего разложения собственными решениями того же порядка, что и первое приближение, приводит к системе уравнений $h_1' - f_1'' = 0$, $h_1'' = c_1 (f_0' h_0 - h_0' f_0)$ с соответствующими граничными условиями $f_1(0) = f_1'(0) = 0$, $h_1'(0) + h_1(0) = -1$, $f_1'(\infty) = 0$, $h_1(\infty) = 0$. Существенное отличие задачи для граничных условий третьего рода от случая изотермической пластины состоит в том, что собственные решения являются членами первого порядка во внешнем асимптотическом разложении, и поэтому оно не может быть полностью определено в первом приближении [8].

6. Полученные результаты

На графиках представлены результаты сравнения численного решения системы уравнений (7) при значении параметра $xGr = 0$ с аналитическим решением (14) для температуры и функции тока (Рис. 1). Построены составные аналитические решения для температуры (Рис. 2, а) и продольной скорости потока при различных значениях определяющего параметра Da (Рис. 2, б). Как показано на рисунке 2, б,

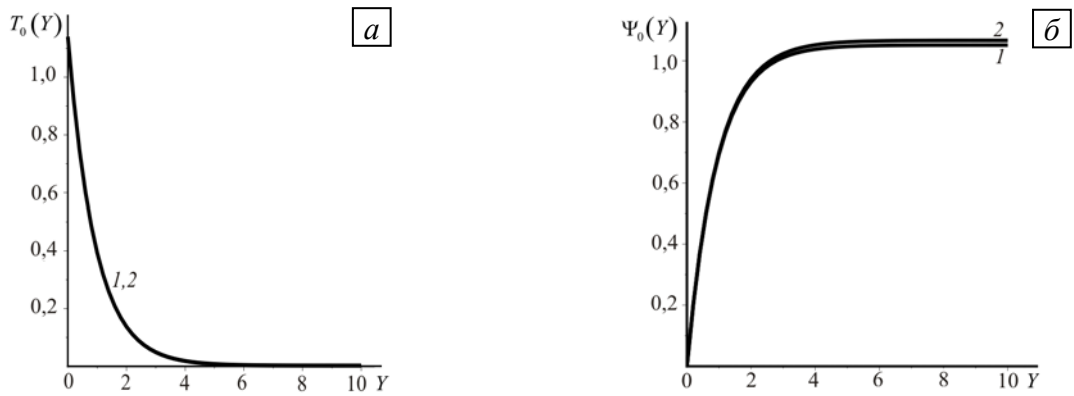


Рис. 1. Сравнение численного решения системы уравнений (7) (кривая 1) при $xGr = 0$ и аналитического решения (14) (кривая 2) для температуры (а) и функции тока (б)

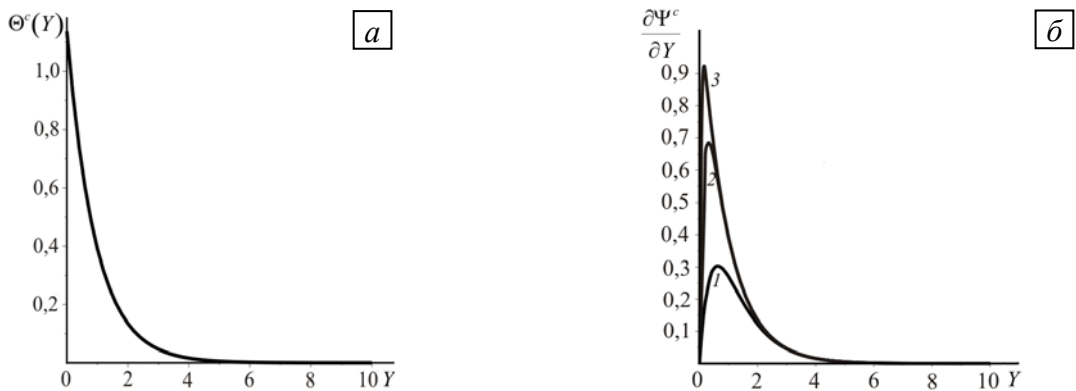


Рис. 2. Графики составных решений (15) для температуры (а) и продольной скорости потока (б) при различных значениях числа Дарси: 10^{-1} (кривая 1); 10^{-2} (2); 10^{-3} (3)

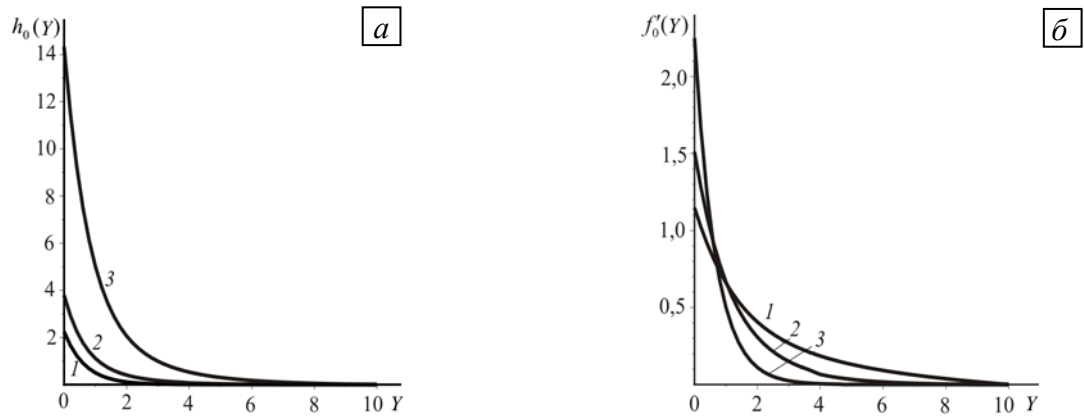


Рис. 3. Графики решений системы уравнений (7) при различных значениях параметра xGr : 1 (кривая 1); 5 (2); 10 (3)

продольная скорость потока возрастает с уменьшением числа Da . Построены графики решений для функции тока и температуры при различных значениях параметра xGr (Рис. 3). Согласно полученным данным, теплоотдача на поверхности возрастает с увеличением числа xGr . Представлено сравнение численного и аналитического решения для теплоотдачи в критериальном виде (см. Таблицу).

Таблица. Значения производной безразмерной температуры на стенке

$\Theta'(x, 0, Ra)$	Аналитическое решение	Численное решение
	$-1,214040 x Ra + \dots$	$-1,223109 x Ra + \dots$

7. Заключение

Влияние границы на свободноконвективное течение около непроницаемой вертикальной поверхности, ограничивающей полубесконечную пористую среду при заданной теплоотдаче с поверхности исследовано на основе асимптотического анализа уравнений сохранения количества движения и энергии с учетом вязкостных, конвективных и инерционных членов. С помощью метода сращиваемых асимптотических разложений получено аналитическое решение для продольной скорости и температуры, равномерно пригодное для всей области пограничного слоя за счет построения внешнего и внутреннего разложений и удовлетворяющее условию прилипания на поверхности. Сравнение полученного аналитического и численного решений системы уравнений пограничного слоя дает хорошее совпадение (Рис. 1). Показано, что конвективные члены уравнения в нулевом приближении пренебрежимо малы по сравнению с членами, соответствующими силам вязкости.

Построенные асимптотические разложения по малому параметру $Da^{1/2}$, в отличие от работы [5], позволили определить существенную зависимость продольной скорости от числа Da (Рис. 2, б) в пограничном слое, а совпадение результатов по распределению температур подтверждает правильность развитого подхода.

Результаты численного решения уравнений пограничного слоя (7) показывают существенную зависимость характеристик свободноконвективного течения (Рис. 3) от инерционных свойств среды в области переходного режима течения от линейной формы закона Дарси к квадратичной.

Литература

1. *Nield D.A., Bejan A.* Convection in porous media. – New York: Springer, 1999. – 546 p.
2. *Ingham D. B., Pop I. (eds).* Transport phenomena in porous media. – Oxford: Pergamon, 1998. – 446 p.
3. *Cheng P., Minkowycz W.J.* Free convection about a vertical flat plate imbedded in porous medium with application to heat transfer from a dike // *J. Geophys. Res.* – 1977. – N. 82. – P. 2040-2044.
4. *Kim S.J., Vafai K.* Analysis of natural convection about a vertical plate embedded in porous medium // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1989. – V. 32, N 4. – P. 665-677.
5. *Lesnic D., Ingham D.B., Pop I.* Free convection boundary-layer flow along a vertical surface in a porous medium with Newtonian heating // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1999. – V. 42. – P. 2621-2627.
6. *Мартыненко О.Г., Березовский А.А., Соколовский Ю.А.* Асимптотические методы в теории свободноконвективного теплообмена. – Минск: Изд. «Наука и Техника», 1979. – 168 с.
7. *Бочарова А.А., Плаксина И.В.* Свободная конвекция в пористой среде при тепловых граничных условиях третьего рода на вертикальной поверхности // *Вычисл. мех. сплош. сред.* – 2008. – Т. 1, № 4. – С. 28-38.
8. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. – М.: Мир, 1967. – 310 с.
9. *Бочарова А.А., Плаксина И.В.* Метод асимптотических разложений в задаче свободноконвективного течения в пористой среде с граничными условиями третьего рода // *Успехи механики сплошных сред: Тез. Всеросс. конф., приуроченной к 70-летию акад. В.А. Левина.* – Владивосток: Дальнаука, 2009. – С. 57-58.

Поступила в редакцию 01.09.10

Сведения об авторах

Бочарова Анна Альбертовна, кфмн, доц., зав. каф., Дальневосточный государственный технический университет (ДВГТУ), Естественно-научный институт (ЕНИ), 690990, Владивосток, ул. Пушкинская, д. 10; E-mail: svbocharov@mail.ru

Плаксина Ирина Владимировна, ст. преп., ДВГТУ, ЕНИ; E-mail: irinaplak@rambler.ru