

УДК 551.515:504.3:532.54

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРНЫХ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСЕЙ В ОКРЕСТНОСТИ ГОРОДА КИРОВАА.В. Шатров¹, К.Г. Шварц²¹*Вятский государственный университет, Киров, Россия*²*Пермский государственный университет, Пермь, Россия,*

На основе трехмерной модели гидротермодинамики мезомасштабных процессов в нижнем слое атмосферы выведена новая квазидвумерная модель распространения примеси от антропогенного источника с учетом термической неоднородности подстилающей поверхности в окрестности крупного промышленного города. На основе метода параметризации определены граничные условия и коэффициенты модели. Представлены результаты численных расчетов. Расчеты производились с помощью распараллеленных алгоритмов на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета. Они показали, что вследствие воздействия неоднородного горизонтального градиента температуры в нижней атмосфере над населенными пунктами формируются вихревые движения. Возмущенное поле ветра заметно влияет на характер распространения примеси в окрестности источников.

Ключевые слова: адвекция, перенос примеси, двумерная модель, математическое и численное моделирование

NUMERICAL MODELING OF MESOSCALE ATMOSPHERIC PROCESSES OF TRANSPORT OF IMPURITIES IN THE VICINITY OF THE CITY OF KIROVA.V. Shatrov¹ and K.G. Shvarts²¹*Vyatsky State University, Kirov, Russia*²*Perm State University, Perm, Russia*

A quasitwo-dimensional model for impurity propagation from an anthropogenic source has been developed with regard to the thermal heterogeneity of an underlying surface in the vicinity of a large industrial city. The equations are derived using a three-dimensional hydro-thermodynamic model of mesoscale processes in the lower atmosphere. Boundary conditions and coefficients of the model are determined by parameterization techniques. The results of numerical calculations are presented. Calculations were implemented with the use of parallel algorithms on the cluster supercomputer of the Vyatka State University. It is shown that the vortex motion is formed in the lower part of the atmosphere over the city under the influence of a non-uniform horizontal temperature gradient. The perturbed wind field strongly influences the character of impurity distribution in the vicinity of the heat source.

Key words: advection, transport of impurity, two-dimensional model, mathematical and numerical simulation

Модели мезомасштабных атмосферных процессов широко используются для изучения локальных суточных явлений погоды, конвективных процессов, переноса примеси в нижнем слое атмосферы. Для этих целей созданы модели различных типов [1–3]. Классическая система уравнений мезомасштабных процессов, предложенная И.А. Кибелем [4], включает уравнения движения, неразрывности, теплопроводности, переноса влаги, а также замыкающие уравнения для определения коэффициентов турбулентного обмена. При моделировании пограничного слоя атмосферы система дополняется граничными условиями, учитывающими воздействие подстилающей

поверхности на приземный слой атмосферы. При исследовании нижнего слоя атмосферы обнаружено, что над городом или большим населенным пунктом возникает тепловое пятно антропогенного характера, называемое «островом тепла» [5, 6], и отмечена важность воздействия термической неоднородности подстилающей поверхности на мезомасштабные атмосферные процессы.

Учитывая сложность моделирования и вычислительную трудоемкость даже на современных компьютерах, имеет смысл использовать в расчетах двумерные модели, сохраняющие основные физические свойства изучаемых атмосферных процессов. В нашей работе предлагается квазидвумерная модель, описывающая трехмерные конвективные процессы в тонком вращающемся слое воздуха при наличии антропогенных источников тепла и примеси. Ее вывод основан на достаточно известном подходе [7, 8], успешно использованном в геофизических приложениях [9, 10].

1. Исходные уравнения

Рассмотрим нижний пограничный слой атмосферы, ограничившись мезомасштабными процессами, для которых высота слоя D и горизонтальный масштаб движения L удовлетворяют соотношению

$$\delta_1 = \frac{D}{L} \ll 1. \quad (1)$$

В качестве исходных выберем трехмерные уравнения гидротермодинамики «сухой» атмосферы во вращающейся декартовой системе координат [2]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv + A_M \Delta u + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu + A_M \Delta v + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \beta \theta + A_M \Delta w + \frac{\partial}{\partial z} k_M \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = A_T \Delta \theta + \frac{\partial}{\partial z} k_T \frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} + w \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \sigma \varphi = A_S \Delta \varphi + \frac{\partial}{\partial z} k_S \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (7)$$

Запишем начальные и граничные условия:

$$u = -c_g \sin(dd), \quad v = -c_g \cos(dd), \quad \theta = \theta_s, \quad \varphi = 0 \quad \text{при } t = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = w = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = D, \quad (9)$$

$$u = v = w = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = \gamma(\theta - \theta_s), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \alpha \varphi - f_s \quad \text{при } z = 0. \quad (10)$$

В соотношениях (2)–(10) принято: t — время; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ — оператор Лапласа; координатные оси Ox , Oy и Oz направлены, соответственно, на восток, на север и вертикально вверх; $\vec{v} = (u, v, w)$ — вектор скорости движения воздуха; $\Phi = RT_{cp}p'/p$ — флуктуации геопотенциала, где R — удельная газовая постоянная, T_{cp} — средняя температура воздуха в слое, p — атмосферное давление, $p' = p - \bar{p}$, (\bar{p} — потенциальное давление, зависящее лишь от высоты); l — параметр Кориолиса; β — параметр плавучести; $\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p}$ — потенциальная температура, где T — температура воздуха, p_0 — атмосферное давление у поверхности земли, c_p — теплоемкость при постоянном давлении; φ — концентрация примеси, σ — коэффициент поглощения примеси в атмосфере; θ_s — температура воздуха на уровне шероховатости подстилающей поверхности; c_g — скорость геострофического ветра [11] на верхней свободной границе пограничного слоя атмосферы; dd — азимут геострофического ветра; γ — коэффициент теплоотдачи; α — коэффициент поглощения примеси подстилающей поверхностью; $f_s = \sum_{i=1}^m f_s^i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i)$ — функция, описывающая вклад источников примеси f_s^i на уровне шероховатости на загрязнение пограничного слоя атмосферы в рассматриваемой области [3], где δ — дельта-функция, x_i, y_i — координаты источников примеси, m — число источников. Для представления турбулентных потоков и напряжений используется концепция коэффициентов турбулентного обмена, в рамках которой принимается, что коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости (A_M, k_M), температуропроводности (A_T, k_T) и турбулентной диффузии (A_S, k_S) являются постоянными величинами.

Рассматривается площадка размерами $L \times L$. Скорость геострофического ветра c_g над пограничным слоем атмосферы и его направление, а также высота пограничного слоя D считаются известными величинами. Значения горизонтальных полей скорости ветра вычисляются по формулам [11] $u = -c_g \sin(dd)$, $v = -c_g \cos(dd)$, (где $dd = 0$ соответствует северному ветру, а $dd = 90^\circ$ — восточному). Ветер может задаваться также в виде среднего поперек слоя поля скорости. На боковых границах предполагается, что

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0, \quad (11)$$

где n — внешняя нормаль.

2. Двумерная модель

Для математического моделирования переноса примеси от приземного источника выведем квазидвумерную модель на основе локально-равновесного подхода. Подобная методика представлена в работах [9, 10, 12, 13]. Ограничившись рассмотрением мезомасштабных процессов (1), полагаем, что

$$t \gg t_r, \quad (12)$$

где t — характерное время равновесных состояний, а t_r — время релаксации воздушных течений к состоянию равновесия при изменении внешних условий. Введем безразмерную переменную $\zeta = z/D$, обозначим среднюю поперек слоя величину

$$\langle g \rangle = \int_0^1 g(t, x, y, \zeta) d\zeta \quad (13)$$

и проинтегрируем уравнения (2)–(7), используя граничные условия (9)–(10). Тогда, учитывая условие несжимаемости воздуха (5) в нижнем слое атмосферы, получим

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle uw \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle uv \rangle}{\partial y} = -\frac{\partial \langle \Phi \rangle}{\partial x} + l \langle v \rangle + A_M \Delta \langle u \rangle + \frac{k_M}{D^2} \frac{\partial u}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0}^{\zeta=1}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \langle v \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle uv \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle vv \rangle}{\partial y} = -\frac{\partial \langle \Phi \rangle}{\partial y} + l \langle u \rangle + A_M \Delta \langle v \rangle + \frac{k_M}{D^2} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0}^{\zeta=1}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u\theta \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v\theta \rangle}{\partial y} = A_T \Delta \langle \theta \rangle - \frac{\gamma k_T}{D} (\theta|_{\zeta=0} - \theta_s), \quad (16)$$

$$\frac{\partial \langle \varphi \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u\varphi \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v\varphi \rangle}{\partial y} + \sigma \langle \varphi \rangle = A_S \Delta \langle \varphi \rangle - \frac{k_S}{D} (\alpha \varphi|_{\zeta=0} - f_s). \quad (17)$$

Для замыкания системы (14)–(17) необходимо выразить $\langle uw \rangle$, $\langle uv \rangle$, $\langle vv \rangle$, $\langle u\theta \rangle$, $\langle v\theta \rangle$, $\langle u\varphi \rangle$, $\langle v\varphi \rangle$, $\frac{\partial u}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0}^{\zeta=1}$, $\frac{\partial v}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0}^{\zeta=1}$, $\theta|_{\zeta=0}$ и $\varphi|_{\zeta=0}$ через среднюю поперек слоя концентрацию примеси $\langle \varphi \rangle$, средние поля скорости $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ и температуры $\langle \theta \rangle$. Для этого воспользуемся точным решением исходной задачи, которое может быть получено при линейном распределении поля температуры воздуха на уровне шероховатости подстилающей поверхности. Решение ищем в виде $u = u(\zeta)$, $v = v(\zeta)$, $w \equiv 0$, $\theta = \theta_s + \theta(\zeta)$, $\varphi = \varphi(\zeta)$. Тогда задача (2)–(7), (9)–(10) становится линейной краевой задачей для обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Ее решение имеет следующее представление для скорости:

$$M(\zeta) = f_1(\zeta) \langle M \rangle - 2f_2(\zeta) U, \quad (18)$$

где $f_1 = \frac{1}{1 - \text{th}(\lambda)/\lambda} \left[1 - \frac{\text{ch} \lambda (\zeta - 1)}{\text{ch} \lambda} \right]$; $f_2 = \left[\frac{\text{ch} \lambda - 1}{\lambda^2 \text{ch} \lambda} - \frac{1}{2} \right] f_1(\zeta) - \frac{\text{sh} \lambda \zeta}{\lambda \text{ch} \lambda} + \zeta$ (заметим, что их

средние значения равны: $\langle f_1 \rangle = 1$, а $\langle f_2 \rangle = 0$); $\lambda = \frac{1+i}{\sqrt{2\text{Ek}}}$ — параметр, зависящий от числа

Экмана $\text{Ek} = \frac{k_M}{ID^2}$, $M(\zeta) = u(\zeta) + iv(\zeta)$; $i = \sqrt{-1}$; $U = u_x + iu_y$; $u_{x,y} = \mp \beta D \partial_{y,x} \langle \theta \rangle$.

Нижние индексы обозначают частные производные по x или y , соответственно.

Считаем, что потенциальная температура

$$\theta \approx \langle \theta \rangle. \quad (19)$$

При отсутствии источника примеси $\varphi = \langle \varphi \rangle$, так как $f_s = 0$, а при наличии источника

$$\varphi = \langle \varphi \rangle + \frac{f_s D}{\alpha D \operatorname{ch}(S) + S \operatorname{sh}(S)} \left[\operatorname{ch}(S(1-\zeta)) - \frac{\operatorname{sh}(S)}{S} \right]. \quad (20)$$

Здесь $S^2 = \frac{\sigma D^2}{k_s}$ — безразмерный параметр.

В работах [7, 8] подобные решения называются локально-равновесными. Полагая, что при выполнении условий (1) и (12) формулы (18)–(20) достаточно правильно (асимптотически верно по малому параметру δ_1) описывают структуру термически неоднородного потока мезомасштабных течений воздуха в каждой точке слоя в любой момент времени (см. [13]), используем их в качестве замыкающих соотношений системы (14)–(17). Выполнив над уравнениями (14)–(15) операцию ротора, получим эволюционное уравнение для вихря скорости:

$$\omega(t, x, y) = \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}. \quad (21)$$

Учитывая бездивергентность средней поперек слоя скорости $\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} = 0$, введем функцию тока $\psi(t, x, y)$:

$$\langle u \rangle = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \langle v \rangle = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (22)$$

Выберем в качестве единиц измерения длины, скорости, времени, температуры и концентрации примеси соответственно L , c_g , L/c_g , $\theta_0 = \max \theta_s$ и $\varphi_{\text{пдк}}$ (предельно допустимую концентрацию примеси). Тогда в терминах вихря скорости ω , функции тока ψ , средней поперек слоя потенциальной температуры, приведенной к размерности функции тока — $\theta_*(t, x, y) = \frac{\beta D}{2l} \langle \theta \rangle$, и средней поперек слоя концентрации $\varphi_*(t, x, y) = \langle \varphi \rangle / \varphi_{\text{пдк}}$ (символы «*» в дальнейшем опустим для сокращения записи) уравнения модели для описания мезомасштабных процессов в нижнем слое атмосферы в безразмерном виде получают следующее представление:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + k_1 \{ \psi, \omega \} + k_3 \operatorname{Rt} [\{ \theta, \omega \} + \{ \psi, \Delta \theta \}] - k_5 \operatorname{Rt}^2 \{ \theta, \Delta \theta \} = \\ = \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \omega - \mu (k_7 \omega - k_8 \operatorname{Rt} \Delta \theta), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\Delta \psi = \omega, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \{\psi, \theta\} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \theta - \bar{q} (\theta - \bar{\theta}_s), \quad (25)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \{\psi, \varphi\} = \frac{1}{\text{Re}_s} \Delta \varphi - \bar{\sigma} \varphi + A \sum_{i=1}^m \bar{f}_s^i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i). \quad (26)$$

Здесь $\{\psi, \omega\} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x}$ — якобиан; $\text{Rt} = \frac{\beta D \theta_0}{2 l c_g L}$ — аналог термического числа

Россби [12]; $\text{Re} = \frac{c_g L}{A_M}$ — число Рейнольдса; $\mu = \frac{l c_g}{L}$ — безразмерный коэффициент

трения о подстилающую поверхность; $\text{Pe} = \frac{c_g L}{A_T}$ — число Пекле; $\bar{q} = \frac{q c_g}{L}$ —

безразмерный коэффициент выхолаживания, где $q = \frac{\gamma k_T}{D}$; $\text{Pe}_s = \frac{c_g L}{A_s}$ —

концентрационное число Пекле; $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 L}{c_g}$ — безразмерный коэффициент поглощения

примеси, где $\sigma_1 = \sigma + \frac{\alpha k_s}{D}$; $\bar{f}_s^i = \frac{f_s^i}{\varphi_{\text{ИДК}}} \frac{k_s L}{c_g D}$; $A = \left[1 - \frac{\alpha D}{\alpha D \text{ch}(S) + S \text{sh}(S)} \left(\text{ch}(S) - \frac{\text{sh}(S)}{S} \right) \right]$;

$k_1 = \Re \langle f_1 f_1 \rangle$, $k_3 = \Re \langle f_1 f_2 \rangle$, $k_5 = \Re \langle f_2 f_2 \rangle$, $k_7 = \Re f_1'(1)$, $k_8 = \Re f_2'(1)$ — коэффициенты, зависящие от величины числа Экмана (\Re — действительная часть числа). В обсуждаемом случае $\text{Ek} = 1$ и коэффициенты равны: $k_1 = 1,199$; $k_3 = 0,00077$; $k_5 = 0,0005909$; $k_7 = 3,0057$; $k_8 = 0,000952$.

Начальные и граничные условия в терминах вихря скорости ω , функции тока ψ и приведенной средней поперек слоя потенциальной температуры преобразуются к виду:

$$\psi = y \sin(dd) - x \cos(dd), \quad \omega = 0, \quad \theta = \theta_s, \quad \varphi = 0 \quad \text{при } t = 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0, \quad (28)$$

где n — внешняя нормаль.

3. Численные расчеты

Численная реализация модели осуществлена с целью анализа и прогноза состояния загрязнения города Кирова и его окрестностей на участке 100×100 км с разрешением до 200 м [13–15]. Параллельный алгоритм расчета реализован на языке программирования Fortran Intel vs 10.023 в среде LAM-MPI под управлением ОС Linux Red Hat 7.0, установленной на кластере суперкомпьютера Вятского государственного университета Enigma X000.

Расчеты проводились на основе системы уравнений (23)–(26) с начальными и граничными условиями (27)–(28). Использовалась явная конечно-разностная схема [16] на сетке, содержащей 500×500 узлов. Коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости, теплопроводности и диффузии, так же как и горизонтальной, для мезомасштабных турбулентных процессов в нижнем слое атмосферы, согласно теории

Монина–Обухова [2, 3, 17], считались одинаковыми: $k_{M,T,S} = lD^2$, где высота $D = 400$ м, $A_{M,T,S} = 400$ м²/с. Рассматривался ветер западного направления, то есть дующий слева направо в выбранной системе координат. Скорость ветра c_g варьировалась от 1 до 10 м/с. Расчетная скорость составляла 2 м/с: в этом случае наиболее наглядно прослеживается воздействие температурной неоднородности на движение ветра в окрестности источника тепла. Учёт взаимодействия аэрозольной примеси с подстилающей поверхностью производился на основе информации о неоднородности распределения температуры и коэффициента поглощения α , взятой с карты землепользования расчётной области. Температура воздуха θ_s колебалась от 18°C вне населенных пунктов до 23°C в городе Кирове (Рис. 1, а). Минимальная температура наблюдалась на северной границе площадки. Коэффициент поглощения примеси подстилающей поверхностью принимался следующим: $\alpha = 0,0139$ м⁻¹ вне населенных пунктов; $\alpha = 0,00139$ м⁻¹ на территории поселений. Точечный источник примеси располагался на подстилающей поверхности в центре рассматриваемого участка (территория города). В расчетах также полагалось: $l = 1,24 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ с⁻¹; $\gamma = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м⁻¹; $f_s = 0,9996 \cdot 10^{-7}$ кг/м⁴; $\varphi_{ПДК} = 0,5 \cdot 10^{-7}$ кг/м³.

В результате вычислений были получены средние поперек слоя поля концентрации примеси, температуры воздуха, функции тока и возмущений функции тока. Показано, что при относительно слабом западном ветре (скорость 2 м/с) горизонтальная температурная неоднородность вносит изменение в направление движения ветра (Рис. 1, б).

Средняя поперек слоя температура воздуха θ меняется в пределах от 18,5 до 21,5°C. Под действием «острова тепла» над крупными населенными пунктами возникает слабое вихревое движение (Рис. 2). Это, в свою очередь, изменяет направление распространения примеси (Рис. 3).

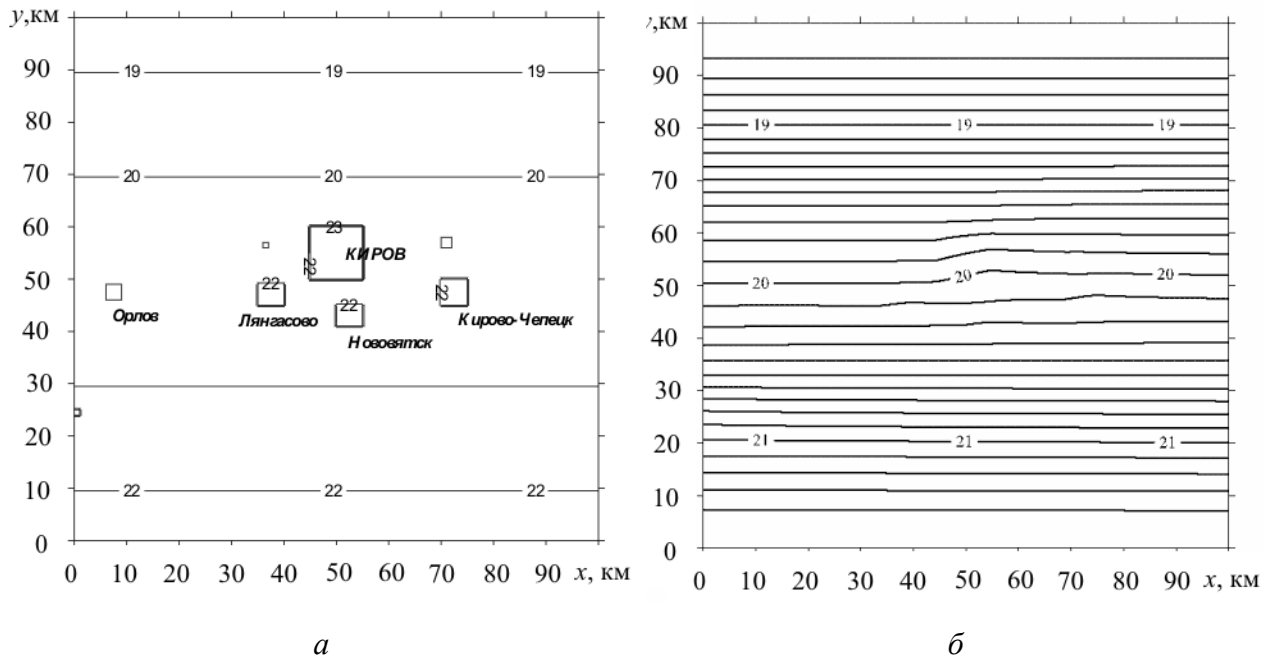


Рис. 1. Распределение приземной θ_s и средней поперек слоя температуры воздуха (°C) в окрестностях г. Кирова (лето)

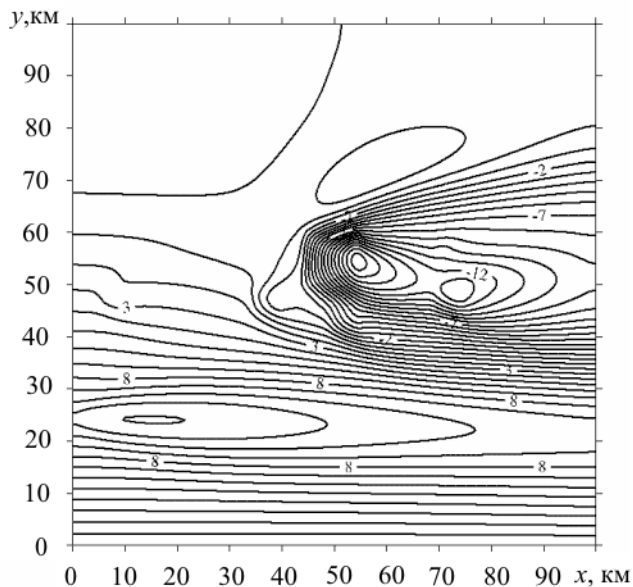


Рис. 2. Поле возмущения функции тока $(\psi - \psi_0)c_g L$ ($\text{м}^2/\text{с}$), $\psi_0 = -y$

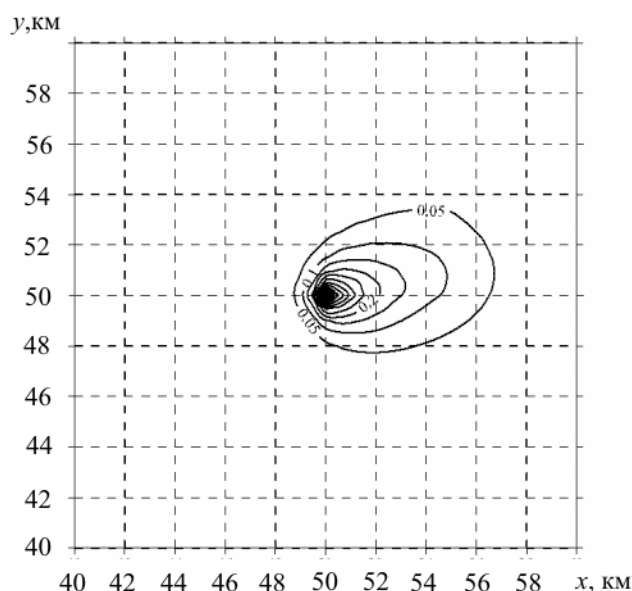


Рис. 3. Поле средней поперек слоя концентрации примеси (в долях ПДК)

4. Выводы

Представлена квазидвумерная модель мезомасштабных атмосферных процессов и переноса примеси от антропогенных источников в окрестности крупного промышленного города с учетом термической и динамической неоднородности подстилающей поверхности. Численное моделирование произведено методом сеток с помощью явной конечно-разностной схемы.

Расчеты, выполненные на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета (город Киров) на мелкой сетке, показали, что «острова тепла» в крупных населенных пунктах вносят возмущения в ветровую циркуляцию нижнего слоя атмосферы и меняют направление распространения примеси от расположенных там источников, что важно учитывать при прогнозировании последствий загрязнения атмосферного воздуха и почвы.

Работа выполнена в рамках национального проекта «Образование» (создание Научно-образовательного центра по биотехнологиям, аэриобиологии и промышленной микробиологии в ВятГУ) и тематического плана НИР ПГУ 1.13.10.

Литература

1. Белов П.Н., Щербаков А.Ю. Численное моделирование суточного хода метеорологических элементов в большом городе // Метеорология и гидрология. – 1983. – № 7. – С. 45-53.
2. Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. – Новосибирск: Наука, 1985. – 256 с.
3. Алоян А.Е. Динамика и кинематика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере / Курс лекций. – М.: ИВМ РАН, 2002. – 201 с.
4. Кибель И.А. Гидродинамический краткосрочный прогноз в задачах метеорологии // Тр. Гидрометцентра СССР. – 1970. – Вып. 48. – С. 3-18.
5. Вельтищева Н.С. Трехмерная негидростатическая модель для описания циркуляции над городским островом тепла // Тр. Гидрометцентра СССР. – 1979. – Вып. 219. – С. 66-82.
6. Тарнопольский А.Г., Шнайман В.А. Моделирование пограничного слоя атмосферы для городской застройки и пригородной зоны // Метеорология и гидрология. – 1991. – № 1. – С. 41-47.
7. Аристов С.Н., Фрик П.Г. Динамика крупномасштабных течений в тонких слоях жидкости: Препр. // УрО РАН СССР, Ин-т механики сплошных сред. – Свердловск, 1987. – 48 с.
8. Аристов С.Н., Фрик П.Г. Крупномасштабная турбулентность в тонком слое неизотермической вращающейся жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1988. – № 4. – С. 48-55.
9. Шварц К.Г., Шкляев В.А. Моделирование процессов переноса примеси в свободной атмосфере с помощью квазитрехмерной модели // Метеорология и гидрология. – 2000. – № 8. – С. 44-54.
10. Шварц К.Г., Шкляев В.А. Численное моделирование мезомасштабных вихревых структур вблизи мощного горячего источника примеси в пограничном слое атмосферы // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – Т. 1, № 1. – С. 96-106.
11. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. – М.: Мир, 1986. – 811 с.
12. Schwarz K.G. Mesa-Scale Flows over Large City // In H.Branover and Y.Unger (eds.), Progress in Fluid Flow Research: Turbulence and Applied MHD, AIAA Progr. Ser. 182. – 1998. – P. 271-279.
13. Шварц К.Г. Модели геофизической гидродинамики / Учеб. пособие по спецкурсу. – Пермь: Перм. ун-т, 2006. – 66 с.
14. Рычков С.Л., Шатров А.В., Шварц К.Г. Математическое моделирование процессов переноса аэрозолей в атмосфере // Тр. Всеросс. научн. конф. с международным участием «Окружающая среда и устойчивое развитие регионов: новые методы и технологии исследований». Том III. Моделирование в охране окружающей среды. Общая экология и охрана биоразнообразия. – Казань: Изд-во «Бриг», 2009. – С. 84-88.
15. Shvarts K.G., Shatrov A.V. Simulation of aerosol impurity in a ground boundary layer of above industrial center // European Aerosol Conference 2009, Karlsruhe, Germany, September 6-11, 2009. – Abstract T031AD1.
16. Наумович Т.В., Рычков С.Л., Шатров А.В., Шварц К.Г. Комплекс программ по моделированию процессов переноса биотехнологических примесей в приземном слое в г. Кирове // IV Всеросс. научн. конф. по математ. моделированию развивающейся экономики и экологии ЭКОМОД-2009: Сб. трудов - Киров: Изд-во ВятГУ. – С. 256-269.
17. Монин А. С.. Теоретические основы геофизической гидродинамики. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 422 с.

Поступила в редакцию 14.05.10

Сведения об авторах:

Шатров Анатолий Викторович, дфмн, проф., зав. каф., Вятский государственный университет (ВятГУ), 610000, Киров, ул. Московская, д. 36; E-mail: avshatrov1@yandex.ru

Шварц Константин Григорьевич, дфмн, проф., Пермский государственный университет (ПГУ), 614990, Пермь, ул. Букирева, д. 15; E-mail: kosch@psu.ru