

УДК 519.63+550.344.42

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ПОГРУЖЕНИИ ТВЁРДОГО ТЕЛА В ЖИДКОСТЬ

В.А. Левин, Л.В. Надкриничный

*Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия*

Рассматриваются результаты численного моделирования погружения цилиндрического твёрдого тела в невозмущённую жидкость. Исследуется волнообразование при данном процессе, а также зависимость параметров образованных волн от параметров тела. Используется модель мелкой воды в цилиндрической системе координат. Применяется разностная схема с неувеличивающейся полной вариацией (TVD схема) на разностной сетке типа «С» по классификации Аракавы.

*Ключевые слова:* погружение твёрдого тела, цунами, мелкая вода, TVD схема

## NUMERICAL INVESTIGATION OF SURFACE WAVE GENERATION DURING IMMERSION OF A RIGID BODY INTO A LIQUID

V.A. Levin and L.V. Nadkrinichny

*Institute of Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, Russia*

We present a numerical investigation of immersion of a cylindrical rigid body into an unexcited liquid. Generation of water waves and dependence of the parameters of these waves on the body parameters are studied. A shallow water model in a cylindrical coordinate system is applied. A total variation diminishing (TVD) scheme is used on the finite difference C-type grid according to Arakawa's classification.

*Key words:* rigid body immersion, tsunami, shallow water, TVD scheme

### 1. Введение

Особый интерес в последнее время вызывает возможность возникновения катастрофических волн цунами при падении в океан тел из межпланетного пространства. Такие волны в современной научной литературе принято называть космогенными цунами [1]. Падение метеорита в океан может привести к появлению цунами колоссальной высоты, а если учесть, что поверхность океана занимает значительную площадь земной поверхности, то падение метеорита в океан более вероятно, чем на сушу. Хотя сценарий падения метеорита с необходимыми для возбуждения достаточно крупной волны размерами маловероятен, всё же проблема прогнозирования такого явления остаётся [1].

Задача возникновения космогенных цунами включает в себя различные проблемы гидроаэродинамики, механики твёрдого тела, динамики многокомпонентных сред, теории вероятности и других, поэтому из-за высокой совокупной сложности она разделяется на ряд подзадач, в каждой из которых делаются определённые допущения.

Проблеме цунами, вызванных падением «внеземных» объектов в океан, посвящён ряд работ. В некоторых, в частности, проводится анализ статистических данных известных явлений, относящихся к космогенным цунами. Например, в работе [2] с помощью простых аналитических выкладок описывается процесс образования цунами.

Падение или погружение «внеземного» тела здесь не рассматривается, а задаётся начальная деформация водной поверхности в виде каверны, которая, следуя статистическим данным, отражает падение астероида в океан. В [2] также предлагаются вероятностные оценки и эмпирическая формула понижения амплитуды волны, основанная на аналитических выкладках авторов.

Интересный численный расчёт приводится в работе [3], где рассматривается падение астероида, а точнее, твёрдого тела заданного размера. Для расчёта образования возмущения водного слоя используется довольно сложная численная схема, а для образования цунами — другая схема, в которой применяются данные, полученные с помощью первой. Подобное сопряжение вычислений как трудоёмко, так и малодостоверно. Работа [3] в большей мере относится к задаче падения астероида в целом, а не к моделированию цунами как возможного последствия такого явления.

Современный обзор исследований, касающихся падения астероидов в океан, содержит монография [1]. Также в ней даётся аналитическое представление образования цунами при распаде на водной поверхности заданной каверны; проводятся расчёты на основе потенциальной модели движения жидкости; приводятся количественные оценки явления и вероятностные данные по проблеме.

В настоящей работе рассматривается полный расчёт образования поверхностных волн, возникших при погружении твёрдого тела в жидкость, то есть учитывается как само волнообразование, так и зависимость параметров сгенерированных волн от параметров тела. Твёрдое тело представляет собой цилиндр с круговым сечением, «головная» часть которого в одном случае имеет плоское затупление, а в другом — полусферическое. Возникшие волны обладают нелинейным характером, и для их адекватного описания необходимо привлекать нелинейные модели волновой гидродинамики. В данной работе используется модель движения жидкости на основе уравнений мелкой воды, записанных в цилиндрической системе координат. Конечно-разностный аналог исходной системы дифференциальных уравнений строится с помощью разностной сетки типа «С» по классификации Аракавы. Численное решение находится с использованием явной TVD схемы первого порядка точности по пространству и времени [4, 5].

При погружении в жидкость цилиндр ведёт себя как поршень и, вытесняя жидкость, испытывает сопротивление, теряет скорость. У стенки цилиндра уровень жидкости повышается и, достигнув определённого значения, образует волну. После того как цилиндр прекращает движение, образованная волна отходит от его стенки. С течением времени амплитуда волны убывает. В работе выявлены зависимости амплитуды образованных волн от параметров погружающегося тела: его начальной скорости и размеров.

## 2. Постановка задачи

Рассматриваем осесимметричное течение идеальной несжимаемой жидкости, ограниченной снизу дном  $\Gamma_0$ , заданным функцией  $z = -b \equiv -1$ , и осью симметрии  $\Gamma_1$  с абсциссой  $r = 0$ . Здесь  $r, z$  — координаты точек в цилиндрической системе координат  $Orz$ , имеющей горизонтальную ось  $Or$ , лежащую на невозмущённой свободной поверхности жидкости, и вертикальную ось  $Oz$  (Рис. 1). Цилиндр задаём как непроницаемую поверхность  $\Gamma_2$ , которая зависит от формы «головной» части и описывается следующим образом:

– при полусферическом затуплении

$$S_1(r, t) = R_b - \sqrt{R_b^2 - r^2} - V_b(t) \cdot t, \quad 0 \leq r \leq R_b,$$

– при плоском торце

$$S_2(r, t) = -V_b(t) \cdot t, \quad 0 \leq r \leq R_b.$$

Здесь  $R_b$  — радиус цилиндра,  $V_b(t)$  — скорость его погружения.

Свободная поверхность жидкости  $\Gamma_f$  подлежит определению. Будем считать, что она описывается однозначной функцией  $z = \eta(r, t)$ , где  $t$  — время. Введём безразмерные величины по формулам:

$$\tilde{r} = \frac{r}{H_0}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{H_0}, \quad \tilde{\eta} = \frac{\eta}{H_0}, \quad \tilde{b} = \frac{b}{H_0}, \quad \tilde{t} = t \sqrt{\frac{g}{H_0}}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{\sqrt{gH_0}},$$

где  $g = \text{const}$  — ускорение свободного падения,  $H_0$  — характерная глубина (глубина в начальный момент времени),  $u$  — скорость движения жидкости. Символ « $\tilde{\phantom{x}}$ », которым отмечены безразмерные величины, при последующем изложении опускается.

При введённом обезразмеривании критериями подобия являются:  $X = H_0/R_b$ , число Фруда  $F = V_{b,0}^2/gH_0$  ( $V_{b,0}$  — начальная скорость тела), а также отношение плотности жидкости к плотности тела:  $R = \rho_l/\rho_b$ .

При погружении в жидкость тело испытывает сопротивление. Закон движения, которому оно подчиняется, записывается как  $M\dot{V}_b = -\rho_l C_d \frac{V_b^2}{2} S$  [6] (силой тяжести пренебрегаем), где  $M = 4\rho_b \pi R_b^3/3$  — масса погружающегося тела,  $S = \pi R_b^2$  — площадь миделевого сечения,  $C_d = 1$  — коэффициент сопротивления [7]. Это уравнение имеет простое решение:  $V_b = V_{b,0} \cdot e^{\alpha L}$ , в котором  $L$  — путь тела (в данном случае это — глубина водного слоя) и  $\alpha = -\frac{3 C_d \rho_l}{8 R_b \rho_b}$ . Если в решение подставить «реалистичные» значения, например, глубину водного слоя 1 километр и радиус тела 10 метров, начальную скорость и плотность тела, соответственно, 25 км/с и  $3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, то видно, что скорость тела быстро падает: от начального значения до почти нулевого — 0,09 м/с. Следовательно, сопротивлением пренебрегать нельзя; поэтому ищем также и решение системы (обезразмерной):

$$\dot{V}_b = -\frac{3}{8} C_d X R V_b^2, \quad \dot{z}_b = V_b(t). \tag{1}$$

Для моделирования течения жидкости используем одномерные уравнения мелкой воды в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} \eta_t + (Hu)_r = -\frac{Hu}{r}, \\ (Hu)_t + \left( Hu^2 + \frac{H^2}{2} \right)_r = -\frac{Hu^2}{r}, \\ H = \eta + b. \end{cases} \tag{2}$$

Решение задачи, заключающееся в определении изменения уровня поверхности жидкости и зависимости максимальной амплитуды образованных волн от параметров погружающегося тела (начальной скорости и радиуса цилиндра), состоит из решения систем (1) и (2) в соответствии с начальными и граничными условиями:

– в начальный момент времени  $t = 0$  жидкость покоится ( $u(r,0) = 0$ ) и ограничена сверху невозмущённой свободной поверхностью ( $\eta(r,0) = 0$ ); тело имеет начальную скорость  $V_b(0) = V_{b,0}$  и расположено над поверхностью невозмущённой жидкости так, что  $\min_r S_i(r,0) = 0$ ;

– на оси симметрии  $\Gamma_1$  ставится условие:

$$u(0,t) = 0, \quad t \geq 0;$$

– на движущейся поверхности  $\Gamma_2$  задаётся условие непротекания:

$$\eta = S_i, \quad \frac{\partial(rHu)}{\partial r} = -r \frac{\partial S_i}{\partial t}, \quad (3)$$

где индекс  $i$  принимает значения 1 или 2 и определяет форму затупления «головной» части цилиндра.

### 3. Алгоритм расчёта

Численные расчёты проводились для жидкости, заполняющей бассейн с радиусом  $R_1 = 0,5$ , причём счёт прекращался, как только образованная волна доходила до координаты  $r = R_1$ . Отрезок  $\Omega = [0; R_1]$  равномерно, с постоянным шагом  $h$ , покрывался интервалами  $\Omega_h$ ; общее количество ячеек в направлении оси  $Or$  составляло  $N$ . Согласно сетке типа «С» по классификации Аракавы [4] на границах каждого  $\Omega_h$  вычислялись значения скорости  $u_i^n$  и потока массы  $(Hu)_i^n$ , а внутри интервалов — положение свободной поверхности  $\eta_{i+(1/2)}^n$ .

Для получения численного решения использовалась явная разностная схема с уменьшающейся полной вариацией (TVD схема) первого порядка точности по пространству и времени, описанная в работе [5]. Там же даётся условие, при котором полная вариация не увеличивается, то есть условие того, что схема обладает свойством TVD. Причём для явной схемы это условие совпадает с условием устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви:  $C \cdot \Delta t / \Delta r < 1$  ( $C$  — характерная скорость). Таким образом, условие КФЛ обеспечивало устойчивость выбранной разностной схемы и гарантировало отсутствие нефизических осцилляций в решении. На каждом временном слое шаг по времени определялся исходя из этого условия.

Рассмотрим алгоритм численного расчёта. Пусть на  $n$ -м слое по времени известны значения  $(Hu)_i^n, \eta_{i+(1/2)}^n$ . По ним вычисляем дополнительные значения:  $H_{i+(1/2)}^n = \eta_{i+(1/2)}^n + b$  и  $u_i^n = 2(Hu)_i^n / (H_{i-(1/2)}^n + H_{i+(1/2)}^n)$ .

Получение решения на  $(n+1)$ -м слое состоит из нескольких этапов. На первом этапе находим шаг по времени согласно формуле

$$\tau^n = \theta h \left[ 2 \max_i \sqrt{H_{i+(1/2)}^n} + \max_i |u_i^n| \right]^{-1},$$

где  $\theta = 0,1$  — коэффициент устойчивости. Затем методом Эйлера ищем решение системы (1) с известным шагом по времени. Так определяем положение цилиндра на новом временном слое.

На следующем этапе, согласно работе [5], рассчитываем численные скорости переноса для уравнений переноса из системы (2):

$$a_{i+1}^n = \begin{cases} \frac{0,5[(Hu)_{i+1}^n - (Hu)_{i-1}^n]}{\eta_{i+(1/2)}^n - \eta_{i-(1/2)}^n}, & \eta_{i+(1/2)}^n - \eta_{i-(1/2)}^n \neq 0, \\ u_{i+1}^n, & \eta_{i+(1/2)}^n - \eta_{i-(1/2)}^n = 0; \end{cases}$$

$$b_{i+(1/2)}^n = \begin{cases} \left[ u_{i+1}^n (Hu)_{i+1}^n + 0,125(H_{i+(3/2)}^n + H_{i+(1/2)}^n)^2 - u_i^n (Hu)_i^n - (Hu)_{i+1}^n - (Hu)_i^n \right] / \left[ (Hu)_{i+1}^n - (Hu)_i^n \right], & (Hu)_{i+1}^n - (Hu)_i^n \neq 0, \\ u_{i+1}^n, & (Hu)_{i+1}^n - (Hu)_i^n = 0. \end{cases}$$

Далее, на  $(n+1)$ -м временном слое вычисляем значение свободной поверхности  $\eta_{i+(1/2)}^{n+1}$

$$\eta_{i+(1/2)}^{n+1} = \eta_{i+(1/2)}^n - \frac{\tau^n}{h} \left[ (Hu)_{i+1}^n - (Hu)_i^n + Q(a_{i+1}^n)(\eta_{i+(3/2)}^n - \eta_{i+(1/2)}^n) - Q(a_i^n)(\eta_{i+(1/2)}^n - \eta_{i-(1/2)}^n) \right] - \frac{0,5((Hu)_{i+1}^n + (Hu)_i^n)}{r_{i+(1/2)}} \tau^n$$

и значение потока массы  $(Hu)_i^{n+1}$

$$(Hu)_i^{n+1} = (Hu)_i^n - \frac{\tau^n}{h} \left\{ 0,25 \left[ (Hu)_{i+1}^n + (Hu)_i^n \right] (u_{i+1}^n + u_i^n) + 0,5(H_{i+(1/2)}^n)^2 - 0,25 \left[ (Hu)_i^n + (Hu)_{i-1}^n \right] (u_i^n + u_{i-1}^n) - 0,5(H_{i-(1/2)}^n)^2 + Q(b_{i+(1/2)}^n) \left[ (Hu)_{i+1}^n - (Hu)_i^n \right] - Q(b_{i-(1/2)}^n) \left[ (Hu)_i^n - (Hu)_{i-1}^n \right] \right\} - \tau^n \frac{(Hu)_i^n \cdot u_i^n}{0,5(r_{i+(1/2)} + r_{i-(1/2)})}$$

Приведённые формулы являются разностной аппроксимацией дифференциальной системы (2), причём слагаемые, содержащие  $Q(x)$ , представляют собой схемную численную вязкость. Множитель  $Q(x)$  имеет следующий вид:

$$Q(x) = \begin{cases} 0,5(x^2/\delta + \delta), & |x| < \delta, \\ |x|, & |x| \geq \delta, \end{cases} \quad \text{где коэффициент } \delta = 0,125.$$

Полученные на  $(n+1)$ -м временном слое значения корректируем так, чтобы они удовлетворяли граничным условиям. Согласно [8], условие полного отражения для сеток типа «С» по классификации Аракавы имеют следующий вид (для левой и правой границ расчётной области):

$$\begin{aligned} u_0^{n+1} &= -u_2^{n+1}, & u_1^{n+1} &= 0, & \eta_{(1/2)}^{n+1} &= \eta_{(3/2)}^{n+1}, \\ u_N^{n+1} &= -u_{N-2}^{n+1}, & u_{N-1}^{n+1} &= 0, & \eta_{N-(1/2)}^{n+1} &= \eta_{N-(3/2)}^{n+1}. \end{aligned}$$

Поскольку задача осесимметричная, то численное представление граничного условия (3) имеет простой вид, то есть

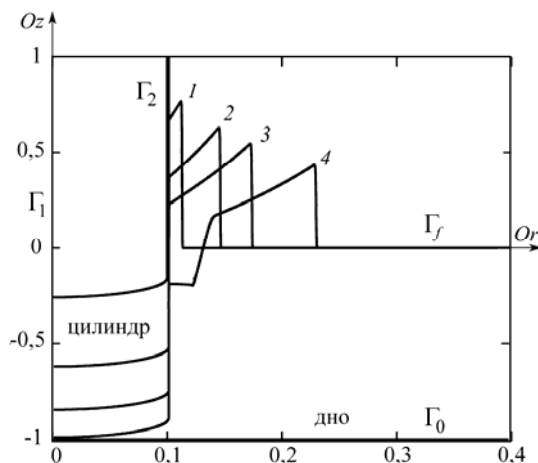
$$\eta_i^{n+1} = z_{b,i}^{n+1}, \quad (Hu)_0^{n+1} = 0, \quad (Hu)_i^{n+1} = r_i V_b^{n+1} / 2 \quad (i = \overline{1, N_b}),$$

где  $N_b$  — это наибольшее количество  $\Omega_h$ , в которых выполняется условие  $\eta_i^{n+1} \geq z_{b,i}^{n+1}$ .

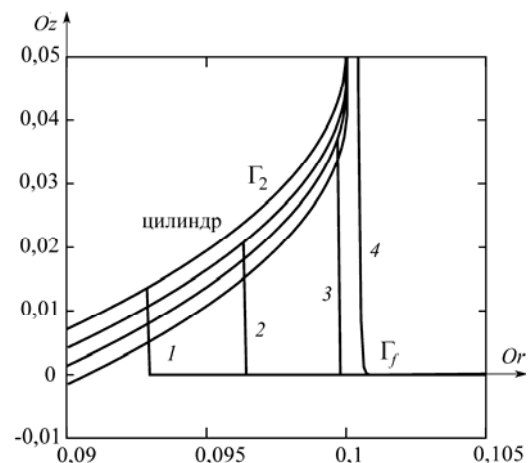
Описанные этапы численного интегрирования проводим на каждом временном слое. Во времени процесс вычислений продолжаем до тех пор, пока не будет достигнут временной слой, соответствующий требуемому расчётному времени.

#### 4. Результаты вычислительных экспериментов

Рассмотрим процесс волнообразования на примере погружения цилиндра с полусферическим затуплением в невозмущённую жидкость. При вычислениях в уравнениях (1) полагаем значение  $R = 1/3$ , которое может соответствовать плотности жидкости  $\rho_l = 10^3 \text{ кг/м}^3$  и плотности тела  $\rho_b = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  (известная величина для каменного астероида). Картина данного процесса показана на рисунках 1 и 2, на которых изображены графики волнообразования в различные моменты времени при значениях модельных параметров:  $R_b = 0,1$  и  $V_{b,0} = 30$ . Рисунок 2 — это увеличенная область рисунка 1, на котором видно, как цилиндр касается поверхности жидкости и как вытесняемая им жидкость движется вдоль его полусферической части и



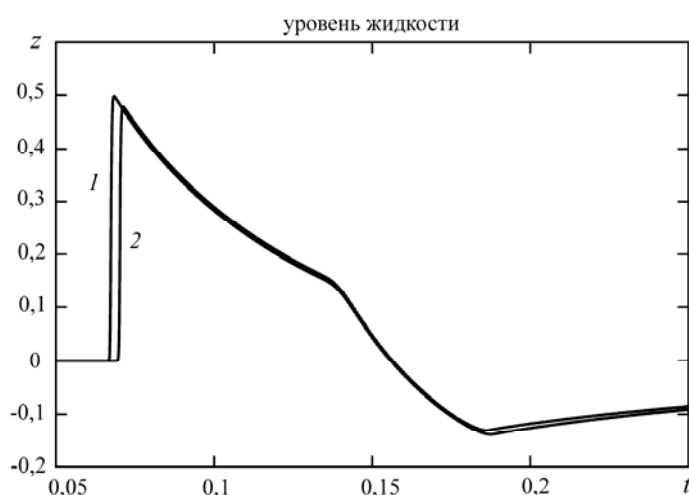
**Рис. 1.** Погружение цилиндра с полусферическим затуплением. Профили свободной поверхности и цилиндра в моменты времени:  $1,0 \cdot 10^{-2}$  (кривая 1);  $3,11 \cdot 10^{-2}$  (2);  $5,02 \cdot 10^{-2}$  (3);  $9,13 \cdot 10^{-2}$  (4).



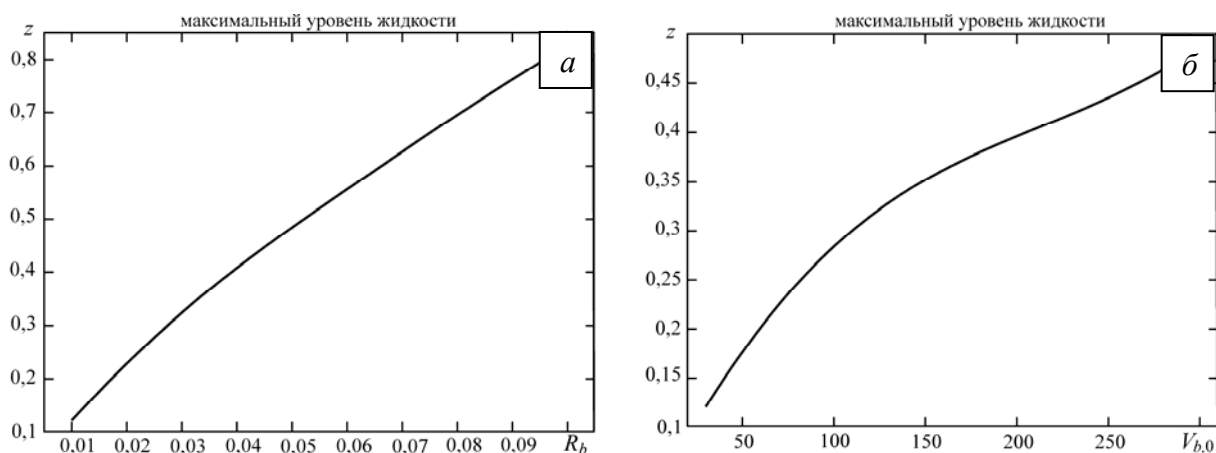
**Рис. 2.** Фрагмент рисунка 1. Профили свободной поверхности и цилиндра в моменты времени:  $1,73 \cdot 10^{-3}$  (кривая 1);  $1,83 \cdot 10^{-3}$  (2);  $1,94 \cdot 10^{-3}$  (3);  $2,04 \cdot 10^{-3}$  (4).

выходит за границу радиуса цилиндра. Погружение цилиндра сопровождается образованием возле его стенки повышения уровня жидкости (Рис. 1), которое затем распадается на волну. Уровень свободной поверхности между цилиндром и волной постепенно понижается, поверхность принимает изначальное положение. В результате формируется одиночная волна.

Для сравнения влияния формы затупления на образование волны проведён аналогичный расчёт (с теми же значениями модельных параметров) для цилиндра с плоским затуплением «головной» части. Построенные по результатам обоих численных экспериментов графики изменения уровня свободной поверхности в точке  $r = 0,2$  практически совпадают, о чем свидетельствует рисунок 3. Разница состоит лишь в том, что волна, образованная погружением цилиндра с плоским затуплением, приходит в точку  $r = 0,2$  раньше. Таким образом, процесс образования волны при полусферическом затуплении протекает медленнее, и связано это с тем, что сначала жидкость движется вдоль полусферической поверхности цилиндра. В случае же с плоским затуплением волна образуется сразу, как только тело вступает в контакт с жидкостью.



**Рис. 3.** Изменение уровня свободной поверхности в точке  $r = 0,2$  в зависимости от формы затупления «головной» части цилиндра при значениях параметров  $R_b = 0,1$ ,  $V_{b,0} = 30$ : плоский торец (кривая 1); полусферическое затупление (2).



**Рис. 4.** Зависимость максимального значения амплитуды образованной волны от радиуса (а) и начальной скорости (б) цилиндра с полусферическим затуплением

Исследуем влияние радиуса цилиндра и его начальной скорости на амплитуду образованной волны. Поскольку форма затупления «головной» части не влияет на образование волны, во всех последующих расчётах рассматривается только цилиндр с полусферическим затуплением.

На рисунке 4, *a* показан график зависимости максимального уровня свободной поверхности от радиуса цилиндра  $R_b \in [0,01; 0,1]$  при начальной скорости погружения  $V_{b,0} = 30$ . Из рисунка 4, *a* видно, что максимальный уровень свободной поверхности находится в прямой зависимости от радиуса погружающегося тела, и чем больше радиус, тем больше уровень жидкости.

Влияние начальной скорости погружения цилиндра изображено на рисунке 4, *b*. График получен при расчётах с параметром  $R_b = 0,01$  и начальной скоростью погружения  $V_{b,0} \in [30; 300]$ . Здесь также видно, что чем больше начальная скорость цилиндра, тем больше максимальное значение амплитуды образованной волны. Совершенно ясно, что такая зависимость объясняется прямой связью: тело с бóльшей кинетической энергией вызывает бóльшее возмущение свободной поверхности. Рассмотрение этой зависимости в размерных величинах показывает, что, например, при погружении тела с радиусом в 10 м и начальной скоростью в 25 км/с в слой жидкости глубиной в 1 км образуется волна с амплитудой более 400 м.

Выясним, как параметры погружающегося тела связаны с понижением амплитуды  $A$  ([9]) образованной волны. В таблице представлены максимальные значения уровня свободной поверхности в точках  $r = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ . В последней колонке находятся процентные отношения значения амплитуды в точке  $r = 0,4$  к её же значению в точке  $r = 0,1$ . Видно, что понижение амплитуды отличается для волн, образованных при разных значениях модельных параметров, причём для тел с равными радиусами  $R_b$  понижение амплитуды происходит быстрее при бóльших  $V_{b,0}$ . Из сравнения вычислительных экспериментов 1 и 3 следует, что, несмотря на соответствие бóльшему  $R_b$  более высокой амплитуды образованной волны, понижение происходит схожим образом, то есть соответствующие этим экспериментам процентные отношения примерно совпадают. Всё это может говорить о том, что наиболее «катастрофичные» для удалённых объектов волны образуются при погружении тела с бóльшими размерами. Расчёты также показывают, что нельзя пренебрегать сопротивлением жидкости: понижение амплитуды волн, образованных с учётом сопротивления, происходит быстрее (см. эксперименты 3 и 4).

Таблица. Понижение амплитуды образованной волны

Номер вычислительного эксперимента	Модельные параметры	$r$				$\frac{A(r_4)}{A(r_1)}, \%$
		$r_1 = 0,1$	$r_2 = 0,2$	$r_3 = 0,3$	$r_4 = 0,4$	
Значения уровня с учётом сопротивления						
1	$R_b = 0,07, V_{b,0} = 30$	0,470	0,269	0,193	0,151	32
2	$R_b = 0,05, V_{b,0} = 100$	0,485	0,252	0,173	0,132	27
3	$R_b = 0,05, V_{b,0} = 30$	0,263	0,152	0,102	0,087	33
Значения уровня без учёта сопротивления						
4	$R_b = 0,05, V_{b,0} = 30$	0,373	0,265	0,207	0,162	43



## 5. Заключение

Проведённые вычислительные эксперименты показали, что при погружении твёрдого цилиндрического тела в невозмущённую жидкость образуются волны, амплитуда которых находится в прямой зависимости от его радиуса и скорости. При этом влияние размера тела сказывается в большей степени, чем влияние начальной скорости.

Построены зависимости максимальных значений амплитуды образованных волн от параметров тела. Проведено сопоставление распространения образованных волн с учётом и без учёта сопротивления жидкости, которое выявило особенности, позволившие сделать вывод: сопротивлением жидкости погружению твёрдого тела пренебрегать недопустимо.

Расчёты показали, что форма затупления погружающегося цилиндра не влияет на образование волны и её динамику. При расчётах форму «головной» части погружающегося тела можно не учитывать. Однако следует помнить, что при наличии у цилиндра плоского затупления образование волны происходит быстрее, чем при его полусферическом затуплении.

Хотя в рассмотренном процессе ключевым параметром, способствующим образованию волны с большой амплитудой, является размер тела, а именно радиус цилиндра, для образования катастрофически больших волн необходима огромная скорость его движения. Такой скоростью обладают тела из межпланетного пространства, и их падение в открытый океан является вполне реальным механизмом образования разрушительных волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-98510-р\_восток\_a) и ДВО РАН (проекты № 09-1-П17-03, 11-III-B-03-037).

## Литература

1. *Левин Б.В., Носов М.А.* Физика цунами и родственных явлений в океане. – М.: «Янус-К», 2005. – 360 с.
2. *Ward S.N., Asphaug E.* Asteroid impact tsunamis: a probabilistic hazard assessment // *Icarus*. – 2000. – V. 145, N. 1. – P. 64-78.
3. *Crawford D.A., Mader C.* Modeling asteroid impact and tsunamis // *Science of Tsunami Hazards*. – 1998. – V. 16, N. 1. – P. 21-30.
4. *Мезингер Ф., Аракава А.* Численные методы, используемые в атмосферных моделях / Пер. с англ. – Л.: Гидрометеоиздат, 1979. – 135 с.
5. *Yee H.C., Warming R.F.* Implicit total variation diminishing (TVD) schemes for steady-state calculations // *J. of Comp. Phys.* – 1985. – V. 57, N. 3. – P. 327-360.
6. *Асланов В.С.* Пространственное движение тела при спуске в атмосфере. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 160 с.
7. *Прандтль В.С.* Гидроаэромеханика. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 576 с.
8. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: «Мир», 1972. – 600 с.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидроаэродинамика. – М.: «Наука», 1986. – 736 с.

Поступила в редакцию 14.07.09

---

### Сведения об авторах

*Левин Владимир Алексеевич*, акад., дфмн, проф., зам.дир., Институт автоматки и процессов управления ДВО РАН (ИАПУ ДВО РАН), 690041, Россия, Владивосток, ул. Радио, д. 5; E-mail: levin@imec.msu.ru

*Надкритичный Леонид Владимирович*, инж., ИАПУ ДВО РАН; E-mail: lmuten@iacp.dvo.ru