

УДК 536.24

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ РЕЖИМЫ СОПРЯЖЕННОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ В УСЛОВИЯХ ТЕПЛООБМЕНА С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ

М.А. Шеремет

Томский государственный университет, Томск, Россия

Проведено математическое моделирование пространственных нестационарных режимов сопряженной естественной конвекции в замкнутом вертикальном цилиндре с локальным источником энергии в условиях конвективного теплообмена с внешней средой в безразмерных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности скорости – температура». Получены поля температуры и скорости, а также зависимости для среднего числа Нуссельта на поверхности источника энергии от комплекса определяющих параметров, отражающих формирование различных режимов переноса массы, импульса и энергии.

Ключевые слова: сопряженный теплоперенос, естественная конвекция, трехмерные режимы, вертикальный цилиндр, векторный потенциал

3D CONJUGATE NATURAL CONVECTION IN A VERTICAL CYLINDER ON THE ASSUMPTION OF HEAT TRANSFER TO THE ENVIRONMENT

M.A. Sheremet

Tomsk State University, Tomsk, Russia

Mathematical simulation of three-dimensional unsteady conjugate natural convection in a closed vertical cylinder having a local heat source in conditions of convective heat transfer to the environment in terms of dimensionless variables such as vector potential, vorticity vector, temperature has been carried out. Temperature and velocity fields and the average Nusselt number at the heat source surface as functions of key parameters, reflecting formation of different modes of mass transfer, momentum transport and energy transfer, have been obtained.

Keywords: conjugate heat transfer, natural convection, 3D modes, vertical cylinder, vector potential functions

1. Введение

Заметное место среди наиболее актуальных исследований в области тепло- и массообмена занимает естественная конвекция, возникающая в неоднородном поле массовых сил [1–5]. Термогравитационная конвекция в замкнутых и открытых областях — объект теоретических и экспериментальных исследований в течение длительного времени [6–11]. Устойчивый интерес к исследованию конвективных течений объясняется широким спектром их приложений: полость как технологический элемент встречается в энергетических установках различного назначения (радиоэлектронных приборах, теплообменной аппаратуре) [2, 12–14]. В большинстве работ, посвященных конвективному теплообмену, авторы пренебрегают влиянием теплопроводности ограждающих полость стенок на режимы течения и теплоперенос [3–5, 15–18]. В то же время известно, что учет кондуктивного механизма переноса тепла в твердых стенках может приводить к значительным модификациям термогидродинамических структур в газовой полости [19–21].

Целью настоящего исследования является математическое моделирование пространственных нестационарных режимов сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутой цилиндрической полости под действием локального источника температурной неоднородности в условиях конвективного теплообмена с внешней средой

2. Математическая модель

Рассматривается краевая задача нестационарного сопряженного теплопереноса в объеме, заполненном газом. Цилиндр имеет стенки конечной толщины и содержит источник температурной неоднородности, расположенный на его нижней границе. Учитывается конвективный теплообмен с внешней средой (Рис. 1). Такая геометрическая модель позволяет анализировать особенности теплопереноса в типичной ячейке цилиндрической формы, имеющей место в современной электронной технике [2, 12–14].

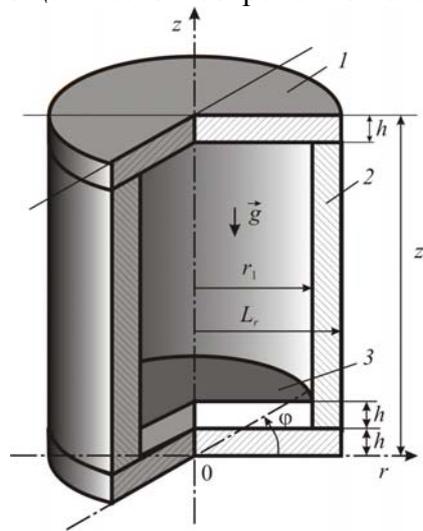


Рис. 1. Геометрическая модель рассматриваемой задачи:

1 – твердая стенка цилиндра; 2 – газовая полость; 3 – источник тепловыделения

Источник тепловыделения характеризуется постоянной в течение всего процесса температурой. На границе $r = L_r$ при условии $0 \leq \varphi < \pi$ реализуется конвективный теплообмен с окружающей средой, а при $\pi \leq \varphi < 2\pi$ стенка считается адиабатической. Полагается, что теплофизические свойства материала твердых стенок и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ моделируется теплопроводной ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Движение газа и теплоотдача во внутреннем объеме принимаются пространственными, теплообмен излучением от источника тепловыделения и между стенками — пренебрежимо малым по сравнению с конвективным теплообменом, газ — абсолютно прозрачным для теплового излучения.

Если пренебречь вязкой диссипацией энергии, то уравнения неразрывности, движения и энергии в газовой полости для рассматриваемой задачи в цилиндрических координатах будут иметь вид [3, 22]:

$$\frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial(rV_z)}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = -\frac{1}{r \rho_2} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left(\nabla^2 V_\varphi - \frac{V_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 V_z + g \beta (T - T_0), \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = a_2 \nabla^2 T. \quad (5)$$

Область изменения независимых переменных системы уравнений (1)–(5) в газовой полости (Рис. 1) ограничивается условиями: $0 < r < r_1$, $0 < \varphi < 2\pi$.

Для цилиндрической стенки уравнение теплопроводности записывается следующим образом [23]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 \nabla^2 T. \quad (6)$$

Область изменения независимых переменных уравнения теплопроводности в твердой стенке (Рис. 1) имеет пределы: $r_1 < r < L_r$, $0 < \varphi < 2\pi$.

В соотношениях (1)–(6) обозначено: r, φ, z — координаты цилиндрической системы координат; t — время; V_r, V_φ, V_z — составляющие скорости газа в проекции на оси r, φ и z соответственно; p — давление; ρ_2 — плотность газа; ν — кинематический коэффициент вязкости; T — температура; T_0 — начальная температура; g — ускорение свободного падения; β — термический коэффициент объемного расширения газа; a_1 — коэффициент температуропроводности материала твердой стенки внешнего цилиндра; a_2 — коэффициент температуропроводности газа;

$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

Поскольку настоящая работа сводится к анализу теплового состояния системы в условиях взаимного влияния естественной конвекции газа внутри вертикального цилиндра и кондуктивного теплообмена в твердой цилиндрической стенке, то наиболее целесообразным представляется преобразование сформулированной системы дифференциальных уравнений (1)–(6) к виду, исключающему непосредственный поиск поля давления [24]. Для этого введем в рассмотрение векторный потенциал $\bar{\psi} = \psi_r \bar{i} + \psi_\varphi \bar{j} + \psi_z \bar{k}$, удовлетворяющий калибровочному условию вида: $\text{div} \bar{\psi} = 0$ [25]. Тогда компоненты вектора скорости будут определяться следующим образом:

$$\bar{V} = \text{rot} \bar{\psi} \Rightarrow \begin{cases} V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial z}, \\ V_\varphi = \frac{\partial \psi_r}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial r}, \\ V_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r \psi_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_r}{\partial \varphi}; \end{cases} \quad (7)$$

при этом выполняется соотношение $\text{div} \vec{V} = 0$, и вектор завихренности скорости имеет вид: $\vec{\omega} = \omega_r \vec{i} + \omega_\varphi \vec{j} + \omega_z \vec{k}$, где

$$\begin{cases} \omega_r = r \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \varphi}, \\ \omega_\varphi = \frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial z}, \\ \omega_z = \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - V_\varphi - r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r}. \end{cases} \quad (8)$$

С учетом соотношений (7), (8) уравнения (1)–(4) в газовой полости 2 (Рис. 1) примут вид:

$$r^2 \nabla^2 \psi_r - \psi_r - 2 \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial \varphi} = r \omega_r, \quad (9)$$

$$r^2 \nabla^2 \psi_\varphi - \psi_\varphi + 2 \frac{\partial \psi_r}{\partial \varphi} = r^2 \omega_\varphi, \quad (10)$$

$$r \nabla^2 \psi_z = \omega_z, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial \omega_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial \omega_r}{\partial z} - \omega_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \omega_\varphi \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \omega_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_r \omega_r}{r} - V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} = \\ = \nu \left(\nabla^2 \omega_r - \frac{2}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial \varphi} \right) - g\beta \frac{\partial T}{\partial \varphi}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial z} - \frac{\omega_r}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{\omega_\varphi}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{\omega_z}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} - \frac{V_r \omega_\varphi}{r} + \frac{V_\varphi \omega_r}{r^2} = \\ = \nu \left(\nabla^2 \omega_\varphi - \frac{\omega_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial \omega_r}{\partial \varphi} \right) + g\beta \frac{\partial T}{\partial r}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} - \omega_r \frac{\partial V_z}{\partial r} - \omega_\varphi \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} - \omega_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{V_r \omega_z}{r} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} = \\ = \nu \left(\nabla^2 \omega_z + \frac{\omega_z}{r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Введем безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} R = r/L_r, \quad Z = z/L_r, \quad \tau = t \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)/L_r}, \quad \Theta = (T - T_0)/(T_{\text{hs}} - T_0), \quad \tilde{\nabla}^2 = L_r^2 \nabla^2, \\ U = V_r / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r}, \quad V = V_\varphi / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r}, \quad W = V_z / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r}, \\ \Psi_r = \psi_r / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r^3}, \quad \Psi_\varphi = \psi_\varphi / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r^3}, \quad \Psi_z = \psi_z / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r^3}, \\ \Omega_r = \omega_r / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r}, \quad \Omega_\varphi = \omega_\varphi L_r / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r}, \quad \Omega_z = \omega_z / \sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r}, \end{aligned}$$

где L_r — наружный радиус цилиндра (Рис. 1); T_{hs} — температура источника энергии; R, φ, Z — цилиндрические координаты, соответствующие координатам r, φ, z ;

U, V, W — скорости, соответствующие скоростям V_r, V_φ и V_z ; τ — время; Θ — температура; $\Psi_r, \Psi_\varphi, \Psi_z$ — компоненты векторного потенциала; $\Omega_r, \Omega_\varphi, \Omega_z$ — компоненты вектора завихренности; $\tilde{\nabla}^2$ — оператор Лапласа.

Запишем систему дифференциальных уравнений (5), (6), (9)–(14) с учетом введенных безразмерных величин. Тогда безразмерные уравнения Буссинеска в переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура» для рассматриваемой задачи примут вид:

– в газовой полости 2 (Рис. 1):

$$R^2 \tilde{\nabla}^2 \Psi_r - \Psi_r - 2 \frac{\partial \Psi_\varphi}{\partial \varphi} = R \Omega_r, \quad (15)$$

$$R^2 \tilde{\nabla}^2 \Psi_\varphi - \Psi_\varphi + 2 \frac{\partial \Psi_r}{\partial \varphi} = R^2 \Omega_\varphi, \quad (16)$$

$$R \tilde{\nabla}^2 \Psi_z = \Omega_z, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_r}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_r}{\partial R} + \frac{V}{R} \frac{\partial \Omega_r}{\partial \varphi} + W \frac{\partial \Omega_r}{\partial Z} - \Omega_r \frac{\partial U}{\partial R} - \Omega_\varphi \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \Omega_z \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{U \Omega_r}{R} - U \frac{\partial V}{\partial Z} = \\ = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\tilde{\nabla}^2 \Omega_r - \frac{2}{R} \frac{\partial \Omega_r}{\partial R} - \frac{2}{R} \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial R} + \frac{V}{R} \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial \varphi} + W \frac{\partial \Omega_\varphi}{\partial Z} - \frac{\Omega_r}{R} \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{\Omega_\varphi}{R} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{\Omega_z}{R} \frac{\partial V}{\partial Z} - \frac{U \Omega_\varphi}{R} + \frac{V \Omega_r}{R^2} = \\ = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\tilde{\nabla}^2 \Omega_\varphi - \frac{\Omega_\varphi}{R^2} + \frac{2}{R^3} \frac{\partial \Omega_r}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial R}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_z}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_z}{\partial R} + \frac{V}{R} \frac{\partial \Omega_z}{\partial \varphi} + W \frac{\partial \Omega_z}{\partial Z} - \Omega_r \frac{\partial W}{\partial R} - \Omega_\varphi \frac{\partial W}{\partial \varphi} - \Omega_z \frac{\partial W}{\partial Z} - \frac{U \Omega_z}{R} + U \frac{\partial V}{\partial R} = \\ = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\tilde{\nabla}^2 \Omega_z + \frac{\Omega_z}{R^2} - \frac{2}{R} \frac{\partial \Omega_z}{\partial R} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial R} + \frac{V}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} + W \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \tilde{\nabla}^2 \Theta; \quad (21)$$

– в твердой стенке цилиндра 1 (Рис. 1):

$$\frac{1}{\text{Fo}} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \tilde{\nabla}^2 \Theta. \quad (22)$$

Уравнения (15)–(22) содержат: $\text{Ra} = g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r^3/\nu a_2$ — число Рэлея; $\text{Pr} = \nu/a_2$ — число Прандтля; $\tilde{\nabla}^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$ — безразмерный оператор Лапласа;

$\text{Fo} = a_1/\sqrt{g\beta(T_{\text{hs}} - T_0)L_r^3}$ — число Фурье, соответствующее материалу твердой стенки.

Для системы безразмерных дифференциальных уравнений в частных производных (15)–(22) имеют место:

– начальные условия

$$\begin{aligned} \Psi_r(R, \varphi, Z, 0) = 0, \quad \Psi_\varphi(R, \varphi, Z, 0) = 0, \quad \Psi_z(R, \varphi, Z, 0) = 0, \\ \Omega_r(R, \varphi, Z, 0) = 0, \quad \Omega_\varphi(R, \varphi, Z, 0) = 0, \quad \Omega_z(R, \varphi, Z, 0) = 0, \\ \Theta(R, \varphi, Z, 0) = 0 \end{aligned}$$

(последнее условие не распространяется на источник тепловыделения, на котором в течение всего процесса температура постоянна и равна $\Theta = 1$);

– граничные условия (обоснование корректности используемых далее граничных условий для компонент векторного потенциала представлено в [25–27]):

- условия конвективного теплообмена с внешней средой:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial R} = \text{Bi}(\Theta^e - \Theta) \text{ — граница } R = 1 \text{ при } 0 \leq \varphi < \pi; \\ \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = \text{Bi}(\Theta^e - \Theta) \text{ — граница } Z = z_1/L_r; \end{aligned}$$

- условия теплоизоляции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0 \text{ — граница } R = 1 \text{ при } \pi \leq \varphi < 2\pi; \\ \frac{\partial \Theta}{\partial Z} = 0 \text{ — граница } Z = 0; \end{aligned}$$

- условия на внутренних границах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_r}{\partial R} = \Psi_\varphi = \Psi_z = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial R} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial R} \text{ — граница } R = r_1/L_r; \\ \Psi_r = \Psi_\varphi = \frac{\partial \Psi_z}{\partial Z} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Z} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Z} \text{ — граница } Z = (z_1 - h)/L_r; \end{aligned}$$

- условия периодичности искомых функций на границах $\varphi = 0$, $\varphi = 2\pi$:

$$\begin{aligned} \Psi_r|_{\varphi=0} = \Psi_r|_{\varphi=2\pi}, \quad \frac{\partial \Psi_r}{\partial \varphi}|_{\varphi=0} = \frac{\partial \Psi_r}{\partial \varphi}|_{\varphi=2\pi}, \quad \Omega_r|_{\varphi=0} = \Omega_r|_{\varphi=2\pi}, \quad \frac{\partial \Omega_r}{\partial \varphi}|_{\varphi=0} = \frac{\partial \Omega_r}{\partial \varphi}|_{\varphi=2\pi}, \\ \Theta|_{\varphi=0} = \Theta|_{\varphi=2\pi}, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi}|_{\varphi=0} = \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi}|_{\varphi=2\pi}. \end{aligned}$$

Здесь $\text{Bi} = \alpha L_r / \lambda_1$ — число Био, соответствующее материалу твердой стенки; α — коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемым цилиндром; Θ^e — безразмерная температура окружающей среды; Θ_1 и Θ_2 — температуры на границе со стороны стенки и полости; $\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$ — относительный коэффициент теплопроводности; λ_1 — коэффициент теплопроводности материала твердой стенки; λ_2 — коэффициент теплопроводности газа.

Задача (15)–(22) с соответствующими начальными и граничными условиями реализована методом конечных разностей [24, 28, 29]. Уравнения (15)–(22) решались последовательно, каждый временной шаг начинался с вычисления поля температуры как в газовой полости, так и в твердой стенке (уравнения (21), (22)), затем из уравнений (15)–(17) находились компоненты векторного потенциала. Далее определялись граничные условия для компонент вектора завихренности и решались уравнения (18)–(20).

Для численного решения уравнений (18)–(22) применялся локально одномерный подход [28], позволяющий свести трехмерную задачу к системе одномерных задач. Для дискретизации конвективных слагаемых прибегали к монотонной аппроксимации А.А. Самарского [29]. Использовалась неявная разностная схема. Эволюционный член представлялся односторонней разностью по времени и имел первый порядок точности относительно шага по времени. Все производные по пространственным координатам аппроксимировались с вторым порядком точности относительно шага по координате. Для дискретизации уравнений (15)–(17) применялся семиточечный шаблон «крест» на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. Полученная система линейных алгебраических уравнений решалась методом последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов.

3. Результаты численного моделирования

Численные исследования краевой задачи (15)–(22) с соответствующими начальными и граничными условиями проведены при следующих значениях безразмерных комплексов, характеризующих типичные режимы естественной конвекции в элементах электронной аппаратуры, имеющих цилиндрическую форму [2, 12–14]: $10^4 \leq Ra < 10^6$; $Pr = 0,7$; $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$; $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$. Безразмерные определяющие температуры имели следующие значения: $\Theta^c = -1$; $\Theta_{hs} = 1$; $\Theta_0 = 0$. Основное внимание уделено анализу влияния на распределения основных характеристик исследуемого процесса числа Рэлея, относительного коэффициента теплопроводности, а также временного фактора. Зависимость искомых величин от времени отражает не только динамику изменения термогидродинамических полей в газовой полости, но и тепловую инерционность ограждающих стенок в условиях воздействия внешней среды.

На рисунке 2 показана динамика формирования изолиний компоненты Ψ_φ векторного потенциала и поля температуры в сечении $\varphi = 0,56\pi$ в режиме $Ra = 5 \cdot 10^4$. При значении времени $\tau = 6$ (Рис. 2, а) в сечении газовой полости формируются две конвективные ячейки малой интенсивности, что объясняется стадией развития поля течения. Доминирующая циркуляция располагается вблизи поверхности боковых стенок. Распределение температуры при этом уже достаточно неравномерно: заметно зарождение термического факела. С течением времени скорость циркуляции в конвективных ячейках растет (Рис. 2, б), вихревые структуры охватывают равные зоны полости. Ядро вихря, располагающегося вблизи поверхности боковых стенок, смещается в вертикальном направлении. Изменение конфигурации изолиний компоненты Ψ_φ векторного потенциала отражается на формировании температурного факела над источником тепла. Газовая полость и элементы твердой стенки прогреваются значительно, но тем не менее заметно появление изотермы низкой температуры в зоне верхней стенки. В дальнейшем (Рис. 2, в) наблюдаются диссипация вихря, соответствующего движению против часовой стрелки, и формирование устойчивого теплового факела в зоне $R = 0$.

На рисунке 3 графически представлена временная зависимость обобщенного коэффициента теплообмена на поверхности источника тепловыделения при различных значениях относительного коэффициента теплопроводности. При значениях $Ra = 10^4$ и $Ra = 5 \cdot 10^4$ через некоторое время наблюдается установление среднего числа Нуссельта. На начальной стадии заметны осцилляции, обусловленные существенной нестационарностью процесса вследствие формирования термогидродинамических структур. В режиме конвективного теплопереноса при $Ra = 10^5$ колебания в зависимости

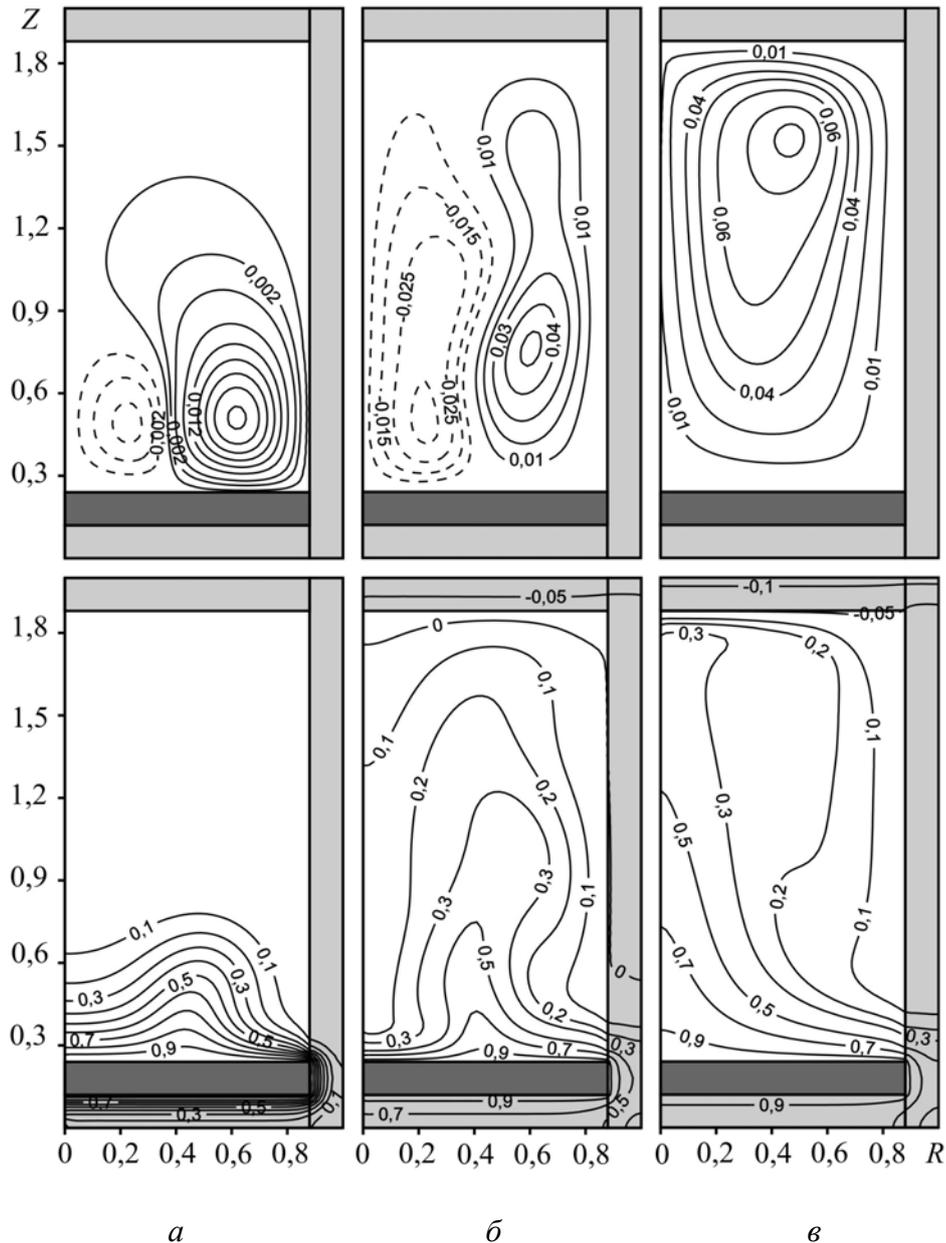


Рис. 2. Динамика изменения распределения изолиний компоненты векторного потенциала Ψ_φ (верхний ряд) и поля температуры Θ (нижний ряд) в сечении $\varphi = 0,56\pi$ при $Ra = 5 \cdot 10^4$: $\tau = 6$ (а), $\tau = 20$ (б), $\tau = 30$ (в)

$Nu_{avg} = f(\tau)$ не затухают даже в момент времени $\tau = 100$. Необходимо отметить, что в случае теплоизоляционного материала осцилляции среднего числа Нуссельта со временем исчезают.

Далее на рисунках для момента времени $\tau = 100$ представлены изолинии компоненты векторного потенциала Ψ_r в сечении $R = 0,28$ (Рис. 4) и температуры в сечении $\varphi = 0,56\pi$ (Рис. 5). В режиме конвективного теплопереноса, соответствующем $Ra = 10^4$ (Рис. 4, а), в рассматриваемом сечении формируются две конвективные ячейки. Их появление обусловлено как влиянием источника энергии, так и продвижением волны пониженной температуры со стороны внешней среды (Рис. 5, а). Поле температуры отражает формирование термического факела и восходящих газовых потоков в зоне

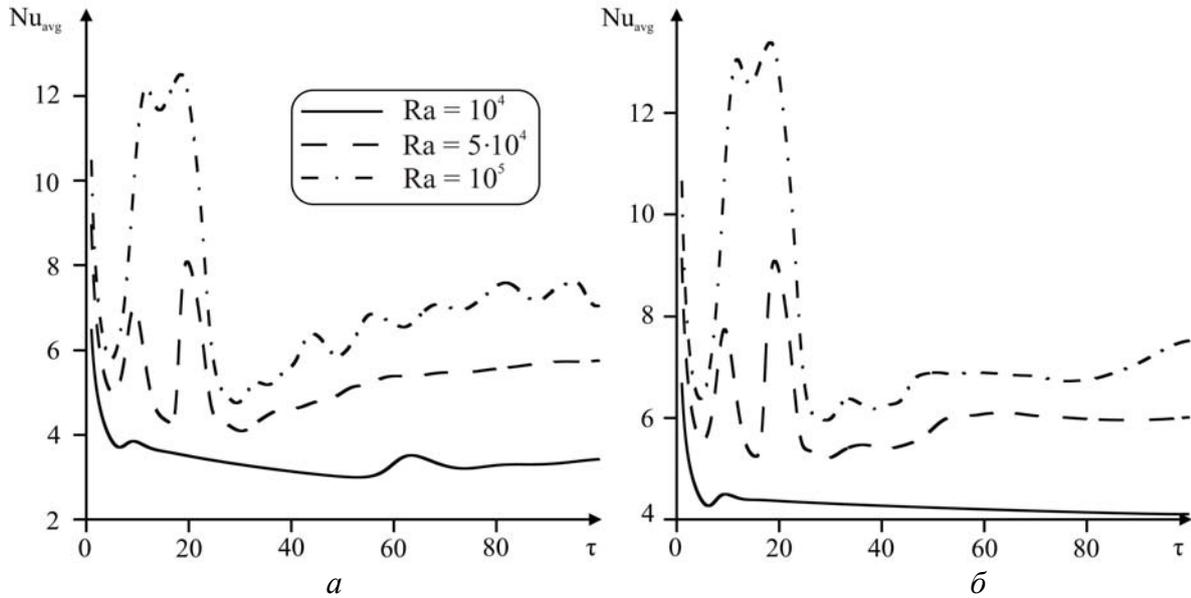


Рис. 3. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени при различных значениях числа Рэлея:
 $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ (а), $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ (б)

границы $R = 0$. Наиболее интенсивное охлаждение цилиндра происходит вблизи поверхности верхней стенки, а также в зоне $R = r_1/L_r$, где формируются нисходящие потоки холодных газовых масс. Из рисунка 5 видно, что вблизи поверхности источника энергии изотермы распределяются параллельно друг другу с незначительными искажениями, что характеризует преобладание кондуктивного механизма переноса тепла.

Увеличение числа Рэлея в 5 раз (Рис. 4, б) приводит к модификации гидродинамических структур в полости: происходит распад вихрей с образованием новых циркуляций; отсутствие симметрии в изолиниях компоненты Ψ_r векторного

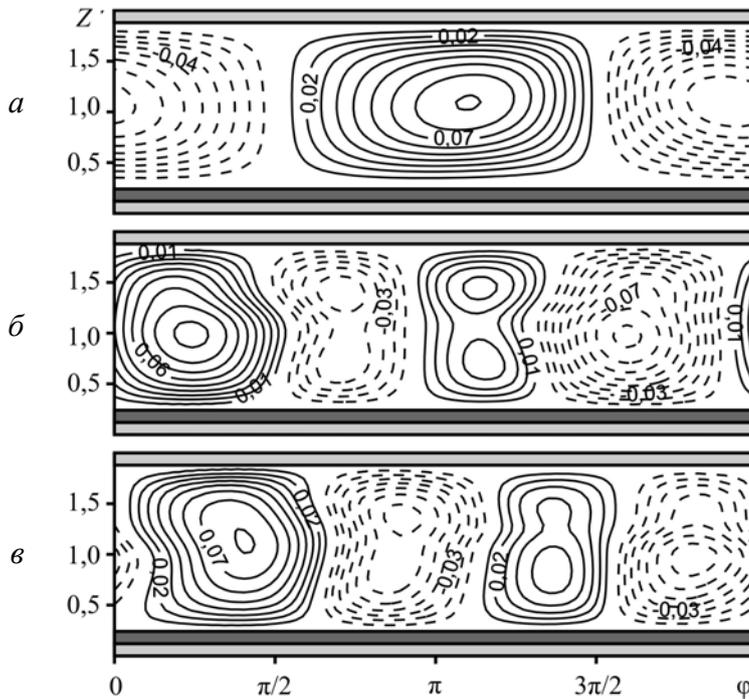


Рис. 4. Изолинии компоненты Ψ_r векторного потенциала в сечении $R = 0,28$ при $\tau = 100$:
 $Ra = 10^4$ (а), $Ra = 5 \cdot 10^4$ (б), $Ra = 10^5$ (в)

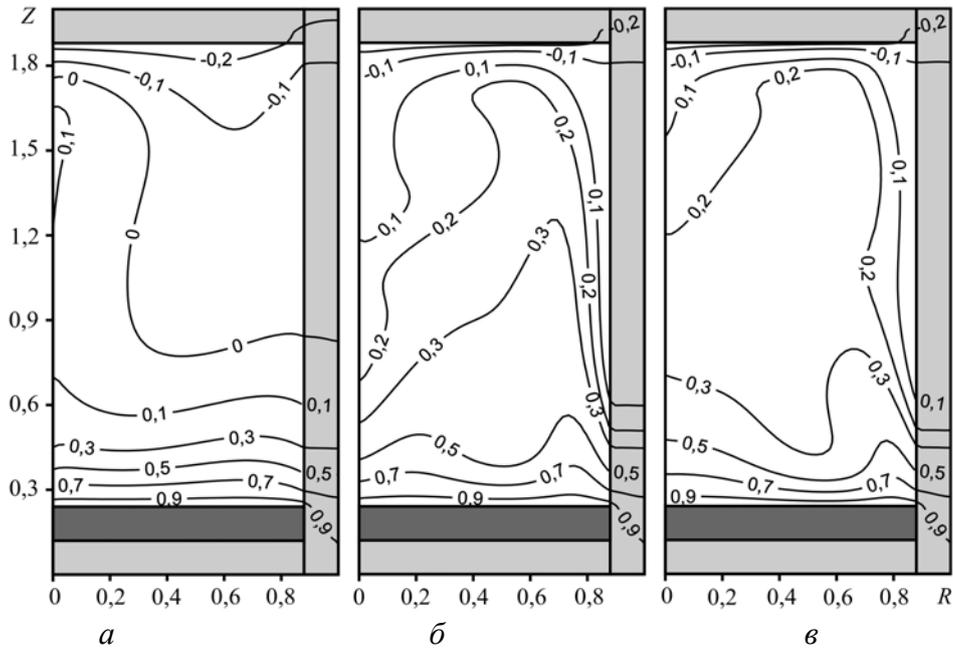


Рис. 5. Поля температуры Θ в сечении $\varphi = 0,56\pi$ при $\tau = 100$:
 $Ra = 10^4$ (а), $Ra = 5 \cdot 10^4$ (б), $Ra = 10^5$ (в)

потенциала (Рис. 4) и температуры (Рис. 5) связано с воздействием окружающей среды на части внешних границ. С увеличением Ra наблюдается смещение термического факела к поверхности боковых стенок (Рис. 5, б), что отражается на замедлении темпа охлаждения газовой полости. Немонотонный характер изотерм вблизи поверхности нагревателя обусловлен интенсификацией конвективного теплопереноса вследствие увеличения температурного напора. Дальнейшее повышение числа Рэлея приводит как к росту средней температуры в стенках цилиндра и в его внутренней полости (Рис. 5, в), так и к изменению картины течения (Рис. 4, в).

Проведен анализ влияния числа Рэлея и относительного коэффициента теплопроводности материала ограждающих стенок на обобщенный коэффициент теплообмена (среднее число Нуссельта) на поверхности источника тепловыделения:

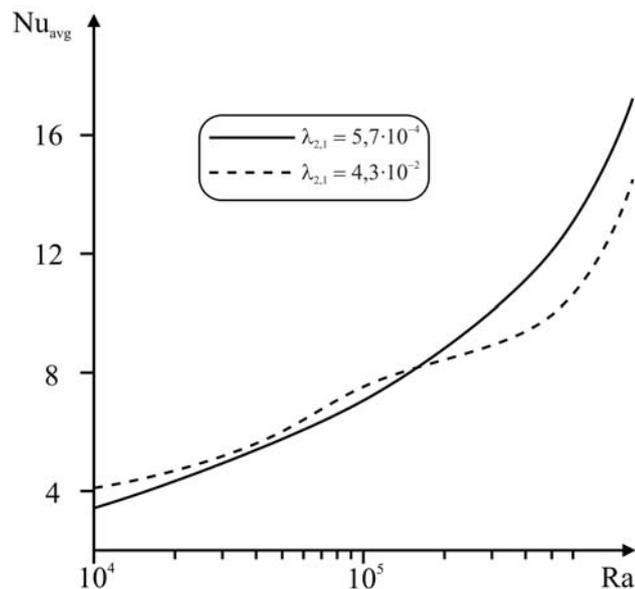


Рис. 6. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея при $\tau = 100$ и различных значениях относительного коэффициента теплопроводности

$$\text{Nu}_{\text{avg}} = \frac{L_r}{2\pi r_1} \int_0^{r_1/L_r} \int_0^{2\pi} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right|_{Z=2h/L_r} d\varphi dR \quad (\text{Рис. 6}).$$

Представленные графические зависимости наглядно демонстрируют повышение здесь интенсивности теплообмена в диапазоне изменения определяющего параметра $10^4 \leq \text{Ra} < 10^6$. На рисунке видно, что уменьшение коэффициента теплопроводности материала ограждающих стенок приводит к формированию двух зон. При $10^4 \leq \text{Ra} < 2 \cdot 10^5$ уменьшение λ_1 проявляется в увеличении Nu_{avg} , а при $2 \cdot 10^5 \leq \text{Ra} < 10^6$ наблюдается существенное падение значения среднего числа Нуссельта.

4. Заключение

Проведен численный анализ нестационарных пространственных режимов конвективного теплопереноса в вертикальном замкнутом цилиндре при наличии локального источника тепла, расположенного на его нижней границе, с учетом конвективного теплообмена с окружающей средой. Получены распределения изолиний компонент векторного потенциала и поля температуры в диапазоне определяющих параметров: $10^4 \leq \text{Ra} < 10^6$; $\text{Pr} = 0,7$; $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$; $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$.

Установлено, что увеличение числа Рэлея приводит к формированию многовихревой структуры и смещению термического факела в зону боковой поверхности. Показана динамика развития термогидродинамических структур. Продемонстрировано, что увеличение коэффициента теплопроводности материала твердой стенки приводит к значительному росту среднего числа Нуссельта при числе Рэлея $2 \cdot 10^5 \leq \text{Ra} < 10^6$.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (ГК № П2225) и Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-396.2010.8).

Литература

1. *Bejan A.* Convection heat transfer. – N.Y.: Wiley, 2004. – 696 p.
2. *Jahuria Y.* Design and optimization of thermal systems. – Boca Raton: CRC Press, 2008. – 752 p.
3. *Kurian V., Varma M.N., Kannan A.* Numerical studies on laminar natural convection inside inclined cylinders of unity aspect ratio // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 2009. – V. 52, N. 3–4. – P. 822–838.
4. *Ананьев П.А., Волков П.К.* Естественная конвекция в вертикальном канале и цилиндре при нагреве снизу // *Математическое моделирование.* – 2004. – Т. 16, № 11. – С. 89–100.
5. *Rodriguez I., Castro J., Perez-Segarra C.D., Oliva A.* Unsteady numerical simulation of the cooling process of vertical storage tanks under laminar natural convection // *Int. J. Thermal Sciences.* – 2009. – V. 48, N. 4. – P. 708–721.
6. *Ostrach S.* Natural convection in enclosures // *Advances in Heat Transfer.* – 1972. – V. 8. – P. 161–227.
7. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1972. – 392 с.
8. *Мартыненко О.Г., Соковишин Ю.А.* Свободно-конвективный теплообмен: справочник. – Минск.: Наука и техника, 1982. – 398 с.
9. *Джалурия Й.* Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
10. *Полежаев В.И., Бунэ А.В., Везуб Н.А. и др.* Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье-Стокса. – М.: Наука, 1987. – 271 с.
11. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск: Изд-во Иркутского университета, 1990. – 225 с.
12. *Sathe S., Sammakia B.* A Review of recent developments in some practical aspects of air-cooled electronic packages // *ASME J. Heat Transfer.* – 1998. – V. 120, N. 4. – P. 830–839.

13. *Icoz T., Jaluria Y.* Design of cooling systems for electronic equipment using both experimental and numerical inputs // ASME J. Elec. Packaging. – 2004. – V. 126, N. 4. – P. 465-471.
14. *Icoz T., Verma N., Jaluria Y.* Design of air and liquid cooling systems for electronic components using concurrent simulation and experiment // ASME J. Elec. Packaging. – 2006. – V. 128, N. 4. – P. 466-478.
15. *Lin Y.S., Akins R.G.* Thermal description of pseudosteady-state natural convection inside a vertical cylinder // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1986. – V. 29, N. 2. – P. 301-307
16. *Wenxian Lin, Armfield S.W.* Direct simulation of natural convection cooling in a vertical circular cylinder // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1999. – V. 42, N. 22. – P. 4117-4130.
17. *He Y.L., Tao W.Q., Qu Z.G., Chen Z.Q.* Steady natural convection in a vertical cylindrical envelope with adiabatic lateral wall // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2004. – V. 47, N. 14-16. – P. 3131-3144.
18. *Schneider S., Straub J.* Laminar natural convection in a cylindrical enclosure with different end temperatures // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1992. – V. 35, N. 2. – P. 545-557.
19. *Liaqat A., Baytas A.C.* Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2001. – V. 44, N. 17. – P. 3273-3280.
20. *Агаркова А.А., Шеремет М.А.* Влияние теплопроводных стенок на режимы естественной конвекции в замкнутых областях // 16 междунар. конф. «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика»: Тез. докл., 25-26 февраля 2010 г., Москва. – С. 62-63.
21. *Liaqat A., Baytas A.C.* Numerical comparison of conjugate and non-conjugate natural convection for internally heated semi-circular pools // Int. J. Heat Fluid Flow – 2001. – V. 22, N. 6. – P. 650-656.
22. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
23. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
24. *Kuznetsov G.V., Sheremet M.A.* Conjugate natural convection in an enclosure with local heat sources // Computational Thermal Sciences. – 2009. – V. 1, N. 3. – P. 341-360.
25. *Aziz K., Hellums J.D.* Numerical solution of three-dimensional equations of motion for laminar natural convection // The physics of fluids. – 1967. – V. 10, N. 2. – P. 314-324.
26. *Moreau J.* Mecanique des fluids. – Une specification du potentiel-vecteur en hydrodynamique // Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Academie des sciences. – 1959. – V. 248. – P. 3406-3408.
27. *Hirasaki G.J., Hellums J.D.* A general formulation of the boundary conditions on the vector potential in three dimensional hydrodynamics // Quart. App. Math. – 1968. – V. 16, N. 3. – P. 331-342.
28. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
29. *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

Поступила в редакцию 21.06.10

Сведения об авторе

Шеремет Михаил Александрович, кфмн, доц., Томский государственный университет (ТГУ), 634050, г. Томск, пр. Ленина 36; E-mail: Michael-sher@yandex.ru