

УДК 539.376

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСАДКИ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРОВ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ С УЧЕТОМ И БЕЗ УЧЕТА БОЧКООБРАЗОВАНИЯ

А.М. Локощенко, П.А. Моссаковский, В.В. Терауд

Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Исследуется осадка кругового цилиндра жесткими штампами в условиях установившейся ползучести. Рассмотрены две постановки задачи: одна базируется на предположении о независимости всех параметров напряженно-деформированного состояния цилиндра от продольной координаты, другая допускает образование бочкообразной формы (решение строится на основе пакета LS-DYNA). В обоих случаях исследуется осаживание цилиндра на одну и ту же величину за одно и то же время. Проведены вычисления всех основных параметров при двух программах нагружения: при постоянной скорости сближения оснований цилиндра и при постоянной сжимающей силе. Вычисления показали, что энергия, затрачиваемая на осаживание цилиндра в первом варианте нагружения, меньше, чем во втором (в конкретных процессах осадки разность составляет 8-10%). Осаживание цилиндра на заданную величину за определенное время при допущении бочкообразной формы осуществляется с затратой значительно меньшей энергии, чем при сохранении цилиндрической формы.

Ключевые слова: круговой цилиндр, осадка, ползучесть, трение, бочкообразование, энергетический подход, пакет программ LS-DYNA

ANALYSIS OF CIRCULAR CYLINDER SUBSIDENCE UNDER CREEP CONDITIONS TAKING INTO ACCOUNT AND NOT TAKING INTO ACCOUNT BARREL DISTORTION

А.М. Lokoshchenko, P.A. Mossakovsky and V.V. Teraud

Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

The subsidence of a circular cylinder compressed between rigid stamps under steady-state creep conditions is investigated. We present two solutions, of which one is based on the assumption that all parameters of the stress-strain state of the cylinder are independent of the longitudinal coordinate, and the other suggests barrel distortion (this solution is constructed using the LS-DYNA software package). In both cases, the subsidence of the cylinder is studied for same size and time. Calculations of all principal parameters are performed for two loading regimes: the stamps approach one another at a constant speed, and the applied compression force is constant. It is shown that the compression energy in the first variant is less than in the second variant (difference in the subsidence for specified processes is equal to 8-10%). The subsidence of the cylinder for fixed size and time under the assumption of barrel distortion requires less energy than in the case when the shape of the cylinder remains unchanged.

Keywords: circular cylinder, subsidence, creep, friction, barrel distortion, energy approach, LS-DYNA software package

1. Введение

Технологические процессы обработки металлов обычно реализуются при комнатной температуре, и при расчетах этих процессов, как правило, используются модели жестко-идеально-пластического тела или жесткопластического тела с упрочнением. Если необходимо уменьшить сопротивление металла необратимому

деформированию и предотвратить появление микропор и микротрещин, то технологические процессы проводятся в условиях горячей обработки металлов. В этих случаях, несмотря на сравнительно небольшое время деформирования, существенное значение имеет вязкость материала, и поэтому расчеты процессов обработки металлов следует проводить на основе уравнений теории ползучести. В данном направлении известны классические результаты многих исследователей (Г. Генки, А.А. Ильющин, А.Ю. Ишлинский, Н.Н. Малинин, А.А. Поздеев, О.В. Соснин и другие).

В данной статье рассматривается задача об осадке кругового цилиндра в условиях установившейся ползучести без учета и с учетом образования «бочки».

2. Постановка задачи

Рассматривается задача об осадке кругового цилиндра высотой $2H_0$ и радиусом R_0 (Рис. 1) между двумя абсолютно жесткими плитами с кинематической и силовой схемами нагружения. В первом случае нагружение осуществляется сближением плит с не зависящей от времени t скоростью $2w(t) = 2w_0$, во втором — посредством постоянной сжимающей силы $P(t) = P_0$, приложенной к плитам. При этом предполагается, что упругопластические деформации малы по сравнению с деформациями ползучести, поэтому учитываются только деформации ползучести p_{ij} . В качестве определяющего соотношения принимается степенной закон ползучести

$$\dot{p}_u = C \sigma_u^n, \tag{1}$$

связывающий интенсивность скоростей деформаций ползучести \dot{p}_u с интенсивностью напряжений σ_u ; n и C — постоянные. Условия на границах цилиндра выбраны согласно закону Кулона с постоянным коэффициентом трения μ .

Исследуются две постановки задачи: **А** и **В** (Рис. 1). Обе они основываются на предположении осевой симметрии и гипотезе пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций ползучести. Но в постановке **А**, кроме того,

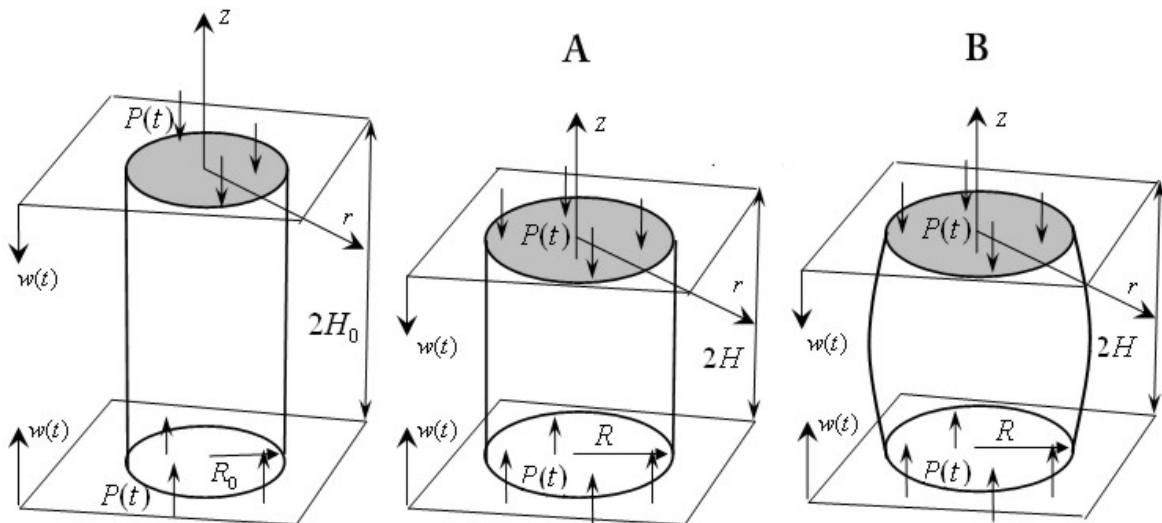


Рис. 1. Постановка задач А и В

используются условие несжимаемости, гипотеза плоских сечений и предположение о независимости всех характеристик напряженно-деформированного состояния от осевой координаты.

В работе анализируется различие результатов решений задач **A** и **B** в зависимости от коэффициента трения. Решение задачи **A** при учете торможения на контактной плоскости приведено в [1, 2]. В данной работе решение задачи **A** отличается от этого решения другим контактным условием: имеет место скольжение, описываемое законом Кулона. Разработанный алгоритм решения задачи **B** в сочетании с методом градиентного спуска обеспечивает эффективное решение значительно более широкого класса задач ползучести, чем приведенный в [1, 2]. Основное внимание в данной работе уделяется анализу влияния формы деформирования цилиндра, сжимаемости его материала, способа нагружения и других факторов на характеристики напряженно-деформированного состояния цилиндра и на величину энергии, затрачиваемой на его осаживание.

2.1. Решение задачи A

Расположим начало координат в середине продольной оси цилиндра и введем в рассмотрение радиальную r , осевую (продольную) z и окружную θ координаты. Исходя из условия симметрии цилиндра относительно плоскости $z = 0$, будем исследовать напряженно-деформированное состояние только в половине цилиндра (при $0 \leq z \leq H_0$). Проекции скоростей произвольной точки цилиндра на оси r и z обозначим соответственно $u(t)$ и $w(t)$.

Условие несжимаемости определяется следующим соотношением:

$$\dot{p}_{rr} + \dot{p}_{\theta\theta} + \dot{p}_{zz} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} - \frac{w}{H} = 0. \quad (2)$$

Здесь и ниже точка означает производную по времени t , $2H$ — высота цилиндра при произвольном значении t . Интегрирование соотношения (2) с учетом граничного условия ($u = 0$ при $r = 0$) приводит к выражению

$$u = \frac{wr}{2H}.$$

В результате проекции скоростей деформаций ползучести на оси r , θ и z принимают следующий вид:

$$\dot{p}_{rr} = \frac{w}{2H}, \quad \dot{p}_{\theta\theta} = \frac{w}{2H}, \quad \dot{p}_{zz} = -\frac{w}{H}, \quad (3)$$

и интенсивность скоростей деформаций ползучести равняется

$$\dot{p}_u = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\dot{p}_{rr} - \dot{p}_{\theta\theta})^2 + (\dot{p}_{\theta\theta} - \dot{p}_{zz})^2 + (\dot{p}_{zz} - \dot{p}_{rr})^2 + 6(\dot{p}_{r\theta}^2 + \dot{p}_{\theta z}^2 + \dot{p}_{rz}^2)} = \frac{w}{H} = -\dot{p}_{zz}. \quad (4)$$

Компоненты тензора скоростей ползучести связаны с компонентами тензора напряжений гипотезой пропорциональности девиаторов напряжений s_{ij} и скоростей деформаций ползучести \dot{p}_{ij} соотношением:

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{p}_u}{\sigma_u} \left[\sigma_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right] \quad (i = r, \theta, z), \quad (5)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера. Отсюда при учете равенства (3) следует, что

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta}. \quad (6)$$

Тогда интенсивность напряжений, вычисляемая по формуле

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 6(\sigma_{r\theta}^2 + \sigma_{rz}^2 + \sigma_{\theta z}^2)}$$

примет вид:

$$\sigma_u = \sigma_{rr} - \sigma_{zz} = \sigma_{rr} + g, \quad g(r, t) = -\sigma_{zz}, \quad (7)$$

где $g(r, t) > 0$ — абсолютная величина внешнего давления жестких плит на торцы цилиндра.

Преобразуя (1) с учетом соотношения (4), для интенсивности напряжений получим выражение, которое сохраняется во всем объеме цилиндра:

$$\sigma_u = \left(\frac{w}{CH} \right)^{1/n}. \quad (8)$$

Пусть интенсивность сил трения q на торцах цилиндра пропорциональна величине нормального напряжения

$$q = \mu g. \quad (9)$$

Здесь коэффициент пропорциональности есть коэффициент трения $\mu = \text{const}$.

Из уравнения равновесия элемента цилиндра, ограниченного в плане двумя окружностями радиусов r и $(r + dr)$ и сектором с малым углом $d\varphi$, получим

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \frac{q}{H}.$$

Подставляя сюда соотношения (7), (9), найдём:

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{\mu g}{H}.$$

Интегрирование этого уравнения при учете граничного условия $\sigma_{rr}(R, t) = 0$, уравнений (7) и (8) и условия несжимаемости приводит к следующему выражению для давления $g(r, t)$:

$$g(r, t) = \left[\frac{w(t)}{CH(t)} \right]^{1/n} \cdot \exp \left[\frac{\mu(R(t) - r)}{H(t)} \right], \quad \text{где } R(t) = R_0 \sqrt{\frac{H_0}{H(t)}}.$$

Таким образом, сжимающая сила $P(t)$, приложенная к торцам цилиндра, равняется

$$P(t) = 2\pi \int_0^{R(t)} g(r, t) r dr. \quad (10)$$

Введем функцию

$$\alpha(H) = \left\{ \begin{array}{l} 2\pi(CH)^{-1/n} \cdot \left[\frac{H^2}{\mu^2} \exp \left(\frac{\mu R_0 H_0^{0.5}}{H^{1.5}} \right) - \frac{R_0 (H_0 H)^{0.5}}{\mu} - \frac{H^2}{\mu^2} \right] \quad \text{при } \mu > 0 \\ (\pi R_0^2 H_0 / H) \cdot (CH)^{-1/n} \quad \text{при } \mu = 0 \end{array} \right\} \quad (11)$$

и рассмотрим осадку цилиндра при двух видах нагружения:

1) Скорость сближения торцевых плит постоянна: $w(t) = \text{const} = w_0$. В этом случае

$$H = H_0 - w_0 t, \quad P = w_0^{1/n} \cdot \alpha(H), \quad V = \int_H^{H_0} P dH. \quad (12)$$

2) Сжимающая сила, действующая на торцевые плиты, постоянна: $P(t) = \text{const} = P_0$. В этом случае

$$t = P_0^{-n} \cdot \int_H^{H_0} [\alpha(H)]^n dH, \quad w = \left[\frac{P_0}{\alpha(H)} \right]^n, \quad V = P_0 (H_0 - H), \quad (13)$$

где V — энергия, затрачиваемая на осадку.

2.2. Решение задачи В

Решение задачи **В** получено методом конечных элементов (МКЭ) с использованием программного комплекса LS-DYNA [5]. Исходя из условий симметрии, рассматривалась 1/8-я часть цилиндра, ограниченная плоскими сечениями S_1 ($z=0$ и $z=H$) и S_2 ($\theta=0$ и $\theta=\pi/2$).

В прямоугольной декартовой системе координат $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ положение произвольной точки цилиндра x_i в момент времени t с начальными координатами (X_1, X_2, X_3) описывалось функциями

$$x_i(X_\gamma, t) \quad (i, \gamma = 1, 2, 3), \quad (14)$$

где $x_i(X_\gamma, 0) = X_\gamma$. В сечениях $\theta=0$, $\theta=\pi/2$ и $z=0$ учитывались условия симметрии.

Уравнения равновесия внутри цилиндра удовлетворялись в ослабленной формулировке в соответствии с принципом равенства виртуальных работ внутренних и внешних сил. Закон Кулона на контактной границе S_1 между плитой и цилиндром задавался в следующем виде:

$$\sigma_{33}|_{S_1} = -g, \quad \sigma_{12}|_{S_1} = \sigma_{23}|_{S_1} = -\mu g. \quad (15)$$

В квазистатическом приближении при отсутствии массовых сил и с учетом (15) равенство виртуальных работ приводит к тождеству

$$\int_W \sigma_{ij} \frac{\partial(\delta x_i)}{\partial x_j} dv + g \int_{S_1} (\delta x_3 - \mu(\delta x_1 + \delta x_2)) ds = 0. \quad (16)$$

Здесь W — объем рассматриваемой области цилиндра, dv — элемент этого объема, ds — элемент контактной поверхности S_1 .

В качестве определяющих соотношений между девиаторами s_{ij} и \dot{p}_{ij} тензоров напряжений Коши и скоростей деформаций принималась степенная модель установившейся ползучести

$$\left. \begin{aligned} \dot{s}_{ij} &= 2G\dot{p}_{ij} && \text{при } \sigma_u \leq \sigma^*, \\ \frac{s_{ij}}{\sigma_u} &= \frac{2}{3} \frac{\dot{p}_{ij}}{\dot{p}_u} \\ \sigma_u &= C^{-1/n} (\dot{p}_u)^{1/n} \end{aligned} \right\} \text{при } \sigma_u > \sigma^*, \quad (17)$$

где σ^* — минимальное напряжение (предел ползучести), при котором в материале возникают деформации ползучести, G — коэффициент, характеризующий жесткость материала в упругой зоне.

Связь между гидростатическим давлением σ_0 и объемной деформацией ε_0 полагалась линейной: $\sigma_0 = 3K\varepsilon_0$, где K — модуль объемного сжатия. Программа для модели материала (17) была написана на языке Fortran и интегрировалась в конечно-элементный комплекс LS-DYNA средствами пользовательского программирования. Дискретизация по пространственным координатам $x_i = (x, y, z)$ осуществлялась посредством 8-узловых гексаэдрических элементов с функциями формы

$$\phi_j = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_j)(1 + \eta\eta_j)(1 + \zeta\zeta_j),$$

так что

$$x_i(X_\gamma, t) = x_i(X_\gamma(\xi, \eta, \zeta), t) = \sum_{j=1}^8 \phi_j(\xi, \eta, \zeta) x_i^j(t), \quad (18)$$

где ξ, η, ζ — параметрические координаты функции формы, x_i^j — координата узла

с номером j в направлении i , а (ξ_j, η_j, ζ_j) соответствовали восьми вариантам упорядоченных троек со значениями (± 1) для соответствующих узлов гексаэдра: $(-1, -1, -1)$ для $j = 1$; $(1, -1, -1)$ для $j = 2$; $(1, 1, -1)$ для $j = 3$ и так далее до $j = 8$. Вводились обозначения:

$$\mathbf{N}(3 \times 24) = \begin{bmatrix} \phi_1 & & \phi_2 & & \dots & \phi_8 \\ & \phi_1 & & \phi_2 & & \dots & \phi_8 \\ & & \phi_1 & & \phi_2 & \dots & \phi_8 \\ & & & \phi_1 & & \phi_2 & \dots & \phi_8 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}),$$

$$\mathbf{T}^T = (-g, \mu g, \mu g),$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \mathbf{N},$$

с учетом которых, а также уравнения (18) принцип равенства виртуальных работ (16) приводился к виду:

$$\sum_{m=1}^l \left\{ \int_{W_m} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dv - \int_{S_{1m}} \mathbf{N}^T \mathbf{T} ds \right\} = 0, \quad (19)$$

где l — количество элементов в конечно-элементной модели, верхний индекс T означает операцию транспонирования. В матричной форме уравнение (19) записывалось как

$$F_1(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t) - F_2(\mathbf{x}, t) = 0. \quad (20)$$

Здесь \mathbf{x} — искомый вектор узловых координат $\mathbf{x}^T = \{x_i^j\}_{j=1..l}$.

Дискретизация по времени выполнялась по неявной схеме. Нелинейное уравнение (20) решалось модифицированным методом Ньютона-Рафсона с постоянным секущим модулем, равным начальному модулю упругости.

Для перерасчета поля напряжений на новом временном слое $(k+1)$ в соответствии с выбранной моделью ползучести (17) использовался метод радиального спуска. Предполагалось, что реализуется деформация по траектории малой кривизны, согласно чему в начале шага выполнялся чисто упругий расчет с заданными значениями приращений деформаций:

$$\hat{s}_{ii}^{k+1} = (\sigma_{ii}^k - \sigma_0^k) + 2G(\Delta \varepsilon_{ii}^{k+1} - \Delta \varepsilon_0^{k+1}) \quad (i = 1 \dots 3),$$

$$\hat{s}_{ij}^{k+1} = \sigma_{ij}^k + G \Delta \varepsilon_{ij}^{k+1} \quad (i \neq j, \quad i, j = 1 \dots 3),$$

$$\hat{\sigma}_u^{k+1} = \sqrt{\frac{3}{2} \sum (\hat{s}_{ij}^{k+1})^2}, \quad p_u^{k+1} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \sum (\Delta \varepsilon_{ij}^k)^2}, \quad \Delta t = t^{k+1} - t^k.$$

После этого компоненты девиатора тензора напряжений $\hat{\sigma}_u^{k+1}$ масштабировались по аналогии с моделью (17):

$$\bar{\sigma}_u^{k+1} = \frac{1}{C^{1/n}} \left((\dot{P}_u)^{k+1} \right)^{1/n}, \quad s_{ij}^{k+1} = \hat{s}_{ij}^{k+1} \cdot \frac{\bar{\sigma}_u^{k+1}}{\hat{\sigma}_u^{k+1}}.$$

3. Анализ результатов

В качестве примера решена задача осадки цилиндра при следующих значениях механических и геометрических параметров: $R_0 = 10$ мм; $H_0 = 10$ мм; модуль Юнга $E = 210$ ГПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; параметры модели ползучести $n = 5$ и $C = 10^{-16} \text{ с}^{-1} \text{ МПа}^{-n}$; пороговое напряжение $\sigma_u^* = 400$ МПа. Цилиндр осаживался до уровня $H_1 = 6$ мм в течение $t_1 = 60$ с по двум программам нагружения: 1) постоянная скорость штампа $w(t) = w_0$; 2) постоянная сжимающая сила $P(t) = P_0$. В обоих случаях блокировалось движение штампа по всем направлениям, кроме продольного. Контактные условия между штампом и цилиндром моделировались законом Кулона с заданием полного и неполного проскальзывания (коэффициенты трения 0 и 0,5 соответственно).

На рисунке 2 представлены смещения RZ-проекции конечно-элементной модели при различных значениях μ и t в случае осадки цилиндра с постоянной скоростью $w_0 = 0,067$ мм/с. Рисунок 2, а изображает сечение цилиндра при $t = 0$, рисунок 2, б, в — при $t = t_1 = 60$ с. На рисунке 2, б приведено сечение при $\mu = 0$ (при этом решения задач **A** и **B** совпадают, так как при отсутствии трения на торцах бочкообразование невозможно), а на рисунке 2, в — при $\mu = 0,5$ (решение задачи **B**). При коэффициенте трения $\mu = 0,5$ у свободного края цилиндра вблизи контактной поверхности наблюдается переход части боковой поверхности на контактную поверхность вследствие действия сил трения, и это порождает появление бочкообразной формы. Об этом свидетельствует неравномерность картины продольных смещений (в отличие от решения при $\mu = 0$) (Рис. 2, в). При увеличении коэффициента трения кривизна исходных поперечных сечений цилиндра возрастает.

Ниже дается сравнение результатов решений задачи, полученных при использовании постановок **A** и **B**. В таблице при различных программах нагружения и разных коэффициентах трения приведены характерные значения P , w , отношения R_{\max} / R_{\min} (R_{\max} и R_{\min} — радиусы цилиндра в его среднем поперечном сечении и в области контакта с плитами соответственно) и энергии V , затрачиваемой

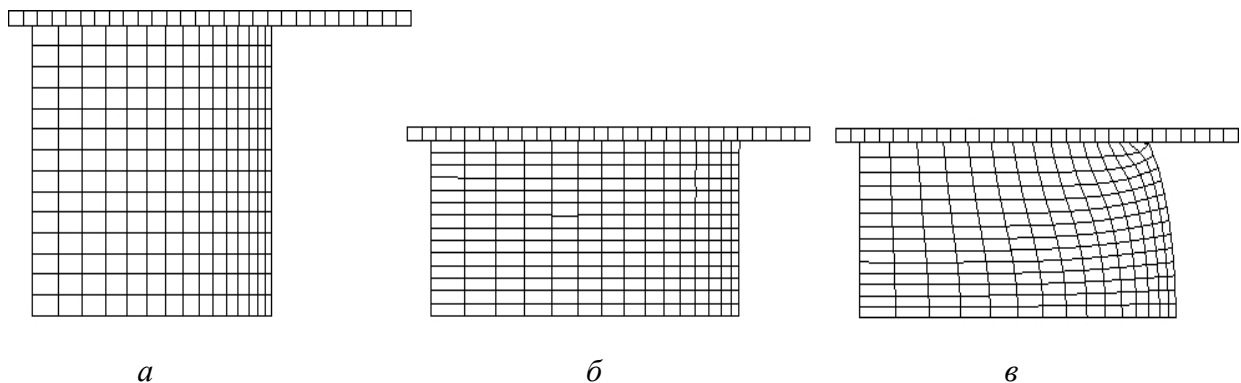


Рис. 2. RZ-проекции конечно-элементной модели при $t = 0$ (а) и $t = 60$ с (б) и (в)

Таблица. Значения характерных параметров осадки

Программа	μ	Задача А				Задача В					
		Номер кривой	w_0 или P_0	$\frac{R_{\max}}{R_{\min}}$	V , МН·мм	Номер кривой	w_0 или P_0	$\frac{R_{\max}}{R_{\min}}$	V , МН·мм	Номер кривой	
										G_{\max}	G_{\min}
$w(t) = w_0$, мм/с	0	–	0,067	1	0,98	–	0,067	1	0,96	3	4
	0,5	1	0,067	1	1,29	2	0,067	1,29	0,98	7	8
$P(t) = P_0$, МН	0	–	0,26	1	1,03	–	0,26	1	1,00	1	2
	0,5	3	0,36	1	1,42	4	0,28	1,36	1,06	5	6

на осаживание. Таблица подтверждает естественный результат, согласно которому с точностью до погрешности вычислений осадка цилиндра при коэффициенте трения $\mu = 0$ осуществляется без бочкообразования.

На рисунках 3 и 4 приведены зависимости P , w и V от времени t для двух рассмотренных программ нагружения при $\mu = 0,5$. Сплошные линии отвечают результатам решения задачи А, штриховые линии — задачи В. Номера кривых $P(t)$, $w(t)$ на рисунках соответствуют номерам, указанным в таблице.

Рисунок 3 демонстрирует изменения во времени сжимающей силы $P(t)$ и скорости осадки $w(t)$. Из рисунка видно, что зависимость $P(t)$ при постоянном значении w_0 является возрастающей функцией времени, причем задаче А (кривая 3) соответствует большее значение $P(t)$, чем задаче В (кривая 4). В случае нагружения постоянной силой $P(t) = P_0$ кривые $w(t)$, соответствующие задачам А и В (кривые 1 и 2), пересекаются, так как должно выполняться условие:

$$\int_0^{t_1} w_A(t) dt = \int_0^{t_1} w_B(t) dt.$$

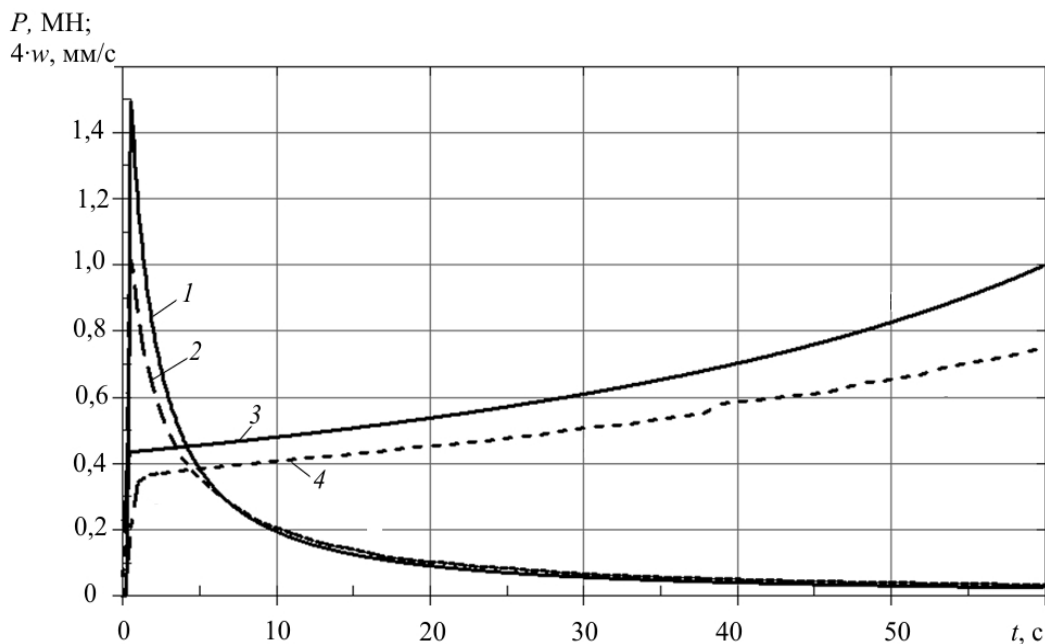


Рис. 3. Зависимости сжимающей силы P и скорости сближения плит w от времени t

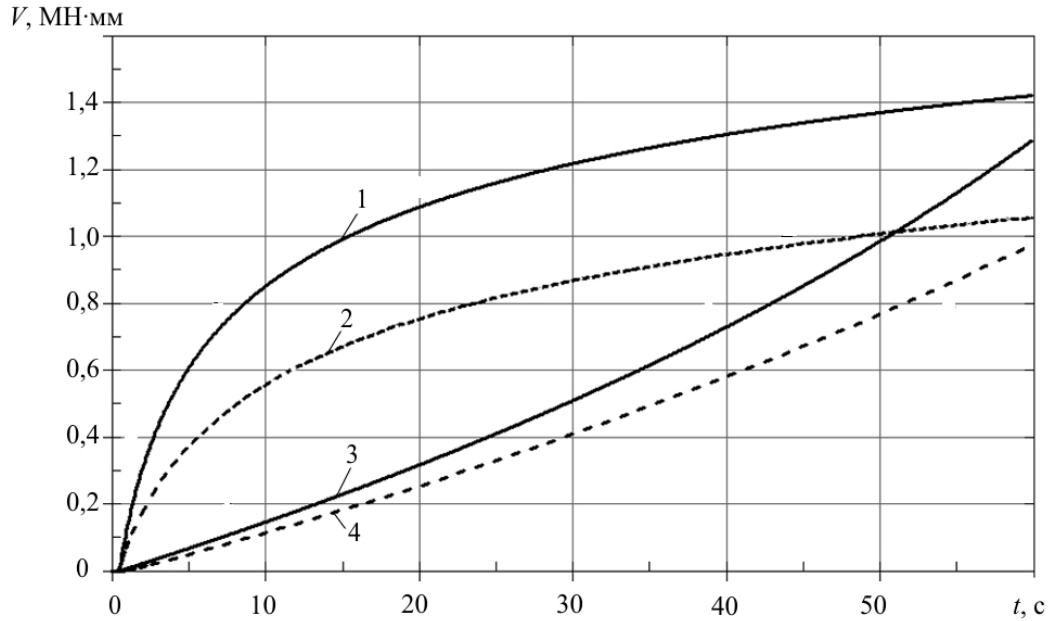


Рис. 4. Зависимости энергии деформации цилиндра от времени при постоянной сжимающей силе (кривые 1 и 2) и при постоянной скорости сближения плит (кривые 3 и 4)

На рисунке 4 представлены зависимости энергии $V(t)$, затрачиваемой на осаживание цилиндра, от времени t . Представляет интерес сравнение значений V для задач **A** и **B**. Анализ показывает, что в обоих решениях энергия деформирования V_w , затрачиваемая на осадку цилиндра при постоянной скорости сближения плит (кривые 3 и 4 соответственно), меньше, чем энергия деформирования V_p , накопленная при постоянной сжимающей силе (кривые 1 и 2). Вычисления показали, что разность $(V_p - V_w)$ возрастает с увеличением коэффициента трения μ и отношения R_0 / H_0 . Выявлено, что в случае идеального скольжения материала цилиндра в области контакта ($\mu = 0$) решения задач **A** и **B** совпадают с точностью до погрешности вычислений.

На рисунке 5 приведены зависимости $G_{\max}(t) = R_{\max}(t) - R_0$ (штриховые линии) и $G_{\min}(t) = R_{\min}(t) - R_0$ (сплошные линии), рассчитанные при обеих программах нагружения. В таблице, в столбцах $G_{\max}(t)$ и $G_{\min}(t)$, указаны номера кривых, характеризующих изменение максимального и минимального радиусов во времени. При малых значениях t (в начале процесса осадки), независимо от значения μ , эффект бочкообразования незначителен, поэтому из начала координат выходят две серии кривых: для программы $P(t) = P_0$ (верхняя) и для программы $w(t) = w_0$ (нижняя), не зависящие от коэффициента трения и места измерения радиуса. В конце деформирования выделяются три области (см. окончания кривых): верхняя (кривые 5 и 7), средняя (кривые 1, 2, 3, 4) и нижняя (кривые 6 и 8). Верхняя и нижняя области отвечают наличию трения в процессе деформирования и характеризуют, соответственно, максимальное и минимальное выпучивание. Средняя область, в которой все кривые сходятся в одной точке, отвечает нулевому трению для двух программ нагружения, и, естественно, она находится между верхней и нижней областями. Из рисунка 5 можно заключить, что осадка по программе $w(t) = \text{const} = w_0$ осуществляется с меньшей бочкообразностью, чем по программе $P(t) = \text{const} = P_0$.

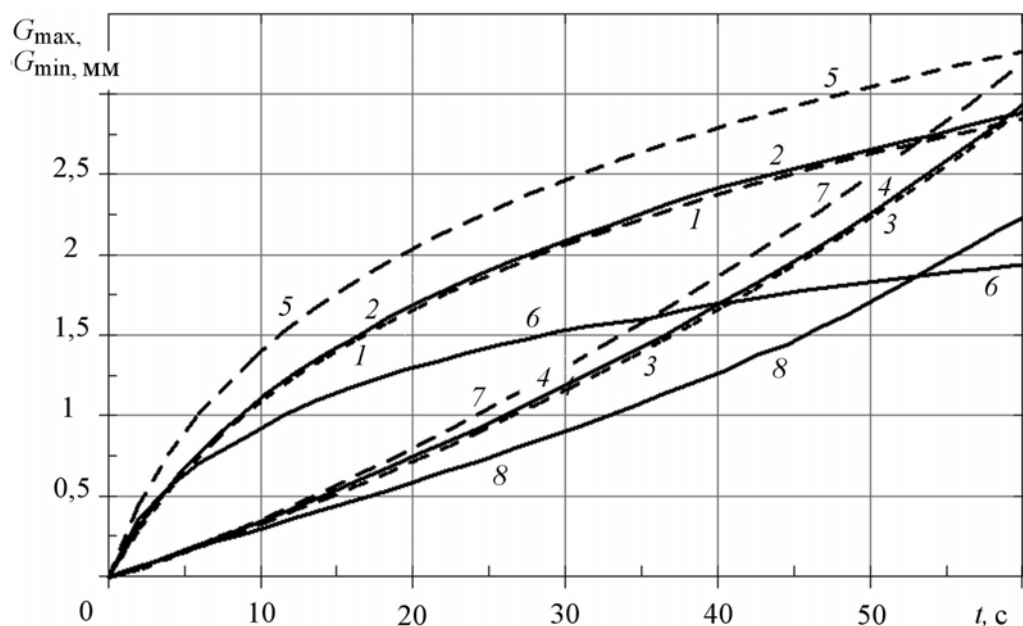


Рис. 5. Зависимость «выпучивания» от времени при различных программах нагружения и значениях коэффициента трения

Таким образом, основной результат проведенного исследования заключается в том, что с точки зрения энергетических затрат осаживание цилиндра при постоянной скорости деформирования с образованием бочкообразной формы имеет заметное преимущество по сравнению с осадкой при постоянной сжимающей силе без изменения формы (в рассмотренном примере разница составляет 34%).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 08-08-00007 и 09-08-01229).

Литература

1. *Малинин Н.Н.* Приближенные решения некоторых технологических задач // Известия ВУЗов. Машиностроение. – 1977. – № 12. – С.119-122.
2. *Малинин Н.Н.* Ползучесть в обработке металлов. – М.: Машиностроение, 1986. – 216 с.
3. *Локощенко А.М., Демин В.А., Носов (Терауд) В.В.* Осадка кругового цилиндра в условиях установившейся ползучести // Известия ВУЗов. Машиностроение. – 2007. – № 4. – С. 3-10.
4. *Локощенко А.М.* Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. – М.: МГИУ, 2007. – 264 с.
5. *Hallquist J.O.* LS-DYNA Theory manual. March 2006. – Livermore Software Technology Corp., 2006. – 680 с.

Поступила в редакцию 08.06.09

Сведения об авторах

Локощенко Александр Михайлович, дфмн, проф., зам.дир., НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова (ИМ МГУ), 119992, Москва, Мичуринский пр. д. 1; E-mail: loko@imec.msu.ru

Моссаковский Павел Александрович, кфмн, внс, ИМ МГУ; E-mail: ctm@imec.msu.ru

Терауд Валентин Викторович, мнс, ИМ МГУ; E-mail: ldrnww@gmail.com