

УДК [669.14-17:553.56]001.57

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ОБРАБОТКЕ НЕОДНОРОДНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫМ ДВИЖУЩИМСЯ ИМПУЛЬСНЫМ ИСТОЧНИКОМ**

В.П. Багмутов, И.Н. Захаров

*Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия*

Разработана математическая модель теплового воздействия концентрированных потоков энергии на неоднородные металлические тела в условиях электромеханической обработки (ЭМО). Рассмотрены особенности постановки и решения трёхмерной задачи теплопроводности при высокоскоростном нагреве и охлаждении тела, включая описание пространственной и временной конфигурации импульсного движущегося источника тепла, учёт скрытой теплоты фазовых превращений и зависимости теплофизических свойств тела от температуры в характерных структурных областях. Полученные численные результаты позволили исследовать закономерности распределения температуры и скорости её изменения от действия движущегося импульсного источника в условиях ЭМО стального образца, имеющего поверхностный слой или покрытие. Показано, что учёт температурной зависимости теплофизических коэффициентов приводит к количественным и качественным поправкам в распределении самой температуры и её градиентов. Использование гиперболического уравнения теплопроводности при анализе процессов ЭМО не вносит существенных уточнений в решение задачи.

*Ключевые слова:* компьютерное моделирование, тепловые процессы, концентрированные потоки энергии, электромеханическая обработка

## **MODELLING OF HEAT PROCESSES DURING THE SURFACE TREATMENT OF INHOMOGENEOUS METAL BODIES BY A HIGH-TEMPERATURE MOVING PULSE SOURCE**

V.P. Bagmutov and I.N. Zakharov

*Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia*

A mathematical model capable of describing the thermal action of concentrated energy fluxes on inhomogeneous metal bodies subjected to electromechanical treatment (EMT) is developed. The peculiarities of formulation and solution of a three-dimensional heat conduction problem under high-speed heating and cooling conditions, including the description of the spatial and time configurations of a moving pulse heat source and the account of the latent heat of phase transformations and the temperature dependence of the thermophysical characteristics of a body in specific structural areas, are considered. The obtained numerical results allowed us to study the temperature distribution mechanisms and the rate of temperature change caused by the action of the moving pulse source on the steel sample with a surface layer or covering subjected to EMT. It is shown that a consideration of the temperature dependence of thermophysical coefficients leads to quantitative and qualitative changes in the distribution of temperature and its gradients. Application of a hyperbolic heat conduction equation to the analysis of the EMT processes provides only an inessential refinement of the problem solution.

*Key words:* computer modelling, thermal processes, concentrated energy fluxes, electromechanical treatment

### **1. Введение**

К актуальным задачам современных наукоёмких производств относится получение изделий с оптимизированными под заданные условия функционирования структурой и свойствами. В этом направлении перспективной является обработка с помощью

концентрированных потоков энергии (КПЭ), под действием которых формируется локально и глобально неоднородная структура тела, отвечающая требуемому комплексу служебных свойств. Примером технологий, использующих КПЭ для обработки металлических изделий, является электромеханическая обработка (ЭМО) [1].

Процессы ЭМО обладают сложным, нелинейным характером воздействия внешних факторов на свойства и геометрию тела, которые в произвольной точке в текущий момент времени зависят от температуры, состояния структуры и деформаций материала. Указанные обстоятельства значительно усложняют разработку математических моделей процессов формирования как воздействующих физических полей, так и получающейся при этом структуры объекта. Так, например, при анализе теплового воздействия КПЭ [2–7] часто вводятся те или иные допущения (постоянные коэффициенты, одно- или двумерная постановка и так далее), упрощающие вид уравнения теплопроводности. Это снижает эффективность учёта и описания присущих действию КПЭ особенностей, таких как высокие скорости процессов, фазовые превращения, структурная неоднородность.

В данной статье рассматриваются этапы построения математической модели интенсивных тепловых полей, возникающих в теле в ходе ЭМО. На основе вычислительных экспериментов исследуются особенности учёта неоднородности материала, фазовых превращений, высоких скоростей и нелинейности процессов, а также сравнивается эффективность использования при решении параболического и гиперболического уравнений теплопроводности. Некоторые результаты, представленные здесь, получены в рамках разработанной авторами системы моделей ЭМО, включающей модель формирования неоднородной структуры упрочнённых слоёв и покрытий. Принципы построения такой модели изложены в [8].

## 2. Постановка задачи. Особенности исследования

Обработке материалов КПЭ присущи высокая интенсивность и импульсный характер процессов теплообмена. При таких условиях нужно принимать во внимание, что теплота распространяется с конечной скоростью. Это приводит к уточнению закона Фурье за счёт дополнительного слагаемого, учитывающего время  $\tau_{rel}$  релаксации теплового потока [9, 10]:

$$\mathbf{q} = -\lambda \operatorname{grad} T - \tau_{rel} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $T$  — функция распределения температуры в пространстве и времени  $t$ ;  $\mathbf{q}$  — вектор плотности теплового потока [11];  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности в данной точке.

Высокотемпературный нагрев и охлаждение стали (и других конструкционных материалов) сопровождается фазовыми переходами, что инициирует действие внутренних источников и стоков тепла в областях со свободными границами. Для их описания необходимо решить задачу Стефана, обобщённая формулировка которой эквивалентна заданию эффективной теплоёмкости  $c_{eff}$  [9]:

$$c_{eff} = c - \frac{L}{\rho} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial T}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность материала;  $c$  — коэффициент теплоёмкости в рассматриваемой точке;  $L$  — энтальпия фазового перехода;  $\Psi$  — массовая доля новой фазы (при данной температуре  $T$ ) в элементе объёма при фазовом переходе.

Подставляя соотношения (1), (2) в уравнение баланса энергии

$$c_{eff} \rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{q}, \quad (3)$$

получим квазилинейное уравнение теплопроводности гиперболического типа. Для неоднородного тела, составленного из нескольких структурных зон (каждую из которых обозначим индексом  $p=1, \dots, N$ , где  $N$  — общее количество таких областей), в условиях фазовых превращений и со свойствами, зависящими от температуры, координат и структурного состояния материала, уравнение (3) имеет следующий общий вид:

$$\left( c_p \rho_p - L_p \frac{\partial \Psi_p}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} + \tau_{rel,p} \left( c_p \rho_p - L_p \frac{\partial^2 \Psi_p}{\partial T^2} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \operatorname{div} (\lambda_p \operatorname{grad} T). \quad (4)$$

Каждой структурной зоне соответствуют теплофизические коэффициенты ( $c_p$ ,  $\rho_p$ ,  $\lambda_p$ ), параметры фазовых превращений ( $L_p$ ,  $\Psi_p$ ) и релаксации теплового потока ( $\tau_{rel}$ ). По теоретическим оценкам для металлов  $\tau_{rel}$  составляет  $10^{-11}$  с [9, 10, 12]. Образование тепла при фазовых переходах определяется спектром тепловыделения одной из фаз  $\Psi_p = \Psi_p(T)$  по мере превращения ( $T$  — текущая температура). Спектр может быть найден по «правилу рычага» из равновесной диаграммы состояния данной марки стали [13]. Величина теплового эффекта превращения  $L$  аустенита в перлит при охлаждении и последующем нагреве может считаться одинаковой и, по данным [14], для стали с содержанием углерода 0,4% составляет 49350 Дж/кг; для стали с 0,8% углерода — 98700 Дж/кг. Теплофизические характеристики материалов полагаются переменными, зависимыми от температуры, структурного состояния, и задаются в соответствии с эмпирическими данными, представленными в [15]. При наличии на поверхности тела пористого слоя в расчётной области ( $p=2$ ) выделяются объёмы, занятые порами —  $\Omega_{por}$ . При этом доля пустот  $\Omega_{por}$  в общем объёме должна соответствовать экспериментальным данным об относительном содержании пор. Их распределение в расчётной области и размеры задаются случайным образом. В указанных областях  $\Omega_{por}$  коэффициенты уравнения (4) претерпевают разрывы. В предположении идеального контакта на границах между порами и основным материалом условия непрерывности температуры и теплового потока учитываются в уравнении теплопроводности, и нет необходимости формулировать их отдельно [9]. Это же относится и к записи условий на границе раздела соседних структурных зон — основного металла ( $p=1$ ) и поверхностного пористого слоя ( $p=2$ ).

В зависимости от интенсивности процесса, наличия внутренних источников теплоты и структурно-фазовых переходов уравнение (4) может принимать более простой вид. Например, решение аналогичной задачи при  $\tau_{rel} = 0$ ,  $L = 0$  приводится в [4].

Рассмотрим начальные и граничные условия, соответствующие процессу ЭМО некоторого объёма материала (Рис. 1).

До начала обработки температура во всех точках материала одинакова и равна температуре окружающей среды  $T_0$ , а скорость изменения температуры, с учетом принятого далее синусоидального закона изменения  $\mathbf{q}$  в уравнении (3), равна нулю:

$$T(x, y, z, t)|_{t=0} = T_0, \quad \left. \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (5)$$

Для обрабатываемой поверхности материала (поверхность  $I$ , Рис. 1) будем считать, что зоне контакта инструмента с деталью соответствует область  $G = G[x(t), y(t)]$ , в которой действует поверхностный тепловой источник с удельной мощностью  $q_s$  (модуль вектора  $\mathbf{q}$ ):

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = q_s + \tau_{\text{rel}} \frac{\partial q_s}{\partial t} \quad \text{при } x, y \in G. \quad (6)$$

Вне области  $G$  обрабатываемая поверхность  $I$  охлаждается жидкостью (или воздухом) с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$  и температурой  $T_{\text{cp}}$ ; здесь для любого момента времени принимается граничное условие

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = -\alpha(T - T_{\text{cp}}) \quad \text{при } x, y \notin G. \quad (7)$$

Положение зоны контакта  $G$  изменяется с течением времени и определяется режимами обработки — скоростью  $V$  и подачей  $S$ . При этом её граница в подвижной системе координат  $x(t)$ ,  $y(t)$ , связанной с источником, в первом приближении задаётся уравнением эллипса (Рис. 1).

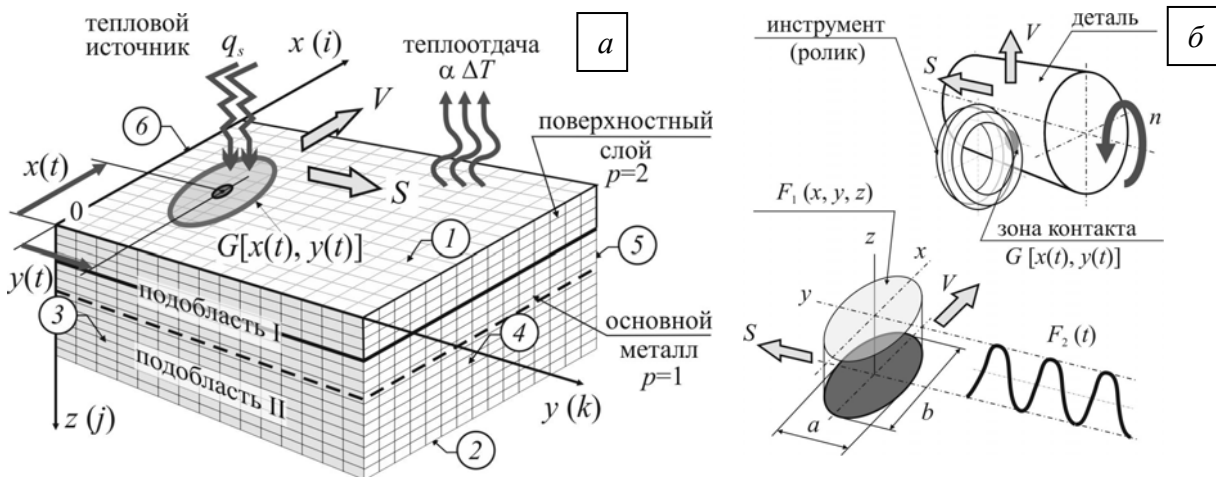


Рис. 1. Расчётная схема теплового воздействия от движущегося источника (а) и схема зоны контакта при ЭМО (б)

На основе проведённого авторами анализа электродинамических процессов при ЭМО (в данной статье не рассматривается) принято, что тепловой источник, действующий при пропускании тока через область малой площади, может рассматриваться как поверхностный; распределение по объёму не учитывается. Это объясняется тем, что количество джоулевой теплоты, выделяющейся в локальной зоне контакта инструмента с поверхностью детали вследствие высокого электрического сопротивления этой зоны, на несколько порядков больше тепловыделения в основном объёме тела.

В общем виде удельная мощность теплового источника  $q_s$  является сложной функцией координат  $(x, y, z)$  и времени  $t$ . Здесь для упрощения представим её в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от координат, другая — только от времени:

$$q_s = q_m \cdot F_1(x, y, z) \cdot F_2(t), \quad (8)$$

где  $q_m$  — коэффициент с размерностью удельной мощности, а функцию  $F_1$  зададим в виде  $F_1 = F_1(x, y)$ , пренебрегая изменением потока вдоль оси  $z$ .

При ЭМО материалов пространственная конфигурация источника определяется характером распределения плотности электрического тока в объёме материала, который в свою очередь зависит от функции  $F_1$ . Вид функции  $F_1$ , получаемый на основе численного решения задачи электродинамики, в данной работе не рассматривается, а полагается, что плотность тока, без учёта краевых эффектов, одинакова во всех точках области контакта. Это соответствует равномерному распределению мощности теплового потока по пятну контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью, то есть считается  $F_1(x, y) = 1$ . Аналитические решения подобных задач найдены лишь в некоторых простых случаях (например, как в работе [16], для точечного контакта электрода с деталью).

Удельная мощность теплового источника при ЭМО от действия переменного тока с частотой  $\nu$  находится в соответствии с законом Джоуля–Ленца:

$$q_s = \eta \frac{I_a U_a}{A_k} \sin^2(2\pi\nu t). \quad (9)$$

Здесь  $I_a$ ,  $U_a$  — амплитудные значения тока и напряжения;  $A_k$  — площадь контакта инструмента (электрода) с обрабатываемой поверхностью. Принимая форму зоны контакта близкой к эллиптической (при длинах малой и большой осей эллипса, равных  $a$  и  $b$  соответственно, Рис. 1), получим  $A_k = \pi a b / 4$ ;  $\eta$  — коэффициент, учитывающий отвод части тепла в обрабатывающий инструмент и потери на нагрев охлаждающей жидкости (проведённый анализ показывает, что в зависимости от теплопроводности контактирующих материалов инструмента и детали  $\eta$  принимает значения от 0,4 до 0,6).

Обозначив максимальную мощность источника через  $q_0 = \eta I_a U_a / A_k$ , перепишем выражение (9) в виде

$$q_s = q_0 \sin^2(2\pi\nu t). \quad (10)$$

Процессы обработки материалов КПЭ исследуются для локальных микрообъёмов поверхности, размеры которых крайне малы по сравнению с размерами самой детали (например, при ЭМО толщина упрочнённого слоя на среднеуглеродистых сталях составляет всего 0,2–0,5 мм). Поэтому расчётная область представляется в виде полупространства, ограниченного плоскостью действия теплового источника (поверхность  $l$ , Рис. 1); при этом для деталей цилиндрической формы кривизной обрабатываемой поверхности пренебрегаем.

Для поверхностей 2–6 (Рис. 1) задаются условия, соответствующие условиям на бесконечности:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=+\infty} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\pm\infty} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\pm\infty} = 0. \quad (11)$$

### 3. Численный метод

Для приближённого решения задачи (4)–(11) используем явную конечно-разностную схему (целесообразность применения такого метода расчёта рассмотрена далее). В этом случае дифференциальное уравнение теплопроводности (4) в узле сетки с координатами  $i \times h_x$ ,  $j \times h_z$ ,  $k \times h_y$  ( $h_x$ ,  $h_y$ ,  $h_z$  — шаги сетки вдоль координатных осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно;  $\Delta t$  — шаг по времени) записывается в виде [9]:

$$\begin{aligned}
C(T) &= \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\Delta t} + \tau_{\text{rel}} D(T) \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k}^{n-1}}{\Delta t^2} = \\
&= \frac{1}{h_x^2} \left[ \lambda_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \cdot T_{i+1,j,k}^n + \lambda_{i-\frac{1}{2},j,k}^n \cdot T_{i-1,j,k}^n - \left( \lambda_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \lambda_{i-\frac{1}{2},j,k}^n \right) \cdot T_{i,j,k}^n \right] + \\
&+ \frac{1}{h_z^2} \left[ \lambda_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \cdot T_{i,j+1,k}^n + \lambda_{i,j-\frac{1}{2},k}^n \cdot T_{i,j-1,k}^n - \left( \lambda_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \lambda_{i,j-\frac{1}{2},k}^n \right) \cdot T_{i,j,k}^n \right] + \\
&+ \frac{1}{h_y^2} \left[ \lambda_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \cdot T_{i,j,k+1}^n + \lambda_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n \cdot T_{i,j,k-1}^n - \left( \lambda_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + \lambda_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n \right) \cdot T_{i,j,k}^n \right].
\end{aligned} \tag{12}$$

В выражении (12) приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
C(T) &= c_{i,j,k}^n \cdot \rho_{i,j,k}^n - L_{i,j,k}^n \cdot \frac{\Psi_{i,j,k}^n - \Psi_{i,j,k}^{n-1}}{T_{i,j,k}^n - T_{i,j,k}^{n-1}}, \\
D(T) &= c_{i,j,k}^n \cdot \rho_{i,j,k}^n - L_{i,j,k}^n \cdot \left[ \frac{\Psi_{i,j,k}^n - \Psi_{i,j,k}^{n-1}}{(T_{i,j,k}^n - T_{i,j,k}^{n-1})^2} - \frac{\Psi_{i,j,k}^{n-1} - \Psi_{i,j,k}^{n-2}}{(T_{i,j,k}^{n-1} - T_{i,j,k}^{n-2})(T_{i,j,k}^{n-1} - T_{i,j,k}^{n-1})} \right], \\
\lambda_{i+\frac{1}{2},j,k}^n &= \frac{\lambda_{i+1,j,k}^n + \lambda_{i,j,k}^n}{2}; \quad \lambda_{i-\frac{1}{2},j,k}^n = \frac{\lambda_{i-1,j,k}^n + \lambda_{i,j,k}^n}{2}; \quad \dots; \quad \lambda_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n = \frac{\lambda_{i,j,k-1}^n + \lambda_{i,j,k}^n}{2},
\end{aligned}$$

где всем переменным величинам приданы соответствующие конечно-разностные индексы:  $n$  — для узлов временной сетки ( $n = 0, 1, \dots, N_t$ ;  $N_t$  — число шагов по времени);  $i, k, j$  — для узлов пространственной сетки по координатным осям  $x, y, z$ :  $i = 1, 2, \dots, N_i$ ;  $k = 1, 2, \dots, N_k$ ;  $j = 1, 2, \dots, N_j$ ; ( $N_i, N_k, N_j$  — количество точек разностной сетки в направлении координатных осей  $x, y, z$  соответственно).

Начальные (5) и граничные (6), (7), (11) условия также выражаются известными соотношениями в конечных разностях. Например, для условия (6) имеем:

$$T_{i,0,k}^n = T_{i,1,k}^n + q_s \cdot \frac{h_z}{\lambda_{i,0,k}^n} + \tau_{\text{rel}} \cdot \frac{h_z}{\lambda_{i,0,k}^n} \cdot \frac{\partial q_s}{\partial t} \quad (i, k \in G_{i,k}), \tag{13}$$

где  $G_{i,k}$  — область действия источника  $G$  (Рис. 1) в символах конечно-разностной записи. Выражения для  $q_s$  и  $\partial q_s / \partial t$  подставляются в (13) из аналитических зависимостей (9), (10).

Для неограниченных областей, согласно (11), необходима постановка краевых условий в бесконечно удалённых точках. Однако в неограниченной области невозможно ввести равномерную сетку с конечным числом узлов; это возможно лишь в некотором ограниченном (плоскостями 2–6) объёме расчётной области. При этом температуры для законтурных точек могут быть заданы на основе разностной аппроксимации аналитических решений для полупространства с учётом условий (11). Так, принимая во внимание классическое решение задачи определения температуры в неограниченном теле под действием мгновенного источника тепла [2], значения температур  $T_{i,N_j+1,k}^n$  в законтурных точках плоскости 2 (для плоскостей 3–6 — аналогично) найдём в виде экспоненциальной зависимости:

$$T_{i,N_j+1,k}^n = T_0 + \exp \left( \frac{1+2N_j}{1-2N_j} \cdot \ln \frac{T_{i,N_j-1,k}^n - T_0}{T_{i,N_j,k}^n - T_0} \right) \cdot (T_{i,N_j,k}^n - T_0). \tag{14}$$

В начальный момент времени следует задать неизменное содержание исследуемой фазы материала (что соответствует отсутствию фазовых превращений до начала обработки):

$$\Psi_{i,j,k}^{-2} = \Psi_{i,j,k}^{-1} = \Psi_{i,j,k}^0.$$

На каждом шаге по времени для найденных параметров температурного поля в каждом узле сетки устанавливается структурно-фазовый состав материала (по методике [8]) и в соответствии с существующими зависимостями [13–15] задаются значения теплофизических коэффициентов ( $c$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $L$ ,  $\Psi$ ) для текущих значений  $T$ . При этом использование явной схемы (12) даёт возможность избежать итерационной процедуры определения указанных коэффициентов на рассматриваемом шаге.

Вопросы аналитического исследования существования и единственности решения линейных и квазилинейных дифференциальных уравнений гиперболического типа, а также устойчивости и сходимости разностных схем для них применительно к задачам теплопроводности рассматриваются в классических трудах [9, 11] и здесь не приводятся. Дополнительный анализ, учитывающий влияние на постановку и решение задачи особенностей воздействия КПЭ, проведен в данной работе на основе вычислительного эксперимента: методом двойного пересчёта оценена точность расчётов по разностной схеме; путём установления зависимости между степенью отклонения искомых величин в выбранных узлах сетки от вариации начальных и граничных условий исследована устойчивость решения в рамках понятия корректно поставленной (по Адамару) задачи. Установлено, что при моделировании ЭМО материалов изменение величины мощности теплового потока на 10% приводит к изменению максимальных значений температуры не более чем на 6%.

Целесообразность использования явной конечно-разностной схемы при исследовании интенсивных процессов импульсного нагрева материала в трёхмерных областях связана с высокими скоростями протекающих процессов и, как следствие, с необходимостью анализа малых характерных интервалов времени, в течение которых в материале и происходят основные структурно-фазовые превращения, формируются его напряжённо-деформированное состояние и свойства. В таких условиях произвольное увеличение шага по времени невозможно —  $\Delta t$  выбирается настолько малым, насколько это необходимо для описания особенностей цикла нагрев–охлаждение на исследуемом интервале. Поэтому при реализации неявной схемы удаётся увеличить шаг временной сетки не более чем в 10–20 раз по сравнению с максимальным шагом при использовании явной схемы. Однако это малоэффективно, поскольку не даёт экономии времени расчёта, так как одновременно увеличивается и количество арифметических операций, необходимых для осуществления неявного метода.

Явная схема удобна для распараллеливания вычислений на многопроцессорных ЭВМ. Исследуемая область разбивается на требуемое количество подобластей (на рисунке 1 расчётная область разделена по глубине на две подобласти — I и II), на каждую из которых приходится соответствующая доля от общего числа узлов исходной разностной сетки. Вычисление температур на текущем шаге  $T_{i,j,k}^{n+1}$  в таких подобластях ведётся, согласно (12), параллельными потоками, независимо друг от друга, при этом время счёта сокращается пропорционально общему количеству выделенных подобластей.

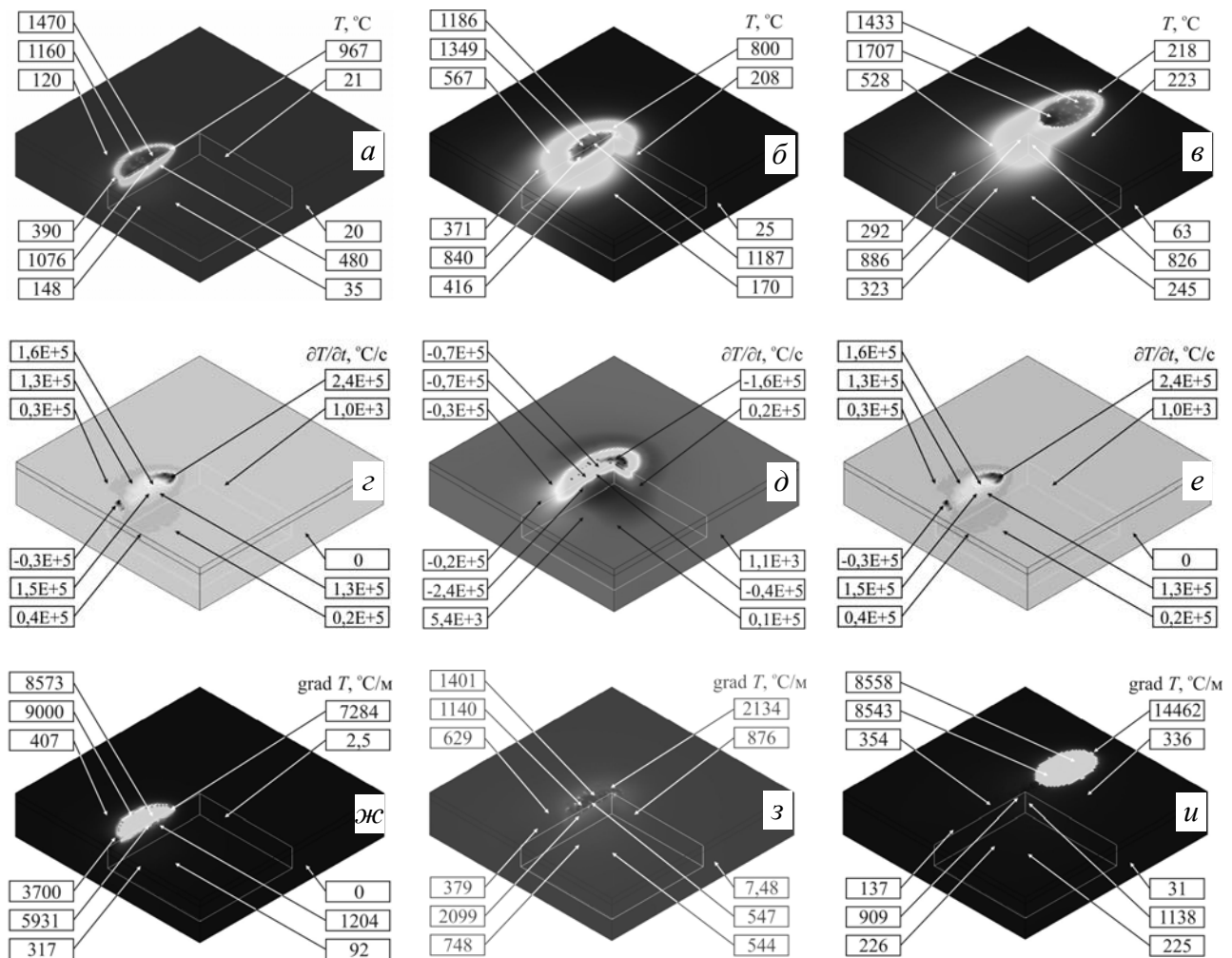
#### 4. Полученные результаты и их обсуждение

В качестве примера рассмотрим ЭМО образца при следующих режимах: плотность тока  $j = 400 \text{ A/mm}^2$ ; напряжение  $U = 3 \text{ В}$ ; размеры зоны контакта  $1,4 \times 0,9 \text{ мм}$ ; скорость обработки  $V = 0,083 \text{ м/с}$ ; подача  $S = 0,5 \text{ мм/об}$ . Обрабатываемый материал — сталь 45 (также исследовалась сталь 45 с покрытием из стали Р6М5 толщиной 0,25 мм;

пористость покрытия 10% [17]). Размеры исследуемой области, выделенной в виде расчётного фрагмента полупространства, составляют  $5 \times 5 \times 1$  мм (вдоль осей  $x \times y \times z$  соответственно) при размерности сетки  $100 \times 100 \times 50$  (500000) узлов. Результатом решения тепловой задачи для образца с покрытием являются картины распределения полей температур, скоростей нагрева–охлаждения, градиентов температуры по объёму обрабатываемого материала и во времени (Рис. 2).

При обработке материала КПЭ имеем дело с высокой температурой (Рис. 2, *a–в*) и её временными и пространственными градиентами (Рис. 2, *г–и*). В процессе теплового воздействия КПЭ температура в тонком поверхностном слое металла достигает значений, превышающих не только температуру фазовых превращений, но зачастую и температуру плавления материала, при этом из-за кратковременности термического влияния реального оплавления поверхности может и не происходить.

При ЭМО стального образца твердосплавным инструментом максимальная температура (более  $1800\text{--}1900^\circ\text{C}$ ) развивается на поверхности материала вблизи центра пятна контакта инструмента с деталью. При наличии на обрабатываемой поверхности покрытия максимальные температуры в зоне обработки несколько



**Рис. 2.** Распределение температур (*a–в*), скоростей нагрева–охлаждения (*г–е*) и абсолютной величины градиентов температуры (*ж–и*) по объёму материала (размеры исследуемой области  $5 \times 5 \times 1$  мм) в различные от начала электрического импульса моменты времени  $t$ , мс:

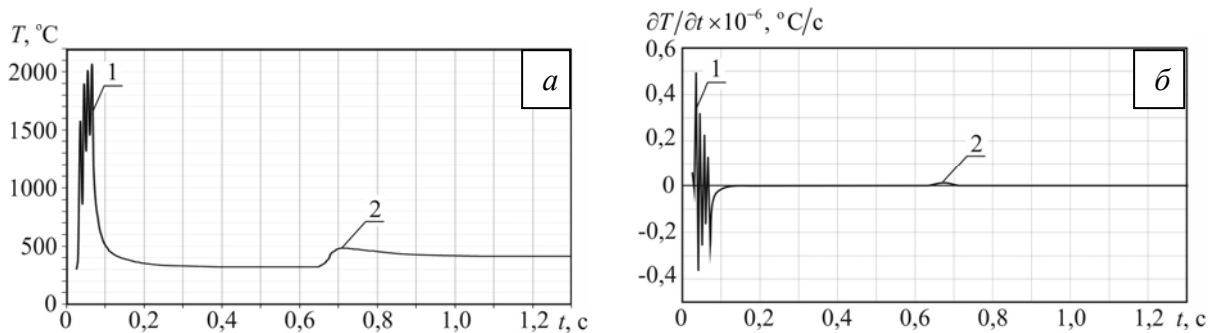
5 (*a, г, ж*); 20 (*б, д, з*); 35 (*в, е, и*)



меньше — около  $1700^{\circ}\text{C}$  (Рис. 2, *a–в*), что объясняется пониженной теплопроводностью пористого слоя. В случае же, когда материал инструмента характеризуется более высокими по сравнению с обрабатываемым металлом параметрами тепло- и электропроводности (например при использовании инструмента из медного сплава), температурный максимум может смещаться на некоторую величину вглубь поверхностного слоя.

Скорости изменения температурного поля во времени принимают значения порядка сотен тысяч градусов в секунду, что превышает предельные скорости, достигаемые при традиционных методах термической обработки, причём максимальная скорость нагрева ( $6 \cdot 10^5 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{c}$  — на поверхности, в центре зоны обработки) в несколько раз больше максимальной скорости охлаждения ( $3 \cdot 10^5 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{c}$ ) (Рис. 2, *г–е*). Аналогично температуре, наблюдается резкое снижение абсолютных значений скорости нагрева–охлаждения с увеличением глубины поверхностного слоя — на глубине  $0,25 \text{ мм}$  скорость ниже в 5–6 раз, чем на поверхности. Наличие покрытия на поверхности образца мало влияет на максимальные значения скоростей.

На рисунке 3 показан термический цикл одной из точек поверхности обрабатываемого материала (в расчётной области на рисунке 2 данная точка расположена в центре поверхности).



**Рис. 3.** Термический цикл (*a*) и изменение скоростей нагрева и охлаждения во времени (*б*)

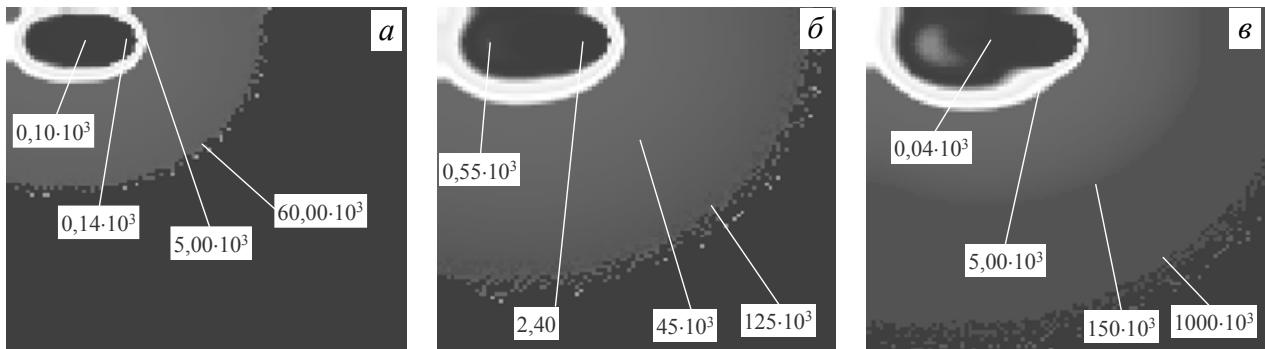
для точки на поверхности расчётной области при ЭМО образца без покрытия:

1 – первый проход инструмента (точка расположена посередине трека);

2 – второй проход (трек смещён относительно точки на величину подачи  $S$ )

При прохождении центра теплового источника через данную точку наблюдается импульсное изменение температуры (участок 1, Рис. 3, *a*), связанное с импульсным характером теплового воздействия переменного электрического тока. С приближением источника к точке и при прохождении через неё температура постепенно, в виде серии пиков, нарастает до максимального значения (около  $2000^{\circ}\text{C}$ ), а затем, по мере выхода точки из зоны теплового влияния, достаточно резко снижается (до  $400^{\circ}\text{C}$ ). При обработке второго трека («дорожки», которую оставляет инструмент на обрабатываемой поверхности после полного оборота детали) инструмент смещается на величину подачи и рассматриваемая точка оказывается на периферии зоны действия теплового источника. В результате температура в точке повышается на  $150\text{--}200^{\circ}\text{C}$  (участок 2, Рис. 3, *a*), что может приводить, в частности, к образованию зон отпуска в упрочнённых треках. Подобные же закономерности характерны и для скоростей нагрева и охлаждения металла — импульсное многократное их изменение при прохождении источника через исследуемую точку (участок 1, Рис. 3, *б*) и незначительное отклонение от нуля при обработке следующего трека (участок 2, Рис. 3, *б*).

Обратим внимание на сравнительно невысокие скорости распространения тепловых возмущений в процессе ЭМО — максимальная скорость продвижения температурного фронта (около  $1 \text{ км}/\text{с}$ ) в несколько раз меньше скорости звука в металле (в железе



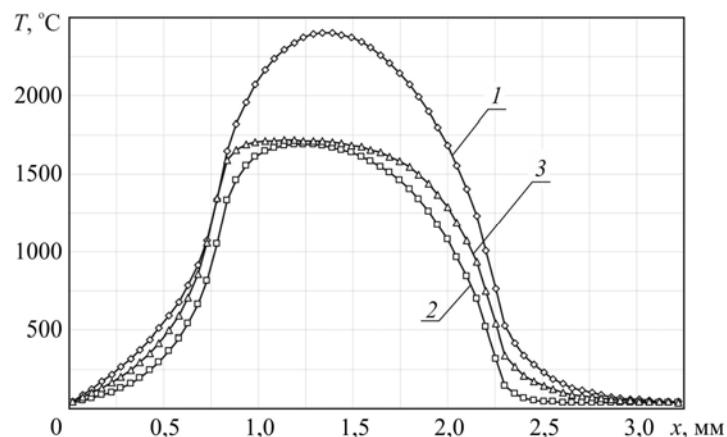
**Рис. 4.** Распределение скорости температурного фронта (мм/с) по объёму материала в различные моменты времени  $t$ , мс: 2,5 (а); 7,5 (б); 12,5 (в)

«упругая» скорость звука равна 7,15 км/с, «пластическая» — 5,7 км/с [12]), распространение же достаточно высоких температур, при которых в материале начинаются структурные и фазовые превращения, происходит со скоростями порядка нескольких сантиметров в секунду (Рис. 4).

Использование уравнения теплопроводности гиперболического типа (4), учитывающего конечность скорости распространения тепла в пространстве, в исследуемом случае (при ЭМО металлов) даёт поправку в значениях температуры менее 1% по сравнению с решением уравнения теплопроводности параболического типа [4]; при этом время расчёта возрастает более чем на 20%. Данные обстоятельства позволяют не принимать в рассмотрение эффекты, связанные с волновыми процессами (тепловые волны), при моделировании технологии ЭМО, а также импульсных технологий и процессов, где длительность импульса значительно превышает  $\tau_{rel}$ .

Учёт нелинейности основного уравнения (4) в части зависимости теплофизических коэффициентов от температуры приводит к заметным поправкам в величине температуры (Рис. 5) и её градиентов, что особенно важно при моделировании структуры и свойств материалов при высокотемпературных воздействиях.

Из рисунка 5 (кривая 1) видно, что при постоянстве коэффициентов уравнения (4), назначенных для начальной температуры тела  $T_0$ , погрешность расчёта температур относительно решения, полученного с учётом указанных зависимостей (кривая 3), составляет около 40% в области максимальных температур (1700–2400°C) и более 60% в области 150–500°C. При использовании постоянных значений коэффициентов, соответствующих средней температуре цикла (кривая 2), данная погрешность



**Рис. 5.** Распределение температуры на поверхности тела в области действия теплового источника, рассчитанное в момент времени  $t = 7,5$  мс при постоянных теплофизических коэффициентах, соответствующих начальной температуре тела  $T = 20^\circ\text{C}$  (кривая 1) и средней температуре цикла  $T = 840^\circ\text{C}$  (2), а также при коэффициентах, зависящих от температуры (3)

для максимальных температур (1670–1700°C) снижается до 1,5%, однако в диапазоне 500–1000°C достигает уже 30–40%, а для температур 200–500°C — около 70%. В ряде практических приложений, например при описании зон закалки и отпуска стали в ходе поверхностной термической обработки КПЭ, такая точность определения температур может оказаться недостаточной, так как влечет существенные погрешности при определении размеров указанных структурных зон.

Таким образом, разработанная математическая модель тепловых процессов, протекающих при воздействии КПЭ на материал, предоставляет возможность теоретического исследования динамики, особенностей возникновения и эволюции температурных полей, позволяет получать численные значения важных характеристик этого процесса, которые в дальнейшем могут использоваться в расчётах, связанных с определением геометрии и расположения возникающих в зоне теплового влияния структурных зон, напряжённо-деформированного состояния обработанного материала, остаточных напряжений, стойкости обрабатываемого инструмента и других параметров.

## 5. Выводы

На основе численного решения методом конечных разностей дифференциального уравнения теплопроводности гиперболического типа разработаны математическая модель, алгоритм и программа расчёта трёхмерных температурных полей, возникающих в материале, обрабатываемом движущимся импульсным источником большой мощности.

Показано, что поля температур и градиентов, формирующиеся в теле при ЭМО, обладают сложной пространственно-временной конфигурацией и высокой интенсивностью изменения параметров, которые необходимо учитывать при моделировании структуры в области импульсных воздействий.

Высокая интенсивность тепловых процессов, характерная для воздействия КПЭ, обуславливает необходимость учёта зависимости теплофизических коэффициентов материала от температуры. Использование уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами для рассматриваемых приложений может приводить к существенным количественным, а иногда и качественным погрешностям.

Обоснована возможность применения квазилинейного уравнения теплопроводности параболического типа при описании импульсной ЭМО материалов. Учёт конечной скорости распространения теплового потока, соответствующей уравнению теплопроводности гиперболического типа, не приводит к заметному уточнению результатов расчёта для процессов рассматриваемой интенсивности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-01-97000-р\_Поволжье\_а), АВЦП Министерства образования и науки РФ «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» (проект № 2.1.2/5135) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (проекты № 16.740.11.0017, 16.740.11.0141, 14.740.11.0597).

## Литература

1. *Багмутов В.П., Паршев С.Н., Дудкина Н.Г., Захаров И.Н.* Электромеханическая обработка: технологические и физические основы, свойства, реализация. – Новосибирск: Наука, 2003. – 318 с.
2. *Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н.* Лазерная обработка материалов. – М.: Машиностроение, 1975. – 296 с.
3. *Барашков А.С.* Расчёт теплового процесса упрочнения стали при нагреве равномерно распределёнными источниками // Физика и химия обработки материалов. – 2000. – № 4. – С. 82–89.
4. *Багмутов В.П., Захаров И.Н.* Исследование тепловых процессов при воздействии на материал концентрированных потоков энергии // Физика и химия обработки материалов. – 2002. – № 3. – С. 9–17.

5. Поздняков В.А., Александрова Н.М. Оптимизация режимов электронно-лучевой упрочняющей обработки сталей. 1. Поля температур и термоупругих напряжений // Физика и химия обработки материалов. – 2004. – № 5. – С. 61–66.
6. Любимова О.Н., Пестов К.Н., Гридасова Е.А. Численное решение задачи о проплавлении металлического слоя при сварке плавлением стекла и металла // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2010. – Т. 3, № 1. – С. 63-72.
7. Dowden J.M. The Mathematics of Thermal Modeling. An Introduction to the Theory of Laser Material Processing. – Boca Raton: Chapman & Hall / CRC, 2001. – 292 p.
8. Багмутов В.П., Захаров И.Н. Моделирование структурных превращений при электромеханической обработке стали // Физика и химия обработки материалов. – 2002. – № 4. – С.29-32.
9. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
10. Шашков А.Г., Бубнов В.А., Яновский С.Ю. Волновые явления теплопроводности: Системно-структурный подход. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 296 с.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
12. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966. – 688 с.
13. Тихомиров М.Д. Основы моделирования литейных процессов. Тепловая задача // Литейное производство. – 1998. – № 4. – С. 30-34.
14. Кидин И.Н. Физические основы электротермической обработки металлов и сплавов. – М.: Металлургия, 1969. – 376 с.
15. Резников А.Н., Резников Л.А. Тепловые процессы в технологических системах. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.
16. Надольский В.О., Филимонов Н.П., Яковлев С.А. Результаты исследований распределения электрического потенциала в цилиндрической детали при электромеханической обработке // Исследования и разработки в области упрочнения и восстановления деталей машин электромеханической обработкой: Сб. науч. тр. – Ульяновск, 1998. – С. 25-32.
17. Калита В.И., Багмутов В.П., Захаров И.Н., Комлев Д.И., Иванников А.Ю. Упрочнение плазменных покрытий электромеханической обработкой // Физика и химия обработки материалов. – 2008. – № 1. – С. 38-42.

Поступила в редакцию 16.09.10

---

Сведения об авторах

Багмутов Вячеслав Петрович, д-р, проф., зав.каф., Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ), 400131, Волгоград, пр. Ленина, 28; E-mail: sopromat@vstu.ru

Захаров Игорь Николаевич, к-н, доц., ВолгГТУ; E-mail: sopromat@vstu.ru