

УДК 519.63:536.24

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПРОПЛАВЛЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СЛОЯ ПРИ СВАРКЕ ПЛАВЛЕНИЕМ СТЕКЛА И МЕТАЛЛА

О.Н. Любимова, К.Н. Пестов, Е.А. Гридасова

*Дальневосточный государственный технический университет (ДВПИ им. В.В. Куйбышева),
Владивосток, Россия*

Предлагаются модель и методика численного решения задачи об определении толщины проплавленной зоны в металлическом цилиндре при наплавлении стекломассы. Методика построена на введении в уравнение теплопроводности для металлического слоя специальным образом построенного источникового члена, позволяющего учитывать теплоту фазового перехода и следить за движением фронта проплавления в металле без использования классического условия Стефана. Приведены результаты расчетов по предлагаемой методике.

Ключевые слова: теплопроводность, задача Стефана, сварка плавлением, численное решение

NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF FUSION PENETRATION OF A METAL LAYER UNDER GLASS-TO-METAL WELDING CONDITIONS

O.N. Lyubimova, K.N. Pestov and E.A. Gridasova

Far East State Technical University, Vladivostok, Russia

We present a model and a method for numerical investigation of the problem of determining the depth of fusion zone in a metal cylinder under glass-to-metal welding conditions. The method is based on the inclusion of a specially constructed source term into the heat-conduction equation for a metal layer. The term describes the heat associated with phase transition and allows us to observe the moving boundary of the fused zone without using the classical Stefan condition. The results of calculations obtained by means of the proposed approach are given.

Keywords: heat conductivity, Stefan problem, fusion welding, numerical solution

1. Введение

Технологические процессы производства некоторых слоистых композиционных материалов проходят под действием высоких температур и давления, обеспечивающих качественное соединение элементов композита. Скорость протекания диффузионных процессов при соединении слоев зависит от свойств и структуры взаимодействующих материалов, от температуры и времени взаимодействия [1]. Возможны технологические режимы, при которых расплавленный компонент взаимодействует с твердым компонентом. Пример такого режима — сварка стекла и металла. Стекло остается твердым, а соединение (сварка плавлением) происходит, в большинстве случаев, при помощи промежуточных прокладок из мягких металлов, например, алюминия и меди. При этом температура сварки не превышает температуру плавления прокладок, которая, в свою очередь, существенно меньше температуры плавления стекла [2].

В данной работе строится математическая модель альтернативного технологического подхода к созданию композита на базе стекла и металла [3].

На внутреннюю поверхность алюминиевой цилиндрической оболочки подается расплав стекломассы, которая равномерно распределяется по алюминиевой оболочке. Между контактирующими поверхностями происходит диффузия и, вследствие этого, обеспечивается их соединение. Температура расплава стекла в 2,5–3 раза превышает температуру плавления алюминия, поэтому в результате такой большой разницы температур происходит проплавление алюминиевого слоя, диффузия и образование сварного шва. После распределения стекломассы по всей поверхности цилиндрической оболочки композиция медленно остужается.

Проплавление и кристаллизация металла являются фазовыми переходами первого рода. Модель процесса плавления чистого металла, в которой фазовый переход рассматривается в приближении подвижной межфазной поверхности, известна как задача Стефана [4]. Аналитическое и численное исследование продвижения фронта кристаллизации или плавления является непростой задачей, и ее исследованию посвящены многие работы, в том числе [4–7]. Более сложные задачи теплопроводности, например, сопряженные, учитывающие зависимость теплофизических коэффициентов от температуры и изменения агрегатного состояния, по-прежнему решаются приближенными методами.

Предлагаемая в работе модель и методика позволяют проследить за движением фронта проплавления в металле без использования классического условия Стефана на границе фронта фазового перехода. Результаты численного эксперимента по предлагаемой численной схеме, не противоречат результатам решений классических задач Стефана. В качестве тестовой рассмотрена задача о проплавлении металлического цилиндра большой толщины. Результаты вычислений по предлагаемой методике сравнивались с результатами решения этой задачи первым приближенным методом Лейбензона [5].

2. Постановка задачи

Рассмотрим следующий технологический процесс изготовления двухслойного композиционного материала на базе стекла и металла. В рабочую полость центрифуги устанавливается металлическая оболочка, которая имеет температуру окружающей среды T_e . Затем с помощью специальных насадок на внутреннюю поверхность металлической оболочки подается расплав стекломассы, имеющий температуру T_m , существенно большую (\approx в 50 раз), чем T_e (Рис. 1).

Если r_1 — граница между стекломассой и металлом, является точкой разрыва коэффициентов, то, как следствие, промежуток (r_0, r_2) , в котором ищется решение

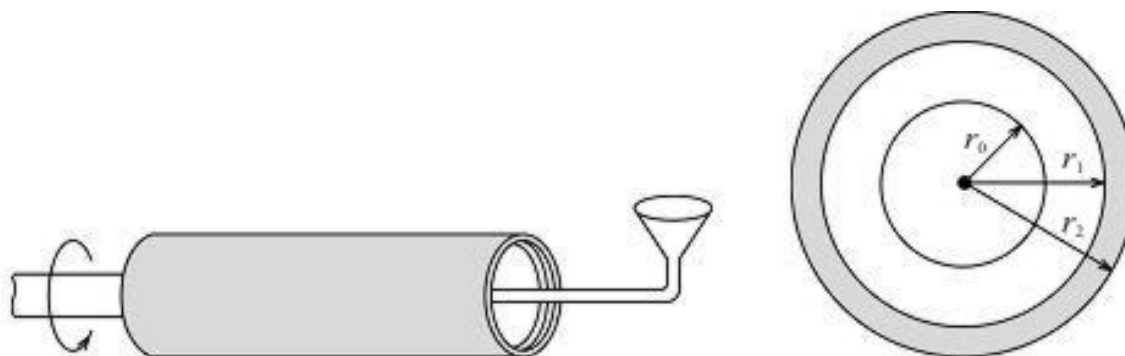


Рис. 1. Схема центробежного литья и поперечное сечение составного цилиндра

задачи, разбивается на две части, внутри которых функция температуры T удовлетворяет уравнению теплопроводности, а на границе $r=r_1$ — условиям сопряжения. Функцию T перепишем в виде:

$$T = \begin{cases} T_1 & \text{— температура стекломассы при } r_0 \leq r < r_1, \\ T_2 & \text{— температура алюминия при } r_1 \leq r < r_2. \end{cases}$$

Тогда, принимая гипотезу о равномерном распределении температуры по длине цилиндра, нестационарное уравнение теплопроводности с учетом осевой симметрии запишем как

$$\rho_k(T)c_k(T)(1-\gamma_k)\frac{\partial T_k}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_k(T)r\frac{\partial T_k}{\partial r}\right) - W_k(T) \quad (k=1, 2), \quad (1)$$

где $\rho_k(T)$, $c_k(T)$, $\lambda_k(T)$ — плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности соответствующего материала. Отрицательное слагаемое $-W_k(T)$ в уравнении (1) есть удельная мощность источников, появляющихся в теле при фазовом переходе, которая удовлетворяет условиям:

$$W_k = \begin{cases} 0 & \text{при } k=1, \\ W & \text{при } k=2. \end{cases}$$

При определении W и γ_k учтём следующие физические закономерности:

- если веществу, находящемуся в кристаллическом состоянии, сообщается за определенное количество времени определенное количество тепла, то вначале его температура растет, а по достижении значения температуры плавления, несмотря на продолжающийся подвод тепла, она стабилизируется, и начинается процесс плавления; после того, как вещество расплавится, температура опять начинает изменяться;
- переход кристаллического тела из твердого в жидкое состояние требует затрат определенного количества тепла, называемого теплотой плавления (для многих кристаллических веществ — это известная величина).

Поэтому удельную мощность источников W и коэффициент γ_k запишем как

$$W = \begin{cases} W(r,t), & \text{если } T_2(r,t) = T_a, \\ 0, & \text{если } T_2(r,t) \neq T_a, \end{cases} \quad (2)$$

$$\gamma_k = \begin{cases} 0 & \text{при } k=1, \\ 1 & \text{при } k=2, \text{ если } T_2(r,t) = T_a, \\ 0 & \text{при } k=2, \text{ если } T_2(r,t) \neq T_a. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $W(r,t)$ — неизвестная величина, которая находится в процессе решения, T_a — температура плавления алюминия.

В начальный момент времени выполняются условия:

$$T_1|_{t=0} = T_m, \quad T_2|_{t=0} = T_e. \quad (4)$$

Будем считать, что между граничными поверхностями стекломассы и металла осуществляется идеальный тепловой контакт с учетом тепла, которое необходимо, чтобы проплавить границу алюминиевого слоя. Тогда температура и тепловые потоки на поверхности контакта должны иметь вид:

$$T_1|_{r=r_1} = T_2|_{r=r_1}, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_1} - \gamma_k w|_{r=r_1}, \quad (5)$$

где $w(t)$ — функция, характеризующая поток теплоты фазового превращения.

Теплообмен между внешними поверхностями стекла и металла происходит по закону Ньютона, поэтому выполняются краевые условия

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = -\vartheta_1 (T_1|_{r=r_0} - T_e), \quad (6)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = -\vartheta_2 (T_2|_{r=r_2} - T_e), \quad (7)$$

где ϑ_k — коэффициенты теплоотдачи. При тепловой изоляции внешней поверхности металлического цилиндра её коэффициент теплоотдачи $\vartheta_2 = 0$. Коэффициенты теплоотдачи зависят от способа охлаждения внутренней и внешней поверхности и для определенных режимов охлаждения могут принимать постоянные значения.

Для приведения переменных к безразмерному виду введем следующие комплексы:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_k &= \frac{T_k - T_e}{T_m - T_e}, & \text{Fo}_k &= \frac{\lambda_k t}{c_k \rho_k r_1^2}, & \tilde{r} &= \frac{r}{r_1}, \\ \text{Po}_k &= \frac{r_1^2 W_k}{\lambda_k (T_m - T_e)}, & \text{Ki} &= \frac{r_1 w}{\lambda_2 (T_m - T_e)}, & K_\lambda &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, & \text{Bi}_k &= \frac{\vartheta_k r_1}{\lambda_k}, \end{aligned} \quad (8)$$

где \tilde{T}_k — относительная температура, Fo_k — число Фурье; \tilde{r} — безразмерная координата; Po_k — число Померанцева; Ki — число Кирпичева; K_λ — критерий, характеризующий проводимость первой среды по отношению ко второй; Bi_k — критерий Био.

Теперь исходные уравнения (1), начальные (4) и граничные (5–7) условия преобразуем к виду:

$$(1 - \gamma_k) \frac{\partial \tilde{T}_k}{\partial \text{Fo}_k} = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \tilde{T}_k}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\lambda_k} \frac{\partial \lambda_k}{\partial \tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}_k}{\partial \tilde{r}} - \gamma_k \text{Po}_k \quad (k = 1, 2), \quad (9)$$

$$\tilde{T}_1|_{\text{Fo}_1=0} = 1, \quad \tilde{T}_2|_{\text{Fo}_2=0} = 0, \quad (10)$$

$$\tilde{T}_1|_{\tilde{r}=1} = \tilde{T}_2|_{\tilde{r}=1}, \quad K_\lambda \frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=1} = \left(\frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \tilde{r}} - \gamma_k \text{Ki} \right) \Big|_{\tilde{r}=1}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=\frac{r_0}{r_1}} = -\text{Bi}_1 \tilde{T}_1 \Big|_{\tilde{r}=\frac{r_0}{r_1}}, \quad \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=\frac{r_2}{r_1}} = -\text{Bi}_2 \tilde{T}_2 \Big|_{\tilde{r}=\frac{r_2}{r_1}}. \quad (12)$$

Поскольку для чисел Фурье выполняется равенство $Fo_1 = \frac{c_2(T)\rho_2\lambda_1(T)}{c_1(T)\rho_1\lambda_2(T)} Fo_2$, уравнение (9) при $k=2$ может быть видоизменено. Учитывая, что $\frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial Fo_2} = \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial Fo_1} \frac{\partial Fo_1}{\partial Fo_2} = K_\alpha \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial Fo_1}$, получим уравнение (9) с новым безразмерным числом $K_\alpha = \frac{c_2(T)\rho_2\lambda_1(T)}{c_1(T)\rho_1\lambda_2(T)}$, которое характеризует инерционные свойства первой среды по отношению ко второй:

$$(1-\gamma_2)K_\alpha \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial Fo_1} = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial \lambda_2}{\partial \tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \tilde{r}} - \gamma_2 Po_2. \quad (9a)$$

3. Методика численного решения задачи

В данной работе приведено численное решение задачи без учета второго слагаемого в правой части уравнения (9a). При решении температурных задач наибольшее распространение получил метод конечных разностей [8]. В реальных процессах теплопередачи коэффициенты теплопроводности зависят от температуры, поэтому здесь используем следующую процедуру: на каждом временном шаге коэффициенты теплопроводности считаем постоянными и в уравнения подставляем их значения, взятые с предыдущего шага по времени; для первого шага берем значения коэффициентов в начальный момент времени. Такая процедура, без практического ущерба для точности, возможна лишь при достаточно малом шаге по времени.

Построим пространственно-временную сетку $\varpi = \varpi_r \times \varpi_t$. На сегменте $\left[\begin{matrix} r_0 & r_2 \\ r_1 & r_1 \end{matrix} \right]$

введем кусочно-равномерную пространственную сетку

$$\varpi_r = \left\{ \tilde{r}_i = \tilde{r}_{i-1} + \Delta_{k,r}, \quad \tilde{r}_0 = \frac{r_0}{r_1} \quad \begin{matrix} (i = \overline{1, N}; & k = 1) \\ (i = \overline{N+1, n}; & k = 2) \end{matrix} \right\}.$$

Временную сетку строим аналогично: $\varpi_t = \{Fo_j = Fo_{j-1} + \Delta_t, \quad Fo_0 = 0 \quad (j = \overline{1, m})\}$.

Уравнения (9) без учета градиента коэффициента теплопроводности аппроксимируем следующей системой чисто неявных разностных уравнений:

$$\frac{\tilde{T}_{1,i}^j - \tilde{T}_{1,i}^{j-1}}{\Delta_t} = \frac{\tilde{T}_{1,i+1}^j - 2\tilde{T}_{1,i}^j + \tilde{T}_{1,i-1}^j}{(\Delta_{1,r})^2} + \frac{1}{\tilde{r}_i} \frac{\tilde{T}_{1,i+1}^j - \tilde{T}_{1,i-1}^j}{2\Delta_{1,r}} \quad (i = 1, N-1), \quad (13)$$

$$(1-\gamma_i^j)K_{ai}^{j-1} \frac{\tilde{T}_{2,i}^j - \tilde{T}_{2,i}^{j-1}}{\Delta_t} = \frac{\tilde{T}_{2,i+1}^j - 2(1-\gamma_i^j)\tilde{T}_{2,i}^j - 2\gamma_i^j\tilde{T}_a + \tilde{T}_{2,i-1}^j}{(\Delta_{2,r})^2} + \frac{1}{\tilde{r}_i} \frac{\tilde{T}_{2,i+1}^j - \tilde{T}_{2,i-1}^j}{2\Delta_{2,r}} - \gamma_i^j Po_i^j \quad (i = N+1, n-1). \quad (14)$$

Здесь $\tilde{T}_a = \frac{T_a - T_e}{T_m - T_e}$ — заданная величина. Число Померанцева аппроксимируем сеточной

функцией $Po_i^j = \frac{r_i^2 Q_i^j}{\lambda_{2,i}^{j-1} (T_m - T_e) \Delta_t}$, где Q_i^j — функция, характеризующая энергию, затраченную на процесс плавления. Конечно-разностный аналог уравнений (9) — уравнения (13), (14), имеет второй порядок погрешности по пространственной координате и первый — по временной, то есть $O(\Delta_{k,r}^2 + \Delta_t)$. Коэффициент γ_i^j , который позволяет учитывать теплоту фазового превращения, определяется следующим образом:

$$\gamma_i^j = \begin{cases} 1, & \text{если } \tilde{T}_{2,i}^{j-1} = \tilde{T}_a \text{ и } \left| \sum_{l=\tilde{m}}^{j-1} Q_l^j \right| < \rho_2 Q_a, \\ 0, & \text{если } \tilde{T}_{2,i}^{j-1} \neq \tilde{T}_a, \end{cases} \quad (15)$$

где \tilde{m} — шаг, на котором в i -й точке в последний раз устанавливается температура плавления, Q_a — теплота плавления алюминия. При $\gamma_i^j = 1$ выполняется условие: $\tilde{T}_{2,i}^j = \tilde{T}_a$.

Для случая $i = N$ систему (13), (14) дополняем аппроксимированными уравнениями сопряжения слоев (11):

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{1,N}^j &= \tilde{T}_{2,N}^j, \\ K_{\lambda_i}^{j-1} \frac{(1 - \gamma_N^j) \tilde{T}_{1,N}^j + \gamma_N^j \tilde{T}_a - \tilde{T}_{1,N-1}^j}{\Delta_{1,r}} &= \frac{\tilde{T}_{2,N+1}^j - (1 - \gamma_N^j) \tilde{T}_{1,N}^j - \gamma_N^j \tilde{T}_a}{\Delta_{2,r}} - \gamma_N^j \text{Ki}_N^j, \end{aligned} \quad (16)$$

где число Кирпичева приближается сеточной функцией $\text{Ki}_N^j = \frac{r_i Q_N^j}{\lambda_{2,N}^{j-1} (T_m - T_e) \Delta_t}$.

Начальные и граничные условия (10), (12) заменяем их сеточными аналогами:

$$\tilde{T}_{1,i}^0 = 1, \quad i = \overline{0, N} \quad (i = \overline{N, n}), \quad (17)$$

$$\frac{\tilde{T}_{1,1}^j - \tilde{T}_{1,0}^j}{\Delta_{1,r}} = -B i_{1,0}^{j-1} \tilde{T}_{1,0}^j \quad (j = \overline{1, m}), \quad (18)$$

$$\frac{\tilde{T}_{2,n}^j - \tilde{T}_{2,n-1}^j}{\Delta_{2,r}} = -B i_{2,n}^{j-1} \tilde{T}_{2,n}^j. \quad (19)$$

Таким образом, на каждом временном слое имеем систему алгебраических уравнений (13–19).

Шаг по времени подбираем с учетом условия

$$\left| \left| \sum_{l=\tilde{m}}^{j-1} Q_l^j \right| - \rho_2 Q_a \right| < \varepsilon \quad (\varepsilon = 10^{-1}).$$

Если условие не выполняется, то шаг уменьшаем вдвое и решаем задачу с новым шагом. Переход с предыдущего временного слоя на следующий осуществляем так:

— если во всех узлах сетки (i, j) выполняется условие $\gamma_i^j = 0$, то система (13–19) становится трехдиагональной системой уравнений с преобладающей главной диагональю;

— если $\gamma_N^j = 1$, то $\tilde{T}_{1,N}^j = \tilde{T}_{2,N}^j = \tilde{T}_a$, и уравнение (16) приобретает вид $K_{\lambda_i}^{j-1} \frac{\tilde{T}_a - \tilde{T}_{1,N-1}^j}{\Delta_{1,r}} = \frac{\tilde{T}_{2,N+1}^j - \tilde{T}_a}{\Delta_{2,r}} - \gamma_N^j \text{Ki}_N^j$, в котором неизвестны сеточные функции $\tilde{T}_{1,N-1}^j, \text{Ki}_N^j, \tilde{T}_{2,N+1}^j$.

— если во внутренних узлах сетки (i, j) выполняется условие $\gamma_i^j = 1$, то уравнение (14) принимает вид $\frac{\tilde{T}_{2,i+1}^j - 2\tilde{T}_a + \tilde{T}_{2,i-1}^j}{(\Delta_{2,r})^2} + \frac{1}{\tilde{r}_i} \frac{\tilde{T}_{2,i+1}^j - \tilde{T}_{2,i-1}^j}{2\Delta_{2,r}} - \text{Po}_i^j = 0$, в котором неизвестны $\tilde{T}_{2,i-1}^j, \text{Po}_i^j, \tilde{T}_{2,i+1}^j$.

Таким образом, в каждом из трех случаев получаем трехдиагональную матричную систему, которая может быть решена методом прогонки.

4. Результаты расчетов

Расчеты по построенной методике проведены для области с толщинами слоев $h_g = 0,016$ м (стекло) и $h_a = 0,003$ м (алюминий) и радиусами $r_1 = 0,116$ м, $r_0 = r_1 - h_g$, $r_2 = r_1 + h_a$ (Рис. 1) с временным шагом $\Delta_t = 0,001$ при количестве разбиений по безразмерной пространственной координате $N = 50$ — для первого слоя, и $n - N = 50$ — для второго слоя. Температура окружающей среды равнялась $T_e = 20^\circ\text{C}$. Теплофизические характеристики материалов имели следующие значения:

— стекло: $c_1 = 0,64T + 820 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \right)$, $\lambda_1 = 0,01T + 8,5 \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^\circ\text{C}} \right)$, $\rho_1 = 2200 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)$, температура расплава $T_m = 1000 \div 1200^\circ\text{C}$;

— алюминий: $c_2 = 0,57T + 675,8 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}} \right)$, $\lambda_2 = -0,04T + 261 \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^\circ\text{C}} \right)$, $\rho_2 = 2700 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)$,

$Q_a = 397 \left(\frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right)$, температура плавления $T_a = 660^\circ\text{C}$.

Коэффициенты теплоотдачи с поверхностей, имеющих радиусы r_0 и r_2 , составляли $\vartheta_{1,2} = 5,2 \left(\frac{\text{кВт}}{\text{м}^2^\circ\text{C}} \right)$.

На рисунке 2, показывающем распределение температуры в двухслойном композите, вертикальной чертой разделены материалы: стекло и алюминий. Знаком \diamond обозначена граница раздела жидкой и твердой фаз алюминия через 150 секунд после начала процесса. Лежащий на вертикальной черте знак \diamond показывает границу раздела при температуре расплава стекла 1000°C — проплавления не произошло (и, как показывают расчеты, не произойдет, поэтому на рисунке 3 отсутствует график 3). Следующий знак \diamond показывает границу раздела при температуре расплава стекла 1100°C , толщина проплавленного металла составляет $h = 0,0003$ м, третий знак \diamond показывает границу раздела при температуре расплава стекла 1200°C ; толщина проплавленного металла $h = 0,0014$ м.

Изменение толщины проплавленного металла (Рис. 3, кривая 2) характеризует не только процесс проплавления, но и обратный процесс — кристаллизацию металла, которая наблюдается при остывании всего композиционного материала и начинается во временном интервале 190–200 секунд.

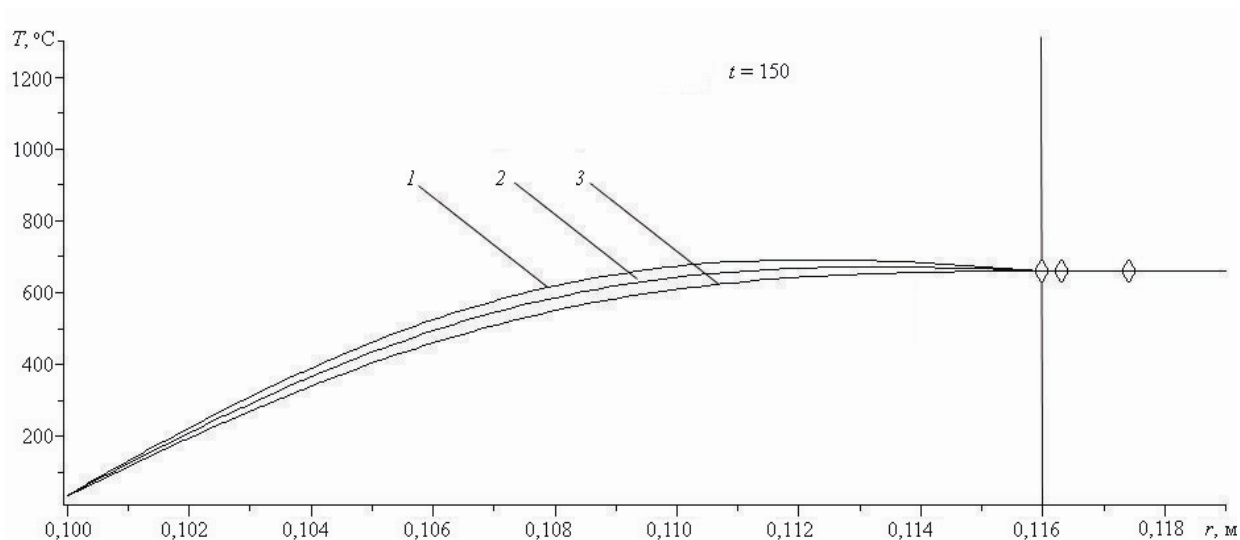


Рис. 2. Распределение температуры в двухслойном композите через 150 секунд после заливки стекломассы для разных температур T_m , °С: кривая 1 – 1200; 2 – 1100; 3 – 1000

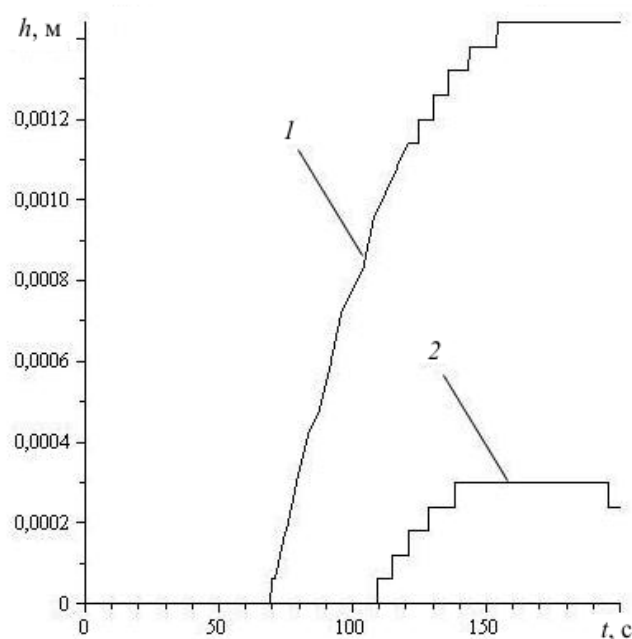


Рис. 3. Зависимость толщины проплавления металла от времени для разных температур расплава стекломассы T_m , °С: кривая 1 – 1200; 2 – 1100

Температура в металлическом слое, начиная с некоторого момента времени, выглядит как постоянная (Рис. 4); на самом деле она возрастает, но незначительно, в пределах 1–7 °С, что не заметно в используемом на рисунке температурном масштабе.

На рисунке 5 представлены решения задачи о проплавлении металлического цилиндра большой толщины первым приближенным методом Лейбензона [4] (кривая 1) и предложенным в данной работе методом (кривая 2). Задача решалась только для металлического слоя с начальной температурой $T_0 = T_a$. На внутренней поверхности слоя поддерживалась постоянная температура $T_e = 1200$ °С. Полагалось, что $r_1 = 0,05$ м, $h_a = 0,3$ м, количество шагов по пространственной координате $N = 100$.

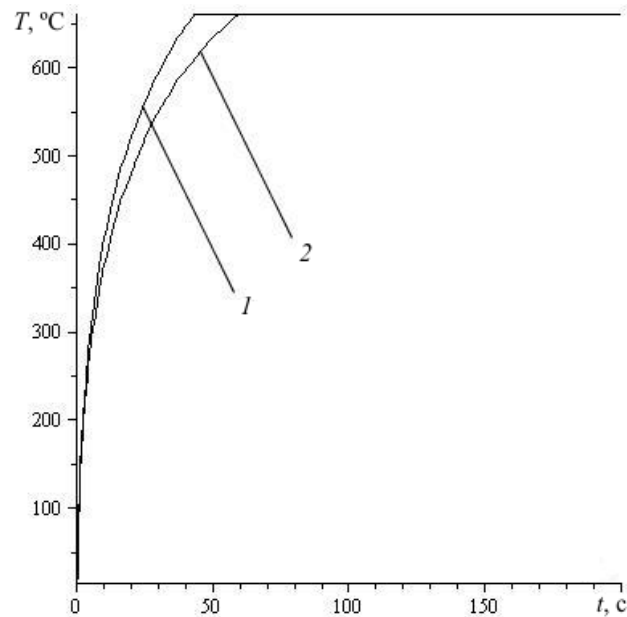


Рис. 4. Распределение температуры в металле по времени при $r = 0,1166$ м для разных температур расплава стекломассы $T_m, ^\circ\text{C}$: кривая 1 – 1200; 2 – 1100

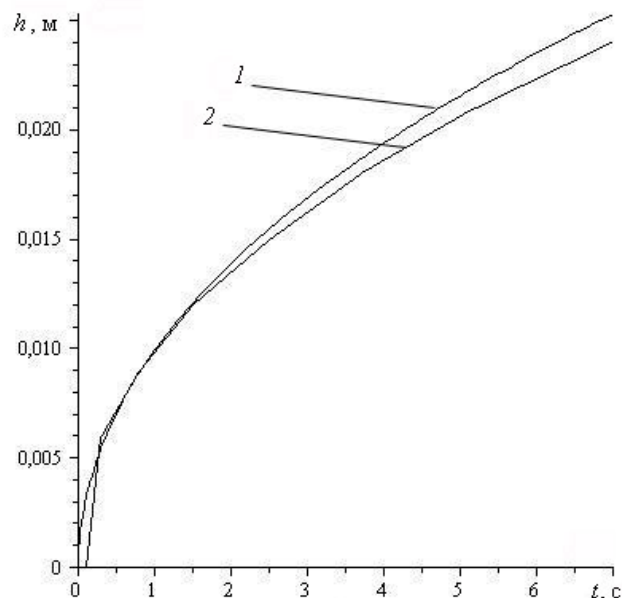


Рис. 5. Зависимость изменения толщины проплавления металлического слоя от времени: кривая 1 – решение методом Лейбенсона, 2 – решение по предлагаемой методике

Оценка сходимости и устойчивости построенной численной схемы, в силу нелинейности источникового члена $\gamma_k Po_k$, является сложной задачей и проверяется экспериментально на последовательности разностных сеток с измельчающимся шагом. Для этого шаги сеток по пространственной и временной координатам уменьшались вдвое. Оказалось, что при уменьшении шага Δ_t с 0,001 до 0,0005 и при увеличении количества разбиений по безразмерной пространственной координате с $N = 50$ (для первого слоя) и $n - N = 50$ (для второго слоя) до $N = 100$ и $n - N = 100$, в совпадающих узлах сетки максимальное относительное отклонение нового решения от полученного ранее составляет 13%. Дальнейшее уменьшение шагов сетки в 2 и 4 раза снижало максимальное относительное отклонение до 8,7% и 6%, соответственно.

5. Заключение

Построены модель и численная методика определения продвижения фронта проплавления металлического слоя в полем кусочно-неоднородном цилиндре конечного радиуса с учетом энергии фазового перехода при условии идеального контакта на границе сопряжения материалов.

Основным достоинством предложенной модели и численной методики является возможность решения сопряженной задачи с фазовым переходом без применения условий Стефана на границе фронта фазового перехода, что, с одной стороны, упрощает задачу, а с другой, — позволяет усложнить геометрию, граничные и начальные условия, а также учесть нелинейность процесса. Более того, поскольку, используя предложенную методику, можно проследить и за процессом кристаллизации металла при остывании, появляется возможность в рамках одной модели наблюдать за всеми тепловыми процессами, происходящими на всем температурном интервале от T_e до T_m , включая проплавление металла во время нагрева расплавом стекломассы и кристаллизацию при последующем остывании всего композиционного материала.

Работа выполнена при финансовой поддержке аналитической ведомственной целевой программы Министерства образования и науки РФ «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» (проект № 2.1.2/3027).

Литература

1. *Рябов В.Р., Рабкин Д.М., Курочко Р.С., Стрижевская Л.Г.* Сварка разнородных металлов и сплавов. – М.: Машиностроение, 1984. – 239 с.
2. *Бачин В.А.* Диффузионная сварка стекла и керамики с металлами. – М.: Машиностроение, 1986. – 184 с.
3. *Пикуль В.В.* Способ изготовления цилиндрической оболочки прочного корпуса подводного аппарата // Патент России № 2337036. – 2008. – Бюлл. № 30.
4. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – М.: Изд. «Высшая школа», 1967. – 600 с.
5. *Мейерманов А.М.* Задача Стефана. – Новосибирск: Наука, 1986. – 240 с.
6. *Васильев В.И.* Численная реализация моделей замораживания водонасыщенного грунта // Математ. моделирование. – 1995. – Т. 7, № 8. – С. 91-104.
7. *Любимова О.Н., Гридасова Е.А.* Задача тепломассопереноса для процесса изготовления стеклометаллокомпозита методом диффузионной сварки // Вологдинские чтения: матер. конф. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2008. – С. 57-63.
8. *Самарский А.А.* Введение в численные методы. – СПб.: Изд-во «Лань», 2005. – 288 с.

Поступила в редакцию 10.08.09

Сведения об авторах

Любимова Ольга Николаевна, кфмн, доц., Естественно-научный институт Дальневосточного государственного технического университета (ЕНИ ДВПИ им. В.В. Куйбышева), 690990, Владивосток, ул. Пушкинская, 10; E-mail: berms@mail.ru

Пестов Константин Николаевич, асп., ЕНИ ДВПИ им. В.В. Куйбышева; E-mail: kopestov@mail.ru

Гридасова Екатерина Александровна, асп., ЕНИ ДВПИ им. В.В. Куйбышева; E-mail: olvin@list.ru