УДК 519.713, 539.42

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКОЛА, ИНДУЦИРОВАННОГО МЕЗОДЕФЕКТАМИ ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ НАГРУЖЕНИИ МЕТАЛЛОВ

#### Ю.В. Баяндин, О.Б. Наймарк, С.В. Уваров

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

Разработанная ранее статистическая модель твердого тела с мезоскопическими дефектами позволила сформулировать феноменологическую модель в терминах двух независимых переменных – тензора плотности дефектов и параметра структурного скейлинга, провести численное моделирование процесса ударно-волнового нагружения, связав его с механизмами структурной релаксации. Установлена связь нелинейных закономерностей пластического деформирования и разрушения с кинетикой структурно-скейлинговых переходов в области метастабильности неравновесного термодинамического потенциала среды с мезодефектами. Предлагаемая модель позволяет описывать особенности разрушения в условиях откола.

Ключевые слова: ударные волны, откол, дефекты, скейлинг

## NUMERICAL SIMULATION OF SPALL INDUCED BY MESODEFECTS IN METALS UNDER SHOCK LOADING

Yu.V. Bayandin, O.B. Naimark and S.V. Uvarov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russia

The statistical model developed in our earlier research is used to formulate a phenomenological model in terms of two independent variables, the defect density tensor and the structural scaling parameter, and to simulate shock wave propagation taking account of structural relaxation phenomena. It has been established that there is a relationship between the non-linear plastic deformation and failure mechanisms and the kinetics of structural scaling transition in the metastability area of the out-of-equilibrium thermodynamic potential of a solid with mesodefects. The proposed model allows us to describe the peculiarities of spall failure.

Key words: shock waves, spall, defects, scaling

#### 1. Введение

Теоретическое исследование структуры ударно-волновых фронтов в металлах представляет большой интерес установленными В связи с автомодельными закономерностями механизмов формирования ударно-волновых фронтов. закономерностями разрушения при интенсивных нагрузках. В работе предложена математическая модель [1-3], учитывающая дополнительные структурные переменные состояния среды — тензорный параметр плотности дефектов и параметр структурного скейлинга. Модель позволила установить различные типы коллективных мод в ансамблях дефектов, имеющих природу автомодельных решений, с которыми связываются особенности механизмов структурной релаксации (пластического течения) и локализация разрушения.

Исследование процессов разрушения при действии интенсивных импульсных нагрузок представляет большой интерес для прикладных задач. Наиболее важной

характеристикой материалов является способность материалов сопротивляться действию кратковременных интенсивных растягивающих напряжений, которые в модельных экспериментах формируются в условиях плоского удара — соударения плоского образца-мишени с плоским ударником. При этом в образце формируется волна сжатия, которая, отражаясь от тыльной поверхности, формирует волну растяжения. Разрушение происходит вследствие взаимодействия волн: отраженной волны разрежения и волны разгрузки, следующей за фронтом волны сжатия; это приводит к формированию откола — зоны локализации разрушения и формирования поверхности разрушения. Образование откола как макроскопического разрушения связывается с критическим характером роста дефектов (пор, микротрещин, микросдвигов) в условиях их сильного взаимодействия на широком спектре масштабов.

Большое число моделей, основанных на критериальных подходах (учитывающих критические значения для напряжений, времен, характерных скоростей деформирования, при которых материал начинает разрушаться), используются для описания процесса разрушения [4]. Их общий недостаток обнаруживается в сложности учета микро- и мезоструктуры исследуемых материалов. В работах [5-7] исследуется влияние структуры металла на динамические и кинетические характеристики разрушения в условиях ударно-волнового нагружения. Установлено, что динамическая прочность растягивающие металла максимальные напряжения, приводящие к макроскопическому разрушению, — существенно повышается с уменьшением размера зерна для многих металлов [7]. Механизмом разрушения в условиях динамического нагружения служит интенсивный рост дефектов с последующим образованием пор в области растягивающих напряжений. Данный механизм подтверждается расчетами с использованием методов молекулярной динамики [8–9]. Однако недостатком молекулярно-динамического моделирования является малый пространственный масштаб исследуемой области по сравнению с масштабами, на которых обнаруживаются длиннокорреляционные свойства ансамблей мезодефектов различных структурных уровней.

Цель настоящей работы — изучение связи особенностей формирования коллективных мод в ансамблях дефектов с закономерностями локализации разрушения и кинетикой формирования откола при ударно-волновом нагружении. Исследование включает: анализ поведения металлов в интенсивных полях деформации с учетом кинетики дислокационных субструктур, обеспечивающих связь механизмов структурной релаксации, пластического течения, локализации разрушения и формирование откола; численное моделирование плоского удара применительно к описанию откольного разрушения; сопоставление с данными структурного анализа для оценки свойств нагружаемых материалов при инициировании откольного разрушения.

Механизмы деформирования при указанных режимах нагружения связываются с установленным новым классом критических явлений в мезоскопических системах с дефектами — структурно-скейлинговыми переходами, наблюдаемыми у широкого класса твердых тел и позволяющими определять типы коллективных мод в ансамблях мезодефектов применительно к характерным твердотельным состояниям: квазихрупкому, вязкому и субмикрокристаллическому. Развитая феноменологическая теория [1-3], представляющая обобщение подхода Гинзбурга-Ландау для систем, далеких от равновесия, позволила рассмотреть процессы релаксации (пластичности) и разрушения как самостоятельный класс критических явлений применительно к процессам разного пространственного и временного масштаба, связать стадийность деформирования и разрушения в указанных состояниях с формированием установленных типов коллективных мод в ансамблях мезодефектов, характеристиками структурного и динамического скейлинга.

Предложенная математическая модель позволила описать переход от пластического поведения к разрушению (отколу) в волне разгрузки при отражении ударной волны от тыльной поверхности образца и связать механизмы разрушения с формированием критических (обостряющихся) локализованных мод деформации, обусловленных коллективным поведением мезодефектов. На основе анализа микроструктуры «сохраненных» образцов (NewView-профилометрия) показано, что стадийность пластического течения и разрушения в твердых телах связана с закономерностями скейлинга, проявляющимися в универсальности корреляционных характеристик (показатель Херста) на широком спектре пространственных и временных масштабов.

## 2. Математическая постановка

Предложенная математическая модель, описывающая автомодельные закономерности волновых фронтов формирования металлах, В основана на статистической теории поведения ансамблей мезодефектов. Механизмы пластичности, обусловленные коллективным поведением ансамблей микросдвигов, рассматриваются в терминах структурных переменных — тензора плотности дефектов и параметра структурного скейлинга. Тензорный параметр порядка р представляет собой деформацию, индуцированную микросдвигами, и определяется осреднением по ансамблю микросдвигов:  $p_{ik} = n \langle s_{ik} \rangle$ , где микроскопический параметр определяется следующим образом:

$$s_{ik} = \frac{1}{2} s \left( v_i b_k + b_i v_k \right) \,. \tag{1}$$

Здесь  $\vec{v}$  — единичный вектор нормали к плоскости сдвига,  $\vec{b}$  — единичный вектор направления сдвига, *s* — интенсивность сдвига, *n* — плотность дефектов.

Статистическая модель позволила установить существование второго параметра порядка среды с мезодефектами — параметра структурного скейлинга  $\delta$ , связанного с двумя характерными масштабами: характерным размером зародышей дефектов l (масштаб структурной гетерогенности) и расстоянием между ними L ( $\delta \sim l^3 / L^3$ ). Кинетика введенных структурных переменных, реализуемая в области метастабильности термодинамического потенциала (неравновесной свободной энергии), отражает в терминах введенных переменных сценарий непрерывных ориентационных переходов в ансамбле микросдвигов по различным масштабным уровням и определяет механизмы структурной релаксации, связанные с кинетикой пластической деформации.

В соответствии с работами [1–3] структурная релаксация происходит вследствие множественных метастабильных переходов, описываемых неравновесным потенциалом среды с мезоскопическими дефектами, который для одноосного случая имеет следующий вид:

$$\Psi = \frac{F}{F_m} = \frac{\eta^2}{2\delta} - \left(\frac{\eta^2}{2} + 0,188p + 0,507\log(0,385 + 0,131\eta + \eta^2)\right) + \frac{\sigma\eta}{\delta},$$
(2)

где F — свободная энергия,  $F_m$  — характерная энергия дефектов,  $\sigma$  — безразмерные напряжения,  $\eta$  — безразмерная величина параметра порядка p.

На основе полученного разложения свободной энергии с использованием подходов локально-неравновесной термодинамики получены определяющие соотношения:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \chi \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} - \Gamma_p \frac{\partial \Psi}{\partial \eta},$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} = -\Gamma_\delta \frac{\partial \Psi}{\partial \delta}.$$
(3)

Здесь  $\tau$  — безразмерное время,  $\xi$  — безразмерная координата,  $\Gamma_p$ ,  $\Gamma_\delta$  — кинетические коэффициенты (переход к безразмерным переменным приводится далее).

Первое уравнение связывает кинетику роста дефектной подсистемы с учетом эффектов нелокальности, описываемых первым слагаемым; второе слагаемое отвечает за механизмы структурной релаксации, определяемые видом свободной энергии. Второе уравнение описывает кинетику параметра структурного скейлинга  $\delta$ . Определяющие уравнения (2), (3) задают в одномерном случае три характерных типа состояния материала: квазихрупкое ( $\delta < \delta_c$ ), пластическое ( $\delta_c < \delta < \delta_*$ ) и субмикросталическое ( $\delta > \delta_*$ ) (Рис. 1). Решения уравнений (3) при различных значениях структурного параметра  $\delta$  представлены на рисунке 2.

Субмикрокристаллическому состоянию соответствуют решения В виле эффективной решетки (S<sub>1</sub>), образованной дефектной подсистемой с характерным размером, коррелирующим с размером зерна, пластическому состоянию автомодельные решения (S<sub>2</sub>), представляющие собой конечно-амплитудные возмущения, распространяющиеся с характерными скоростями. При уменьшении структурного параметра б происходит переход к разрушению с бесконечным ростом тензорного параметра порядка р с кинетикой, соответствующей так называемым режимам с обострением (S<sub>3</sub>). В [1] предложено единое представление свободной энергии (2), описывающее все указанные типы состояний. Преимуществом модели является естественное появление характерных пределов  $\sigma_c$ ,  $\sigma_a$ ,  $\sigma_t$  и  $\sigma_s$  для указанных состояний.

В рамках сформулированной ранее цели работы интерес представляло подтверждение связи установленных режимов обострения (Рис. 2, б) с формированием



**Рис. 1.** Нелинейные реакции материалов на рост дефектов в квазихрупком, пластическом и субмикрокристаллическом состояниях



**Рис. 2.** Характерные виды решений в терминах введенного параметра *р* для пластического состояния (*a*) и хрупкого состояния (*б*)

откола в случае плоского удара. Рассматривалась задача о распространении плоского ударно-волнового фронта в среде с дефектами с использованием предположений о малости деформаций и неупругом поведении материала, а также в приближении плоского удара ( $\varepsilon_{xx} \neq 0$ ; все остальные компоненты тензора деформации равны нулю).

Таким образом, уравнение движения имеет вид:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \tilde{\sigma} , \qquad (4)$$

где  $\tilde{\sigma}$  — тензор напряжений,  $\vec{v}$  — скорость,  $\rho$  — плотность.

В одномерном случае имеем для плоской волны

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \,. \tag{5}$$

Дифференцируя выражение (5) по координате *x*, можно представить последнее уравнение в виде:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial t} = \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial t^2} \Longrightarrow \quad \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xx}}{\partial t}.$$
(6)

Предполагая аддитивность скоростей упругой деформации и обусловленной дефектами неупругой деформации, с учетом закона Гука для компонент упругой деформации  $\varepsilon_{xx}^{e}$  и напряжений получаем

$$\frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \dot{\varepsilon}^e_{xx} + \dot{p}_{xx} \right) = \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\dot{\sigma}_{xx}}{E} + \dot{p}_{xx} \right), \tag{7}$$

где  $E = \rho C_l^2$  — продольный модуль упругости,  $\rho$  — плотность,  $C_l$  — продольная скорость звука. Переход к безразмерным переменным — напряжению  $\sigma = \sigma_{xx} / E$ , параметру плотности дефектов  $\eta = p_{xx}$ , времени  $\tau = t C_l / h$ , координате  $\xi = x / h$ , где h — толщина образца, позволяет свести исходную постановку задачи к параболическому уравнению

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial \tau} (\beta) \,. \tag{8}$$

Здесь β — дополнительная переменная, введенная для удобства приведения системы равнений к параболическому виду. При этом уравнение движения (7) может быть записано в следующем безразмерном виде:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = -\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \beta \,. \tag{9}$$

С учетом уравнений (8) и (9) и определяющих уравнений для одномерного случая (3) в безразмерных переменных получаем следующую постановку краевой задачи [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} &= -\frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \beta; & \sigma \big|_{\tau=0} = 0, \quad \sigma \big|_{\xi=0} = \sigma_{input}(\tau), \quad \sigma \big|_{\xi=1} = 0; \\ \frac{\partial \eta}{\partial \tau} &= \chi \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} - \Gamma_p \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}; & \eta \big|_{\tau=0} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \big|_{\xi=0,\xi=1} = 0; \\ \frac{\partial \delta}{\partial \tau} &= -\Gamma_\delta \frac{\partial \Psi}{\partial \delta}; & \delta \big|_{\tau=0} = \delta_0; \\ \frac{\partial \beta}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi^2}; & \beta \big|_{\tau=0} = 0, \end{aligned}$$
(10)

где χ — безразмерный параметр модели, отвечающий за эффекты нелокальности, σ<sub>input</sub> — импульс, имитирующий внешнюю динамическую нагрузку.

### 3. Результаты численного моделирования

Численное решение основано на использовании конечно-разностного метода. Параметры модели соответствовали армко-железу, образцы которого нагружались с использованием газовой пушки калибра 125 мм. Ударник из алюминия и образец из армко-железа представляли собой пластины диаметром 100 мм; толщина ударника выбиралась таким образом, чтобы откол формировался примерно на середине образца. В модели нагружение плоских образцов задавалось в виде импульса на границе контакта  $\sigma_{input}(\tau)$  с амплитудой, прямо пропорциональной скорости ударника.

Результаты численного моделирования представлены на рисунках 3 и 4. На рисунке 3 приведена пространственно-временная зависимость напряжения ( $\xi - \tau$ -диаграмма). Из графика видно, что первоначально в образце распространяется волна сжатия (положительные значения), которая, отражаясь от свободной поверхности, формирует волну растяжения (отрицательные значения). На рисунке 4 представлены зависимости параметров порядка, на которых четко выявлен обостряющийся режим, приводящий к взрывообразному росту параметра плотности дефектов  $\eta$  в образце, а также к резкому уменьшению параметра структурного скейлинга  $\delta$ , что подтверждает связь установленных коллективных мод деформации с локализацией разрушения.

Из численных экспериментов при различных импульсах напряжения определялся предел динамической прочности как критическое напряжение, приводящее к режиму обострения — взрывообразному росту дефектов (Рис. 4, *a*), которое соответствует



**Рис. 3.** Зависимость напряжения вдоль оси симметрии образца от координаты  $\xi$  и времени  $\tau$ 



**Рис. 4.** Зависимость интенсивности параметра порядка (*a*) и параметра структурного скейлинга (б) от времени и координаты

образованию откола. Анализ зависимости критического напряжения (при котором происходит интенсивный рост дефектов, приводящий к отколу) от структурного параметра б показал рост предела динамической (откольной) прочности с увеличением параметра б (Рис. 5). Увеличение б соответствует уменьшению характерного расстояния между дефектами L, что можно связать с уменьшением размера зерна в металле или внедрением большого числа наноразмерых включений. Экспериментально установленное для различных металлов повышение динамической прочности в 2–3 раза с уменьшением размера зерна [6, 7] достаточно хорошо согласуется с полученной динамической прочности зависимостью ОТ начального состояния среды, характеризующегося структурным параметром б. Из рисунка 5 видно, что при переходе к субмикросталлическому состоянию ( $\delta > 1,3$  в соответствии с модельными



Рис. 5. Зависимость откольной прочности от структурного параметра б

представлениями) повышение предела динамической прочности достигает значения в несколько раз большего, чем при квазихрупком разрушении ( $\delta < 1$ ). В случае  $\delta > 1,3$ системе необходимо некоторое время перехода от монотонных реакций (Рис. 1,  $\delta > \delta_* = 1,3$ ) к реакциям в режиме с обострением ( $\delta < \delta_c = 1,0$ ). Следствием этого является рост значений напряжений  $\sigma_s$  по сравнению с напряжениями разрушения  $\sigma_c$  для систем в закритическом состоянии ( $\delta < \delta_c$ ).

## 4. Результаты анализа структуры деформированных образцов

Для подтверждения автомодельных закономерностей формирования разрушения, связанных с особенностями получаемых решений, был проведен корреляционный анализ структуры образцов на основе данных профилометрии в терминах показателя Херста [4], характеризующего длинно-корреляционные взаимодействия в ансамблях дефектов и являющегося пространственным инвариантом. С этой целью «сохраненные» после ударно-волнового нагружения образцы разрезались вдоль оси распространения плоской волны; полученная поверхность подвергалась полировке и электрохимическому травлению. 3D-профилометрия рельефа анализировалась с использованием интерферометра–профилометра New View 5000, а затем применялся метод определения показателя Херста для двумерного случая [11]:

$$K(r) = \frac{R(r)}{S(r)} = \left\langle \frac{\max z(x, y) - \min z(x, y)}{\sqrt{\operatorname{mean}\left(\left(z(x, y) - \operatorname{mean}\left(z(x, y)\right)\right)^2\right)}} \right\rangle \right|_{x, y \in \operatorname{square}(r)}$$
(11)

 $K(r) \propto r^{H}$ ,  $\log K(r) = H \log r + \text{const}$ ,

где x, y, z — координаты точек поверхности образца, K(r) — корреляционная функция,  $\langle \cdot \rangle$  осреднение с масштабом квадратной области r, R — размах высот шероховатостей анализируемой поверхности, S — среднеквадратичное отклонение высот, H — показатель Херста.

Разбиение области по масштабам представлено на рисунке 6.

Известно, что при H = 0,5 анализируемый сигнал является некоррелированным (белый шум) с индексом корреляции C=2H-1 [10]. Значения H > 0,5 соответствуют коррелированному сигналу, что является признаком существования структурного скейлинга.

Значение показателя Херста вблизи тыльной (свободной) поверхности оказалось близким к 0,5, что соответствует случайному распределению исходной структуры материала. Вблизи откола получены значения показателя Херста > 0,5 (Рис. 7), что соответствует коррелированному сигналу. Спектральный анализ (выраженный наклон на спектре мощности Фурье, см. Рис. 8) и результаты определения показателя Херста подтверждают предположение о структурном скейлинге локализованных мод деформации, обусловленных мезоскопическими дефектами, что, в свою очередь, связано с появлением обостряющихся режимов роста коллективных мод ансамбля дефектов, приводящих к макроразрушению в виде откола.



Рис. 6. Разбиение поверхности на квадратные подобласти различного масштаба



**Рис. 7.** Значения корреляционной функции (11) и показателя Херста в двух окрестностях вблизи откола:  $H = 0,682, R^2 = 0,991 (a)$  и  $H = 0,615, R^2 = 0,986 (b)$ 



Рис. 8. Фурье-спектр анализируемой поверхности вблизи откола (*k* – волновое число)

## 5. Обсуждение результатов

Предложенная математическая модель твердого тела с мезоскопическими дефектами позволила определить характерные механизмы деформирования и перехода к макроскопическому разрушению в виде появления обостряющихся режимов роста дефектов, приводящих к откольному разрушению в случае плоского удара. Получены результаты по формированию откола в условиях плоского удара, отражающие связь механизмов макроскопического разрушения с коллективными свойствами ансамблей дефектов, проявляющимися в формировании локализованных коллективных мод в ансамбле мезодефектов, что также подтверждается структурными исследованиями. Модель позволила определить зависимость критических напряжений (динамической прочности, соответствующей формированию откола) от структурного состояния среды и интенсивности нагружения. Предложено объяснение эффекта повышения динамической (откольной) прочности в металлах с субмикрокристаллической структурой в отличие от поликристаллических металлов, что может играть важную роль при создании новых материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 07-01-96004, 07-08-96001, 08-01-00699, 09-08-99097) и Программы Президиума РАН (проекты № 09-П-1-1011, 09-Т-1-1005).

### Литература

- 1. Bayandin Yu.V., Naimark O.B., Leont'ev V.A., Permjakov S.L. Experimental and theoretical study of universality of plastic wave fronts and structural scaling in shock loaded copper // J. Phys. IV: Proc. of 8th Int. conf. on mechanical and physical behavior of materials under dynamic loading. (Dijon, France, August 2006). V. 134. P. 1015-1021.
- 2. *Naimark O., Bayandin Yu., Zocher M., Preston D.*, Mesodefect induced mechanisms of thermally activated, steady state plastic flow and transmition to overdriven shock // New models and hydrocodes for shock wave processes in condensed matter: Proc. of 7<sup>th</sup> Int. conf. (ADAI, Lisbon, Portugal, May 2008). P. 46-48.

- 3. *Bayandin Yu., Naimark O.*, Mesodefect induced mechanisms of plasticity and failure in shocked solids // Solid Mechanics: Proc. of 36<sup>th</sup> Int. conf. (IFTR PAS, Warsaw, Poland, September 2008). P. 274-275.
- 4. *Глушак Б.Л., Куропатенко В.Ф., Новиков С.А.* Исследование прочности материалов при динамических нагрузках. Новосибирск: Наука, 1992. 295 с.
- Гаркушин Г.В., Разоренов С.В., Канель Г.И., Иванчихина Г.И., Игнатова О.Н. Роль внутренней структуры в процессе высокоскоростного деформирования и разрушения поликристаллической меди // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Разрушение: сб. тез. межд. конф. «XI Харитоновские тематические научные чтения». (Саров, 16-23 марта 2009 г.). – С. 165-167.
- 6. *Разоренов С.В., Канель Г.И., Иванчихина Г.И.* Влияние наноразмерных включений на динамическую прочность и кинетику разрушения монокристаллов меди // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Разрушение: сб. тез. межд. конф. «XI Харитоновские тематические научные чтения». (Саров, 16-23 марта 2009 г.). С. 170-172.
- 7. Гаркушин Г.В., Разоренов С.В., Игнатова О.Н. Динамическая прочность меди с различной структурой в условиях высокоскоростного деформирования // Деформация и разрушение материалов. 2008. № 1. С. 38-43.
- 8. *Стегайлов В.В., Янилкин А.В.* Структурные превращения в монокристаллическом железе при ударно-волновом сжатии и растяжении. Исследование методом молекулярной динамики // ЖЭТФ. 2007. Т. 131, № 6. С. 1064–1072.
- 9. Гёмзе Л.А., Гёмзе Л.Н. Анализ микро- и наноструктуры керамики на базе Al₂O₃ при скорости удара выше 800 м/с // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Разрушение: сб. тез. межд. конф. «XI Харитоновские тематические научные чтения». (Саров, 16-23 марта 2009 г.). С. 189-191.
- 10. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.
- Yujing Jiang, Bo Li and Yosihiko Tanabashi Estimating the relation between surface roughness and mechanical properties of rock joints // Int. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences. – V. 42. – N. 6. – 2006. – P. 837-846.

Поступила в редакцию 10.06.09

Сведения об авторах

Баяндин Юрий Витальевич, кфмн, мнс, Институт механики сплошных сред УрО РАН (ИМСС УрО РАН), 614013, Пермь, ул. Академика Королева, д. 1; E-mail: buv@icmm.ru Уваров Сергей Витальевич, кфмн, снс, ИМСС УрО РАН; E-mail: usv@icmm.ru Наймарк Олег Борисович, дфмн, проф., зав. лаб., ИМСС УрО РАН; E-mail: naimark@icmm.ru